45
21
P. N. - 2
43
641502
Smithsonian
2

ATTI

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXII.

SERIE 2.ª — VOLUME II.º

1874-75

Smithsonian Institution
301984
National Museum

ROMA
COI TIPI DEL SALVIUCCI
1875

ATTI

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXII.

SERIE 2.ª — VOLUME II.°

1874-75

ROMA
COI TIPI DEL SALVIUCCI
1875

ELENCO

DEI SOCI DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

AL 31 AGOSTO 1875.

Presidente

Sella Quintino deputato al Parlamento.

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Segretario

Volpicelli Paolo prof. di Fisica matematica nella R. Università di Roma.

Soci nazionali

Volpicelli Paolo predetto (eletto 3 luglio 1847).

Ponzi Giuseppe senatore del Regno, prof. di Mineralogia e Geologia nella R. Università di Roma (11 maggio 1848).

Maggiorani Carlo senatore del Regno prof. di Clinica medica nella R. Università di Roma (30 giugno 1850).

Cadet Socrate prof. di Fisiologia nella R. Università di Roma (4 gennaio 1863).

Rolli Ettore prof. di Botanica nella R. Università di Roma (3 aprile 1864).

Jacobini Luigi Clemente prof. di Agronomia, Economia ed Estimo rurale nella R. Scuola d'applicazione degli ingegneri di Roma (3 aprile 1864).

Respighi Lorenzo prof. di Astronomia nella R. Università di Roma, direttore dell'Osservatorio astronomico (4 febbraio 1866).

Betocchi Alessandro ispettore del Genio civile (2 giugno 1867).

De Sanctis Leone prof. di Zoologia e di Zootomia nella R. Università di Roma (10 aprile 1871).

Brioschi Francesco senatore del Regno, direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano (7 gennaio 1872).

Sella Quintino predetto (7 gennaio 1872).

Cantoni Giovanni prof. di Fisica nella R. Università di Pavia (7 gennaio 1872).

Battaglini Giuseppe prof. di Calcolo differenziale ed integrale nella R. Università di Roma (7 gennaio 1872).

Moriggia Aliprando prof. di Fisiologia sperimentale nella R. Università di Roma (7 gennaio 1872).

Razzaboni Cesare prof. d'Idraulica e Costruzioni idrauliche nella R. Scuola d'applicazione degl' ingegneri di Roma (6 aprile 1873).

De Notaris Giuseppe prof. di Botanica speciale nella R. Università di Roma (6 aprile 1873).

Cannizzaro Stanislao senatore del Regno, prof. di Chimica organica ed inorganica nella R. Università di Roma (6 aprile 1873).

Blaserna Pietro prof. di Fisica sperimentale nella R. Università di Roma (6 aprile 1873).

Pareto Raffaele ispettore del Genio civile (6 aprile 1873).

Barilari Pacifico ispettore del Genio civile (6 aprile 1873).

Cremona Luigi prof. di Geometria superiore nella R. Università e direttore della R. Scuola d'applicazione degl'ingegneri di Roma (7 dicembre 1873).

Beltrami Eugenio prof. di Meccanica razionale nella R. Università di Roma (7 dicembre 1873).

Tommasi-Crudeli Corrado deputato al Parlamento, prof. di Anatomia patologica nella R. Università di Roma (7 dicembre 1873).

Todaro Francesco prof. di Anatomia umana nella R. Università di Roma (7 dicembre 1873).

Menabrea di Valdora Luigi Federico senatore del Regno, Luogotenente generale (4 gennaio 1874).

Govi Gilberto prof. di Fisica (4 gennaio 1874).

Scacchi Arcangelo senatore del Regno, prof. di Mineralogia nella R. Università di Napoli (31 gennaio 1875).

Betti Enrico deputato al Parlamento, segretario generale del Ministero dell'istruzione pubblica (31 gennaio 1875).

De-Gasparis Annibale senatore del Regno, direttore del R. Osservatorio Astronomico di Napoli (31 gennaio 1875).

Meneghini Giuseppe prof. di Geologia nella R. Università di Pisa (25 febbraio 1875).

Schiaparelli Giovanni direttore del R. Osservatorio Astronomico di Brera in Milano (25 febbraio 1875).

Felici Riccardo prof. di Fisica nella R. Università di Pisa (25 febbraio 1875).

Casorati Felice prof. di Geodesia nell'Istituto tecnico superiore a Milano (25 febbraio 1875).

Turazza Domenico prof. di Meccanica e Idraulica nella R. Università di Padova (25 febbraio 1875).

Gastaldi Bartolomeo prof. di Mineralogia nella Scuola di applicazione degli ingegneri a Torino (25 febbraio 1875).

Parlatore Filippo prof. di Botanica e direttore del Museo a Firenze (25 febbraio 1875).

Cornalia Emilio direttore del Museo civico a Milano (7 marzo 1875).

Genocchi Angelo prof. di Calcolo differenziale ed integrale nella R. Università di Torino (11 aprile 1875).

Stoppani Antonio prof. di Geologia e Mineralogia nel R. Istituto tecnico superiore di Milano (25 luglio 1875).

Soci stranieri

Chasles Michele. Parigi (2 luglio 1875).
Dalton Hooker Giuseppe. Kew (2 luglio 1875.
Helmholtz Ermanno Luigi Ferdinando. Berlino (2 luglio 1875).
Dana Giacomo. New-Haven (2 luglio 1875).
Bunsen Roberto Guglielmo Eberardo. Heidelberg (2 luglio 1875)
Struve Ottone Guglielmo. Pulkova (2 luglio 1875).
Darwin Carlo Roberto. Londra (2 luglio 1875).
Cayley Arturo. Cambridge (25 luglio 1875).

Corrispondenti nazionali

MATEMATICA PURA E APPLICATA ED ASTRONOMIA

Santini Giovanni prof. di Astronomia e direttore del R. Osservatorio di Padova (4 febbraio 1849).

Tardy Placido prof. di Calcolo differenziale ed integrale nella R. Università di Genova (4 febbraio 1849).

Mainardi Gaspare già prof. di Calcolo sublime nella R. Università di Pavia-Lecco (11 maggio 1851).

Minich Serafino deputato al Parlamento, già prof. di Matematiche superiori nella R. Università di Padova (11 maggio 1851).

Bellavitis Giusto senatore del Regno, prof. di Algebra complementare e Geometria analitica nella R. Università di Padova (3 dicembre 1854).

Corrado Annibale prof. di Meccanica applicata nella R. Scuola di applicazione degli ingegneri di Napoli (9 giugno 1872).

Dorna Alessandro prof. di Astronomia e Meccanica celeste, e direttore del R. Osservatorio astronomico di Torino (9 giugno 1872).

Padula Fortunato senatore del Regno, prof. di Meccanica razionale nella R. Univ. e direttore della R. Scuola d'applicazione degli ingegneri di Napoli (9 giugno 1872).

Siacci Francesco capitano di Artiglieria, e prof. di Meccanica superiore nella R. Università di Torino (9 giugno 1872).

FISICA E CHIMICA

Gherardi prof. *Silvestro* preside dell'Istituto tecnico provinciale di Firenze (4 febbraio 1849).

Malaguti M. J. prof. di Chimica in Rennes (4 febbraio 1849).

Purgotti Sebastiano prof. di Chimica nella R. Università di Perugia (4 febbraio 1849).

Lombardini Elia senatore del Regno, ingegnere idraulico in Milano (1 maggio 1860).

Codazza Giovanni direttore del R. Museo industriale di Torino (4 dicembre 1870).

Selmi Francesco prof. di Chimica farmaceutica nella R. Università di Bologna (4 dicembre 1870).

Palmieri Luigi prof. di Fisica terrestre nella R. Università di Napoli, e direttore dell'Osservatorio meteorologico vesuviano (5 febbraio 1871).

Ballada di Saint-Robert Paolo già colonnello di Artiglieria, Torino (5 febbraio 1871).

SCIENZE NATURALI

Sismonda Angelo Senatore del Regno, prof. di Geologia e Mineralogia nella R. Università di Torino (4 febbraio 1849).

Villa Antonio naturalista in Milano (1 aprile 1860).

Panceri dott. *Paolo* prof. di Anatomia comparata nella R. Università di Napoli (5 febbraio 1871).

Moleschott Giacomo prof. di Fisiologia nella R. Università di Torino (9 giugno 1872).

Corrispondenti stranieri

MATEMATICA PURA E APPLICATA ED ASTRONOMIA

Airy G. B. - Greenwich (17 novembre 1850).
Kummer E. E. - Berlino (10 luglio 1853).
Liais E. - Rio Janeiro (10 luglio 1853).
Littrow C. - Vienna (10 luglio 1853).
Malmstén C. G. - Upsala (10 luglio 1853).
Roberts G. - Dublino (10 luglio 1853).
Le Verrier U. G. - Parigi (1 dicembre 1861).
Morin A. G. - Parigi (30 luglio 1865).
Barré de Saint-Venant A. G. C. - Parigi (4 marzo 1866).
Bertrand G. L. F. - Parigi (8 aprile 1866).
Adams G. C. - Londra (9 giugno 1872).
Huggins G. - Londra (9 giugno 1872).
Janssen P. L. C. - Parigi (9 giugno 1872).
Lockyer G. N. - Londra (9 giugno 1872).

FISICA E CHIMICA

Wheatstone C. - Londra (17 novembre 1850).
Regnault V. - Parigi (10 luglio 1853).
Thomson G. - Glasgow (10 luglio 1853).
Sabine E. - Londra (2 maggio 1858).
Soret L. - Ginevra (1 giugno 1860).
Becquerel A. C. - Parigi (2 febbraio 1862).
De Caligny A. - Parigi (11 giugno 1865).
Neumann F. - Koenisberga (30 luglio 1865).
Dausse G. B. - Parigi (4 marzo 1866).
Fizeau A. I. - Parigi (8 aprile 1866).
Grove G. B. - Londra (8 aprile 1866).
Henry G. - Washington (8 aprile 1866).

Becquerel A. E. - Parigi (9 giugno 1872).
Chevreul M. E. - Parigi (9 giugno 1872).
Dumas G. B. - Parigi (9 giugno 1872).
Kirchhoff G. R. E - Berlino (9 giugno 1872).

SCIENZE NATURALI

Du Bois Reymond E. - Berlino (10 luglio 1853).
Wahlberg P. F. - Stockolm (10 luglio 1853).
De Candolle A. - Ginevra (1 giugno 1860).
Saldanha (Duca di) - Lisbona (3 aprile 1864).
De Hauer F. - Vienna (11 giugno 1865).
De Walthershausen barone *Sartorius* - Gottinga (11 giugno 1865).
Le Jolis A. - Cherbourg (4 marzo 1866).
Haynald dott. arcivescovo *L.* - Kolocza (9 giugno 1872).
Kanitz A. - Klausenburg (9 giugno 1872).

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Soci nazionali

Correnti Cesare deputato al Parlamento, consigliere di Stato (6 aprile 1873).

Amari Michele prof. emerito, senatore del Regno (9 maggio 1875).

Scialoja Antonio senatore del Regno, presidente di sezione della Corte de'conti (9 maggio 1875).

Vannucci Atto prof. emerito, senatore del Regno (9 maggio 1875).

Comparetti Domenico prof. di Lingua e Letteratura greca nel R. Istituto di Studi superiori, Firenze (9 maggio 1875).

Connestabile della Staffa Gian Carlo, Perugia (9 maggio 1875).

Carrara Francesco prof. di Diritto e Procedura penale nella R. Università di Pisa (9 maggio 1875).

Mamiani della Rovere Terenzio senatore del Regno (13 maggio 1875).

Minervini Giulio bibliotecario della R. Università di Napoli (13 maggio 1875).

Carutti di Cantogno Domenico deputato al Parlamento, consigliere di Stato (13 maggio 1875).

Bonghi Ruggero deputato al Parlamento, ministro della pubblica Istruzione (13 maggio 1875).

Ascoli Graziadio prof. di linguistica nell'Accademia scientifica-letteraria di Milano (13 maggio 1875).

Lampertico Fedele senatore del Regno, Vicenza (13 maggio 1875).

Mancini Pasquale Stanislao deputato al Parlamento, prof. di Diritto penale nella R. Università di Roma (2 luglio 1875).

Cantù Cesare direttore degli Archivi in Milano (2 luglio 1875).

Messedaglia Angelo deputato al Parlamento, prof. di Economia politica nella R. Università di Padova (2 luglio 1875).

Valenziani Carlo avvocato (2 luglio 1875).

Boncompagni di Mombello Carlo senatore del Regno, prof. di Diritto costituzionale nella R. Università di Torino (2 luglio 1875).

Fiorelli Giuseppe senatore del Regno, Direttore generale de'Musei e degli scavi. (2 luglio 1875).

Berti Domenico deputato al Parlamento, prof. di Storia della filosofia nella R. Università di Roma (2 luglio 1875).

Flechia Giovanni prof. di Lingue e Letterature comparate nella R. Università di Torino (4 agosto 1875).

Luzzatti Luigi deputato al Parlamento, prof. di Diritto costituzionale nella R. Università di Padova (4 agosto 1875).

Fabretti Ariodante prof. di Archeologia nella R. Univ. di Torino (4 agosto 1875).

Corrispondenti nazionali

Boccardo Girolamo Preside dell'Istituto Tecnico - Genova (4 decembre 1870).

Soci defunti.

Bufalini Maurizio Socio nazionale dal 25 febbraio 1875; defunto il 26 marzo 1875.

Jacobi M. H. Corrispondente straniero dal 10 luglio 1853 - Pietroburgo; defunto il 13 marzo 1874.

Hansen P. A. Corrispondente straniero dall' 8 aprile 1866 - Gotha; defunto il 28 marzo 1874.

PARTE PRIMA

TRANSUNTI

COMPILATI DAL SEGRETARIO

Sessione I.ª del 6 Dicembre 1874.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betocchi — Blaserna — Cadet — Cannizzaro — Correnti — De Notaris — De Sanctis — Govi — Jacobini — Maggiorani — Menabrea — Moriggia — Pareto — Ponzi — Razzaboni — Respighi — Rolli — Todaro — Tommasi Crudeli — Volpicelli; ed i Soci corrispondenti: Betti — Minich.

1. *Comunicazioni e letture.*

Il socio Cannizzaro propose, come appresso, il *programma relativo al premio Carpi* per l'anno 1875, che fu approvato dall'Accademia:

« Il premio fondato dal dott. Pietro Carpi, consistente in una medaglia d' oro di L. 500, sarà conferito all'autore della migliore memoria di chimica, presentata all'Accademia, nel corso del 1875 sino al 30 dicembre, escluse quelle dei membri ordinari Lincei. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, e contenere risultamenti sperimentali nuovi, ottenuti in un laboratorio del Regno.

« Le memorie dovranno essere inedite, e non potranno pubblicarsi a parte, o inserirsi in altri periodici scientifici, se non dopo che sarà pubblicato il fascicolo degli Atti dell'Accademia, in cui taluna di esse fosse inserita.

« Le memorie dovranno pervenire alla Reale Accademia dei Lincei, residente in Campidoglio, franche delle spese di porto.

« Gli autori potranno a scelta, o sottoscrivere col proprio nome le loro memorie, o apporvi una epigrafe ripetuta in una scheda suggellata, entro cui sarà scritto il nome dell'autore col suo domicilio.

« L' Accademia ha facoltà di pubblicare nei suoi atti, anche prima del giudizio pel premio, le memorie sottoscritte dagli autori che fossero intanto giudicate meritevoli d' inserzione negli atti stessi.

« Il premio sarà conferito dietro rapporto di una commissione, approvato dall'Accademia nella prima seduta di febbraio 1876. L'autore della memoria premiata ne avrà in dono cinquanta copie.

« Se la memoria premiata sarà una di quelle non sottoscritte, allora l'Accademia nella seduta stessa aprirà la scheda suggellata, e pubblicherà la memoria col nome dell' autore.

« Le altre schede suggellate saranno bruciate.

Il socio Todaro presentò la seconda sua comunicazione, *sullo sviluppo e sulla anatomia delle salpe*. Vedi Sessione 7ª del 6 giugno, e la 2ª parte del presente Volume.

Il socio Moriggia rese conto di diverse sue sperienze praticate col concorso dell'assistente dottore Battistini, ed in parte dello studente signor Coretti, intorno alla velenosità naturale dell'estratto cadaverico umano. Vedi pag. 350.

Il socio Volpicelli proferì, per la morte di uno dei più rinomati Geologi francesi, un *necrologico cenno*, di cui qui diamo un breve estratto: « Nel 22 di settembre 1874 la scienza geologica fece una grave perdita per la morte dell' illustre Elie de Beaumont, e l'Accademia nostra fu privata di uno fra i più distinti suoi corrispondenti stranieri. Era egli nato a Canon (Calvado), ed i suoi studi furono talmente brillanti, che uscì primo dalla scuola politecnica nel 1819, per entrare in quella delle miniere. Poscia egli divenne segretario perpetuo dell' Accademia delle scienze dello Istituto di Francia per la morte dell' illustre Arago. I lavori della carta geologica di Francia, quelli della carta geografica di questo paese, la notizia sul sistema delle montagne, le ricerche sulla cinta giurassica del gran bacino geologico che comprende Londra e Parigi, e quelle sopra talune rivoluzioni della superficie del globo, formano con moltissime altre dotte pubblicazioni del defunto gran geologo, tale un monumento scientifico, da rendere imperituro il suo nome. Le qualità poi morali di questo dotto nostro corrispondente lo ricorderanno sempre affettuosamente non solo agli amici, ma pure a coloro che lo conobbero per poco.

Il socio Betocchi presentò in dono all'Accademia da parte del sig. comm. A. Cialdi una sua pubblicazione, che ha per titolo: « *Nozioni preliminari per un trattato sulla costruzione dei porti nel Mediterraneo.* »

Il Socio Cremona lesse la Relazione della commissione incaricata di dare il suo giudizio sulla memoria del Sig. Colonnello Pietro Conti, avente per titolo « *Studi sull'attrito* »: memoria che il Sig. Ministro d'Agricoltura, industria, e commercio aveva trasmessa al Presidente, chiedendo: 1° che l'Accademia la prendesse in esame, e giudicasse se era meritevole di essere pubblicata; 2.° che l'Accademia dichiarasse se potesse accogliere la memoria ne'propri Atti. Vedi pag. 1, 2ª parte del Volume.

Il Socio Respighi si espresse, dicendo egli credere, che stante le riserve contenute nella relazione, considerato il metodo di esperimentazione, e l'indole della memoria del Colonnello Conti, essa potrebbe essere stampata, ma non inserita negli Atti dell'Accademia.

Sorge discussione che viene riassunta dal Presidente, il quale brevemente espone le successive fasi per le quali passarono le idee dei fisici e dei meccanici intorno all'attrito.

Dopo ciò l'Accademia delibera ad unanimità la stampa della memoria del Colonnello Conti, ed a maggioranza la inserzione di essa negli atti dell'Accademia. Vedi pag. 16.

Il Socio Volpicelli comunicò una sua memoria, nella quale, per mezzo di parecchie sperienze, da esso descritte con figure, intese dimostrare, che la teorica di Melloni sulla elettrostatica induzione, pubblicata dal sig. Regnault nei *Comptes rendus de l'Académie des sciences, t.* 39, *séance du* 24 *juillet* 1854, *p.* 177, è la vera, nella ipotesi dei dualisti; e che quella comunemente adottata è incompleta e non si accorda con ognuno dei risultamenti sperimentali. Concludeva il professore medesimo dalle indicate sue sperienze:

1.° Che sopra un conduttore isolato e sottoposto alla influenza elettrica, la indotta di prima specie, vale a dire la elettricità contraria della inducente non possiede *tensione* affatto ed è totalmente dissimulata.

2.° Che si trova essa in quantità maggiore nell'estremo dell'indotto il più vicino all'inducente, diminuendo sempre più coll'avvicinarsi all'altro estremo dell'indotto stesso.

3.° Che la indotta di seconda specie, vale a dire la omonima della inducente possiede tensione, ed è totalmente libera.

4.° Che si trova essa per tutto sulla superficie dell'indotto, senza eccettuare la estremità di questo la più vicina dell'inducente.

5.° Che va essa crescendo sempre più, coll'avvicinarsi all'altra estremità più lontana dall'inducente stesso.

Il Socio Govi desiderando che la discussione scientifica alla quale possono dar luogo le idee sostenute dal Volpicelli non abbia a degenerare in una mera questione di parole, lo prega a volere esporre nella prossima tornata accademica, che cosa intenda egli per *tensione elettrica,* quali sieno i caratteri essenziali della *tensione,* e quali i mezzi per riconoscerla, e misurarla sperimentalmente.

Codeste spiegazioni, egli soggiunse, sono indispensabili, e perchè non tutti i fisici sono d'accordo sul senso da attribuirsi al vocabolo tensione, quando trattasi della elettricità, e perchè nella interpretazione delle interessantissime sperienze fatte dal Volpicelli per confermare una teorica emessa e sostenuta da vari elettricisti, combattuta da altri, il significato preciso della parola *tensione,* ha parte principalissima.

Il Socio Govi spera, che dopo essersi perfettamente intesi per quanto concerne la *tensione,* non riescirà difficile il riconoscere il pieno accordo delle moltissime esperienze del socio Volpicelli, colla teorica delle azioni elettriche ammessa fin qui più, o meno esplicitamente dalla maggioranza dei fisici.

Il Presidente invita i soci dissenzienti ad esporre in scritto le loro divergenze onde la polemica riesca più completa e più utile.

Il socio Volpicelli ringraziò primieramente il Sig. Govi, per aver voluto egli prendere ad esame le indicate esperienze, fatte a sostegno della Teorica dell'illustre italiano Melloni, sulla Elettrostatica induzione. Secondariamente dichiarò, che in quanto al richiesto significato della parola *tensione* poteva egli subito soddisfare a tale domanda. Però a corrispondere completamente alla medesima, ed anche per

uniformarsi al savio parere in proposito esternato dal Sig. Presidente, accettò rispondere nella prossima tornata per iscritto.

Il Vice-ammiraglio presidente della Società geografica residente in Parigi, col suo dispaccio del 18 Settembre 1874 diretto al nostro Presidente, invita da parte della nominata società l'Accademia nostra a prender parte al Congresso internazionale di scienze geografiche, il quale si riunirà a Parigi nella Primavera del 1875.

Il socio Correnti propone che l'Accademia nomini una commissione a questo intento, e dia così un nobile esempio alle altre Accademie italiane.

L'Accademia annuisce, incaricando il Presidente a designare i membri della nuova commissione.

Il Presidente nomina i Soci Blaserna, Govi, e Respighi, a membri di detta Commissione.

L'Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Sessione 2.ª del 3 Gennajo 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci Presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betocchi — Blaserna — Cadet — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Notaris — De Sanctis — Govi — Jacobini — Maggiorani — Menabrea — Moriggia — Pareto — Ponzi — Razzaboni — Respighi — Rolli — Tommasi Crudeli — Volpicelli.

1. *Comunicazioni e Letture*

Il Socio Generale Menabrea, legge una sua memoria *sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici.* Vedi pag. 201.

Il Socio Respighi legge una nota sulla latitudine della stazione Barberini a Monte Mario, stazione di prim' ordine della grande triangolazione geodetica destinata alla misura dei gradi del meridiano centrale europeo.

Trovandosi questa stazione a pochi chilometri di distanza dagli Osservatorii del Campidoglio e del Collegio Romano, il valore ottenuto per la sua latitudine poteva essere con sicurezza confrontato e verificato con quello già bene determinato per le latitudini di questi Osservatorii; che anzi qualora nella misura di quella latitudine si fosse usato un metodo di osservazione suscettibile di grande precisione, si poteva sperare di verificare, se in questa località esiste una qualche irregolarità od anomalia nella direzione delle verticali, confrontando la differenza ottenuta astronomicamente fra la latitudine della stazione e quella degli Osservatorii, colla nota distanza dei loro paralleli.

Il prof. Respighi, incaricato dalla Commissione Italiana per la misura dei gradi del meridiano della determinazione della latitudine di quella stazione, trovò opportunissimo a questo scopo il metodo di osservazione da lui proposto ed attuato fin dal 1861 per la misura della distanza zenitale delle stelle prossime al paral-

lelo del luogo, per mezzo del canocchiale zenitale a riflessione, col quale può ottenersi tale distanza coll'uso del semplice micrometro filare, senza bisogno, nè di inversioni del cannocchiale, nè di livello.

La sicurezza di questo modo di osservazione e la bontà dello strumento, del quale avrebbe potuto servirsi, e cioè del grande cannocchiale zenitale del R. Osservatorio del Campidoglio, non lasciavano al prof. Respighi nessun dubbio sulla esattezza dei risultati che ne avrebbe ottenuto; tanto più che nella stazione di Monte Mario erano convenientemente verificate le due condizioni richieste per questo genere di osservazione, e cioè la possibilità di collocare l' orizzonte a mercurio a notevole profondità sotto l'obbiettivo del cannocchiale, e l'esistenza di stelle di ben nota declinazione in prossimità al parallelo del luogo.

Le osservazioni furono fatte nell'estate ultima sopra 10 stelle, parte al sud e parte al nord, combinate in modo da poter ottenere nel medio generale dei risultati, dalle singole stelle per la latitudine, la completa compensazione di qualunque errore costante o sistematico. L'accordo fra i risultati ottenuti nelle singole osservazioni di ogni stella e nei loro risultati medii è tale, da far ritenere il valore ottenuto per la latitudine della stazione come vicinissimo al vero e meritevole di piena fiducia. Confrontando il valore di questa latitudine con quello della latitudie dell'Oservatorio del Campidoglio, dedotto e confermato da numerosissima serie di osservazioni, si trova che il parallelo celeste di Monte Mario è distante verso il nord di 1′. 51″, 10 da quello dell'Osservatorio di Campidoglio, mentre la distanza determinata geodeticamente dei paralleli delle due località risulterebbe di 1.′ 52″, 60, per cui risulta fra le latitudini astronomiche e le geodetiche una differenza di circa 1″, 5.

Il prof. Respighi, esponendo le ragioni per le quali egli ritiene una tale differenza come reale, e non già attribuibile ad errori od incertezze di osservazione, fa notare come la causa di questo anormale avvicinamento del zenit della stazione di Monte Mario al parallelo dell'Osservatorio del Campidoglio possa e debba spiegarsi, almeno in gran parte, come effetto dell'attrazione parziale esercitata dalla massa stessa di Monte Mario, che nella massima parte si innalza sulla vallata del Tevere dal lato settentrionale della stazione.

Avuto riguardo a questa parziale attrazione, è indubitato che nella verticale deve aver luogo una deviazione nello stesso senso di quella trovata colle osservazioni: mentre in riguardo alla grandezza di questa deviazione, il signor Keller, che con tanto studio si occupa della questione delle attrazioni od influenze delle montagne sulla direzione della verticale, trova con dati approssimativi l'effetto di quest'attrazione alquanto minore di quello osservato; ma come anch'egli osserva, la differenza fra il calcolo e le osservazioni potrebbe dipendere da una maggiore densità degli stati inferiori della massa di Monte Mario, finora non abbastanza esplorata.

Il prof. Respighi promette di continuare le sue ricerche, su questa delicata questione nella speranza di raccogliere nuovi dati necessari alla sua completa soluzione.

Il socio Ponzi osserva che la natura del terreno sottostante all'Osservatorio del Campidoglio, non è la stessa che a Monte Mario. Al Campidoglio l'Osservatorio posa su tufi vulcanici, sotto i quali vengono le sabbie plioceniche, e poscia altri

strati e formazioni più antiche. A Monte Mario invece che è separato dal Campidoglio per la dislocazione avvenuta nella stratificazione dell'Agro Romano nella valle del Tevere, l'Osservatorio è già sulle sabbie plioceniche, e quindi più vicino alle roccie più compatte che stanno sotto.

Il Socio Sella chiede se sia stata determinata in Roma la intensità della gravità.

Il Socio Respighi dichiara che a Monte Mario non è ancora stata eseguita questa misura, ed il socio Sella ed altri esprimono il desiderio che ciò venga fatto.

Il prof. Volpicelli lesse una sua memoria avente per titolo: *Risposta alla domanda del socio Govi sulla elettrica tensione.* Vedi pag. 303.

Il prof. Govi soggiunse che avrebbe molto volentieri aderito al desiderio espressogli dal Presidente, di esporre in iscritto per la seduta prossima le sue opinioni intorno alla teorica della induzione elettrostatica, se dovendosi egli assentare da Roma in questo mese e rimanerne lontano per qualche tempo, non ritenesse quasi un dovere di opporre immediatamente alcuni fatti a quelle dottrine, per le quali il silenzio dell'Accademia potrebbe essere interpretato siccome un tacito assenso.

Egli pure ammette che la tensione elettrica venga definita come una forza repulsiva fra i corpi elettrizzati omologamente (o, come altri dice: fra le molecole del fluido elettrico di tali corpi); ma appunto perciò è persuaso che, riuscendo a dimostrare come le parti più vicine all'inducente di un conduttore sottoposto alla induzione si respingano a vicenda, deve rimaner provato nel tempo stesso che la elettricità indotta di 1ª specie (cioè la contraria alla inducente) è dotata di tensione; e che quindi manca di fondamento la teoria che si vorrebbe opporre a quella generalmente ammessa fin qui.

Ora, che le parti di un conduttore indotto vicino all'inducente si respingano fra loro si può dimostrare facilmente attaccando due palline di midollo di sambuco e due fibre di lino sospese a un piccolissimo conduttore (un anellino metallico, per esempio), sostenuto da un corpo isolante, al disopra d'un induttore, il quale sia simmetrico attorno alla verticale, che passa fra le due palline di sambuco. Appena si sottopone l'induttore ai pendolini, questi divergono, e se si tocca con un filo metallico comunicante col suolo l'anellino dei pendolini, aumenta sensibilmente la loro divergenza. Tolto allora, o scaricato l'induttore, non solo i pendolini rimangono divergenti, senza neppure aver mostrato un istante qualche tendenza a ricongiugnersi, ma anzi divergono di più. Da ciò apparisce che la stessa cagione per cui divergevano sin da principio è quella che ne mantiene la divergenza anche dopo. Siccome poi tutti ammettono che, tolto l'induttore, la divergenza dei pendolini si debba attribuire alla indotta di 1ª specie che si diffonde liberamente sull'indotto; così bisogna convenire che la indotta di prima specie era pur quella che, durante la induzione, determinava la divergenza dei pendolini, cioè la repulsione vicendevole delle parti dell'indotto più vicino all'induttore.

Rimane quindi provato che la indotta di 1ª specie è dotata di tensione, anche in presenza dell'induttore, e il dubbio ridestato dall'illustre Melloni nel 1854, svanisce davanti alla evidenza dei fatti.

Il non diminuir per la divergenza dei pendolini, quando si sopprime l'induttore, anzi il crescer sensibilmente (purchè l'indotto abbia superficie limitatissima)

basterebbe senz'altro a dimostrare come la divergenza stessa non sia cagionata da una attrazione o induzione curvilinea o laterale (assai difficile a concepirsi anche secondo le idee del Faraday) esercitata dall'induttore. L'esperimento infatti dimostra ad evidenza che la attrazione di quest'ultimo tendeva, come era naturale, ad accostare i pendolini, non a farli divergere, così che, tolta questa causa di accostamento, essi divergono subito maggiormente, obbedendo a tutta la forza repulsiva della loro elettricità, quantunque scemi su ciascun di essi la tensione della indotta di prima specie pel suo diffondersi sul filo e sull'anellino che lo sostiene.

A motivo però di questa diffusione della indotta quando cessa la induzione non sarebbe difficile di trovare o una distanza e una carica dell'induttore, o una estensione superficiale dell'indotto tali che, tolto l'induttore, la divergenza dei pendolini non mutasse, o scemasse sensibilmente, e si riducesse anche a zero.

Per togliere poi qualunque dubbio intorno alla causa che fa divergere i pendolini, basta attaccar ciascuno di essi all'anello mediante un uncinetto, in guisa da poterne levare l'uno o l'altro a piacimento, valendosi per ciò di una lunga verghetta isolatrice munita pure di un piccolissimo uncino.

Sottoposti i pendolini alla induzione, se, mentre sono divergenti (prima, o dopo d'aver posto l'anellino in comunicazione col suolo), si leva uno dei due, immediatamente l'altro ricade nella direzione verticale quando l'induttore sottoposto sia sferico, e una stessa verticale passi pel filo del pendolino e pel centro della sfera. Riattaccando colla verghetta isolante il pendolino levato, l'altro abbandona subito la verticalità, e la divergenza fra i due torna quella di prima. Dunque ciò che teneva inclinati alla verticale i due pendolini, non era l'attrazione laterale dell'induttore sottoposto, poichè questa non è tolta, ne sensibilmente mutata col levar uno dei pendolini; (si noti che invece di pendolini di sambuco si possono adoprare anche semplici fibrille elementari di lino o sottilissimi fili metallici) ma si bene la loro repulsione reciproca, annullata la quale col levarne una, l'attrazione dell'induttore sferico rimane sola e agisce, come deve agire, tirando il pendolino verso un punto che è presso a poco il centro della sfera.

Dimostrato in tal modo che i corpi elettrizzati per induzione di 1ª specie si respingono, cioè che la indotta di 1ª specie è dotata di tensione, il prof. Govi soggiunge che gli sarebbe assai agevole, se non gliene mancasse il tempo, di provare che tutte le sperienze addotte in sostegno della teoria proposta dal De Luc, dal Melloni, ecc., si possono spiegare pienamente e chiarissimamente colla teoria ordinaria, non escludendo neppure quelle che si riferiscono agl'indotti muniti di punte, sebbene possano apparire alla prima meno facili ad accordarsi colle idee comunemente professate.

Dopo di ciò egli crede inutile d'insistere sulla impossibilità che si trovino simultaneamente le due elettricità, l'indotta cioè di 1ª e quella di 2ª specie sull'estremo dell'indotto isolato più vicino all'induttore, poichè se la indotta di prima specie ha tensione, questa deve neutralizzare necessariamente altrettanta tensione contraria di quella di 2ª specie, e rimaner sola coll'eccesso suo proprio.

I due stati elettrici contrarii possono bensì trovarsi contemporaneamente su due parti opposte, e diverse dell'indotto isolato, ma con questa legge, che l'indotta di 1ª

specie abbia la massima tensione nei punti più vicini all' induttore, e quella di 2ª specie nei più lontani. Su un conduttore indotto di grandezza infinita o sommamente grande, l' indotta di 2ª specie non manifesterà più alcuna tensione sensibile, perchè si diffonderà sulla vastissima superficie; dovrà quindi in tal caso crescere la tensione della indotta di 1ª specie, non venendole più detratto nulla dalla tensione dell' altra.

Così si vede come debba trovarsi sull' indotto isolato una certa *linea neutra*, che separi la parte indotta di 1ª da quella indotta di 2ª specie. La posizione e la forma di questa linea neutra varierà poi col variare della forma, della distanza e della situazione dell' induttore e dell' indotto, e col variare della tensione propria dell' induttore, e di quelle azioni che i corpi vicini possono esercitare sull' uno o sull' altro.

La *mobilità* non è posseduta (apparentemente almeno) dalla indotta di 1ª specie, perchè l' induttore dovendone mantenere costante la quantità colla sua presenza, non lascia mai scorgere le sottrazioni che se ne fanno, quando si tocca l' indotto nelle parti prossime all' induttore, o altrove, con altri corpi isolati, o comunicanti col suolo. È indubitato però, che mentre si accosta nelle parti più vicine all' induttore, un nuovo indotto al primo sino a toccarlo, la tensione su questo diminuisce nè ritorna la stessa, se non quando il secondo venga rimosso, e si rimetta il primo in comunicazione colla terra, se il secondo era isolato.

Quanto al non vedersi che la indotta di 1ª specie induca alla sua volta, ciò nasce dalla presenza dell' induttore, l' azione prevalente del quale si manifesta sola sui corpi che si accostano all' indotto, e ciò tanto più, che l' accostamento dei corpi stessi stornando una parte dell' azione induttrice, scema d' altrettanto la tensione dell' indotta, modificandone per di più la distribuzione.

L' indotta poi di 2ª specie, non essendo trattenuta dalla inducente, può scorrere (come suol dirsi) lungo tutto il corpo indotto, e lo può senza neutralizzare mai, apparentemente, alcuna parte della indotta di 1ª specie, perchè la quantità di quest' ultima è mantenuta costante dalla presenza dell' induttore.

Il prof. Govi conchiude il suo discorso col dire che gli sembra inutile ogni discussione ulteriore in proposito; che esso crede sufficienti le prove addotte in favore della teoria ordinaria, e che lascia perciò ai Fisici il giudizio definitivo intorno alla scelta della opinione da preferirsi.

Il prof. Volpicelli, dovendo essere breve stante l' ora avanzata, osserva che: 1° tanto ai pendolini di quell' estremo dell' indotto che più è prossimo all' inducente, quanto all' estremo stesso, applicando uno dei diversi piani di prova, già da esso pubblicati, si ottiene sempre la omonima della inducente. Dunque la sperienza dimostra che questa si trova sopra qualunque punto dell' indotto, contro quello che comunemente si asserisce; perciò la teorica di Melloni è la vera; 2° se l' indotto comunichi col suolo, si dimostra similmente, che la indotta di prima specie non si comunica; dunque la medesima non ha tensione, contro quello che comunemente si asserisce; 3° difendendo i pendolini stessi dalla induzione laterale o *curvilinea*, come il difese Melloni, essi manifestansi carichi di omonima della inducente, non altrimente che l' estremo dell' indotto il più prossimo all' inducente da cui pendono; dunque tornano

le due conseguenze che ora deducemmo; 4° poichè in questo caso ponendo l'indotto a comunicare col suolo, cessa ogni divergenza dei pendolini, abbiamo perciò diritto a concludere che la cagione principale di questa divergenza, consiste nella induzione laterale, contro quello che comunemente si asserisce. Del resto egli si riserva di rispondere nella seguente sessione alle precedenti osservazioni del ch. prof. Govi.

Il prof. Moriggia, espose il risultato di alcune sue sperienze, sulla fecondazione operata manualmente nelle porcelline d'India, con metodo diverso dall'usitato. Vedi pag. 525.

L'Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo tre ore di seduta.

Sessione straordinaria tenuta in Comitato segreto nei giorni 24 e 25 Gennaio 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti il 24 gennaio al meriggio: Battaglini — Beltrami — Blaserna — Brioschi — Cadet — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Notaris — De Sanctis — Govi — Jacobini — Maggiorani — Menabrea — Moriggia — Pareto — Razzaboni — Rolli — Tommasi Crudeli — Todaro — Volpicelli; Soci presenti la sera del 25 Gennaio: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betocchi — Blaserna — Brioschi — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Sanctis — Govi — Menabrea — Moriggia — Ponzi — Razzaboni — Respighi — Rolli — Tommasi-Crudeli — Todaro — Volpicelli.

Il Presidente Sella apre la seduta. Ricorda il discorso da lui profferito al banchetto offerto il 22 Marzo 1874 dal medesimo, al Corpo Accademico dei Lincei, al Capo del Ministero, ai Ministri di pubblica Istruzione, e di Agricoltura, e Commercio ed a parecchi Senatori, e Deputati aventi uffici scientifici; e la proposta in esso contenuta « di allargare la sfera d'azione dell'Accademia, sia, dandole maggiori mezzi per « le scienze naturali, sia, estendendola alle scienze morali e politiche ». Del quale discorso si fa seguire il testo giusta la deliberazione, che volle prendere l'Accademia il 14 Febbraio 1875 onde nei suoi Atti rimanesse ricordo della iniziativa presa dai cultori delle scienze fisiche, matematiche e naturali, e dei concetti dai quali essi erano stati mossi.

Signori! Vi propongo due brindisi.

Il primo è un atto di omaggio alla bandiera attorno cui militiamo e noi e quanti italiani vi sono, nel cui petto alberga amore di patria. Omaggio che parte in questi giorni *(si festeggiava il venticinquesimo anniversario della salita al trono del Re Vittorio Emanuele)* da milioni di italiani, i quali ricordano grati quanti incommensurabili servigi abbia reso alla patria Quegli, che la trovava in Novara afflitta da oltre un millennio di miserie, e la portava in meno di un quarto di secolo fino a Roma.

Ed a questo omaggio si associano di gran cuore gli scienziati anche dal solo punto di vista della scienza. Essi ben sanno che, se per avventura in questi anni la face del sapere italiano non

brillò di tutta la luce che si vorrebbe, ed io credo si addica all'ingegno italiano, ne va cercata la causa in taluni fatti transitorii. La educazione sotto gli antichi reggimenti; le necessità o le utilità della patria, le quali distolsero troppi sapienti dagli studi, perchè il prodotto scientifico totale della nazione non ne avesse iattura; e forse la prudenza che fu necessaria ad un popolo debole per risolvere quistioni aspramente contrastate tra forze poderose: prudenza la quale, se era, a mio credere, la sola che potesse dare i felicissimi risultati che si ottennero, non era forse la più atta a rendere gagliardo, animoso ed operoso il pensiero.

Ma, prescindendo da momentanei imbarazzi, non ignorano gli studiosi che la libertà e la sicurezza della patria sono le prime condizioni per l'incremento della scienza. Epperciò, sebbene talune scienze siano per il loro obbietto indipendenti dal concetto della nazione, financo della umanità, tuttavia i loro cultori ben sanno come il progresso dell'umano sapere intimamente si connetta col progresso e col perfezionamento dell'individuo, e quindi di quella nobile e naturale associazione che guarentisce ogni bene all'individuo, e che costituisce la nazione.

Indi non solo come cittadini, ma anche come scienziati innalziamo le nostre plaudenti e reverenti congratulazioni al Re, e farete tutti onore al mio evviva, al mio brindisi al Re Vittorio Emanuele.

(*Viva il Re! Viva Vittorio Emanuele!*)

Un secondo brindisi vi propongo:

L'Accademia dei Lincei è oggi istituzione governativa. Quindi, prescindendo dal libero oprare scientifico de' suoi soci e dalla libera azione in politica di chi se ne occupa, come istituzione essa coadiuva lealmente in quanto sa e può il governo retto dalla maggioranza del Parlamento. Indi fu ai miei colleghi ed a me assai caro che oltre all'averci stasera onorati quegli uomini politici i quali hanno uffici connessi colla direzione scientifica del paese, fosse in questa riunione rappresentato il governo dai ministri che in tutto od in parte reggono la pubblica istruzione, e dal presidente del Consiglio dei ministri.

Tanto più gradita fu a tutti noi la presenza del capo responsabile del governo, in quanto che stimiamo altamente nell'onorevole Minghetti lo scienziato, e sotto questo rispetto egli non sdegnerà che il consideriamo quasi come collega. Non ignoriamo infatti come i suoi lavori scientifici hanno meritato così favorevole giudizio, che importanti Accademie nazionali e taluno dei precipui sodalizi scientifici d'Europa lo aggregarono a socio.

Ed è perciò che nel mio brindisi a lui io considero non solo il capo del governo, ma anche un tipo degli uomini politici che stasera ci hanno onorati, i quali militano a prò della scienza non meno che della patria.

Io vi debbo però confessare che l'omaggio mio al governo, ed agli uomini e politici e scienziati non è soltanto un voto di complimento, giacchè io voglio invitarvi a considerare le condizioni dell'Accademia dei Lincei.

Non dirò delle sue origini. Mi basti accennare che si connettono coi nomi di Cesi, di Porta, di Galileo, come colle persecuzioni di Galileo ben presto se ne iniziarono le sventure. Nuove e regolari pubblicazioni si iniziarono nel 1848, sicchè l'Italia venendo a Roma trova l'Accademia in non comune grado di estimazione.

Però essa è essenzialmente circoscritta alle scienze fisiche matematiche e naturali. Essa è così mal provveduta di mezzi che non può provvedere alla pubblicazione di molte memorie o di quelle che per la lunghezza o le stampe importino qualche maggior spesa. Giudicate voi, o signori, di quanto si trovi ridotta l'efficacia di un'Accademia di scienze naturali, la quale non può illustrare con stampe gli oggetti che si descrivono!

Ma una questione ben più elevata si presenta alle nostre considerazioni. Può l'Accademia delle scienze di Roma, della capitale del regno, essere circoscritta alle scienze fisiche, matematiche e naturali? Vi potrà invece essere chi dica: A che servono le Accademie? Sono questi tempi da discorrere o peggio spendere per Accademie? Finalmente vi possono essere luoghi ove, ben sapendosi la gravità delle conseguenze degli studi scientifici, si reputi pericoloso, pernicioso pensiero quello di estendere l'Accademia di Roma oltre i confini in cui la trovammo.

A che servono le Accademie? Un simile quesito veramente fa oggi chi ignori come sorga, si

raccolga, si accumuli, si coordini il patrimonio scientifico dell' umanità. Ma voi sapete, o signori, che, se l' antica Arcadia è morta, più che mai viva è l' odierna Accademia delle scienze.

Per esempio, le scienze naturali (intese nel più lato senso) progrediscono per via di innumerevoli osservazioni fatte con attenzione, pazienza, tenacità appena credibili e registrate con sì coscienziosa imparzialità da non essere influite da idee preconcette di sistemi o leggi già enunciate, o da preoccupazioni di utilità o conseguenze che ne derivino. Ed è poscia solo dallo spoglio e dal paragone di numerosi fatti scrupolosamente accertati che si deducono le leggi della natura.

Chi dirà quante osservazioni fatte sugli organismi viventi e su quelli delle varie epoche geologiche onde giungere agli odierni concetti intorno allo sviluppo dell' organismo dalla monera all' uomo?

E notate che più progrediscono le scienze e più grande si fa il bisogno di queste caterve di coscienziose osservazioni. È passato il tempo felice (dico felice per la facilità delle scoperte) in cui era meravigliosa legge quella che con grossolana approssimazione definiva sezioni coniche le traiettorie dei corpi celesti? Oggi sono le traiettorie curve così complicate che superano la potenza dell' uomo nella dottrina delle quantità.

Eppure egli è appunto per lo studio assai più difficile di queste che parrebbero le perturbazioni di leggi più semplici che si fanno nuove ed importanti scoperte. Egli è pel confronto di perturbazioni sovra fenomeni di natura apparentemente diversa, che si rilevano novelle relazioni e nuove leggi.

Ora questo paziente e scrupoloso lavoro attorno al quale attende oggi nei paesi civili non più qualche raro innamorato del sapere, ma un vero esercito di studiosi, male si incoraggia, mal si raccoglie, mal si coordina senza l' aiuto dei sodalizi scientifici ove si apprezzino e si archivino codeste determinazioni, questi studi speciali che sono i passi lenti ma sicuri per cui progredisce il sapere umano, e donde poi un genio sa trarre a tempo opportuno leggi generali.

Nè possono bastare le Università o le ordinarie pubblicazioni periodiche. In generale solo quando le novelle osservazioni si poterono collegare con una nuova legge o con una correzione alle antiche se ne può discorrere dalla cattedra. Solo quando si giunse a conclusioni generali le quali interessino tante persone quante occorrono ad un giornale, se ne può trattare nei periodici ordinari.

Ora la registrazione delle prime osservazioni importa che sia fatta indipendentemente dall' interesse che possa eccitare nell' uditorio scolastico o nei lettori del diario. Giova grandemente alla severa verità delle osservazioni il non essere quasi astretti a trarne conclusioni premature, onde aver mezzo di farle conoscere.

Certo il desiderabile pel progresso della scienza sarebbe di poter fare novelle determinazioni e dedurne tosto novelle leggi, ma non sempre si può o si riesce. Il cultore serio delle scienze deve sapersi rassegnare alla parte dell' operaio e preparare i materiali, i mattoni con cui più tardi esso stesso od altro più felice architetto elevare bello e duraturo edificio. Ma i momenti felici in cui le leggi si scoprono non sono molti, l' indispensabile lavoro quotidiano è più arduo.

Ora le pubblicazioni accademiche sono il vero archivio di codeste nuove coscienziose severe osservazioni, di queste speciali monografie sulle quali si fonda il sicuro progresso del sapere. Fra tanto pubblicarsi da tanti popoli ed in tante lingue sarebbe impossibile tenersi al corrente di una parte comunque piccola dello scibile umano, se dovessero poche novità ricercarsi diluite in mezzo ad una verbosa esposizione di cose già note quale occorre ad una scolaresca od alla clientela di una rivista. Le pubblicazioni che le Accademie di tutto il mondo tra loro si scambiano danno il mezzo più sicuro perchè una scoperta scientifica non vada perduta.

Indi è, o signori, che le Accademie serie severamente respingono ciò che non è nuovo, ciò che non costituisce una conquista sull' ignoto. Cosicchè se alle parole si dovesse dare l' antico significato non vi è oggi nulla di meno accademico che l' Accademia delle scienze.

Ed importa grandemente dare alla gioventù che fa i suoi primi passi nella scienza questo severo indirizzo della coscienziosa osservazione e indagine di ciò che ancora non si conosce, piuttosto che ciò che io chiamerei la rifrittura del già noto. La lotta contro l' ignoto colle armi della osservazione e della deduzione sia scopo costante degli studiosi.

Il servizio reso da un individuo come da una nazione allo scibile umano si misura infatti

non già dai discorsi bellamente fatti intorno a ciò che l'uomo già sa, ma dalle conquiste sovra quanto non sa.

Peggio sarebbe se si osteggiassero le Accademie perchè non si vedesse la immediata utilità delle memorie che pubblicano, se non si apprezzasse la scienza per la scienza. Ma io spero che di ciò non vi sia pericolo in Italia ove si vide che Galvani e Volta studiando le contrazioni delle rane al contatto di due metalli dotavano la umanità della potenza di trasmettere istantaneamente il pensiero sovra tutta la terra.

Non è quindi meraviglia se le colonie create da popoli civili, sebbene composte da arditi pionieri certo sovratutto utilitarii, dopo vinta la prima lotta colla selvaggia natura che li circonda, costituiscono la Scuola, l'Università e l'Accademia. Ed importanti Accademie hanno infatti gl'inglesi nell'India, nell'Australia, senza parlare degli Stati-Uniti, ove, tutto essendo gigantesco, vi sono Accademie scientifiche ed annessi Osservatorii, Musei, ecc. in scala letteralmente colossale. Egli è che questi popoli energici hanno molto bene inteso quale indescrivibile utilità si ritragga per il progresso intellettuale e materiale della Nazione, eccitando nell'individuo lo spirito di osservazione e di indagine.

Ma il discorrere di ciò davanti a voi, o signori, è proprio un *doctam docere Minervam.* Piuttosto mi si dirà: ammessa la utilità delle Accademie per le scienze naturali, non puossi dubitare dell'opportunità delle Accademie di scienze morali e politiche?

Forse il dubbio reggerebbe presso chi non credesse che il metodo seguito anche in queste scienze non si andasse ognor più accostando a quel metodo d'osservazione e di induzione che fece la fortuna delle scienze naturali.

Quante scienze morali e politiche non procedono oggi come le naturali? Quanta analogia nel modo d'indagine fra i geologi e gli archeologi, fra i filologi ed i botanici o zoologi? Fra un astronomo od un fisico, e l'onorevole Messedaglia, il quale, applicando a numerosissime osservazioni statistiche il calcolo delle probabilità, ne deduce la formola che connette i fatti esaminati ed i coefficienti numerici della medesima?

Quante scienze dei due campi che sembravano separate da abissi, ed ora col progredire delle osservazioni si congiungono con saldi anelli! Chi avrebbe detto pochi anni fa che gli archeologi, i geologi e paleontologi avrebbero trovato un campo comune nei trogloditi?

Non ci sono forse in importanti Università delle scuole nelle quali si professa una scienza della religione fondata sull'osservazione?

Non intendo esagerare il positivismo, poichè colla esagerazione credo che se ne denatura il carattere. Se dallo studio di ciò che cade sotto i nostri sensi, cioè della materia e delle sue leggi si vogliono fare ora deduzioni intorno all'origine od al fine delle cose, debbo riflettere che ho davanti a miei occhi l'epoca attuale; per mezzo della geologia le epoche anteriori in cui cominciò a manifestarsi la vita e solidificarsi la terra; per mezzo dell'astronomia, supponendo che analoghe fasi presenti ovunque la materia, posso ascendere fino ai soli in via di composizione chimica, fino alla materia dissociata come nelle comete, scendere invece sino ai corpi in cui tutto sia ormai solidificato, come nella luna. È certamente immenso il periodo di tempo che trascorre tra la materia dissociata e la materia solidificata. È certo immensamente grande lo spazio in cui si aggirano i corpi che nell'universo si manifestano ai nostri sensi. Sono veramente piccolissime le dimensioni dei corpi che oggi si presumono con calcoli arditissimi. Ma cos'è tutto ciò rispetto a tempi e spazi che non intendiamo come o se abbiano o possano avere fine od inizio? Anche noi, addetti a studi positivi, intendiamo come sia cosa pericolosa il volere da pochi punti vicini di una curva dedurre la natura di una curva infinitamente od incomparabilmente più estesa. Ed io non so se esagerando il positivismo per combattere la metafisica non si diventi meno metafisici che quelli i quali si vogliono oppugnare.

Ma gioverà che io ricordi il *nec sutor ultra crepidam* e che mi limiti a ritenere ciò che non credo qui contestato, vale a dire che ogni qual volta le osservazioni pongono una legge fuori di dubbio non la si debba ricusare per idee preconcette. Mi sia lecito notare che ogni giorno più si estende il campo delle osservazioni e delle induzioni, e di altrettanto si ristringe quello degli altri metodi senza che io voglia affermare che l'ultimo debba o possa cessare del tutto.

Ci sembra quindi grandemente opportuno il dare anche agli imparziali studiosi delle scienze

morali e politiche facile modo di comunicare e far conoscere le loro scrupolose osservazioni dei fatti non alterate nè dal bisogno di trovare lettori o di allettare un uditorio, nè dal desiderio o dal timore di pratiche applicazioni.

E se non erro ci ha per cosifatte scienze una ragione di più per creare l'Accademia: ragione che serve anche di risposta a quelli che temessero dannose conseguenze dall'allargamento di quella dei Lincei.

Si capisce che altre idee vigessero ai tempi della teocrazia quando certo non si voleva la libertà di discussione nelle quistioni sociali, ancor meno nelle politiche, e nelle filosofiche. Ma sarà egli un male lo aprire un campo a simili discussioni proprio in Roma? Io credo invece sia un gran bene, poichè solo nella discussione è la vita e il progresso. E se debbo andare fino in fondo del pensiero io, dirò che gli uomini politici costituenti il partito liberale per quanto agiscono come uomini politici e prescindendo dalla libertà scientifica di ciascuno, non intendono distruggere o menomare il sentimento religioso. Troppa importanza essi danno infatti alle idee morali. Ciò che vogliono come uomini politici è oggi scritto in una legge dello Stato: l'articolo 2° della legge sulle guarentigie dice: *La discussione sulle materie religiose è pienamente libera.*

Le religioni certo non entrano nel programma delle Accademie, ma ove le discussioni filosofiche si estendessero a quistioni di comune dominio, e per effetto di quella tale prudenza di cui parlavo nel mio primo brindisi se ne temessero gli effetti, io devo osservare che niuna discussione sarebbe da un lato più libera, dall'altro più innocua di quella delle Accademie.

Vi possono essere tesi di ordine sociale, politico, morale che taluno troverà troppo ardite o troppo errate per trattarle dalla cattedra o nella polemica quotidiana. Or bene, la elevata sfera delle Accademie è più serena. Ivi la libertà può essere completa senza che si abbia a temer danno, giacchè sono ivi le opinioni conseguenze di forti studi, ed in ogni caso l'errore e la esagerazione in un senso o nel senso diametralmente opposto (poichè la libertà io la intendo completa) vi trova prontamente validi contraddittori.

Ed è perciò che i miei colleghi dell'Accademia dei Lincei ed io, crediamo che sarebbe utile ed opportuno lo allargare la sfera d'azione dell'Accademia, sia dandole maggiori mezzi per le scienze naturali, sia estendendola alle scienze morali e politiche.

Ora in ciascuno di voi, umanissimi uditori, e specialmente nell'onorevole Minghetti cui rivolgo il brindisi, vi sono tre uomini, o meglio vi ha l'uomo uno e trino; lo scienziato, il politico, il finanziere, poichè pur troppo anche la quistione finanziaria è all'ordine del giorno nelle nostre aule politiche.

Collo scienziato siamo presto d'accordo. Non ci può esser dissenso intorno all'opportunità di un sodalizio scientifico completo nella capitale del Regno, intorno all'utilità di eccitare, di far vibrare le intelligenze italiane, di appassionare i cuori per il vero ed il bello. A qualunque parte dello scibile noi ci dedichiamo, per quella tale connessione che si va ogni dì stringendo fra le scienze, siamo certo tutti convinti che l'uomo è tanto più potente nelle singole parti, quanto più completo esso è. Nell'uomo, nelle nazioni noi vediamo periodi in cui tutto si accascia, altri in cui è grande la forza materiale, l'operosità, l'acume dell'ingegno, la virtù morale. Si direbbe che ci ha concomitanza, armonìa nell'esercizio di tutte le facoltà; si direbbe che tutto ad un tempo e muova, e vibri, e viva, ovvero tutto sia ad un tempo e immobile, e inerte, e morto. Avanti adunque nella scienza, ora che le grandi quistioni politiche sono risolute, acciò il gelo dell'immobilità, della morte non ci ricolga.

L'uomo politico sarà, io credo, facilmente d'accordo collo scienziato, giacchè niuno di noi teme la libertà o reputa inopportuno lo eccitare gli studi in ogni direzione.

Il terzo uomo, il finanziere, cederà egli ai suggerimenti dello scienziato, che il politico vigorosamente appoggia, od al più debolissimamente combatte?

Onorevole Minghetti, signori, non vi abbiamo teso un agguato, neppure vi chiediamo di risponderci. Gli scienziati sanno che s'aspetta dal tempo il trionfo delle idee giuste. Quindi, anche quando doveste, per le infelici strettezze della cosa pubblica, non solo non risponderci affermativamente, ma toglierci perfino la speranza che i nostri desideri si possano presto attuare, pienamente ci basta l'averci voi, con tanta benevolenza, ascoltati. *Quod differtur non aufertur*, e siccome le nostre aspirazioni sono identiche, noi sappiamo per giunta che il differire non dorrà meno a voi che a noi.

Ed è perciò che torno al mio brindisi, senz' altro scopo che quello di mostrare la deferenza dell' Accademia dei Lincei verso il governo, di cui l' onorevole Minghetti è il capo, e di fare atto di onoranza agli uomini politici, i quali, com' egli e voi, strenuamente si adoperano a vantaggio della patria e della scienza. Signori, fatemi ragione: *All' onorevole Minghetti!*

La proposta che il Presidente Sella fece in questo discorso a nome dell' Accademia de' Lincei, fu presa in considerazione dal Governo, non appena vi fu un Ministro definitivo della Pubblica Istruzione, che subentrò all' Interinale.

Di concerto col Presidente dell' Accademia fu compilato un progetto di Statuto, e per parte sua il Presidente dichiara di avere in questa compilazione tenuto presente il progetto di Statuto, redatto dalla Commissione nominata a questo scopo dall' Accademia, la quale avea già altra volta deliberato di voler procedere ad una riforma dello Statuto medesimo.

Il Presidente legge quindi una lettera del Ministro della Pubblica Istruzione, colla quale domanda il voto, e la deliberazione dell' Accademia sopra tale progetto di Statuto, e che termina come segue:

« Questa preghiera io fo alla S. V., di sottoporre il nuovo Statuto all' esame « di codesta illustre Accademia intanto che si riconosce, non per un atto di sola « cortesia, ma sì ancora della ferma intenzione del Ministero, che detta Accademia « così trasformata, assuma quella piena autonomia, la quale per la importanza pre- « sente di codesto Corpo Scientifico, e per l' avvenire glorioso che non potrà man- « cargli, gli appartiene di pieno diritto. »

Si dà poscia lettura del progetto del nuovo Statuto dell' Accademia, il quale viene partitamente discusso ed emendato nelle due sedute predette, ed è definitivamente deliberato nella seduta del 25 Gennajo.

In detto nuovo Statuto l' Accademia curò essenzialmente perchè:

1.° Fosse creata la Classe di scienze morali, storiche filologiche, e tanto ad essa quanto alla Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali rimanesse la voluta autonomia, pure non spezzando il vincolo che giova alle loro relazioni, ed all' unità di metodo nelle scienze.

2.° Avesse l' Accademia carattere nazionale e non locale, per guisa che tolta ogni distinzione fra soci residenti e non residenti, avessero gli uni e gli altri eguale azione sulla elezione dei soci.

3.° Non fosse l' Accademia priva del carattere cosmopolita che si conviene alla scienza, dando ai soci stranieri che sono in Italia gli stessi diritti dei nazionali, e considerando come soci nati i presidenti e segretari degli Istituti archeologici, che governi esteri tengono in Roma.

4.° Fosse l' Accademia pienamente autonoma.

Lo Statuto deliberato dall' Accademia essendo in tutto identico a quello approvato col R. Decreto del 14 febbraio 1875, si aggiunge al verbale di questa Sessione detto R. Decreto. Inoltre siccome nell' Art. 12 del nuovo Statuto dell' Accademia è stabilito che siano da considerarsi come soci stranieri della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, i presidenti e segretari degli Istituti archeologici, che Governi esteri tengono in Roma, si aggiungono pure i decreti di S. M. l' Imperatore di Germania e del Presidente della Repubblica Francese relativi all' Istituto per la corri-

spondenza archeologica, ed alla scuola archeologica di Roma, che i loro governi tengono in Roma.

Dopo l'approvazione del novello Statuto l'Accademia a proposta fatta dal Presidente a nome del Comitato elesse alla unanimità a suoi soci ordinarî:

Scacchi Arcangelo, Senatore del Regno.

Betti Enrico, Deputato al Parlamento, Segretario generale del Ministero dell'istruzione pubblica.

De Gasparis Annibale, Senatore del Regno.

Si definiscono quindi le norme secondo cui regolare l'anzianità dei soci, e si delibera che essi debbano essere classificati nell'ordine seguente:

1.° Secondo la data della elezione a socio ordinario.

2.° Secondo il numero dei voti ottenuti nella nomina a socio ordinario.

3.° Secondo l'anzianità del socio nella nomina di corrispondente nella nostra Accademia.

4.° Secondo l'età del socio.

Seguono i testi dei decreti e documenti sovrindicati.

N.° 1. — Regio Decreto 14 febbraio 1875 N. 2585 Serie 2.ª col quale è approvato il nuovo statuto dell'Accademia dei Lincei in Roma.

VITTORIO EMANUELE II°

PER GRAZIA DI DIO E PER VOLONTÀ DELLA NAZIONE RE D'ITALIA

Visto il voto del consiglio di Stato del 10 febbraio 1875;

Sulla proposta del nostro ministro segretario di Stato per la pubblica istruzione;

Abbiamo decretato e decretiamo:

Art. 1.° È approvato lo statuto della regia Accademia dei Lincei in Roma, annesso al presente decreto e firmato d'ordine nostro dal ministro segretario di Stato per la pubblica istruzione.

Art. 2.° La dotazione della suddetta Accademia è elevata da lire novemila quattrocento cinquanta a lire ventimila, che saranno levate dal capitolo 17 del bilancio del Ministero dell'istruzione pubblica per l'anno 1875 e dai corrispondenti capitoli dei bilanci degli anni successivi.

Ordiniamo che il presente decreto, munito del sigillo dello Stato, sia inserto nella raccolta ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia, mandando a chiunque spetti di osservarlo e di farlo osservare.

Dato a Roma addì 14 febbraio 1875.

VITTORIO EMANUELE

R. Bonghi.

Registrato alla Corte dei conti addì 4 *marzo* 1875, *Vol* 80. *Atti del Governo a. c.* 85. Ayres.

(Luogo del sigillo) V. Il Guardasigilli Vigliani.

STATUTO DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

I. *Costituzione dell'Accademia*

1. La reale Accademia dei Lincei si compone di due classi: la prima delle scienze fisiche, matematiche e naturali; la seconda delle scienze morali, storiche e filologiche.

2. La classe di scienze fisiche, matematiche e naturali si compone di 40 soci nazionali, 10 soci stranieri e 60 corrispondenti. La classe di scienze morali, storiche e filologiche si compone di 30 soci nazionali, 10 soci stranieri e 60 corrispondenti. I corrispondenti saranno per due terzi stranieri ed un terzo nazionali.

3. I corrispondenti per la classe di scienze fisiche, matematiche e naturali sono ripartiti come segue:

Matematica pura ed applicata ed astronomia	18	corrispondenti
Fisica e chimica	15	id.
Scienze naturali	27	id.

4. I corrispondenti per la classe di scienze morali, storiche e filologiche sono ripartiti come segue:

Filologia, archeologia e storia	30	corrispondenti
Scienze filosofiche e morali	9	id.
Scienze sociali e politiche	21	id.

II. *Ufficiali dell' Accademia*

5. L' Accademia ha un presidente ed un vice-presidente, appartenenti l' uno all' una e l' altro all' altra classe. Essa ha inoltre un amministratore.

Vengono eletti dall' Accademia a classi riunite, durano in ufficio quattro anni e possono essere rieletti

6. Ciascuna classe ha un segretario ed un segretario aggiunto; essi rimangono in carica sei anni e possono essere rieletti.

7. Il presidente convoca e presiede le adunanze dell' Accademia e del consiglio d' amministrazione. Assente, è supplito dal vice-presidente, ovvero dall' accademico il più anziano fra i presenti.

Rappresenta l' Accademia e ne firma la corrispondenza, salvo la parte delegata all' amministratore ed ai segretari.

8. Il presidente ed il vice-presidente dell' Accademia sono ciascuno presidenti della classe cui appartengono. Ognuno di essi convoca e presiede le adunanze della propria classe. Assenti, sono suppliti dal socio più anziano fra i presenti.

9. L' amministratore è incaricato dell' amministrazione dell' Accademia, giusta le deliberazioni del consiglio d' amministrazione. Egli dirige la biblioteca e l' archivio dell' Accademia. Tiene la corrispondenza amministrativa delegatagli dal consiglio d' amministrazione. Mantiene la disciplina fra gl' impiegati dell' Accademia. Assente, è supplito dal più anziano dei segretari.

10. I segretari fanno il verbale e i rendiconti delle sedute delle classi dell' Accademia, provvedono alla stampa delle memorie e degli atti, salvo gli opportuni concerti coll' amministratore per la parte economica, e tengono la corrispondenza scientifica loro delegata dal presidente.

11. I segretari aggiunti suppliscono i segretari assenti, ed in ogni caso li coadiuvano.

III. *Elezioni*

12. Per la elezione dei soci, il presidente invita i soci nazionali della classe cui spetta il posto vacante, e i soci stranieri che egli sapesse trovarsi in Italia, a proporre per iscritto, in un termine fissato, tre candidati. Secondo il maggior numero di voti così riportati da ciascun candidato, il presidente propone ai soci, come sopra, una terna. Riuscirà eletto il candidato che in questa seconda votazione avrà riportato un numero di voti maggiore della metà del numero dei votanti. Se niuno consegue questo numero di voti, l' elezione è rinviata a non meno di sei mesi.

13. Per l' elezione dei corrispondenti, il presidente indica ai soci, come all' articolo 12, la parte della scienza a cui deve appartenere l' eleggendo, e se questi debba essere nazionale o straniero. Ciascun socio propone entro il termine fissato una terna di candidati. Sarà eletto quello che riporterà maggiori voti.

14. L' elezione degli ufficiali dell' Accademia si fa nella seduta dell' Accademia o della classe, nel cui ordine del giorno essa sia stata indicata. Si procede ad un primo squittinio per schede, poscia, se nessuno ebbe la maggioranza dei voti dei presenti alla votazione, ad un secondo squittinio, e finalmente, se occorre, alla ballottazione fra i due che nel secondo squittinio ebbero più voti.

15. La elezione dei soci effettivi, del presidente e del vice-presidente è sottoposta alla approvazione del Re.

16. Fra i soci stranieri della classe di scienze morali, storiche e filologiche, saranno considerati come membri nati i presidenti e segretari degl' istituti archeologici, che Governi esteri tengono in Roma.

IV. *Adunanze*

17. Le adunanze sono pubbliche, salvo quando si tratta di persone o di amministrazione.

Ogni mese si terrà una ordinaria seduta pubblica per ciascuna classe, a cominciare dal novembre e fino a giugno. Il presidente ed il vice-presidente possono convocare adunanze straordinarie, il primo dell' Accademia, ed entrambi delle classi cui appartengono.

18. Alle adunanze prendono parte i soci effettivi nazionali e stranieri ed i corrispondenti. Alle votazioni prendono parte soltanto i soci effettivi della classe che tiene adunanza, tanto nazionali che stranieri.

19. L' autore di una memoria, la cui lettura sia deliberata dalla classe, sarà ammesso a leggerla egli stesso.

20. Il presidente può invitare i soci delle primarie Accademie scientifiche italiane o straniere, che fossero presenti, a prender posto fra gli accademici, ed autorizzarli a dare lettura di qualche loro comunicazione.

21. Ai soci effettivi nazionali ed esteri che intervengono alle sedute ordinarie dell' Accademia, o della classe cui appartengono, è assegnato un gettone, che sarà annualmente fissato in ragione dei mezzi di cui l' Accademia può disporre.

V. *Memorie e pubblicazioni*

22. L' Accademia pubblicherà ogni anno le memorie e relazioni lette nelle pubbliche adunanze ed un rendiconto delle comunicazioni fatte, delle discussioni, delle elezioni, delle corrispondenze scientifiche e dei doni.

23. Per le memorie presentate da coloro che non sono soci dell' Accademia, il presidente della classe nomina una commissione che riferisce intorno alla loro ammissibilità alla lettura. Sulla proposta della commissione si voterà per ballottaggio.

24. Fra le comunicazioni saranno anche inserite le note relative a lavori di persone estranee all' Accademia, le quali fossero presentate da un socio. Nella pubblicazione si indicherà il nome del presentante.

25. Non è ammessa la lettura o la pubblicazione di memorie o comunicazioni, le quali non fossero inedite ed originali.

26. Il Consiglio di amministrazione può proporre che si stampi per sunto una memoria, la cui pubblicazione riuscisse troppo costosa per i mezzi di cui l' Accademia può disporre.

VI. *Premi*

L' Accademia conferisce premi alle memorie, che dietro concorso ne saranno credute meritevoli. La relazione sui medesimi sarà letta in adunanza delle due classi. Ed anche in adunanza delle due classi saranno determinati i temi di concorso e le somme destinate ai premi.

VII. *Amministrazione*

28. L' Accademia è amministrata dall' amministratore, giusta le deliberazioni di un consiglio di amministrazione composto degli ufficiali di cui agli articoli 5 e 6.

29. L' amministratore nel prender possesso del suo ufficio riconosce e sottoscrive gl' inventari degli averi, delle carte e della biblioteca dell' Accademia, e ne è mallevadore finchè, cessato il suo ufficio, la responsabilità non sia assunta dal suo successore.

30. L' amministratore propone il bilancio preventivo ed il conto consuntivo al consiglio di amministrazione, e questo ne fa relazione e proposta all' Accademia per le sue deliberazioni definitive, salvo le approvazioni e i rendiconti prescritti dalle leggi.

31. A cura dell' amministratore saranno tenuti al corrente:

Il giornale ed il mastro delle entrate e delle spese;

Gl' inventari degli averi, delle carte e della biblioteca;

Il libro dei verbali del consiglio di amministrazione, i quali saranno firmati da lui e dal presidente;

La corrispondenza amministrativa ed i relativi registri.

32. A cura dei segretari saranno tenuti al corrente:

I libri dei verbali delle sedute dell' Accademia o della classe, i quali saranno firmati da loro e da chi presiede;

La corrispondenza scientifica delegata dal presidente ed i relativi registri;

I documenti scientifici pervenuti all' Accademia finchè, dopo la stampa delle relative memorie, non passino all' archivio.

VIII. *Impiegati*

33. L' amministratore ed i segretari saranno coadiuvati da un ragioniere e da un commesso, le cui attribuzioni saranno determinate dal consiglio di amministrazione.

IX. *Disposizioni particolari e transitorie*

34. I legati dell' attuale Accademia si riferiscono alla classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

35. I soci dell' attuale Accademia saranno, salvo il caso di contraria opzione, attribuiti alla classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

36. Il presidente ed il comitato di amministrazione attuali rimangono in ufficio finchè non siano costituite le due classi come negli articoli seguenti.

37. I dieci soci che mancano agli attuali dell' Accademia, onde completare il numero fissato dall' articolo 2 per la classe di scienze fisiche e matematiche, saranno designati dall' attuale Accademia colle norme vigenti.

38. Per la prima scelta dei soci della classe di scienze morali, storiche e filologiche si procederà come segue. Ciascuna delle accademie od istituti cui si riferisce l' articolo 33 dello statuto del Regno, e che attenda alle scienze sovra indicate, designerà un socio. Altrettanti ne eleggerà il Ministero della pubblica istruzione. Gli uni e gli altri, unitamente ai soci dell' attuale Accademia che optassero per la classe di scienze morali, storiche e filologiche, procederanno alla elezione di nuovi soci, ed in concorso dei nuovi eletti, al complemento della classe.

39. Le mutazioni a questo statuto saranno fatte dopo uditi l' Accademia, la quale viene riconosciuta e dichiarata corpo morale autonomo, ed il consiglio di Stato.

Roma, addì 14 febbraio 1875.

Visto d' ordine di S. M.
Il Ministro della Pubblica Istruzione
R. BONGHI.

N. 2. — Decreto di S. M. l'Imperatore di Germania del 18 maggio 1874 col quale si approva lo Statuto dell'Istituto per la corrispondenza archeologica.

Für das im Jahre 1829 in Rom unter dem Protectorat des damaligen Kronprinzen, späteren Königs Friedrich Wilhelm IV. von Preussen Majestät, und der Direction der Herren Herzog von Blacas, Bunsen, Fea, Gerhard, Kestner, Millingen, Nibby, Panofka, Thorwaldsen und Welcker gebildete Institut für archäologisce Correspondenz sind bei dessen Uebergang von Preussen auf das Deutsche Reich von der statutenmässig dazu befugten Central-Direction unter Aufhebung der früheren Bestimmungen die folgenden Statuten mit Genehmigung des Bundesraths, unter Vorbehalt der Allerhöchsten Bestätigung Seiner Majestät des Kaisers, festgesetzt worden.

§ 1.

Das Institut für archäologische Correspondenz hat zum Zweck, auf dem Gebiet der Archäologie und dem verwandten der Philologie die Beziehungen zwischen den Heimathsländern alter Kunst und Wissenschaft und der gelehrten Forschung zu beleben und zu regeln und die neu aufgefundenen

Denkmäler der griechischen und römischen Epoche in rascher und genügender Weise zu veröffentlichen. Das Institut ist Reichsanstalt und hat sein Domicil in Berlin; die wissenschaftliche Thätigkeit desselben hat daneben ihren stetigen Sitz in Rom und Athen, wo regelmäfsig seine Schriften erscheinen. Dasselbe hat die Rechte einer Korporation und führt ein eigenes Siegel.

§ 2.

1. Die Leitung des Instituts steht der Central-Direction desselben in Berlin zu, welche ihre Sitzungen nur in Berlin halten kann. Dieselbe wird aus elf Mitgliedern gebildet, und zwar:

a. aus fünf ordentlichen Mitgliedern der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften, welche nach Massgabe des § 51 der Statuten derselben, (1) jedoch mit Ausschluss der Wahl durch Acclamation, von der philosophisch-historischen Klasse erwählt werden und von deren Wahl dieselbe die Akademie in Kenntniss setzt;

b. aus zwei nicht der Akademie angehörigen, in Berlin ansässigen Männern, welche die Central-Direction erwählt und von deren Wahl dieselbe die Akademie in Kenntniss setzt;

c. aus vier an anderen Orten Deutschlands ansässigen Männern, welche die Central-Direction erwählt und von deren Wahl dieselbe die Akademie in Kenntniss setzt.

2. Die philosophisch-historische Klasse kann vorübergehend und für den einzelnen Fall beschliessen, dass statt des von ihr zu wählenden Mitgliedes die Central-Direction sich aus Männern ergänze, welche in Berlin ansässig sind, aber nicht der Akademie angehören. Bei der nächsten Erledigung einer nicht akademischen Stelle tritt dann die Pflicht und das Recht der philosophisch-historischen Klasse wiederum ein.

3. Die philosophisch-historische Klasse kann ferner vorübergehend und für den einzelnen Fall auf Antrag der Central-Direction, welcher Antrag einstimmig oder doch gegen nicht mehr als eine dissentirende Stimme gefafst sein muss, beschliessen, derselben ein zwölftes, sei es akademisches oder nicht akademisches Mitglied hinzuzufügen. Die Wahl dieses Mitgliedes erfolgt immer durch die philosophisch-historische Klasse nach den oben aufgestellten Normen.

4. Die Mitgliedschaft ist Ehrenamt und dauert auf Lebenszeit, falls nicht das Mitglied freiwillig ausscheidet.

5. Sollte ein nicht akademisches Mitglied der Central-Direction in die Akademie aufgenommen werden, so wird dadurch seine Stelle in der Central-Direction nicht erledigt. Dasselbe kann indess bei eintretender Vacanz als akademisches Mitglield (Abs. 1*a*) gewählt werden.

6. Ein als ansässig in Berlin gewähltes Mitglied der Central-Direction (1*ab*) scheidet aus derselben aus, wenn es sein Domicil in Berlin aufgiebt. Ein als nicht dort ansässig gewähltes Mitglied behält seinen Sitz, auch wenn es sein Domicil nach Berlin verlegt und nicht minder, wenn es in die Akademie daselbst aufgenommen wird. Dasselbe kann indess bei eintretender Vacanz als Akademiker in die Kategorie 1*a*. als Nicht-Akademiker in die Kategorie 1*b* gewählt verden.

(1) § 51 lautet: Kommissarien und alle für ein bestimmtes Geschäft zu ernennende Personen werden von der Gesammt-Akademie sowohl als von der Klassen, wenn die Wahl nicht durch Acclamation geschieht, verdeckt mit absoluter Stimmenmehrheit der in der Sitzung Anwesenden nach der Wahlform, welche in § 32 enthalten ist, gewählt.

§ 32. Die Wahl eines Secretairs wird von der Klasse aus ihrer Mitte veranstaltet, und sind zu derselben alle activen ordentlichen Mitglieder der Klasse und nach Massgabe der §§ 18 und 25 die Veteranen und die etwa in Berlin anwesenden auswärtigen Mitglieder schriftlich einzuladen. Die Entscheidung erfolgt durch absolute Mehrheit der in der Wahlversammlung Anwesenden. Jeder Wählende schreibt den Namen dessen, welchen er gewählt wissen will, auf einen Zettel, und wirft diesen in das Wahlbecken. Nach Eröffnung der Zettel durch den dirigirenden Secretair werden diejenigen drei, welche die meisten Stimmen haben, auf die engere Wahl gebracht; sollte bei Bestimmung dieser drei über eine Stimmengleichheit zu entscheiden sein, so geschieht dieses durch das Loos. Ueber die drei Candidaten der engern Wahl wird auf dieselbe Weise aufs neue gestimmt; erhält einer von den Dreien die absolute Mehrheit, so ist die Wahl beendigt. Wo nicht, so werden die zwei, welche die meisten Stimmen haben, zu einer letzten Wahl gebracht; sollte bei Bestimmung dieser zwei über eine Stimmengleichheit zu entscheiden sein, so geschieht es durch das Loos. Derjenige, welcher in dieser letzeten Wahl die meisten Stimmen erhalten hat, ist entscheidend gewählt; sollten beide gleich viele Stimmen erhalten, so entscheidet das Loos. Die geschehene Wahl eines Secretairs wird durch das vorgeordnete Ministerium zu Unserer Bestätigung eingereicht.

§ 3.

Die Central-Direction wählt sich ihren Vorsitzenden, in dessen Ermangelung dasjenige akademische Mitglied, das am längsten der Akademie angehört, den stellvertretenden Vorsitz führt. Der Vorsitzende, resp. dessen Stellvertreter, hat die Verhandlungen zu leiten, für die Führung der Protocolle zu sorgen und für die Aufbewahrung der Akten im Local der Königlich preussischen Akademie die Vermittelung des Secretairs der philosophisch-historischen Klasse in Anspruch zu nehmen (§ 6 a. E.), auch die Ergänzung der Central-Direction bei dem Secretariat der Akademie, resp. bei der Central-Direction selbst in Antrag zu bringen.

§ 4.

Die Central-Direction fasst ihre Beschlüsse nach Stimmenmehrheit. Zu einem gültigen Beschluss ist die Anwesenheit von mindestens vier Mitgliedern erforderlich. Bei Stimmengleichheit giebt die Stimme des Vorsitzenden den Ausschlag. Im Uebrigen bestimmt sich die Central-Direction ihre Geschäftsordnung selbst.

§ 5.

Die Central-Direction vertritt das Institut als Vorstand desselben. Behufs Legitimation vor Gericht genügt für die jetzigen Mitglieder § 31 dieses Statuts, in Bezug auf die künftig zu wählenden die Zuschrift, welche sie nach erfolgter Wahl über dieselbe von der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften (§ 2. Abs. 1*a* und 3) oder von der Central-Direction (§ 2 Abs.1*b*, *c* und 2) empfangen. Die Central-Direction ist befugt, sich vor Gericht und Notaren durch Bevollmächtigte vertreten zu lassen. Zur Gültigkeit der Vollmacht genügen die Unterschriften des Vorsitzenden und zweier Mitglieder.

§ 6.

Der Central-Direction liegt ob:

1. bei Erledigung einer der Secretariatsstellen nach Massgabe des § 7 einen geeigneten Gelehrten bei Seiner Majestät dem Kaiser in Vorschlag zu bringen;

1a. für diejenigen Publicationen, welche im Auftrag des Instituts erscheinen und deren Herausgabe nicht ein-für allemal mit dem römischen oder dem athenischen Secretariat verknüpft ist, die Herausgeber zu bestellen;

2. die Angelegenheiten des Instituts zu leiten, insbesondere für die Publicationen und die Verwaltung der Bibliothek und des Apparats die erforderlichen Instructionen an das römische und das athenische Secretariat, sowie an die sonst mit der Herausgabe von Zeitschriften oder anderer Werke beauftragten Gelehrten zu erlassen;

3. die Ehrendiplome des Instituts (§ 11.) zu vergeben;

4. die mit dem Institut verbundenen Stipendien nach Massgabe der §§ 20 bis 24 zu vergeben;

5. über die für wissenschaftliche Unternehmungen der Central-Direction zur Verfügung stehenden Gelder, insonderheit auch über den Reservefonds des Instituts (§17.) auf Antrag oder nach Anhörung des Secretariats endgültig zu verfügen;

6. die Jahresberichte des römischen und des athenischen Secretariats und die jährliche Rechnungslegung über die laufenden Einnahmen und Ausgaben, sowie über den Reservefonds entgegenzunehmen und zu prüfen, sodann nach vorgenommener Prüfung und event. Berichtigung beide dem Auswärtigen Amt vorzulegen und die Dechargirung nachzusuchen;

7. ihren Jahresbericht der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften mitzutheilen. Die Akademie ist bereit, sich auf Antrag der philosophisch-historischen Klasse mit der Central-Direction, welche sonst dem vorgesetzten Auswärtigen Amt unmittelbar berichtet, geeigneten Falls zu gemeinsamen Vorschlägen und Anträgen zu einigen.

Wenn die Central-Direction Sitzungen in den Räumen der Königl. preussischen Akademie der Wissenschaften zu halten wünscht, so vermittelt dies, so wie die Aufbewahrung der Akten der Central-Direction in dem Archiv der Akademie (§ 3), der dirigirende Secretair der philosophisch-historichen Klasse.

§ 6a.

Die ordentliche Gesammtsitzung der Central-Direction findet in jedem Jahre an einem durch Beschluss der letzteren, jedoch mit Rücksicht auf die im § 25 enthaltene Vorschrift, festzusetzenden

Tage, und weiter nach Bedürfniss an den darauf folgenden Tagen statt. Nur in dieser Jahressitzung können die im § 2 und § 6, 4 und 6 der Central-Direction beigelegeten Befugnisse ausgeübt werden. Auch die unter § 6, 1*a* und 5 aufgeführten Befugnisse desselben sollen thunlichst in der Hauptsitzung ausgeübt, event da, wo dies nicht geschehen ist, die Gründe zur Kenntniss der Versammelten gebracht werden. Bei Vorschlägen zur Ernennung eines Secretairs (§ 6, 1) entscheiden die in Berlin domicilirten Mitglieder, ob die nächste Hauptsitzung abgewartet oder eine ausserordentliche Gesammtsitzung unter Einladung der auswärtigen Mitglieder einberufen oder die Voten der letzteren schriftlich, event. telegraphisch eingefordert werden sollen. Im Uebrigen kann das Stimmrecht in der Central-Direction nur persönlich ausgeübt werden. Abgesehen von den Gesammtsitzungen, ist der Vorsitzende zu jeder Sitzung die zur Zeit in Berlin anwesenden Mitglieder zu berufen verpflichtet, die zur Zeit von Berlin abwesenden zu berufen berechtigt.

Den auswärtigen Mitgliedern werden an Reisekosten einschliesslich der Kosten für Gepäckbeförderung pro 7 ½ Kilometer Eisenbahn oder Dampfboot 1 Mark, pro 7½ Kilometer Landweg 4 Mark und für jeden Zu- und Abgang von und zur Eisenbahn zusammen 3 Mark, an Diäten sowohl für die Reisetage als den dienstlichen Aufenthalt in Berlin pro Tag 20 Mark gewährt.

Hat eines der auswärtigen Mitglieder einen Diener auf die Reise mitgenommen, so kann es für denselben pro 7 ½ Kilometer Eisenbahn oder Dampfboot ½ Mark beantragen.

§ 7.

Die Geschäfte des Instituts führen nach Massgabe dieses Statuts, unter der Oberleitung der Central-Direction in Berlin, in Rom die zwei, in Athen der eine Secretair desselben, die ihren dauernden Aufenthalt in Rom, resp. in Athen haben. Dieselben werden auf einen von der philosophisch-historischen Klasse der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften angenommenen Vorschlag der Central-Direction (§ 6, 1) von dieser Akademie durch die Vermittelung des Auswärtigen Amtes Seiner Majestät dem Kaiser zu Allerhöchster Ernennung präsentirt. Eines besonderen Qualificationsnachweises bedarf es nicht, ebensowenig ist die Auswahl auf eine bestimmte Nationalität beschränkt. Sie sind Reichsbeamte und finden auf sie die Bestimmungen des Gesetzes vom 31 März 1873, betreffend die Rechtsverhältnisse der Reichsbeamten, Anwendung.

§ 8.

Dem römischen wie dem athenischen Secretariat liegt ob:

1. nach Massgabe der in dieser Hinsicht ergangenen öffentlichen Zusagen und der Instructionen der Central-Direction die in Rom resp. in Athen erscheinenden Schriften des Instituts zu veröffentlichen;
2. den buchhändlerischen Betrieb der Institutsschriften zu leiten (§ 16.), wobei jedoch die Wahl der ausseritalienischen, resp. aussergriechischen Commissionare des Instituts und die mit diesen abzuschliessenden Verträge der Genehmigung der Central-Direction unterliegen;
3. die zweckmässig erscheinenden Vorschläge für Ertheilung von Ehrendiplomen bei der Central-Direction einzureichen;
4. über zweckmässige Verwendung des Reservefonds der Central-Direction Vorschläge zu machen;
5. über die Arbeiten und Leistungen des Instituts in jedem Jahre vor dem 1. Februar des folgenden an die Central-Direction zu berichten;
6. während der Wintermonate wöchentlich einmal, in feierlicher Weise aber am Winkelmannstage (9. December) und in Rom auch am Tage der Gründung Roms (21. April) öffentliche Sitzungen des Instituts abzuhalten und geeignete Vorlegungen und Vorträge für dieselben zu veranstalten;
7. während der Wintermonate ferner zunächst für die in Rom und Athen verweilenden Stipendiaten des Instituts, überhaupt aber für sämmtliche in Rom und in Athen zu ihrer gelehrten Ausbildung verweilende Deutsche unentgeltlich, theils eine Periegese der Museen vorzunehmen, theils archäologische oder epigraphische Vorträge zu halten, oder Uebungen zu leiten.

§ 9.

Dem ersten Secretair in Rom, sowie dem Secretair in Athen liegt ob' die Kasse zu verwalten und die Rechnungen des Instituts nach den festgestellten Titeln des Etats zu führen, ferner für

jedes Kalenderjahr die Rechnung nebst Belegen vor dem nächstfolgenden 1. Februar an die Central-Direction einzureichen.

§ 10.

Dem zweiten Secretair in Rom sowie dem Secretair in Athen liegt ob, die Bibliothek und den Apparat des Instituts zu verwalten und die erforderlichen Kataloge über beide zu führen, beides nach Massgabe der bestehenden Ordnung und der Instructionen der Central-Direction (§ 6, 2.).

§ 10.[a]

Das Institut giebt eine archäologische Zeitschrift in deutscher Sprache in Berlin heraus und ernennt deren Herausgeber.

§. 11.

Das Institut vergiebt nach Ermessen Diplome nach den drei Kategorien der Ehrenmitglieder ordentlichen Mitglieder und correspondirenden Mitglieder. Die Vergebung derselben erfolgt durch die Central-Direction entweder auf Antrag eines Directions-Mitgliedes oder des römischen oder des athenischen Secretariats, die Unterzeichnung durch den Vorsitzenden oder dessen Stellvertreter und ein andres Mitglied der Direction.

§ 12.

Die Bibliotheken des Instituts stehen jedem in Rom resp. in Athen lebenden oder verweilenden, gehörig legitimirten Gelehrten oder Künstler zur unentgeltlichen Benutzung offen. Die Verwaltung derselben besorgt der Secretair in Athen und in Rom der zweite Secretair (§ 10.) nach den Instructionen der Central-Direction (§ 6, 2.). Die zur Instandhaltung und Vermehrung derselben jährlich ausgesetzte Summe wird von dem betreffenden Secretariat nach seinem Ermessen verwendet.

§. 13.

Der archäologische Apparat des Instituts, insbesondere die von demselben gesammelten Zeichnungen, sollen gleichfalls nach Möglichkeit allgemeiner Benutzung offen stehen. Die Verwaltung ist mit derjenigen der Bibliothek verbunden. Die zur Vermehrung des Apparats und für archäologische Reisen jährlich bestimmten Summem werden nach dem Ermessen des Secretariats verwendet, doch hat dieses, wenn bedeutendere Reisen unternommen werden sollen und nicht Gefahr im Verzuge ist, der Central-Direction vorher von dem Reiseplan Mittheilung zu machen und deren Einwilligung zu bewirken.

§ 14.

Das Vermögen des Instituts besteht, abgesehen von Bibliothek, Apparat, Inventar und dem vom Reiche gewährten Zuschuss, theils in dem, dem buchhändlerischen Betrieb unterliegenden Lagerbestand seiner Druckschriften und Kupfertafeln und den buchhändlerischen Ausständen, theils in dem von ihm angesammelten Reservefonds (§ 17.).

§ 15.

Für die Verwendung der Mittel des Instituts ist der alljährlich auf Grund der Ansätze des Reichshaushaltsetats von der Central-Direction aufzustellende und von dem Auswärtigen Amte zu vollziehende Etat massgebend.

Die Central-Direction hat über die Verwaltung der ihr überwiesenen Mittel alljährlich dem Auswärtigen Amte Rechnung zu legen.

§ 16.

1. Die in Wege des buchhändlerischen Betriebs erfolgende Veräusserung wie überhaupt die gesammte Leitung des Verkaufs der in Rom und Athen erscheinenden Schriften des Instituts liegt dem betreffenden Secretariat ob (§ 8, 2.), welches den also erzielten Erlös in die Rechnungsablage aufzunehmen hat.

2. Ueber den buchhändlerischen Vertrieb der in Deutschland im Auftrag des Instituts erscheinenden Publikationem haben die betreffenden Herausgeber mit einem deutschen Verleger einen Verlagscontract abzuschliefsen, welcher der Genehmigung der Central-Direction unterliegt.

3. Uber den Austausch der im Auftrage des Instituts erscheinenden Zeitschriften mit denjenigen anderer wissenschaftlicher Anstalten vom laufenden Jahre ab verfügt die Redaction. Abgabe früher erschienener Bände oder Bandfolgen und sonstige Veräusserungen von Instituts-Eigenthum bedürfen der Genehmigung der Central-Direction.

§ 17.

Ueber die Belegung des aus der laufenden Rechnung abgesetzten Reservefonds, die in Rom und Athen regelmässig durch Niederlegung der Gelder bei einem sichern Banquier erfolgt, und über dessen Verwendung entscheidet die Central-Direction auf Antrag oder nach Anhörung des römischen oder, je nach dem Ermessen der Central-Direction, des athenischen Secretariats. Dieselbe kann auch beschliessen, dass aus diesem Fonds vorschussweise Summen entnommen werden sollen, die seiner Zeit aus dem ordentlichen Ausgabefonds wieder ersetzt werden. Die Rechnungslegung über den Reservefonds erfolgt durch den Secretair in Athen, resp. den ersten Secretair in Rom zugleich mit derjenigen über die laufenden Einnahmen und Ausgaben, jedoch immer von dieser gesondert.

§ 18.

Falls dem Institut für Stipendien oder andere Zwecke Kapitalzuwendungen oder sonstige Schenkungen gemacht werden sollten, wird die Central-Direction für deren Annahme und Belegung, resp. Unterbringung bei dem Auswärtigen Amte die Genehmigung nachsuchen und für deren bestimmungsgemässe Verwendung die geeigneten Verfügungen treffen.

§ 19.

Um die archäologischen Studien zu beleben und die anschauliche Kenntniss des klassischen Alterthums möglichst zu verbreiten, insbesondere um für das Institut für archäologische Correspondenz leitende Kräfte und für die vaterländischen Universitäten Lehrer der Archäologie heranzubilden, werden mit dem genannten Institut fünf jährliche Reisestipendien, ein jedes im Belauf von dreitausend Mark, verbunden, welche den nachstehenden Bestimmungen gemäss vergeben werden sollen.

§ 20.

Zur Bewerbung um vier der gedachten Stipendien wird der Nachweis erfordert, dass der Bewerber entweder an einer Universität des Deutschen Reichs beziehentlich an der Akademie zu Münster die philosophische Doctorwürde erlangt oder das Examen pro facultate docendi bestanden und in demselben für den Unterricht in den alten Sprachen in der obersten Gymnasialklasse die Befähigung nachgewiesen hat. Der Bewerber hat ferner nachzuweisen, dass zwischen dem Tage, an welchem er promovirt worden oder das Oberlehrer-Examen absolvirt hat, eventuell wo beides stattgefunden hat, dem späteren von beiden, und dem Tage, an welchem das nachgesuchte Stipendium für ihn fällig werden würde (§ 26.), höchstens ein dreijähriger Zwischenraum liegt.

Für das fünfte der jährlich zu vergebenden Stipendien, welches in erster Reihe bestimmt ist, die Erforschung der christlichen Alterthümer der römischen Kaiserzeit zu fördern, wird erfordert, dass der Bewerber an der theologischen Facultät einer Universität des Deutschen Reichs, den Kursus der protestantischen oder der katholischen Theologie absolvirt, das heisst nach Ablauf mindestens des akademischen Trienniums in ordnungsmässiger Weise die Exmatrikulation bewirkt hat, und dass er an dem Tage, wo das Stipendium fällig wird, das dreissigste Lebensjahr noch nicht überschritten hat.

§ 21.

Der Bewerber hat ferner die gutachtliche Aeufserung der philosophischen, resp. theologischen Facultät einer Universität des Deutschen Reichs, oder der Akademie zu Münster, oder auch einzelner bei einer solchen Facultät angestellter Professoren der einschlagenden wissenschaftlichen Fächer über seine bisherigen Leistungen und seine Befähigung zu erwirken und seinem Gesuch beizufügen, auch, falls er schon literarische Leistungen aufzuweisen hat, wo möglich dieselben mit einzusenden. Ferner sind in dem Gesuche die besonderen Reisezwecke kurz zu bezeichnen. Dass unter den Reisezielen in der Regel Rom mit einbegriffen sei, liegt im Geiste der Stiftung.

Bei Gesuchen um Verlängerung des Stipendiums finden diese Bestimmungen keine Anwendung. Dagegen ist hier eine übersichtliche Darstellung der bisherigen Reiseergebnisse in das Gesuch aufzunehmen, und wird, falls der Stipendiat bereits in Rom oder Athen sich aufgehalten hat oder noch aufhält, über seine Leistungen und seine Befähigung das Gutachten des Secretariats des Instituts erfordert.

§ 22.

Die Gesuche um Ertheilung des Stipendiums sind in jedem Jahre vor dem 1. Februar desselben an die Central-Direction des archäologischen Instituts nach Berlin einzusenden, welche die Wahl

nach vorgenommener Prüfung der Qualification des Bewerbers in der Gesammtsitzung vornimmt. Die Auswärtigen Mitglieder können nicht verlangen, dass ihnen die die Meldungen enthaltenden oder darauf bezüglichen Schriftstücke vor ihrer Ankunft in Berlin mitgetheilt werden; wohl aber ist ihnen während ihres Aufenthalts in Berlin nach Thunlichkeit Kenntniss vom Inhalt jener Schriftstücke zu geben und Einsicht zu verstatten, ohne dass wegen nicht genügend erfolgter Kenntnissnahme die Gültigkeit der Abstimmung angefochten werden kann. Bei gleicher wissenschaftlicher Tüchtigkeit wird die Central-Direction denjenigen Bewerbern den Vorzug geben, die neben der unerlässlichen philologischen Bildung sich bereits einen gewissen Grad kunstgeschichtlicher Kenntnisse und monumentaler Anschauungen zu eigen gemacht haben und welche dem archäologischen Institute oder den deutschen Lehranstalten oder Museen dereinst nützlich zu werden versprechen.

§ 23.

Die Stipendien können nicht cumulirt, noch für einen längeren Zeitraum als ein Jahr vergeben werden; zulässig ist jedoch die Wiedergewährung eines Stipendiums für ein zweites Jahr.

Die Wiedergewährung des im § 20. bezeichneten fünften Stipendiums auf ein zweites Jahr kann auch erfolgen, wenn der Stipendiat bei eintretender Fälligkeit des zweiten Stipendiums das 30. Lebensjahr bereits überschritten haben sollte.

§ 24.

Dispensation von den in den §§ 20, 21, 23 aufgestellten Vorschriften ertheilt in besonderen Fällen das Auswärtige Amt nach Anhörung der Central-Direction.

§ 25.

Die Central-Direction legt die von ihr getroffene Wahl jährlich vor dem 1. Juli unter Beifügung der sämmtlichen eingelaufenen Gesuche und unter Angabe der Motive dem Auswärtigen Amte zur Bestätigung vor. Die schliessliche Entscheidung wird in der Regel vor Ablauf des Juli-Monats den Empfängern mitgetheilt, deren Namen in dem „Reichs-Anzeiger“ veröffentlicht werden.

§ 26.

Das Stipendium wird jährlich am 1. October fällig, und der ganze Jahresbetrag auf einmal dem Bewerber oder seinem gehörig legitimirten Bevollmächtigten durch die Legations-Kasse gegen Quittung ausgezahlt.

§ 27.

Stipendien, die nicht vergeben worden sind, werden nach Massgabe des Etats auf das nächstfolgende Jahr übertragen, und zugleich mit den in diesem Jahre verfügbaren ordentlichen Stipendien nach denselben Normen vergeben.

§ 28.

Der Stipendiat ist verpflichtet, so lange er in Rom oder Athen verweilt, an den Sitzungen des Instituts (§ 8, 6) regelmässigen Antheil zu nehmen. Er hat überdies während seiner Reise die Zwecke des Instituts nach Möglichkeit zu fördern und nach Beendigung derselben über deren Ergebniss einen summarischen Bericht an die Central-Direction einzusenden.

§ 29.

In dem Jahresberichte, den die Königlich preussische Akademie jährlich in der für die Feier des Geburtstages Seiner Majestät des Kaisers und Königs von Preussen bestimmten Sitzung erstattet, wird auch der Leistungen des Instituts gedacht, und werden die Namen den Stipendiaten angegeben (§ 25).

§ 30.

Veränderungen dieses Statuts bedürfen der Zustimmung des Bundesraths und der Kaiserlichen Genehmigung.

§ 31.

Die derzeitigen Mitglieder der Central-Direction bleiben auch ferner in dem Vorstande, der durch die Wahl eines akademischen Mitgliedes (§ 2. 1*a*) und ferner durch die Wahl von vier nicht in Berlin ansässigen Mitgliedern (§ 2. 1*c*) zu ergänzen ist. Sie übernehmen die in diesem Statute (§ 6) der Central-Direction beigelegten Rechte und Pflichten. Desgleichen treten die jetzigen Secretaire des Instituts, Professor Dr. Henzen und Dr. Helbig in Rom, in die nach diesem Statut (§ 7) den Secretairen desselben beigelegten Rechte und Pflichten ein.

§ 32.

Dieses Statut tritt an die Stelle des Statuts vom 25 Januar 1871.

Auf Ihren Bericht vom 14 d. M. will Ich die Umwandlung des Instituts für archäologische Correspondenz in eine Anstalt des Deutschen Reichs hierdurch genehmigen und den anbei zurückfolgenden vom Bundesrath genehmigten Statuten des genannten Instituts mit dem Vorbehalt Meine Bestätigung ertheilen, dass Abänderungen des Statuts nach Massgabe der in der Ausführung zu machenden Erfahrungen herbeizuführen sind.

Wiesbaden, den 18 Mai 1874.

An den Reichskanzler gez.: Wilhelm.
ggz: von Bismarck.

N. 3. — Decreti del Presidente della Repubblica Francese del 25 Marzo 1873 e 26 Novembre 1874 con cui si costituisce una scuola archeologica in Roma.

(A) Le Président de la République française.

Sur le rapport du ministre de l'instruction publique, des cultes, et des beaux arts. Vu l'article 5 du décret du 9 fevrier 1859. Considérant qu'un séjour de trois mois en Italie est une préparation insuffisante aux études spéciales des membres de l'Ecole française d'Athènes: Considérant qu'il importe d'assurer aux membres de ladite Ecole, en résidence à Rome des conseils, et une direction. Décrète.

Art. 1.° Les membres de l'Ecole française d'Athènes, avant de se rendre en Grèce, séjourneront une année en Italie.

Art. 2.° Un savant, choisi en raison de la spécialité de ses travaux, est chargé de faire à Rome pour l'instruction de ces jeunes gens, un cours d'archéologie, d'après un programme proposé par l'Académie des inscriptions et belles-lettres.

Art. 3.° Le savant dont il est parlé a l'Article 2.°, correspond avec le directeur de l'Ecole d'Athènes et rend compte annuellement au Ministre de l'instruction publique de son enseignement, et des résultats qu'il a obtenus.

Art. 4.° Les membres de l'Ecole française d'Athènes sont comme par le passé logés à la Villa Médicis, soumis aux réglements de l'Ecole, et placés sous l'autorité du directeur de l'Académie de France.

Art. 5.° Le Ministre de l'instruction publique des cultes, et des beaux-arts est chargé de l'exécution du present décret.

Fait à Versailles le 25 Mars 1873.

A. Thiers — Par le Président de la Républiqne: *le ministre de l'instruction publique, des cultes et des beaux-arts* — Jules Simon.

(B) Le Président de la République française. Sur la proposition du ministre de l'instruction publique, des cultes, et des beaux arts; Vu l'ordonnance royale du 11 septembre 1846. Vu les décrets des 7 aout 1850, 9 février 1859, et 25 mars 1873, Décrète:

Art. 1. — L'Ecole française d'Athènes est placée sous l'autorité du ministre de l'instruction publique, le patronage du ministre des affaires étrangères, et la direction scientifique de l'Académie des inscriptions et belles-lettres.

Elle a pour chef un directeur, membre de l'Institut, ou fonctionnaire supérieur de l'Instruction publique, nommé par décret.

Une double liste de deux candidats est présentée par l'Académie des inscriptions, et par la section de l'enseignement supérieur du comité consultatif.

La durée des fonctions du directeur est de six ans, son mandat peut être renouvelé par décret.

Art. 2. Les Candidats au titre de membre de l'Ecole d'Athènes doivent être âgés de moins

de trente ans; ils doivent être docteurs ès-lettres, ou agrégés des lettres, de grammaire, de philosophie, ou d'histoire.

Le concours pour l'admission à l'Ecole française d'Athènes porte sur la langue grecque ancienne, et moderne, sur les éléments de l'épigraphie, de la paléographie, e de l'archéologie, sur l'histoire, et la géographie de la Grèce, et de l'Italie ancienne. Il est tenu compte aux candidats de la connaissance qu'ils auraient du dessin.

Cet examen qui se compose de deux épreuves l'une écrite, l'autre orale d'après un programme préparé par l'Académie, est subi devant une commission de sept membres désignés par le ministre.

Art. 3. Les membres de l'Ecole française d'Athènes sont nommés par le Ministre sur le rapport de la commission de concours. Le nombre des membres est fixé à six. La durée de leur mission est de trois ans, y compris l'année de séjour à Rome prévue par le décret du 25 mars 1873.

Art. 4. Chaque membre de l'Ecole d'Athènes est tenu d'envoyer à l'Académie par l'intermédiaire du ministre de l'instruction publique avant l'expiration de chaque année, un travail personnel, qui sera soumis au jugement d'une Commission spéciale. Il en sera fait par elle un rapport à l'Académie, et après adoption un compte rendu public soit à la séance annuelle, soit par insertion au *Journal Officiel*.

Dans la séance annuelle seront annoncés également les sujets de recherches, et de mémoires que l'Académie sur la proposition de la commission jugerait utile d'indiquer aux membres de l'Ecole pour les années suivantes.

Les membres de l'Ecole communiquent à l'Académie, par l'entremise du directeur, les découvertes archéologiques qui seraient venues à leur connaissance, et les rèsultats des fouilles auxquelles ils auraient assisté, ou dont ils auraient pris l'initiative.

Art. 5. Tout membre de l'Académie des inscriptions et belles-lettres et tout ancien membre de l'Ecole, sont, de droit, associés correspondants.

Le titre d'associé correspondant peut être en outre décerné, sans condition de nationalité, par le ministre de l'instruction publique, sur une double proposition de l'Académie des inscriptions et belles-lettres et du directeur de l'Ecole d'Athènes.

Art. 6. Les mémoires des membres de l' Ecole d' Athènes, les communications adressées, par les associés correspondants seront publiés par les soins du ministre de l' instruction publique, après avis de l'Académie des inscriptions, et belles-lettres.

Art. 7. Les élèves de l' Académie de France a Rome autorisés à faire un séjour à Athènes, les boursiers de voyage, les prix d' exposition seront reçus a l' Ecole française d' Athènes et placés temporairement sous l'autorité du directeur.

Art. 8. A l'expiration de chaque année, le Directeur de l'Ecole d'Athènes adresse au Ministre de l'instruction publique un rapport détaillé sur la situation de l'Ecole, sur les progrès réalisés, et les améliorations désirables dans le régime de l'établissement.

La partie de ce rapport relative aux travaux des membres de l' Ecole d'Athènes, est communiquée à l'Académie.

Art. 9. La section romaine de l'Ecole d'Athènes prend le titre d'*école archéologique de Rome*. Le sous-directeur de l'Ecole d'Athènes ajoute à ce titre celui de directeur de l'école archéologique de Rome.

Art. 10. Les dispositiositions antérieures concernant l'Ecole française d'Athènes qui seraient contraires au présent décret, sont, et demeurent abrogées.

Art. 11. Le Ministre de l' instruction publique des cultes, et des beaux-arts est chargé de l'exécution du present décret.

Fait a Versailles le 26 novembre 1874. M.al De Mac Mahon duc de Magenta. Par le Président de la République: *le ministre de l'instruction publique, des cultes, et des beaux-arts.* A De Cumont.

Sessione 3.ª del 14 Febbrajo 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betti — Blaserna — Cadet — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Sanctis — Govi — Jacobini — Maggiorani — Menabrea — Moriggia — Ponzi — Respighi — Rolli — Todaro — Volpicelli.

1. *Affari diversi.*

Il Presidente fece noto che a sua preghiera il Ministro dell'Interno, donò all'Accademia il busto in marmo di S. M. il Re d'Italia, per essere collocato nella sala delle Accademiche adunanze, e che egli a nome dell'Accademia ringraziò il donatore.

Comunica poscia il dispaccio del Ministro della pubblica Istruzione delli 8 febbrajo 1875, col quale è data partecipazione che S. M. si degnò approvare la nomina di Scacchi, Betti, e De-Gasparis a soci ordinari Lincei, fatta dall'Accademia nella seduta del 25 gennajo.

Quindi lesse il dispaccio del Ministro della Pubblica Istruzione d'oggi stesso col quale si annuncia la approvazione del nuovo Statuto dell'Accademia, quale dalla medesima venne deliberato nelle sedute di Comitato segreto del 24 e 25 gennajo testè decorso. Vedi a pag. XXIII il testo del R. Decreto e dello Statuto.

Vista l'importanza della trasformazione dell'Accademia mediante questo nuovo Statuto, essa nominò una deputazione, composta dei socî Volpicelli, Ponzi, Maggiorani, Menabrea, e del Presidente Sella, acciò portassero al Ministro della Pubblica Istruzione i ringraziamenti dell'Accademia.

2. *Comunicazioni e letture.*

Il socio Battaglini legge una nota *intorno ad una superficie di 8° grado.* Vedi pag. 244.

Il socio Moriggia legge una nota avente per titolo: *Effetti del muco acido genitale della donna sui nemasperni.* Vedi pag. 399.

Il socio S. Cadet, legge una nota che ha per titolo: « *Ricerche per sapere in quale delle due strutture nervee, che sono la cinerea e la bianca, prevalga la proporzione dell' urea.* » Vedi pag. 241.

Il socio Sella legge una nota dell'ingegnere Eugenio Marchese sulla *scoperta dei minerali d'argento nell'isola di Sardegna.* Vedi pag. 254.

Il socio Sella a nome di una Commissione composta anche dei soci Ponzi e Cremona riferisce intorno, ad una memoria del Commendatore Canevari avente per titolo: *Notizie sulle fondazioni dell' edificio pel Ministero delle Finanze in Roma.*

Riconosciuta la necessità di dotare Roma di nuovi edificî, e la probabilità che l'ampliamento di Roma avvenisse anzitutto come in altre città presso la stazione centrale delle ferrovie, il Ministero deliberò nel 1871 di costrurre lungo la strada Venti Settembre un grande edificio che potesse contenere il Ministero delle Finanze,

le varie Direzioni generali che ad esso si connettono, e la Corte de' conti. Occorreva perciò un edificio avente 300 metri di lunghezza e 120 di larghezza.

Fu esplorato il luogo designato con parecchi pozzi. Questi dimostravano che dopo 4 o 5 metri di terra e macerie di trasporto susseguiva un tufo nel quale erano numerose vestigia di antichi e grandiosi edifizî, ed a 12 metri di profondità si trovavano altri banchi di tufo compatto e resistente. Si ritenne perciò che bastasse uno sterro generale fino a circa 9 metri di profondità come era richiesto per l'altimetria delle vie circostanti e la disposizione dell'edificio, salvo a far scendere ulteriormente per taglio fino al tufo resistente le fondazioni dei muri maestri.

Le frane che avvennero mentre si fondavano i muri perimetrali, mostrarono bentosto che al disotto del banco di tufo entro cui erano fondati antichi e cospicui edifici, esistevano due ordini di gallerie aperte in antichi tempi per l'estrazione della pozzolana; il primo verso i 10 ed il secondo i 16 metri di profondità, costituenti entrambi un irregolare ma fitto reticolato di cavità. Indi si dovette far scendere la media delle fondazioni a 17 metri, e lo scavo totale che si era preveduto in 267, salì invece a 385 mila metri cubi, e la muratura per le fondazioni preveduta in 36 salì a 75 mila metri cubi.

Questi scavi diedero opportunità al comm. Canevari, che dirige i lavori, di fare studi sul sottosuolo di Roma e di presentarli all'Accademia.

È noto che presso Roma le sabbie colle sottostanti argille subappennine salgono a destra del Tevere ad altezze sul livello del mare di 120 metri ed oltre, come a Monte Mario, mentre invece a sinistra si trovano a livello assai inferiore le argille coperte da strati di tufo e pozzolana originati da eruzioni vulcaniche sottomarine.

Il Canevari trovò infatti negli scavi del Ministero delle Finanze, che i seguenti strati cominciavano alle altezze sullo zero dell'idrometro di Ripetta, le quali sono sottoindicate:

1° Terre di scarico comincianti alla quota media di metri 65.

2° Tufo alla quota di metri 60 30.

3° Pozzolanella alla quota di metri 55 80: nella parte superiore di questi strati si trovò il primo ordine di gallerie, le quali sono sottostanti alle fondazioni degli edifici antichissimi.

4° Tufo alla quota di metri 53 50.

5° Pozzolana nera alla quota di metri 49 20: in questo strato era il secondo ordine di gallerie, le quali sono sottostanti alle fondazioni delle Terme di Diocleziano.

6° Terra tufacea con liste di pomici alla quota di metri 48 40.

7° Lapilli alla quota di metri 45 40.

8° Terra tufacea alla quota di metri 44 80.

9° Pozzolana compatta (peperino) alla quota di metri 44 20.

10° Terra tufacea alla quota di metri 41 90.

In antico pozzo adiacente, il Canevari trovò l'acqua alla quota di metri 37 50 entro argilla proveniente da tufo decomposto, la quale alla quota di metri 37 95 era ricoperta da pozzolana e poscia da tufo compatto. Cosicchè la formazione vulcanica ha qui una potenza maggiore di metri 23.

In una perforazione fatta in piazza S. Maria Maggiore presso l'ingresso della villetta Massimo, il Canevari trovò l'acqua alla quota di metri 28 62, e giunse alle argille da lui credute subappennine alla quota di metri 24 79, mentre in altra perforazione in piazza Barberini l'acqua e le argille subappennine sarebbero da lui state trovate alle quote di metri 20 64, e 10 62.

La memoria del Canevari contiene inoltre interessanti ragguagli sugli antichi lavori che vennero alla luce con questi scavi. Gli oggetti trovati si collocheranno nel nuovo palazzo che ivi sorge. Giovi notare intanto, che gli antichi edifici di cui si rintracciarono le fondazioni, erano in parte orientati secondo l'aggere di Servo Tullio (che si trovò preceduto da un fosso che scendeva al disotto della pozzolana nera) ed in parte orientati secondo le Terme di Diocleziano, per la costruzione delle quali sembra essersi fatto un grande spianato.

Le numerosissime gallerie che in varî modi si intrecciano negli strati di pozzolana, sono sottostanti a codesti edifici nel modo che si disse, epperciò posteriori. Le gallerie del secondo ordine dovettero essere scavate non solo dopo la costruzione delle Terme, ma dopo che esse erano abbandonate e forse rovinate.

Il Sella conclude, e l'Accademia approva che: considerata l'importanza delle notizie contenute nella memoria Canevari intorno alla geologia del suolo di Roma, ed alla storia de' lavori che in essi vennero fatti: considerata la opportunità di indurre gli ingegneri che dirigono lavori importanti a notare accuratamente i fatti che possono osservare nei terreni esplorati, ed a raccogliere gli esemplari dei minerali, dei fossili, delle roccie; sia inserito negli Atti dell'Accademia un sunto della memoria Canevari, e vengano mandati al Museo geologico dell'Università gli esemplari di roccie e terre che la accompagnano. Vedi pag. 417.

Il socio Volpicelli legge una memoria, avente per titolo *Esperimenti e raziocini per dimostrar vera la teorica del fisico italiano Melloni sulla Elettrostatica induzione in risposta a quanto sul medesimo argomento comunicò il prof. Govi.* Vedi la seconda parte del volume.

3. *Comitato segreto.*

Il Comitato dell'Accademia propone la pubblicazione negli Atti dell'Accademia del discorso del Presidente del 22 marzo 1874, nel quale a nome dell'Accademia chiese al governo di accordare ad essa maggiori mezzi, e di estenderla alle scienze morali, storiche e filologiche.

Il Comitato, fa questa proposta, sia perchè consti della iniziativa che spetta alla classe di scienze fisiche matematiche, e naturali, sia perchè a norma del futuro, consti che l'aggregazione di queste scienze all'Accademia dei Lincei, fu chiesta, e vuolsi ritenere concessa in quanto esse si fondano sullo stesso metodo di osservazione, e d'induzione, sul quale poggiano le scienze fisiche matematiche e naturali.

L'Accademia approva ad unanimità la proposta del Comitato. Vedi a pag. XVII il testo di detto discorso.

A termini dell'Art. 37 del nuovo Statuto dell'Accademia, si procedette poscia alla nomina dei dieci soci ordinari, che ne portano il numero a quaranta.

Furono, ad unanimità eletti:

Meneghini Giuseppe prof. di Geologia nella R. Università di Pisa.

Schiaparelli Giovanni direttore del R. Osservatorio Astronomico di Brescia. Milano.

Bufalini Maurizio Senatore del Regno. Firenze.

Felici Riccardo prof. di Fisica nella R. Università di Pisa.

Cornalia Emilio direttore del Museo civico a Milano.

Fu eletto con 20 voti sovra 21 votanti.

Casorati Felice prof. di Geodesia nell'Istituto tecnico a Milano.

Furono eletti con 18 voti.

Turazza Domenico prof. di Meccanica Idraulica nella R. Università di Padova.

Gastaldi Bartolomeo prof. di Mineralogia nella scuola di applicazione degli ingegneri a Torino.

Fu eletto con 16 voti.

Genocchi Angelo prof. di Calcolo differenziale e integrale nella R. Università di Torino.

Fu eletto con 12 voti.

Parlatore Filippo prof. di Botanica e direttore del Museo a Firenze.

Fu proposto dal Comitato, per mezzo del sig. Presidente, che, considerato come il testamento Cavalieri San Bertolo essendo stato per la prima volta pubblicato nel 1° vol. della 2ª serie degli atti accademici, solo ora può dirsi ben noto ai socî, per l'anno accademico 1874-75 la distribuzione della rendita proveniente da detta eredità si faccia a favore dei dieci socî più anziani i quali abbiano fatto nell'anno qualsiasi comunicazione. Però affine di uniformarsi completamente alla espressa volontà del testatore, fu proposto, che per gli anni consecutivi, la indicata distribuzione dovesse farsi fra quei 10 socî ordinari Lincei più anziani, che nell'anno avessero letta una memoria interessante. A tale effetto basterà che il socio dopo letta la sua memoria dichiari di volerla pubblicare nella seconda parte del relativo volume degli Atti, la quale è appunto consacrata alle memorie. Dovendosi ritenere che nessun socio ordinario legga memoria non interessante, se non vi sarà opposizione alla inserzione della memoria nella seconda parte del volume, ed in caso di opposizione a detta inserzione, dopo squittinio segreto favorevole, la memoria costituirà titolo alla partecipazione alla rendita Cavalieri per quell'anno. A termine del testamento Cavalieri sono in ogni caso, e indipendentemente da nuove letture, chiamati a concorrere alla ripartizione della rendita della sua eredità, i sòcî appartenenti all'Accademia da venti anni, i quali abbiano in passato fatto letture o memorie interessanti. In questa categoria sono i socî: Volpicelli, Ponzi, Maggiorani, i quali fanno parte dell'Accademia prima del 1854.

Le proposte del Comitato dopo breve discussione sono approvate ad unanimità.

Il Presidente espose quindi i risultati della gestione della eredità Cavalieri per il 1874. Il reddito residuo del 1874 toltane la parte che venne distribuita nello scorso anno, e depurato delle passività e delle spese, si riduce alla somma di £ 1479, 57. Egli propone perciò a nome del Comitato, che si distribuisca per l'anno 1874 la somma di L. 1200 e che le rimanenti L. 279, 57 si tengano disponibili per le spese occorrenti alla liquidazione della eredità Cavalieri.

L' Accademia approva la proposta.

Fu presentato dal Presidente il conto consuntivo dell'amministrazione dell'Accademia per l'anno 1874, e venne nominata una commissione composta dei socî: Barilari, Correnti e Respighi coll' incarico di riferire sul medesimo.

L' Accademia riunitasi all' una pomeridiana si sciolse dopo due ore di seduta.

Sessione 4.ª del 7 Marzo 1875.

Presidenza del Comm. Ponzi, socio anziano — Soci presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betocchi — Betti — Blaserna — Cadet — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Notaris — De Sanctis — Maggiorani — Moriggia — Respighi — Rolli — Todaro — Volpicelli.

1. *Comunicazioni e letture.*

Il socio Betti legge una nota *Sulla funzione potenziale di un'ellisse omogenea.* Vedi pag. 262.

Il socio Cannizzaro legge la seguente nota del prof. Fausto Sestini, circa l'*Azione del cloruro d' acetile sull' acido santonico e sulla santonina.*

« Colla speranza di raccogliere qualche fatto che potesse essere utile a chi volesse definire la chimica costituzione dell' acido santonico e della santonina, io presi a studiare quali effetti induca su queste due materie il cloruro d' acetile.

« Una certa quantità di acido santonico venne posta insieme con 8 o 10 volte il proprio peso di cloruro acetilico in un matraccio scaldato a bagno-maria ed unito ad un refrigerante verticale che faceva ricadere col matraccio stesso il cloruro distillato. Il liquido si tenne in continua ma moderata ebullizione per 6 ore; poi si unì al recipiente un refrigerante comune e si distillò insino a tanto che non fu ottenuto per $^5/_6$ circa del cloruro acetilico adoperato. Nel matraccio contenente il residuo della distillazione (che era liquido denso ed assai fumante), si fece traversare una rapida corrente d' aria fredda per portar via la maggior parte del cloruro acetilico che ancora rimaneva. Dopo 16 ore si trovò nel recipiente una materia bianca giallastra confusamente cristallizzata, che si lavò rapidamente con acqua fredda fino a che l' acqua di lavatura manifestò reazione acida: indi fu sgocciolata ben bene, seccata tra carta, e fatta digerire per tre volte di seguito con poco etere, il quale sciolse una discreta parte della sostanza. Per tal modo si ebbe una materia bianca cristallizzata, quasi insolubile nell' acqua fredda, solubile nell' alcoole e nell' etere bollente, poco solubile nell'etere freddo, solubilissima nel cloroformio, fusibile tra 139° e 140 C.[i] Per evaporazione spontanea del cloroformio si potè avere questa sostanza in cristalli grossi e duri, di forma prismatica, terminati in punta. Per averla ben cristallizzata bisognò sciogliere in una quantità grande di etere bollente, il quale per raffreddamento e per evaporazione la somministrò in piccoli cristalli benissimo conformati, alcuni dei quali erano prismi a 4 faccie, altri a 6, tutti terminati da piramidi a faccie disuguali.

« In tale prodotto, come può vedersi da un precedente mio articolo (pubblicato nella *Gazzetta Chimica Italiana*, tomo IV, 1874, pag. 454) trovai 14, 68 e 14, 85 per $^0/_0$ di acetile: e siccome la formola $C^{15} H^{19} (C^2 H^3 O) O^4$ corrisponde a 14,05 $^0/_0$ di $C^2 H^3 O$, venne da me giudicato come acido monoacetilsantonico. Tale giudizio è ora avvalorato dai resultamenti dell' analisi elementare:

Esperienza I. — Materia seccata sull' $H^2 S O^4$ $0^{gr.}$, 305; $C O^2$ ottenuta 0,737; $H^2 O$ ottenuta 0,171.

Esperienza II. — Materia seccata sull' $H^2 S O^4$ $0^{gr.}$, 273; $C O^2$ ottenuta 0,670; $H^2 O$ ottenuta 0,168.

Esperienza.		*Composizione centesimale calcolata secondo la formola* $C^{15} H^{19} (C^2 H^3 O) O^4$
I.	II.	
C = 65,90	66,92	C = 66,67
H = 6,23	6,83	H = 7,19
		O = 26,14
		100,00

« Facendo evaporare l'etere che aveva servito a lavare l'acido acetilsantonico si vide deporsi una sostanza bianca, in forma di piccoli mammelloni, dotata di non dubbia reazione acida, che fondeva tra 126° e 128° C.i Avendo in essa trovato 24,24 $^0/_0$ di acetile, dapprima credei fosse un prodotto biacetilico, perocchè la formula $C^{15} H^{18} (C^2 H^3 O)^2 O^4$ corrisponderebbe a 24,71 $^0/_0$ di $C^2 H^3 O$: ma trattando questo corpo con acqua fredda, perdè affatto la reazione acida alle carte di laccamuffa; seccato sopra l' acido solforico e scaldato in tubo capillare fuse a 140° C.i Indi determinando di nuovo l' acetile ne trovai 15,14 $^0/_0$. In seguito a tali fatti, non sembrandomi punto presumibile che un prodotto biacetilico si potesse scomporre sollecitamente per il contatto dell' acqua fredda, conveniva ammettere che per l' azione del cloruro acetilico sull' acido santonico non si formasse che un derivato contenente un solo gruppo $C^2 H^3 O$.

« L' acido acetilsantonico tenuto per un certo tempo (2 o 3 ore) immerso nell' acqua bollente si trasforma in acido acetico ed acido santonico. Se invece di acqua si adopera alcoole allungato, in luogo dell'acido santonico si ottiene un prodotto etilico, che fonde al di sotto di 100° C.i

« Scaldando l' acido acetilsantonico tra 180° e 200° entro una stortina posta in un bagno ad olio, si solleva una certa quantità di acido acetico vaporoso, che si può condensare nel collo della storta, o in un apposito refrigerante; mentre dal residuo bruno che rimane nella storta, si separa per mezzo dell' alcoole e del carbone animale piccole quantità di santonina riconoscibile per la caratteristica proprietà di colorirsi in giallo quando si sottopone all' azione della luce solare, per la colorazione rosso-cremisi che dà colla potassa caustica e con l' alcoole, e per il punto di fusione prossima a 170° C.i Laonde viene così dimostrato che l' acido

acetilsantonico, mercè l' azione del calore, si scinde in acido acetico ed anidride santonica (santonina) conforme l' equazione seguente:

$$\underbrace{C^{15}\,H^{19}\,(C^{2}\,H^{3}\,O)\,O^{4}}_{\text{acido acetilsantonico}} - \underbrace{C^{2}\,H^{3}\,O,\,HO}_{\text{acido acetico}} = \underbrace{C^{15}\,H^{18}\,O^{3}}_{\text{santonina}}$$

« Trattando la santonina con cloruro d' acetile nel modo istesso sopra descritto per la preparazione dell' acido monoacetilsantonico, se l' azione si prolunga per 2 ore solamente, raffreddando il liquido cristallizza gran parte della santonina inalterata, mentre il cloruro acetilico rimane colorato da una sostanza gialla, che con gli alcali acquista color rosso. Prolungando il riscaldamento della soluzione acetilica per 6 o 7 ore senza interruzione, dopo non cristallizza più santonina col raffreddamento; e con l' evaporazione del liquido si ottiene una materia amorfa, giallastra, di aspetto resinoso, che scaldata con bagno-maria si colorisce di bruno e rigonfia svolgendo vapori acidi. L' alcoole posto a contatto di questa sostanza la colorisce di giallastro, e poi lascia cristallizzare della santonina. La soluzione acquosa di potassa caustica scioglie quella materia colorandosi di rosso, e dando origine ad acetato e cloruro potassico.

« Tali fatti sarebbero stati ben sufficienti per concludere che la materia amorfa in discorso non poteva essere che santonina, la quale aveva perduto la facoltà di cristallizzare, perchè accompagnata da una sostanza resinosa. Ma la determinazione dell' acetile mi convinse ancora meglio, che quello non era un prodotto acetilico con composizione definita, poichè non ottenni mai cifre costanti, nè corrispondenti ad alcuna formola teoricamente possibile. »

Il socio Cannizzaro lesse la seguente notizia preliminare del professore Fausto Sestini intorno un *Nuovo isomero dell' acido santonico.*

« Nel 1864 feci conoscere che per l' azione prolungata dei raggi solari sopra un soluto alcoolico di santonina si produce acido formico, una sostanza resinosa, ed una materia cristallizzabile, che chiamai *fotosantonina.*

« Le difficoltà di avere questa materia cristallina in istato di purità, ed in quantità sufficiente per ben determinare la composizione e la proprietà, mi ha impedito di proseguire con la desiderata sollecitudine gli studî sovr' essa intrapresi; ed ora, anche per consiglio del signor comm. prof. S. Cannizzaro, mi son deciso a dare una sommaria notizia dei risultamenti ottenuti, occorrendomi altro tempo per completare il mio lavoro.

« La fotosantonina saponificata con barite o soda caustica somministra un acido fusibile tra 152° e 153° C.i, isomero dell' acido santonico. Esso cristallizza con una molecola d' acqua; ma quand' è seccato a 100° C.i la sua composizione è rappresentata dalla formola $C^{15}\,H^{20}\,O^{4}$. È acido bibasico; infatti il sale di bario, che contiene due molecole di acque di cristallizzazione, seccato a 110° risponde alla formola:

$$C^{15}\,H^{18}\,B_{a}\,O^{4};$$

il sale di argento seccato sull' acido solforico ritiene 3 $H^{2}\,O$, ed allo stato anidro contiene 2 Ag; quindi si deve rappresentare con la formola:

$$C^{15}\,H^{18}\,Ag^{2}\,O^{4}.$$

« L' etere bietilico di questo nuovo acido, che per la sua maniera di formazione

chiamerò *acido fotosantonico*, ha le stesse proprietà della fotosantonina; la quale per la sua composizione elementare corrisponde, difatti, alla formola:

$$C^{15} H^{18} (C^2 H^3)^2 O^4.$$

« In generale parmi poter assicurare che i derivati dell' acido fotosantonico sono più fusibili (di circa — 10° C.) di quelli dell' acido santonico. D' altra parte il nuovo isomero si distingue dall' altro, che Hesse designò col nome di *acido santoninico* per la sua stabilità. »

Il socio Moriggia continua la lettura della sua memoria — *Sulla velenosità naturale del cadavere umano.* (Vedi pag. 350).

Il socio Cannizzaro in vista delle gravi conseguenze che le risultanze sperimentali esposte dal socio Moriggia potrebbero avere in medicina legale, massime se fossero annunciate nel rendiconto dell' Accademia sulla *Gazzetta Ufficiale* in modo solo sommario, prega il socio Moriggia a volere accompagnarle coll' esposizione dei processi tenuti, e con quelle riserve maggiori, che credesse del caso: e che tenuto conto della gravità del complesso e difficile argomento, mentre sarebbe desiderabile, che si continuasse negli sperimenti relativi, amerebbe pure che il lato chimico della quistione potesse avere maggiore svolgimento, per cui invita il socio Moriggia a pensare se non sarebbe il caso di assumere nelle ulteriori ricerche a compagno qualche tossicologo sperimentato, onde condividere la responsabilità sempre gravissima, che si assume in questo genere di esperienze.

Il socio Moriggia ringraziando il prof. Cannizzaro dell' interessamento preso alla grave questione, e tutta d'attualità, risponde, che sarebbe lieto di continuare le sperienze a fianco di qualche chimico consumato, anche per dare maggiore guarentigia ed autorità ai risultati sperimentali: che esso sente tutta la responsabilità delle sperienze intraprese, alle quali se in parte fu attratto dal lato scientifico, d' altro lato esse quasi imperiosamente gli si vennero ad imporre per tranquillare la sua coscienza, che in gravissime perizie legali si trovava perplessa in faccia a risultati opposti annunciati da diversi ricercatori, per quanto riguarda il lato puramente fisico-tossicologico della quistione: che quantunque il portato delle sue sperienze lungi dal consonare in medicina legale coll' intiero sconforto ultimamente recatovi da altri sperimentatori, tendesse piuttosto a circondare di maggiori cautele e riserve la perizia, pure conveniva pienamente col socio Cannizzaro intorno all'opportunità di tosto pubblicare insieme ai risultati sommari avuti, l' esposizione dei processi adoperati, onde ciascuno per se meglio potesse graduare il valore riferibile ai risultati medesimi.

La Commissione composta dei soci Betocchi, Cremona e Beltrami (relatore) riferisce intorno ad una memoria presentata dal colonnello Conti, *sulla resistenza alla flessione della pietra serena.* V. p. 408. Le conclusioni della Commissione sono approvate.

Il socio Volpicelli dimostra talune proprietà degli interi, soddisfacenti alla equazione, fra la somma di due quadrati, e la potenza intera, tanto di un primo spezzabile in due quadrati, quanto di un prodotto di cosiffatti primi.

2. *Comitato segreto.*

La Commissione composta dei soci: Respighi, Barilari e Correnti (relatore), incaricata della revisione del conto consuntivo pel 1874 lesse una relazione sul me-

desimo, nella quale dopo aver riassunte le entrate e le spese di quell' esercizio, conclu-se nei seguenti termini. « Tutte le partite del Bilancio trovansi impostate regolarmente, riassunte con esattezza, giustificate coi necessari recapiti. La lettura della relazione accompagnata dagli occorrenti riscontri verificativi, basta a dar compiuta la storia Amministrativa dell'anno, e il chiaro concetto delle condizioni economiche dell'Istituto.

« La vostra Commissione deve proporvi che si votino lodi e ringraziamenti, alla Presidenza, non solo pei vantaggi che essa ha saputo procurare all' Accademia, ma per la esemplarità, regolarità, e dimostratività dei conti, e delle scritture relative all' esercizio 1874. »

L'Accademia approva le conclusioni della Commissione.

L'Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Sessione del 4 Aprile 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Blaserna — Brioschi — Cadet — Cannizzaro — Correnti — Cremona — De Notaris — De Sanctis — Jacobini — Maggiorani — Moriggia — Pareto — Ponzi — Respighi — Rolli — Scacchi — Tommasi Crudeli — Volpicelli — ed il socio corrispondente Panceri.

1. *Affari diversi.*

Il Presidente Sella annuncia che con decreto Regio del 25 febbraio S. M. approvò la nomina a soci dell'Accademia de'signori Meneghini, Schiaparelli, Bufalini, Felici, Casorati, Turazza, Gastaldi, Parlatore. Con R. decreto 7 marzo approvò pure la nomina del socio Cornalia.

Quindi egli annuncia la morte del Bufalini e l'incarico dato al socio Parlatore di rappresentare l' Accademia nei suoi funerali, ed aggiunge:

« Nella seduta del 14 febbraio, la prima in cui dopo il novello Statuto l'Accademia avea facoltà d' aggregarsi come soci ordinari, dotti non residenti in Roma, voi eleggeste alla unanimità Maurizio Bufalini. La dimostrazione di alta stima che voi deste ad uno de'Nestori delle scienze Italiane riescì graditissima, ed io avevo avuto l' incarico di esprimervi tutta la gratitudine del nuovo eletto. Sventuratamente egli non fu lungamente con noi.

« Il 21 scorso aprile si spegneva in Firenze la gloriosa sua vita di 88 anni (era nato in Cesena il 4 giugno 1787).

« La grandezza dei servigi resi alle scienze ed alla umanità dal Bufalini gli meritò che lui vivente, uomini distintissimi ne scrivessero biografie. Citerò quella del prof. Paolo Mantegazza. Oggi aspettiamo tutti con vivissimo desiderio la sua autobiografia la cui pubblicazione fu dall' illustre estinto affidata ad uno dei nostri più distinti letterati, ed uno dei più fini apprezzatori degli uomini antichi come moderni, al deputato Mariotti.

« La nomina a socio dell' Accademia dei Lincei fu l'ultimo dei tanti onori che ebbe in vita il Bufalini. Degnamente egli corrispose, imperciocchè l' ultimo atto della sua volontà fu una disposizione la quale è singolarmente conforme all' ordine d' idee, che indusse nel 1603 la creazione della nostra Accademia, e ne consigliava testè quella trasformazione, per cui al 14 febbraio essa potè aggregarsi il Bufalini.

« Egli lasciò infatti un legato che ha per scopo di aprire in certi prescritti modi un concorso periodico, il primo da tenersi da qui a 10 anni, e di poi ogni 20 anni, per modo che per ogni concorso potrà aversi una somma non minore di L. 10,000. Le materie del concorso sono stabilite nel seguente tema.

« — Posta l' evidenza della necessità di assicurare al solo metodo sperimentale la verità e l' ordine di tutte le scienze, dimostrare in una prima parte, quanto veramente sia da usarsi in ogni scientifico argomentare il metodo suddetto, ed in una seconda parte, quanto le singolari scienze se ne siano prevalse nel tempo trascorso dall' ultimo concorso insino ad ora, e come possano esse ricondursi nella più fedele ed intima osservanza del tempo medesimo ».

2. *Comunicazioni e letture.*

Il socio Respighi legge una memoria, avente per titolo « *Osservazioni del diametro solare, fatte al R. Osservatorio del Campidoglio.* Vedi la seconda parte del volume.

Il socio Brioschi legge il seguente riassunto di un suo lavoro, che ha per titolo: *La determinazione analitica di alcune singolarità delle curve piane.*

« Le ricerche intorno le singolarità delle curve piane considerate dal punto di vista analitico possono dare luogo a tre procedimenti i quali per quanto intimamente legati fra loro pure differiscono essenzialmente non solo rispetto ai mezzi analitici speciali a ciascuno di essi, ma altresì per le relazioni esistenti fra i medesimi ed altri problemi d'analisi.

« Un primo procedimento consiste, come è noto, nella determinazione analitica della curva di cui i punti di intersezione colla data corrispondono a quei punti singolari di questa dei quali erasi proposto lo studio. Così, per esempio, si giunse a dimostrare che in generale i punti di flesso di una curva sono i punti di intersezione della medesima colla curva di cui la equazione ottiensi da quella della data mediante la forma analitica denominata *hessiana* dal suo autore; così si pervenne alla determinazione analitica della curva del quattordicesimo grado di cui i punti di intersezione con una del quarto grado sono i punti di contatto delle tangenti doppie a quest' ultime e si stabilirono i criteri per ricerche simili rispetto alle curve di più alto grado.

« Con un secondo procedimento si ha di mira la ricerca delle equazioni, dalla risoluzione delle quali si otterrebbero i valori delle coordinate di quei punti singolari. A questa classe di equazioni, appartiene la nota equazione del nono grado risolubile algebricamente la quale dà i nove punti di flesso di una cubica; come anche quella del sedicesimo grado corrispondente ai punti di contatto delle tangenti doppie ad una curva del quarto ordine con un punto doppio, la quale pure dimostrai essere risolubile per funzioni algebriche, in una breve nota pubblicata nei

Mathematische Annalen nel 1871, illustrata dai lavori del prof. Cremona, e del prof. Brill. Queste equazioni si possono evidentemente ottenere dalla eliminazione di una delle coordinate dalle due equazioni della curva data e di quella che la interseca nei punti singolari che si considerano, ed in questo senso il secondo procedimento non differirebbe dal primo, se alla ricerca di quelle equazioni non si potesse procedere direttamente.

« Nel terzo procedimento infine alla ricerca dei valori delle coordinate dei punti singolari si sostituisce quella dei valori del rapporto fra i parametri della retta che ha, colla curva data, un numero di punti comuni o di punti di contatto corrispondente alla singolarità della curva che vuolsi considerare. Questo terzo procedimento può definirsi nel modo più generale come segue. Data una funzione omogenea f di tre variabili x_1, x_2, x_3 i rapporti delle quali rappresentino le coordinate di una curva piana, supponendo che una di quelle variabili, per esempio la x_3, sia una funzione lineare delle altre due x_1, x_2; sostituendo questo valore di x_3 nella funzione f ottiensi una forma binaria, i coefficienti della quale contengono i parametri di quella funzione lineare. Trattasi di determinare il rapporto dei parametri stessi per modo, che la equazione la quale ottiensi eguagliando a zero, quella forma binaria abbia rispetto alle sue radici, proprietà corrispondenti alle singolarità della curva. Così per esempio se trattasi della ricerca dei punti di flesso della curva, dovranno tre radici di quella equazione essere eguali fra loro, se dei punti di contatto delle tangenti doppie, dovranno essere eguali due coppie di radici, e così via. L' illustre Clebsch ha dato un primo esempio di queste ricerche nel suo importante lavoro. « Sulla teoria delle forme binarie del sesto ordine e la trisezione delle funzioni iperellittiche » pubblicata nelle Memorie dell'Accademia di Gottinga ed è ritornato sullo stesso argomento in un breve lavoro nei *Mathematische Annalen* e nella sua « *Theorie der binären algebraischen formen; Leipzig,* 1872.

« Il problema studiato da Clebsch come egli stesso lo definisce nei succitati lavori è il seguente:

« Sieno u, v due forme binarie la prima del secondo, l'altra del terzo ordine, si vuol determinare una funzione lineare ξ per modo che la espressione:

$$2v - 3\xi u + \xi^3$$

sia un cubo completo ».

« Per quanto fine ed elegante sia l'analisi adottata da Clebsch in questa sua ricerca, pure essa risentesi del modo alquanto speciale col quale fu definito lo scopo della ricerca stessa e quindi quell'analisi, forse già complicata in questo caso non presterebbesi alla soluzione di altre simili quistioni. Ma se il problema viene definito nel modo più generale esposto sopra, noi troveremo nelle condizioni le quali devono verificarsi per la sussistenza di fattori multipli o di radici eguali, le equazioni che conducono alla soluzione del problema analitico e del problema geometrico.

« Così per esempio se la funzione omogenea f delle tre variabili x_1, x_2, x_3 sarà del terzo ordine, siccome sostituendo in esse per x_3 una funzione lineare delle altre due si ottiene una forma binaria cubica la quale deve essere eguale al cubo di una funzione lineare, i due invarianti, quadratico e cubico, della forma stessa, sono iden-

ticamente nulli; e queste condizioni sono già per sè stesse le due equazioni alle quali conduce l'analisi di Clebsch.

« Se la funzione f fosse del quarto ordine si hanno a considerare due casi e cioè il primo quando essa riducesi al prodotto del cubo di una funzione lineare per un'altra funzione lineare, il secondo alloraquando sia eguale al quadrato di una funzione quadratica. Le condizioni corrispondenti, desunte sempre da proprietà dei covarianti e degli invarianti della forma binaria del quarto ordine, sono evidentemente differenti nei due casi; essendo nel primo identicamente nulli i due invarianti, quadratico e cubico, nel secondo nulla il covariante di sesto ordine ed il discriminante. Tanto nel primo che nel secondo caso quelle due condizioni sono le necessarie e sufficienti alla risoluzione dei due problemi analitici, che espressi geometricamente, riguardano i 24 punti di flesso, o le 28 tangenti doppie di una curva generale del quarto ordine.

« Questi esempi mi paiono sufficienti a dare una chiara idea della fecondità del metodo, al quale acquista interesse il fatto che a questi problemi geometrici corrispondono altrettanti problemi relativi alla teoria della moltiplicazione o della trasformazione delle funzioni elittiche ed iperelittiche.

« Esso estendesi anche, con alcune modificazioni, alle singolarità delle superfici come spero potervi dimostrare in altra occasione; ma limitandomi pel momento alle curve piane, permettetemi ancora di osservare che l'essenza del metodo stesso quale risulta dallo proprietà che ho enunciato, come pure tutte le calcolazioni necessarie per lo sviluppo del medesimo, hanno il loro fondamento in quella *teoria delle forme* la quale iniziata dai matematici Inglesi ebbe ancora pochi cultori presso le altre nazioni, se si eccettui quella schiera di valenti geometri della scuola di Gottinga, che guidati dal Clebsch la portarono all'attuale perfezione, teoria che costituendo il più potente anello di correlazione, fra l'analisi e la geometria, potrebbe con opportunità indiscutibile, essere insegnata in alcuna delle Università italiane. »

Il socio Volpicelli legge una memoria sul mezzo più acconcio, per assegnare la natura, e la tensione della elettricità in un atmosferico strato. L'autore dimostrò che per essere la Terra un corpo elettrico negativamente, la influenza di questo pianeta sopra un conduttore *mobile*, manifesta un positivo sempre crescente col salire del conduttore medesimo, ed un negativo sempre crescente anch'esso, col discendere del conduttore stesso.

Per tanto il socio medesimo, appoggiato a sperienze per lungo tempo ripetute, confermò quanto più volte aveva già concluso, cioè che l'asta *fissa* frankliniana, e *ben isolata*, è il mezzo migliore per le ricerche di atmosferica elettricità, ed è preferibile per molte ragioni dell' asta *salente*. Imperocchè i risultamenti di questa, risentono gli effetti della variabile influenza negativa tellurica sull' asta medesima pel suo moto; e perciò tali risultamenti non manifestano punto quella elettricità che si cerca,

Questa memoria fu compilata, coll'intendimento di rispondere ad una recente pregevole pubblicazione del chiarissimo professore Luigi comm. Palmieri, la quale s'intitola: *L'apparecchio al conduttore mobile* (Napoli 1875), e che all'oratore fu gentilmente inviata dallo stesso Palmieri suo dotto amico.

3. *Comitato segreto.*

Il Presidente sottopone alle deliberazioni della Classe il riparto de' suoi soci corrispondenti fra le tre categorie create dall' art. 3° dello Statuto.

Il Presidente domanda se l' anzianità debba decorrere dalla data della nomina dell' Accademia, ovvero da quella del R. Decreto che la approva. La Classe, mentre desidera che siano gelosamente rispettati i suoi diritti, alla sua volta intende rispettare il diritto di approvazione della nomina per parte di S. M. decide che la anzianità debba decorrere dalla approvazione di S. M. salvo poi a classificare coloro la cui nomina fosse approvata nello stesso giorno, coi criteri già determinati in altre sedute.

L' Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana si sciolse dopo due ore di seduta.

Sessione del 2 Maggio 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti: Barilari — Battaglini — Beltrami — Betocchi — Betti — Blaserna — Cadet — Cannizzaro — Cremona — De Notaris — De Sanctis — Jacobini — Maggiorani — Meneghini — Moriggia — Pareto — Ponzi — Respighi — Rolli — Tommasi-Crudeli — Todaro — Turazza — Volpicelli.

1. *Affari diveri.*

Il Presidente presenta alla Classe il dottor Mayer professore alla Scuola Politecnica Svizzera, il quale a termini dell' art. 20 dello Statuto fu invitato a prendere posto fra gli Accademici, ed autorizzato a dar lettura di una sua comunicazione.

Il Presidente annunzia che col Decreto 11 aprile, da S. M. il Re fu approvata la nomina a socio dell'Accademia del cav. Genocchi.

Comunica che il prof. Boccardo socio corrispondente dell'Accademia, a termini dell'art. 35 dello Statuto ha optato per la Classe di scienze morali politiche, e filologiche.

Presenta una lettera del Ministero de' lavori pubblici colla quale si chiede se l' Accademia voglia prendere in esame, ed emettere un voto sul collettore foto-termico-armillare del prof. Balestrieri. L' Accademia dietro proposta del Presidente, stante le molte memorie che devono leggersi, rimanda la decisione in proposito alla prossima sessione.

2. *Comunicazioni e letture.*

Il dott. Carlo Mayer legge alcune *osservazioni geologiche sulla Liguria, il Tortonese el'Alto Monferrato.*

Queste osservazioni sono riportate sopra una carta geologica, che l' autore presenta all' Accademia ed è fatta sovra i 4 fogli della carta dello stato maggiore alla scala di 1 a 50,000, che sono denominati Genova, Roccaverano, Novi, Acqui.

Prescindendo dalle roccie laurenziane e dal calcare verosimilmente giurassico che dai dintorni di Savona si estendono sul versante nord dell'Appennino fino a Dego, Sassello e Spigno, il paese studiato dall' autore si compone intieramente di terreni terziari e di serpentino. L' autore non si trattiene in questa comunicazione sul serpentino, sebbene dichiari avere questo avuto parte importantissima nella geologia della regione da lui esplorata; egli passa in rivista gli otto piani terziari che potè trovare, e riportare sulla carta geologica presentata all' Accademia.

a) Strato liguriano. Esso è racchiuso fra gli strati nummulitici incontestabilmente bartoniani dei dintorni di Nizza (Capo la Mortola) ed il tongriano normale del versante nord dell' Appennino, il flysch o macigno eocenico, e meritava a giudizio dell' autore il nome che gli diede nel 1857, tanto spiccati ne sono i caratteri.

b) Piano tongriano. Il piano nummulitico superiore occupa sulla carta dell'autore maggiore spazio che ciascuno degli altri terreni sedimentari. Egli è soprattutto all' ovest del massiccio serpentinoso che esso prende una grande estensione, cosicchè sulle altezze di Pareto si direbbe di essere nel mezzo di un oceano tongriano. La sua spessezza non è valutata dall' autore più di 500 metri, sia per la debole inclinazione degli strati, sia per la presenza del serpentino a poca profondità. Come dappertutto, il tongriano piemontese si divide in tre sottopiani distinti; il primo è formato da conglomerati, da sabbie serpentinose spesso ricche di nummuliti e di conchiglie, e di molasse grigio-verdastre, indurite e gibbose, ordinariamente povere di fossili; il secondo si compone di marne tenere e lamellose, grigio-verdastre, senza fossili, ad eccezione delle vicinanze di Castel de' Ratti; il terzo, della spessezza solamente da cinque a dieci metri, consiste d' ordinario di un calcare sabbioso, o serpentinoso azzurrognolo o bigio-verdastro, spesso a concrezioni bizzarre, ma che diventa compatto e bianco ai bagni d' Acqui, ed allora è identico al calcare di Gassino presso Torino. Solo a Garbagna, Arquata ed Acqui contiene fossili (nummuliti, echini, molluschi) che meritino menzione.

Interessante per la sua persistenza da un estremo all' altro dell'estensione del tongriano, e per le numerose e profonde sinuosità che descrive attualmente, questo muro del tongriano superiore ha ancora una grande importanza pratica, in ciò che esso separa assai bene le marne tongriane medie dalle marne aquitaniane, che qualche volta le si rassomigliano.

La circoscrizione del tongriano inferiore e del tongriano medio è sovente difficile a cagione della rassomiglianza delle rocce e della montuosità della contrada che essi di per se soli occupano.

c) Piano aquitaniano L' oligocene superiore si distingue, nell' Appennino, per una alternanza molto normale di marne schistose, micacee, e di banchi di marne sabbiose, più giallastre e che offrono quasi dappertutto delle superficie coperte di frammenti di vegetali. In alto queste marne dirimpetto alle acque dolci diventano più azzurrognole ed allora assumono aspetto piuttosto marino.

L' autore non le trovò fin qui con fossili determinabili. Gli strati aquitaniani, poco sviluppati all' est, eccetto nel golfo di Garbagna e di Pratolungo, acquistano, all' ovest di Bistagno e di Roccaverano, uno sviluppo veramente colossale, laddove i loro strati si affondano regolarmente verso il nord-ovest, sotto un angolo di dieci a

quindici gradi solamente; essi non debbono guari cederla in potenza alle molasse aquitaniane dell' alta Baviera, o della Svizzera, di cui si valuta la spessezza a forse tre mila metri.

d) Piano langhiano. Gli strati per i quali l' autore conserva il nome proposto da Pareto, si distinguono dagli strati aquitaniani sottoposti per la loro natura molto differente, e per i fossili molto numerosi; essi constano di marne schistose e micacee più o meno friabili, alternativamente più calcari, più sabbiose, e d' un color azzurro cenericcio molto costante. Fin dalla loro base formicolano in taluni punti i fossili marini, tra cui dominano ed abbondano i *Pteropodi* del genere *Vaginella.* Egli è tra la Scrivia e l' Orba, e nelle vicinanze d' Acqui e di Terzo che questo piano langhiano è meglio sviluppato, e raggiunge fino a mille metri di profondità.

e) Piano elveziano. Dei tre sottopiani di cui si compone l' elveziano, i due primi sono molto costanti nelle località di cui si parla, mentre il terzo sembra mancare sopra molti punti della sua linea. Il primo è costituito da una potente alternanza di marne azzurrognole, con grossi banchi di marne sabbiose giallastre. Esso è d'ordinario povero in fossili, ma ne offre in gran numero a Borgomale all' ovest e ad Avolasca all' est. Questo secondo sottopiano, quello che Pareto aveva chiamato *Serravalliano*, è molto conosciuto per il Monferrato sotto il nome di Molassa gialla a *Briozoarii.* Questa Molassa sabbiosa, ricca in fossili all'est, li perde, e diventa più calcare verso l'ovest, ed è allora difficile distinguerla dai due sottopiani che la limitano.

L' elveziano superiore, poco potente in generale, è importante in ciò, che esso è qualche volta petrograficamente e paleontologicamente identico al calcare conglomerato a *Nullipore.* Detto calcare della Leitha, del bacino di Vienna, e che serve ancora a dimostrare che questo ultimo è più antico, e non più recente delle marne tortoniane di Baden.

Là dove è ben sviluppato e facile a misurare (come a Serravalle Scrivia) l'elveziano ha circa 400 metri, spessezza eguale a quella che esso acquista, p. e., a Lucerna.

f) Piano tortoniano. Le marne a *Pleurotome* mioceniche superiori, identiche e celebri in tutta Europa per innumerevoli e belli fossili, ricoprono da per tutto l'elveziano sulla lunga linea che esse occupano nella carta. Esse si sviluppano considerevolmente, ma in strati poco inclinati, tra Canelli ed Alba. A Stazzano, dove esse lungheggiano la Scrivia, hanno una spessezza valutabile a 300 metri almeno.

g) Piano messiniano. Il nuovo piano, intercalato tra il Miocene superiore ed il Pliocene, è formato in Piemonte come nel resto di Europa da tre orizzonti principali; gli strati a *Cerizii*, o alla base; gli strati a *Congerie*, i gessi superiori, nel mezzo; e le sabbie o ghiaie a *Dinotherium*, in alto. Gli strati a *Cerithium pictum* e *rubiginosum*, ossia il piano sarmatico dell' est dell' Europa, poco sviluppato, ma ricco in fossili nel Tortonese, si perde verso il centro della nostra carta, e non ricompare che sotto un nuovo aspetto, sulla carta di Acqui, nelle vicinanze di Caranzano e di Castigliola. Gli strati constano di marne giallastre, a banchi di conglomerati, nell' est; di marne grigie più calcari, presso Caranzano; e di nuovo di marne sabbiose giallastre, del tutto all' ovest.

Il sottopiano messiniano medio è caratterizzato dappertutto in Piemonte dalle masse gessose che esso racchiude. Le marne azzurre che accompagnano questi gessi,

racchiudono a Stazzano e ad Alice dei fossili marini e comuni nel Pliocene, mentrechè gli strati della medesima epoca di Bollèna in Provenza, e delle vicinanze di Livorno, nascondono la fauna delle acque salmastre di Kertoch e del bacino del Danubio, caratterizzato da numerose e grosse congerie.

Al disopra dei gessi si accumula nel Tortonese una massa potente di conglomerati, nella quale sono intercalati banchi di sabbie, o marne gialle, e qualche strato di lignite.

Gli strati messiniani superiori cambiano di aspetto all' ovest della Scrivia, al punto che i conglomerati si perdono, e sono rimpiazzati da marne giallastre o azzurrognole di una grande spessezza. Allora queste marne sembrano passare insensibilmente alle marne plioceniche, ed è difficile di circoscriverle verso l' alto.

Il piano messiniano, molto sviluppato e tipico nel Tortonese, può qui raggiungere 200 metri di potenza, a giudicarne dalla sezione che esso offre a Stazzano.

h) Piano astiano. Dei tre livelli del Pliocene, è, come da per tutto, l' inferiore (costituito dalle marne grasse azzurre a *Ficula undata*, ed a *Xenophora testigera*) quello che ha maggiore sviluppo in spessezza. Il livello medio, così ben caratterizzato nel Piacentino, dove è formato da marne sabbiose azzurre, a *Gasteropodi* predominanti, e dove arriva a 30 metri di potenza, è ridotto, come nell' Astigiano a uno o due metri di marne sabbiose azzurrognole, che affiorano qua e là al piede delle colline di sabbie gialle della vallata di Belbo e del Panaro; sabbie gialle marine e che formano il terzo sottopiano dell' Astiano.

i) Piano sahariano. L' autore non ha ancora rinvenuto al piede dell' Appennino ligure i depositi d' acqua dolce ad *Elephas meridionalis* formanti il primo dei tre orizzonti dell'epoca detta glaciale. In contraccambio, i conglomerati dei fianchi delle vallate, constituenti il sotto-piano medio, sono stati accertati in molti punti della vallata della Bormida, come Strevi e Bistagno. Le traccie ed i prodotti della terza fase parvero sinora all' autore di natura e di età incerte.

Il socio Ponzi legge una memoria *sui monti Mario e Vaticano, e sul loro sollevamento.* Vedi pag. 545.

Il presidente Sella comunica una nota del prof. Strüver *sulla Gastaldite, nuovo minerale del gruppo dei bisilicati anidri.* Vedi pag. 333.

Il socio De Sanctis presenta tre memorie coi seguenti titoli:

I. *Sullo scheletro di un mostro vitellino sternopago.* Vedi pag. 496.

II. *Sopra un singolare processo osseo sul tubercolo accipitale di un cranio etrusco.* Vedi pag. 557.

III. *Morfologia delle appendici piloriche dei pesci ossei.* Vedi la seconda parte del volume.

Le due prime memorie furono annunziate nella sessione del 15 giugno 1873, e se ne trova un riassunto negli atti della Reale Accademia dei Lincei di pari data.

Il socio Tommasi-Crudeli presenta una nota del sig. Colasanti *sopra la recisione del nervo olfattorio nelle rane.* Vedi pag. 393.

Il socio Tommasi-Crudeli presenta una nota del sig. prof. Boll *sopra le vescicole di Savi della Torpedine.* Lavoro fatto nel laboratorio di anatomia e fisiologia comparata della R. Università di Roma. Vedi pag. 385.

Il socio Betti presenta una nota del prof. Dini, relativa alla *funzione potenziale di una ellisse*. Vedi la seconda parte del volume; ed un'altra del dott. Alberto Tonelli *sopra la connessione degli spazi di un numero qualunque di dimensioni* Vedi pag. 594.

Il socio Jacobini legge una nota *sull'arte enologica*. Vedi pag. 382.

Il socio Cannizzaro presenta la seguente nota del sig. Sestini *sopra alcune proprietà dell' ortofosfato ferrico.*

« Dai trattati di chimica apprendesi che l'ortofosfato ferrico $Fe^2.(PO^4)^2$; il quale si depone sotto la forma di precipitato bianco-giallastro allorquando ad una soluzione di un sale ferrico si aggiunge altra soluzione contenente un fosfato ordinario, non si scioglie nell' acqua, nè nell' acido acetico; e di tale proprietà si insegna da gran tempo a trarre profitto sia per ricerche qualitative, sia per la determinazione quantitativa dell' acido fosforico. Il prof. Henirich Will di Giessen, nella sua pregiata opera *Anleitung zur Chemischen Analyse*, giunta nel 1873 alla nona edizione, a pag. 172 dichiara che l'ortofosfato ferrico è insolubile nell' acido acetico, e lo conferma poi in più luoghi specialmente a pag. 317 trattando dell' analisi delle ceneri. Nel grande manuale chimico di Gmelin-Kraut (6te Auflage, 3ter Band, s. 327), confermasi che questo sale è insolubile nell' acido acetico; ma ivi si aggiunge che non sciogliesi nell' acido stesso, se freddo. Alcuni casi occorsi nel determinare l' acido fosforico delle ceneri, avevano fatto nascere più volte qualche dubbio sulla decantata insolubilità del fosfato ferrico nell' acido acetico; di tal guisa che pochi mesi or sono vennero intrapresi alcuni esperimenti per venire in chiaro della cosa.

« A tal uopo preparossi l'ortofosfato ferrico ponendosi nelle condizioni stesse in cui ci troviamo quando si vuol precipitare da una soluzione acida per acido acetico, che contenga i costituenti di questo sale.

« Ad un soluto di cloruro ferrico fu aggiunto ortofosfato bisodico ordinario sciolto in acqua; il precipitato venne disciolto in piccola quantità di acido cloridrico; poi nel liquido limpido aggiunto ammoniaca in eccesso, e dopo mezz' ora di tempo il liquido stesso fu acidulato con acido acetico. Il precipitato voluminoso di colore bianco-gialliccio si raccolse sopra un doppio filtro di carta svedese, e si lavò per 26 giorni di seguito con acqua distillata, facilitando giorno e notte la filtrazione con un piccolo aspiratore di Bunsen. Ogni giorno fu saggiato il liquido di lavatura e si notò che mentre anche al 5° giorno col nitrato d' argento si scoprivano traccie di cloruri e notevoli quantità di acido fosforico, dopo il 10° giorno questo reattivo non manifestava più affatto la presenza del cloro, ma bensì traccie apprezzabili di acido fosforico: e così le cose procederono fino al 26° giorno; nel quale avendo perso la speranza di ottenere acqua di lavatura priva di traccie di acido fosforico, si pose parte del precipitato ad asciugare tra carta e parte lo si conservò allo stato melmoso.

« Con questo precipitato melmoso furono fatte tosto le seguenti esperienze.

Esp. A. 1 gr. di precipitato melmoso (contenente 6 $^0/_0$ di ortofosfato ferrico seccato a 100° C.i) fu posto in una bottiglia chiusa con tappo smerigliato, insieme con 100 gr. d' acqua stillata, la quale si andò di continuo agitando, mentre si teneva la mescolanza in luogo ove la temperanza variava da 10° a 12° C.i Dopo 44 ore di

contatto si trovò che l' acqua aveva disciolto 0, g. 002 di materia fissa contenente traccie di ossido ferrico e quantità relativamente notabile di acido fosforico.

Esp. B. 1 gr. dello stesso precipitato melmoso si pose, come nell' esperienza precedente, a digerire con 100 gr. d' acqua e 10 gr. di acido acetico; e dopo 44 ore si trovò che il liquido acido aveva disciolto 0, gr. 0068 di fosfato ferrico.

Esp. C. Si ripete l' esperienza *B*, aggiungendo all' acqua, oltre l' acido acetico (10 gr.), anche 5 gr. di cloruro ammonico, e si osservò che dopo 46 ore il liquido aveva disciolto 0,0070 di fosfato ferrico.

« Da tali risultamenti conseguita: 1° che il fosfato ferrico non è assolutamente insolubile nell' acido acetico; 2° che il cloruro ammonico non fa in modo alcuno aumentare la solubilità di questo fosfato nell' acqua acidulata con acido acetico; 3° che anche l' acqua fredda può togliere un poco di acido fosforico da quel fosfato finora ritenuto come affatto insolubile ed inalterabile a contatto dell' acqua.

« Quest'ultima conclusione mi portò a sperimentare l'azione dell' acqua bollente sopra il più volte ricordato fosfato ferrico.

Esp. D. 1 gr. di fostato ferrico asciutto, prima tra carta e poi in un disseccatore con acido solforico, fu posto in un recipiente di vetro che conteneva 200 gr. d'acqua stillata, e si fece bollire il liquido per 6 ore di seguito, procurando che il vapore condensato ricadesse nel recipiente. L' acqua dopo la prolungata ebollizione dava col nitrato argentico un discreto precipitato giallo di fosfato argentico; concentrata a piccolo volume reagì acida alle carte, dette abbondante precipitato giallo col nitrato argentico, dopo averla neutralizzata con soda pura; ma nè col solfocianuro, nè col ferrocianuro potassico, e neppure colla soluzione di tannino manifestò reazione alcuna. Adunque veniva in tal modo provato che l' ortofosfato ferrico, come sogliono fare la maggior parte dei sali ferrici, per l' azione dell' acqua bollente si scompone in acido fosforico che rimane disciolto ed in sale basico che rimane indietro.

« Si volle allora provare se fosse possibile, protraendo molto l' azione dell' acqua bollente, scomporre interamente il fosfato, e separare dall' ossido ferrico tutto l' acido fosforico.

Esp. E. Per 10 giorni di seguito si ripetè l' esperimento *D*, rinnovando tutti i giorni l' acqua; il 2° giorno si vide bene che il sale ferrico aveva cambiato di colore, cioè di gialliccio era divenuto bruno-rossastro; al 7° ed 8° giorno pareva ossido ferrico idrato; all' 11° giorno il liquido filtrato non reagì più col nitrato d' argento.

« Raccolto il precipitato rosso scuro e sciolto nell' acido azotico, fu saggiato il liquido, separato col filtro per mezzo del molibdato ammonico; ed ebbesi abbondante precipitato giallo. Ciò provava che l' acqua trasforma l' ortofosfato ferrico in un fosfato basico inalterabile per l' azione dell' acqua bollente.

« Tali risultamenti facilmente spiegavano perchè seguendo nell'analisi delle ceneri le norme indicate dalla più parte dei trattatisti, si trova un poco di ferro unito alla calce ed alla magnesia; e perchè il lavamento del fosfato ferrico dia sempre acqua che reagisce col nitrato di argento. Inoltre dimostravano che più era nel vero Latschinow, (1) quando raccomandava che per precipitare *tutto* l'acido fosforico dalla so-

(1) Zeitschrift für Analytische Chemie, 7, 1868, s. 213.

luzione cloridrica (ottenuta dal trattamento delle terre e delle ceneri) allo stato di fosfato basico, occorreva che fosse aggiunto una tale quantità di ossido di ferro 4 o 5 volte maggiore del peso dell'acido fosforico da determinarsi; di quello che non fosse Weeren che assicurava fosse sufficiente solamente una quantità doppia o tripla di ossido ferrico.

Il socio Betocchi legge una sua memoria relativa alle *effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene, con che dello stesso Aniene durante l'anno* 1874. Vedi pag. 532.

Il socio Volpicelli comunica i risultamenti delle sperienze da esso fatte, ponendo tre sfere metalliche insieme a contatto, per modo che i centri loro stessero sulla medesima retta. Di tali sfere le due laterali possedevano uno stesso diametro di 144 millimetri, e quelle poste una dopo l'altra fra le due prime, avevano un diametro, che sempre diminuiva da 60 sino a 2 millimetri, essendo esse 20 di numero.

Le due maggiori sfere venivano isolate da una colonnetta di vetro verniciato, mentre la sfera minore, posta in contatto colle altre due, veniva isolata mediante un filo di seta verde o bianco, ma *sottilissimo* e *ben torto*, affinchè non avesse peluria di sorta in tutta la sua lunghezza. Elettrizzava l'autore con una boccia di Leida questo sistema di tre sfere, quindi portava la sfera di mezzo in contatto col bottone di un elettroscopio a pile secche, la quale si mostrò quasi sempre caricata sensibilmente con elettricità contraria di quella che possedevano le due sfere maggiori laterali; nulla essendo l'azione dell'indicato filo di seta sull'elettroscopio, per le condizioni del filo stesso.

Allora la sfera di mezzo, portata fuori del contatto, si mostrò carica di elettricità omonima di quella delle sfere laterali, quando il suo diametro era maggiore di 24 millimetri. Del resto sebbene fra un risultamento negativo ed uno positivo, deve trovasene un terzo nullo, riesce assai difficile verificare questo teoretico risultamento colte tre indicate sfere. Le riferite manifestazioni elettrostatiche della piccola sfera, sono contrarie del tutto a quelle, che dice Coulomb avere ottenuto dal medesimo sistema delle tre indicate sfere in contatto fra loro, ed elettrizzate nel modo sopra espresso. Infatti Coulomb dice (*Histoire de l'Académie royale des sciences, année* 1787, *p.* 446, § XX, *lin.* 18): « il piccolo globo avente un diametro *minore* della sesta « parte di quello che appartiene alle grandi sfere, non mi dava segno veruno di elet- « tricità; ma per quanto si diminuisse il diametro di questo globetto, non ottenni « mai da esso la elettricità negativa ».

Si avverta che Coulomb caricava le sfere con elettricità positiva, ed il Volpicelli, per generalità maggiore, le caricava ora di elettricità positiva, ora di negativa, e dalla sfera piccola, tolta dal contatto, ebbe sempre nel primo caso elettricità negativa, e nel secondo elettricità positiva, cioè sempre contraria di quella, che al sistema delle tre sfere fu comunicata, come sopra è detto.

Coulomb al riferito suo sperimento applicò il calcolo (*opera citata*, p. 446 e 447, § XXI) che ognuno riconoscerà non essere abbastanza esatto; e dal medesimo concluse (*ibidem*, p. 447, l. 24) che « per quanto sia piccolo il globetto di mezzo, la « elettricità sarà o nulla od insensibile, ma non mai negativa, supponendo che i grandi

« globi laterali siano elettrizzati positivamente; così (egli dice) la teorica e la spe-
« rienza sono d'accordo ».

Tutto ciò viene contraddetto dai risultamenti delle sperienze istituite dal Volpicelli, e molte volte ripetute, sempre col medesimo successo.

Dice ancora Coulomb (*luogo citato*, p. 446, § XXI, l. 7 *salendo*) « che nel punto « di contatto, ed ancora nelle parti vicine a questo, la densità elettrica dei due globi « maggiori è quasi nulla ».

Però dalle attuali sperienze del Volpicelli, risultò che la densità medesima, esplorata col piano di prova a testa di spilla, è sensibile molto.

Coulomb neppure si accorse, che quando la sfera di mezzo, piccola quanto si vuole, trovandosi a contatto colle altre due maggiori elettrizzate, se venga toccata dal piano di prova a testa di spilla, mostra essere carica di elettricità omonima di quella che posseggono le due sfere laterali. Ciò nulla ostante questa medesima sferetta, portata sull'elettroscopio, si mostra carica di elettricità eteronima di quella, che posseggono le altre due sfere.

Chi voglia porre bene mente a questo fatto indubitato, vedrà con evidenza discendere dal medesimo:

1° Che un corpo elettrizzato può indurre sopra se stesso;

2° Che la indotta di prima specie non ha tensione, cioè può coesistere con quella libera contraria, senza neutralizzarsi con essa.

Il socio G. De-Notaris, a nome anche del collega Rolli, legge una relazione con cui conclude, e dall'Accademia si approva che venga stampata nei suoi Atti, una memoria del signor Carlo Bagnis intitolata: *Osservazioni sulla vita e morfologia di alcuni Funghi Uredinei.* Vedi pag. 442 e 445.

Il socio Cremona, a nome anche dei colleghi Battaglini e Beltrami, legge la seguente relazione sopra la memoria del signor ingegnere G. B. Favero, *Intorno alle figure reciproche della statica grafica.*

« Scopo di questa memoria è di stabilire e svolgere, col solo sussidio della geometria piana, la teorica di quelle figure, dette *reciproche*, che ricevono nella statica grafica un'applicazione così elegante come semplice al problema di determinare gli sforzi interni nelle aste di una travatura reticolare non soggetta a flessione. È noto che sinora le figure reciproche in discorso non erano state altrimenti ottenute che come projezioni ortogonali di poliedri, i quali fossero reciproci o nel sistema polare relativo ad una certa superficie di second'ordine, o in un così detto *Nullsystem*, vale a dire in un sistema di figure polari reciproche nello spazio, dove ogni piano contenga il proprio polo. Nessuno ignora che il *Nullsystem* si ottiene o dalla meccanica, per mezzo della riduzione di più forze a due sole, o della considerazione del moto infinitesimo di un corpo, o anche direttamente dalla geometria per mezzo di una cubica gobba (dove ad un piano corrisponde come polo il punto di concorso dei piani osculatori nei tre punti comuni alla curva ed al piano), o di un complesso plueckeriano lineare di rette (dove ad un piano corrisponde come polo il punto di concorso delle rette del complesso in esso piano contenute).

« A dir vero, già il signor ingegnere M. Lévy, nella recente ed interessante sua

opera *La statique graphique et ses applications aux constructions* (1), ha mostrato come si possono in un piano costruire le figure reciproche, senza aver ricorso alla considerazione di poliedri nello spazio. Se non che, tale costruzione non ci sembra costituire una propria e generale teorica di quelle figure, concepite come esistenti in un piano, indipendentemente da ciò che è fuori di esso. Invece una vera e completa trattazione planimetrica dell' argomento ci è esibita dal sig. ingegnere Favero, il quale si fonda, a tale uopo, sul seguente semplicissimo teorema, che rientra nella geometria elementare: « Due punti A, B siano uniti ad un punto M mobile in una direttrice rettilinea, e per altri due punti A', B' presi in una retta parallela alla direttrice si conducano le $A'M'$, $B'M'$ rispettivamente parallele alle AM, BM; il punto M' descriverà una retta parallela ad AB ».

« Questo teorema si riduce facilmente alla nota proposizione sulla quale è fondata la costruzione del signor Lévy: « Se cinque lati di un quadrangolo completo sono ordinatamente paralleli a cinque lati di un altro quadrangolo completo, anche i sesti lati saranno paralleli ».

« Se ora si ripete la costruzione per un numero qualunque di punti A, B, C....., combinati a due a due, di una data figura, senz' alterare nè la direttrice, nè i centri A', B', C',... (tutti presi in una stessa retta parallela alla direttrice), i punti analoghi ad M' si muoveranno in altrettante linee rette ordinatamente parallele alle AB, AC, BC...; le quali costituiranno la figura reciproca della data.

« Di qui l' autore deduce, per mezzo di semplici e spontanee considerazioni, tutte le proprietà note ed altre nuove delle figure reciproche, non tralasciando di concluderne opportune costruzioni grafiche, ed eleganti dimostrazioni di teoremi generali sui poligoni e sui moltilateri completi, alcuni elementi dei quali siano variabili secondo leggi determinate. L' autore paragona il suo metodo con quello de' poliedri reciproci e pone in evidenza l' identità dei risultati. Distingue i diagrammi *completi*, nei quali ad ogni coppia di punti o *nodi* è associata la retta indefinita che li congiunge, dai diagrammi *ridotti*, in cui mancano alcuni nodi o alcune rette. Indi, rammentata la proprietà meccanica dei diagrammi reciproci, passa ad applicare la teoria geometrica ai poligoni funicolari ed alle travature reticolari i cui pezzi sopportino esclusivamente sforzi longitudinali. E qui l' autore è tratto dal suo metodo a distinguere in ciascun diagramma tre parti: distinzione che riesce superflua nel metodo fondato sui poliedri reciproci e che non ci sembra sostanziale per la teorica; ma che tuttavia offre una regola pratica assai semplice per l' ordine da seguirsi nella costruzione grafica del diagramma reciproco a un dato.

« La Commissione accademica è d'avviso, che la memoria del sig. Favero costituisca un pregevole contributo alla letteratura, ancora scarsa di quelle dottrine geometriche, che servono di fondamento alla statica grafica; e che per conseguenza essa meriti d' essere accolta negli Atti dell' Accademia ».

Le conclusioni della Commissione sono approvate dall' Accademia. Vedi la memoria a pag. 455.

(1) Paris, 1874.

3. *Comitato segreto.*

Il Segretario dà lettura del verbale del Comitato segreto della precedente sessione il quale viene approvato.

L'Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana, si sciolse dopo quattro ore di seduta.

Sessione del 6 Giugno 1875.

Presidenza del Cav. Q. Sella — Soci presenti: Battaglini — Blaserna — Betocchi — Betti — Cadet — Cannizzaro — Casorati — Cremona — De Sanctis — Felici — Jacobini — Maggiorani — Meneghini — Moriggia — Pareto — Ponzi — Respighi — Rolli — Todaro — Tommasi-Crudeli — Volpicelli. Erano pure presenti il socio corrispondente Minich, ed il cav. Amari socio della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

1 *Affari diversi.*

Il Presidente annunzia che la classe di scienze morali, storiche, e filologiche è in via di formazione. Ricorda che a termini dell'art.° 38 dello Statuto dell'Accademia, per formare il primo nucleo furono chiamate le sei Accademie cui si riferisce l'art.° 33 dello Statuto del Regno, e che hanno classi di scienze analoghe, a designare un socio per ciascuna, ed il Ministero di Pubblica istruzione a designare altri sei. Legge i nomi degli scienziati scelti da questo, e da quelle, di cui annuncia avere S. M. il Re approvata la nomina con decreto del 9 maggio per i primi, e 13 maggio pei secondi. I soci designati dal Ministero sono i signori:

Amari Michele, Senatore del regno.

Scialoja Antonio, Senatore del regno, presidente di Sezione della Corte de'conti.

Vannucci Atto, Senatore del Regno.

Comparetti Domenico, prof. di Lingua e Letteratura greca nel R. Istituto di studi superiori, Firenze.

Connestabile della Staffa Gian Carlo, Perugia.

Carrara Francesco, prof. di Diritto e Procedura penale nella R. Università di Pisa.

Il Ministro nell'annunciare la sua scelta, scrive:

« Il Ministero nel fare questa scelta ebbe in mira di provvedere il meglio possibile « alle diverse discipline trattate dalla classe, a cui i nuovi soci appartengono, e crede « di esservi riuscito in quanto ha potuto trovare di più eletto fuori della Camera « elettiva: nella quale gli è sembrato di non dover entrare, perchè in ogni parte di « essa abbondando gli uomini meritevolissimi di quell'onore, ed il numero dei soci « riserbato al Governo non passando i sei, qualunque scelta egli avesse fatto, non « poteva andare esente da dolorose, e mal giudicate esclusioni ».

I soci designati dalle Accademie, sono i signori:

Mamiani Terenzio, senatore del Regno; scelto dall' Accademia della Crusca.

Minervini Giulio, bibliotecario della R. Università di Napoli; scelto dall' Accademia di Archeologia, Letteratura, e Belle Arti di Napoli.

Carutti Domenico, deputato al parlamento, consigliere di Stato; scelto dall'Accademia delle scienze di Torino.

Bonghi Ruggero, deputato al Parlamento, ministro della pubblica Istruzione; scelto dall' Accademia di scienze morali e politiche di Napoli.

Ascoli Graziadio, prof. di Linguistica nell' Accademia scientifica letteraria di Milano; scelto dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere di Milano.

Lampertico Fedele, Senatore del Regno; scelto dal R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti in Venezia.

Ai sovranominati soci della classe di scienze morali, storiche, e filologiche si aggiunge il socio Correnti, il quale valendosi della facoltà di cui all'art.° 35 dello Statuto, optò per detta classe.

2. *Comunicazioni e letture*

Il Presidente presenta gli estratti delle memorie, o relazioni che vennero stampate nel mese scorso.

Il socio Cannizzaro prende la parola sulla memoria testè presentata, del socio Maggiorani, sopra la Catalessi. (Vedi pag. 338.) Ricordando come il prof. Du Bois-Reymond di Berlino nel suo libro sull' elettricità animale giudica severamente gli esperimenti fatti sopra l'elettricità animale da Pacinotti, Puccinotti, Zantedeschi, Fabio, considerandoli come sintomi d' una caduta in profonda barbarie scientifica, teme che un giudizio egualmente severo sullo stato degli studi sperimentali nella capitale del regno d' Italia sarebbe espresso, se la memoria del prof. Maggiorani fosse inserita negli Atti della nostra Accademia, senza una sola osservazione da parte dei cultori di scienze sperimentali. Il silenzio, egli dice, potrebbe essere giudicato dagli stranieri come un tacito assentimento alle conclusioni, che il prof. Maggiorani ha tirato dalle sue osservazioni sull' azione della calamita sopra alcune malate.

Il socio Cannizzaro desidera perciò rammentare come molti cultori di scienze sperimentali in Italia, e molti componenti dell'ultimo congresso scientifico tenuto in Roma, hanno tentato di persuadere il prof. Maggiorani, che ciò che egli credeva avere osservato intorno all' azione di calamite sopra ammalate, era la ripetizione di illusioni nelle quali sono caduti tanti altri illustri medici prima di lui. Il prof. Maggiorani stesso, colla lealtà e la sincerità scientifica che sono a lui connaturali, ha narrato nelle sue memorie alcune esperienze, che il prof. di fisiologia dell' università di Palermo ha fatto innanzi a lui per convincerlo, che la calamita non avea un' azione diversa da qualunque pezzo di ferro, o di altro metallo.

Crede che questo ricordo inserito nei nostri Atti, basterà a lasciare al solo socio Maggiorani la responsabilità dell' interpretazione dei fatti da lui osservati.

Il socio Maggiorani fa notare, che le censure che Du Bois-Reymond diresse a Pacinotti e Puccinotti, riguardavano esperienze elettro-fisiologiche, intorno a supposte correnti fra la parte grigia e la midollare del cervello, e non avevano perciò alcuna

relazione colla influenza della magnete sull' organismo. Fa riflettere che la sua memoria sulla Catalessi non poteva essere occasione più inopportuna a protestare contro la legittimità de' suoi studi, una volta che vi si dichiara apertamente fin da principio di non voler sollevare la questione dell' influsso che il magnetismo possa spiegare sull' organismo dei nervosi, e la magnete non ci è nominata che in modo affatto accidentale per la forza attrattiva che esercitava sulle membra della catalettica. Egli non vi considera la magnete quale sorgente di una forza speciale, ma narra fedelmente che un cannello di ceralacca produsse lo stesso effetto. Il fatto dell' attrazione esercitata dalla calamita sulla paziente, è secondo lui di piena notorietà, come quello che fu ripetutamente osservato non solo dalla numerosa scolaresca di clinica, ma anche da molti medici estranei, accorsivi per la curiosità di essere spettatori di quella singolare malattia, fra i quali anche alcuni soci dell' Accademia. La giovane sovra cui si facevano le esperienze, priva di sensi, di coscienza, di volontà; impassibile ad ogni stimolo, compreso quello di una forte batteria galvanica (di che fu testimonio anche il Prof. Govi) dirigeva poi le sue membra a norma dei moti, che s' imprimevano alla calamita avvicinata a una parte qualunque del corpo.

Teme che il suo contradditore confonda l' argomento della realtà de' fenomeni magnetici con la loro teorica fisica. L' esito infelice degli esperimenti galvanometrici fu confessato dallo stesso autore, e mostrano solo che i turbamenti della macchina al contatto o alla vicinanza della magnete, non derivano da correnti elettriche da questa indotte, ma sono fenomeni puramente fisiologici. L'opinione teorica si modifica, ma la verità dei fatti rimane. Contro la legittimità dei quali, ossia contro il loro rapporto di effetti a causa coll' applicazione magnetica, non si solleva altro dubbio che il famoso turbamento della fantasia nei pazienti. Alla quale obbiezione si rispose più volte e si torna a rispondere che, prescindendo anche dal criterio dedotto dal calcolo delle probabilità dimostrante la inverosimiglianza, che in migliaia di casi osservati, sotto le circostanze le più differenti, si commovesse sempre la immaginazione degli esplorati colla magnete, l' origine psichica dei fenomeni magnetici viene esclusa da molti argomenti e sono:

Che non le sole isteriche altamente eccitabili, e quindi capaci di preoccuparsi di un esperimento insolito, qual' è di dar lor in mano una calamita, ma eziandio bambini lattanti, uomini impavidi, ciechi, vecchi, dormienti, letargici, ed animali nel periodo di vita in cui non hanno ancora dischiusi gli occhi alla luce, risentono egualmente la influenza della magnete, quantunque in tai casi non possa ricorrersi alla fantasia: Che il magnetismo essendo trasmissibile pel nostro organismo, la manifestazione de' suoi effetti può ottenersi senza alcun apparato sperimentale, ma a perfetta insaputa del paziente, facendo le viste di esplorare il polso, la temperatura della mano, il cuore col palmo di una mano, mentre coll' altra si premono i poli di una calamita nascosta: Che la natura di tali fenomeni contradice spesse volte alla pretesa origine psichica, non rivelandosi in essi un eccitamento centrale con successivi moti riflessi, ma piuttosto facendovisi mostra di modificazioni lente e graduali della sensibilità periferica; come allorchè si pone una calamita sul dorso di una mano con sequela di intormentimento della medesima, e di un senso di formicolìo ascendente; ciò che in buona fisiologia non può attribuirsi a commovimento dell'animo.

La specificità dei fenomeni che insorgono per l'applicazione della magnete trova anche un sostegno nella dottrina dinamica del moto, considerando che il loro andamento ritmico conciliasi assai meglio col concetto di una forza nuova incidente derivata dall'esterno, che viene a turbar l'equilibrio delle forze interne, di quello che coll' eccitamento cerebrale da fantasia accesa.

La realtà di una influenza del magnetismo sulla fibra viva è tanto ben dimostrata, quanto quella della elettricità: ed infatti non vi è opera completa di terapeutica in cui non si parli di effetti della calamita sul sistema nervoso, e ciò non solo nei libri del secolo passato, ma anche nei più recenti. Per esempio Trousseau ha consacrato un articolo all' azione fisiologica della magnete: e l' autore invitato dal presidente alla brevità conclude pregando l' Accademia a voler nominare una Commissione che ripetesse le sue esperienze ed esaminasse gli argomenti da lui addotti in sostegno di questa tesi.

Altri chiedendo la parola, il Presidente osserva, che molte essendo le memorie da leggersi, mancherebbe il tempo per una discussione sull'azione della calamita; e prega perciò i colleghi a limitarsi a dichiarare se si associano o nò, alla riserva manifestata dal Socio Cannizzaro.

Il socio Blaserna dichiara d'associarsi alle considerazioni ed alle riserve svolte dal socio Cannizzaro. Egli non mette in dubbio le osservazioni coscienziose del socio Maggiorani, ma non crede che esse provino in modo scientifico l' influenza della magnete. Quando si consideri la grande complicazione di simili fenomeni, ove esperienze propriamente dette non sono possibili, le conclusioni rimangono sempre incerte, e gli sbagli sono possibili. E la storia della scienza contiene molti esempi di simili errori, commessi da illustri scienziati e da abili osservatori.

Il socio Volpicelli fece riflettere aver egli pel primo dichiarato in Roma, che gli effetti ottenuti dal socio Maggiorani dalle sue sperienze, istituite mediante l'avvicinamento della calamita ai malati nervosi, dipendono unicamente dalla immaginazione loro esaltata per la vista della calamita stessa. Il Volpicelli ricordò le sue sperienze fatte nello spedale di S. Spirito, e nella sala delle adunanze dei Lincei sopra nervosi, da cui risulta che quando i nervosi non veggono la calamita, o non sospettano della presenza di essa, non ricevono verun turbamento nervoso. Egli terminò ricordando che il sig. Chevreul dell'accademia delle scienze dell' istituto di Francia, pubblicò nei *Comptes rendus,* che si accordava con piena convinzione colla opinione del Volpicelli. Questa opinione fu avvalorata da parecchi periodici, ed oggi lo è maggiormente dalle riflessioni esternate in proposito dai soci Cannizzaro e Blaserna.

Il Socio Maggiorani ripete le sue osservazioni, e mantiene le sue conclusioni.

Il socio Cremona, d'incarico del Presidente, dà un sunto delle seguenti due lettere dirette al Presidente stesso.

La prima del sig. Alberto Castigliano, Ingegnere nelle strade ferrate dell'Alta Italia, ha la data « Torino 11 marzo 1875 », ed è del tenore seguente:

« In una seduta di codesta illustre Accademia, tenuta, credo, al principio di gennaio, S. E. il conte Luigi Federico Menabrea, Senatore del Regno, luogotenente

generale nel Corpo Reale del Genio militare, ecc. ecc., lesse una sua memoria *sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici.*

« Questa memoria è divisa in quattro parti; nella prima l'illustre autore narra le origini ed i progressi di un teorema, di cui trovasi già cenno in alcune memorie anteriori al 1847, e di cui egli diede in quell'anno un enunciato più generale, imponendovi anche il nome di *principio di elasticità o del minimo lavoro:* nella seconda parte espone i metodi geometrici, che servono a risolvere i problemi relativi ai sistemi elastici articolati: nella terza cerca di dimostrare in tre modi diversi il teorema del minimo lavoro: in fine, nella quarta fa l'applicazione delle cose esposte ad alcuni casi particolari.

« Intorno a questa memoria mi permetta la S. V. Illma di sottoporle alcune osservazioni.

« Nella prima parte S. E. il generale Menabrea dice: *Non ostante le opposizioni fatte, le applicazioni del principio di elasticità si sono propagate, ed hanno vieppiù confermato l'esattezza, la semplicità e la generalità del metodo che ne deriva.* A questo punto egli cita me (1) fra quelli che hanno fatto applicazioni del detto principio (propriamente cita Castiglione Alberto, ma credo sia un errore di stampa). Poco dopo aggiunge: *io mi propongo di stabilire la legittimità del metodo col farne il confronto cogli altri direttamente dedotti da considerazioni geometriche:* SPOGLIANDO LE DIMOSTRAZIONI DATE ANTECEDENTEMENTE DA OGNI PRINCIPIO CONTESTABILE, *appoggerò la nuova, che sto per dare, alle nozioni più elementari della geometria e della statica. Si vedrà come si giunge rigorosamente a risultati identici con quelli ottenuti cogli altri metodi.*

« Ora a me pare che S. E. il generale Menabrea avrebbe dovuto a questo punto citare di nuovo la mia dissertazione di laurea, come quella nella quale trovasi per la prima volta la dimostrazione del teorema del minimo lavoro, che egli dice *nuova* e *spoglia di ogni elemento contestabile.*

« Vedrà la S. V. Illma che la mia dissertazione è divisa, come quella recente del conte Menabrea, in quattro parti, alla prima delle quali però ho dato il nome di *introduzione.* Nella parte cho io ho chiamato *prima* (2) e che corrisponde alla seconda della memoria del Generale Menabrea, io ho esposto rapidamente sì, ma chiaramente e completamente, il metodo che ho chiamato degli *spostamenti*, per risolvere tutti i problemi relativi ai sistemi elastici articolati, ed inoltre nel num. 4. ho fatto vedere come lo stesso metodo potesse applicarsi anche ai sistemi non semplicemente articolati. Ora, per quello che riguarda il metodo degli spostamenti applicati ai soli sistemi articolati, vedrà facilmente la S. V. Illma che le cose contenute nella nuova memoria del conte Menabrea, non sono che la riproduzione di quelle da me esposte. L'autore vi aggiunge alcune considerazioni intorno ad un altro metodo dovuto al signor Maurice Lévy, le quali però non hanno punto importanza per lo scopo principale della memoria, che è la dimostrazione del teorema

(1) Dalla pag. 8 alla 13 incl.

(2) Dissertazione di laurea presentata nel 1873.

del minimo lavoro, ed erano del resto già state distesamente esposte nella dissertazione di laurea dell'ingegnere VALENTINO CERRUTI, ora Prof. alla R.ª Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Roma.

« La parte seconda della mia dissertazione è intitolata *Teorema del minimo lavoro*, ed in essa vedrà facilmente la S. V. Illma che io ho enunciato questo teorema come puramente algebrico, e ne ho dato una dimostrazione anch'essa puramente algebrica, che è precisamente quella riprodotta ora dal Generale MENABREA, e che egli chiama *incontestabile*. Potrà però scorgere la S. V. che avendo egli posto la mia dimostrazione fra due di quelle da lui date precedentemente, e che egli stesso confessa essere contestabili, ne ha scemato alquanto la semplicità e la chiarezza. Del resto l'equazione (29) della memoria del generale MENABREA non è altro che l'equazione (6) della mia dissertazione, ed in questa è stata per la prima volta enunciata la proposizione (pag. 16, linee da 20 a 23) della quale non trovasi, per quello che mi pare, alcun indizio negli scritti precedenti, cioè: che *quando si cerca il minimo della funzione* $\Sigma \frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}}$ *estesa a tutte le verghe del sistema, tenendo conto delle equazioni di equilibrio in tutti i vertici, e facendo uso del metodo dei moltiplicatori, i valori che si ottengono per questi moltiplicatori non sono altro che gli spostastamenti dei vertici parallelamente agli assi.*

« Io non mi son limitato a dimostrare il teorema del minimo lavoro pel caso dei sistemi articolati, ma, come nella prima parte della mia dissertazione io aveva fatto vedere essere il metodo degli spostamenti applicabile a tutti i sistemi anche non semplicemente articolati, così per gli stessi sistemi ho dimostrato essere vero il teorema del minimo lavoro, ed ho fatto vedere il modo di adoperarlo. In questa parte specialmente (della quale non tratta punto la nuova memoria del Generale MENABREA) io mi son molto esteso, perchè è la sola parte utile nella pratica, dove non mai si adoperano sistemi semplicemente articolati, e sono invece continuamente adoperati dei sistemi, che chiamerei *misti*, formate di verghe articolate fra loro e congiunte a snodo con travi rettilinee e curvilinee, non già soltanto alle loro estremità, ma in punti qualunque della loro lunghezza. Dirò di più che io giudico il *teorema del minimo lavoro*, superiore agli altri metodi pel calcolo dei sistemi elastici, appunto per la sua proprietà di potersi comodamente applicare ai sistemi *misti*.

« Passando poi all'ultima parte della mia dissertazione (dalla pag. 32 sino alla fine), nella quale io ho fatto alcune applicazioni del teorema pel minimo lavoro, mi è necessario fare alcune avvertenze. Dapprima dirò che io non ho trattato alcun caso particolare di sistemi semplicemente articolati, perchè il mio modo di dimostrare quel teorema rendeva ciò perfettamente inutile. Perciò io l'ho applicato soltanto a quei pochi sistemi misti, i quali si sapevano già trattare con altri metodi non certo rigorosi, ma accettati dai pratici: io ho fatto vedere come e con quanta semplicità la formola di CLAPEYRON relativa ad un prisma elastico sostenuto da più appoggi si ottenesse col teorema del minimo lavoro: io ho fatto vedere come le formole ordinarie ed incomplete pel calcolo delle incavallature POLONCEAU, di quelle inglesi e delle travi armate, si ottenessero dal detto teorema, purchè si tenesse conto

soltanto del lavoro molecolare proveniente dalla flessione, e quali termini si dovessero aggiungere nelle formole ordinarie, per avere risultati rigorosamente esatti.

« Aggiungerò di più che le applicazioni che io ho fatto nella mia dissertazione non le ho fatte per confermare la verità del teorema, la quale io aveva stabilita nelle prime 32 pagine con dimostrazioni *puramente algebriche*; ma bensì per indicare alcuni artifizi di calcolo, e per far vedere quali quantità fosse meglio prendere per incognite nei diversi casi.

« Io spero che la S. V. Illma esaminando la mia dissertazione, di cui le invio una copia, si convincerà facilmente della verità delle mie asserzioni; e che il Generale Menabrea, il quale forse per sola dimenticanza non ha citato me come primo autore della dimostrazione, che ha ora cercato di far conoscere, non indugierà a riparare tale dimenticanza; nello stesso modo che io, quantunque nella mia dissertazione avessi dichiarato *non essere il teorema* del minimo lavoro, *che io voleva dimostrare, quello stesso proposto dal Generale Menabrea, e ciò a cagione della forma puramente algebrica a cui io lo aveva ridotto*, ora essendomi persuaso che *invece è lo stesso teorema*, lo ho *francamente confessato in una mia memoria* letta dall'egregio sig. Prof. Cav. Curioni all'Accademia delle scienze di Torino nella seduta del 24 gennaio 1875. »

La seconda lettera è del socio Generale Menabrea, ha la data « Roma 27 Marzo 1875 », ed è del tenore seguente :

« La prima domenica di giugno p. v., festa dello Statuto, dovendo io intervenire alla rassegna militare che sarà fatta da S. M. il Re, non è probabile che, in quel giorno, io possa assistere alla seduta di questa Reale Accademia per rispondere alle osservazioni contenute nello scritto del sig. Castigliano Alberto, del quale la S. V. si compiacque darmi comunicazione con suo biglietto del 21 corrente. Epperciò io sono costretto d' indirizzarle questa lettera con preghiera di darne lettura all'Accademia, dopo quella che sarà fatta dello scritto del sig. Castigliano.

« Egli, se ho bene inteso, fa richiamo per la priorità di un metodo speciale tendente allo stesso oggetto che *il principio del minimo lavoro delle reazioni elastiche* da me chiamato fin dal 1858 *principio di elasticità*, e che egli avrebbe svolto in una sua dissertazione (*Intorno ai sistemi elastici*) presentata alla commissione esaminatrice della R. Scuola degli ingegneri in Torino nel 1873; mentre un consimile metodo si troverebbe esposto nella nota *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici*, da me letta posteriormente a questa Accademia de' Lincei nella seduta del 3 gennaio p. p., senza che io vi abbia fatto abbastanza ampia menzione della sua dissertazione, essendomi limitato a citarla in una nota a piè di pagina.

« Anzitutto debbo fare osservare che forse il sig. Castigliano non ha esattamente afferrato lo scopo di quella mia nota, che era tutt'altro che inteso ad aprire una polemica od a dire cose nuove e non già implicitamente contenute in altri scritti; ma esso aveva più modestamente in mira, mediante il confronto di varî noti metodi, di affermare la verità dell' anzidetto *principio di elasticità*, il quale, quantunque accettato da eminenti geometri, era stato, non ha guari, sentenziato come *falso* da qualche analista, e che lo stesso sig. Castigliano metteva in certo modo in dubbio

nella sua dissertazione del 1873, come d'altronde egli lealmente lo confessa quest'oggi, imperocchè egli credeva il teorema cui giungeva nella sua dissertazione, diverso da quello espresso col *principio di elasticità*, mentre ambedue sono identici.

« Una lunga sperienza nell' insegnamento mi ha dimostrato che non tutti si rendono ugualmente ragione di una stessa verità, e tale dimostrazione che a molti sembra chiara ed evidente, appare al contrario alla mente di taluni incerta o confusa. La mia nota del 3 gennaio p. p. tendeva adunque a persuadere della verità del principio anzidetto, mediante confronti di risultati per così dire *palpabili* e proprî a togliere ogni dubbio al riguardo, ed a soddisfare le esigenze delle menti più difficili ad arrendersi.

« Ma per rispondere più adequatamente al sig. Castigliano, debbo esporre in poche parole lo stato della questione. Molti anni sono, in seguito alla lettura di una memoria del professore Dorna Alessandro inserita ne' volumi della Reale Accademia delle scienze di Torino (tomo XVIII, serie II) in conformità di un mio rapporto, essendomi occupato della ricerca di un metodo generale per la determinazione delle tensioni in qualsiasi sistema elastico, pervenni, non senza qualche fatica, a raggranellare parecchi scritti che miravano a quello scopo, fra i quali quello del sig. Véne, che fu il primo a stabilire che la *somma de' quadrati delle pressioni* prodotte da un peso sopra un numero qualunque di punti d' appoggio omogenei è *un minimo*; citerò inoltre un articolo firmato a. c. nel tomo nono del *Bulletin des sciences, mathématiques* di Ferussac, alcune memorie di Pagani professore alla Università di Louvain, infine le lezioni di Meccanica di Mossotti. In quegli scritti, per determinare, in alcuni casi speciali, le pressioni esercitate sopra punti d'appoggio, si partiva in sostanza dal principio che il *lavoro* sviluppato per effetto degli accorciamenti o distendimenti corrispondenti ai punti d' appoggio, è *un minimo* ne' casi contemplati. Ma questo principio fu del tutto dimenticato; ed in fatti ne' più reputati trattati sulla resistenza de' materiali non ne è fatto parola, e si usano (almeno fino a questi ultimi tempi) metodi speciali, appropriati ai diversi casi, per determinare le tensioni e le pressioni sviluppatesi ne' sistemi sotto l'azione delle forze esterne.

« Avendo ripigliato quest'argomento, mi parve che il principio anzi accennato e traveduto per alcuni limitati casi, poteva essere generalizzato, ed in una mia comunicazione fatta, prima all'Accademia delle scienze in Torino, poscia all'Istituto di Francia (Académie des sciences, séance du 28 mai 1858) tentai di estendere ad un qualsiasi sistema elastico quel principio che da me fu chiamato per brevità *principio di elasticità*, come già dissi. In una memoria posteriore presentata nel 1868 alla Reale Accademia delle scienze di Torino (*Étude de Statique physique*: *Principe général pour déterminer les pressions et les tensions dans un système élastique*) io diedi maggiore sviluppo a quelle prime idee e, colla scorta di numerose applicazioni, credo di essere stato il primo a mostrare come i risultati che si deducono dal *principio di elasticità*, il quale poggia sopra considerazioni *fisico-meccaniche*, tenuto conto della natura de'legami del sistema, coincidono con quelli che si ricavano dalle condizioni geometriche di collegamento de' varî punti del sistema, per cui si passa reciprocamente dal *principio di elasticità* alla determinazione delle tensioni,

quindi a quello delle variazioni di lunghezza de' vincoli, nonchè degli *spostamenti* de' *nodi* ; e, *viceversa*, da questi al principio di elasticità. Pertanto uno degli scopi principali della mia memoria del 1868 fu appunto quello di dimostrare il significato geometrico de'risultati che si ottengono dalla applicazione del *principio di elasticità*. In prova, basta ricordare le seguenti parole che vi si trovano scritte : pagina 6.

« En général, la détermination des forces intérieures (ossia le PRESSIONI « E LE TENSIONI) (per errore fu stampato forces EXTÉRIEURES) s' obtient, ainsi « qu'on le verra, par la considération des conditions géométriques auxquelles le « système doit satisfaire *avant* et *après* la déformation occasionnée par les « forces extérieures. Ainsi en considérant un certain nombre de cordons élastiques « fixés chacun par une de ses extrémités et qui par l' autre viennent se réunir « en un même point (*nodo*), auquel on applique une force par l'effet de laquelle « ce point se déplace, ce déplacement donne lieu à des variations dans les longueurs « des divers cordons.

« La condition géométrique d'existence du système est que les cordons, après « l'extension que chacun d'eux aura subie, viennent encore se réunir dans le même « point (ossia *nodo*) après son déplacement. En exprimant analytiquement cette « condition, on obtient des équations qui, unies à celles d'équilibre entre la force « extérieure appliquée au point de concours et les tensions développées dans les « cordons, fournissent les éléments necessaires pour déterminer ces tensions.

Poscia più avanti : « Je ne fais l' application de ce théorème *(principio di « elasticità)* qu' au cas des petits déplacements *relatifs* des points du système, et « on verra, par la suite, comment il fournit, de la manière la plus simple, de « nouvelles équations qui unies à celles d' équilibre sont suffisantes pour déter- « miner les tensions des liens qui réunissent entr'eux les points du système. On « reconnaîtra en outre que les équations subsidiaires ne sont autres que celles-là « mêmes qui expriment les conditions, géométriques auxquelles doit satisfaire le « système après la déformation qui a lieu par effet des forces extérieures. »

« Per togliere adunque i dubbî che potessero tuttora esistere in alcune menti circa l' intiera esattezza del principio di elasticità, e la utilità del metodo che ne derivava per la determinazione delle tensioni, ove non sembrassero sufficienti all'uopo le cose esposte nella memoria del 1868, presentai a questa Reale Accademia la nota anzi accennata del 3 gennaio p. p. nella quale io feci, nel modo più generale, il paragone con quel metodo di altri metodi poggiati sopra due distinti ordini di considerazioni meramente geometriche; l'uno fondato su quella delle deformazioni avvenute nel sistema elastico, dalle quali si deducono gli allungamenti de' vincoli, quindi le loro tensioni giusta le indicazioni accennate dal sig. MAURICE LÉVY nel suo trattato di *Statique graphique* (Paris 1874); l'altro che si deduce dalla considerazione de' piccoli spostamenti che avvengono ne' nodi del sistema, e che era più particolarmente accennato, come si è veduto nella mia memoria del 1868. Dimostrai come que' *tre metodi* ossia modi di determinazione delle tensioni conducono a formole identiche, per cui la verità del *principio di elasticità* viene ampiamente confermata dalla coincidenza stessa di que' risultati.

« Ciò posto, se ho ben capito il senso del reclamo del sig. CASTIGLIANO, egli do-

manda la *priorità* per il metodo che si deduce dalla considerazione de' piccoli spostamenti de' nodi, esposta, come egli dice, nella sua dissertazione del 1873. Se così gli garba, se la tenga pure; non voglio disputare sopra una questione di nessun interesse per la scienza e che non ha che un carattere meramente personale. Gli elementi del giudizio sono pubblicati e ciò basta; e col citare l'opuscolo del signor Castigliano senza però discuterlo, mi pareva di avere fatto quanto da me si poteva discretamente richiedere, poichè egli non sembrava ammettere la verità del *principio*.

« Mi si permetterà però di dire, in via storica, che per la mia nota del 3 gennajo p. p. io non ebbi bisogno di prendere altra ispirazione che dal concetto assai chiaramente espresso nella mia memoria del 1868, come si è potuto vedere dal passo che ne ho poc' anzi riportato; per cui la mia esposizione del metodo contestato non è che la semplice ed assai elementare traduzione algebrica di quel concetto, e la analisi da me seguita non è che la generalizzazione di quella adoperata in parecchi esempi trattati nella anzidetta memoria, mediante la quale io dimostrai la coincidenza de' risultati che si ottengono colle considerazioni meramente geometriche e quelle che si deducono dal *principio di elasticità*.

« D'altronde in quella memoria il mio pensiero fu espresso assai esplicitamente quando a pag. 33, dopo di avere dato una dimostrazione diretta del *principio*, io soggiungeva: « En résumé les relations géométriques entre les allongements λ (dei « vincoli) et (la lunghezza primitiva de') les *liens* expriment que les mêmes *liens* « (vincoli) concourent aux mêmes points (nodi) avant comme après la déformation « du système ».

« Ad ogni modo non posso che essere lieto vedendo il sig. Castigliano che ha dato saggio di particolare valore nelle scienze applicate, risolversi, *dopo di avere dubitato*, ad accettare come vero il *principio di elasticità*, che mi si permetterà di continuare a denominare con quelle *tre parole*, anzichè chiamare, forse con maggiore precisione, *principio del minimo lavoro delle reazioni elastiche*.

« Non posso inoltre che applaudire alle applicazioni fatte dal sig. Castigliano ai sistemi articolati ed ai confronti che egli ha fatto tra le formole dedotte dal *principio* e quelle più note adoprate per alcuni casi speciali. Ma mi corre ad un tempo l'obbligo di ricordare (anche in via storica), che nel *Bullettino* del principe Boncompagni (ottobre 1873) io, in una mia lettera del mese di settembre 1873, accennava una memoria, ora in corso di stampa nel giornale del Genio Civile (vedi il N.° di febbrajo 1875), nella quale l'egregio ingegnere cav. Rombaux, che ebbe senza esitanza *fede* nel *principio*, ne fa un' ampio studio confrontandolo coi metodi speciali più noti e lo applica ad un caso pratico e numerico de' sistemi articolati *(Condizioni di stabilità della tettoja di Arezzo)*. La sua monografia sarà, non ne dubito, giudicata preziosa per quel genere di ricerche.

« Nel dar termine a questa lettera mi sia anche lecito di dichiarare che io sarò pago delle non poche lotte che ebbi a sostenere, se sarò riescito ad introdurre nelle applicazioni delle matematiche all' arte dell' ingegnere un principio generale, esatto, che conduce direttamente ad un metodo pratico per la determinazione delle tensioni ne' sistemi elastici sottoposti a forze esterne e che vi producono deformazioni, sempre

però supposte piccolissime. Così sarebbe sciolto il *desideratum* di molti geometri, come me lo esprimeva l'illustre sig. Yvon-Villarceau in una sua lettera del 2 febbrajo 1869 già pubblicata, e nella quale egli diceva: « indépendamment du grand « interêt qui s'attache à la question et à la manière dont vous l'avez traitée, la lec- « ture de vôtre mémoire m'à arraché à la penible impression qu'avait produite sur « moi une publication ..... paraissant désespérer de la possibilité de résoudre, dans « les cas ordinaires de la pratique, le problème que vous avez abordé dans toute sa « géneralité ».

« Qualora, come lo credo opportuno, l'Accademia ordinerà la pubblicazione, nei suoi Atti, della nota del sig. Castigliano, desidero che sia ugualmente pubblicata questa mia lettera in risposta a quella nota stessa. »

Il socio Cremona crede che il reclamo del signor Castigliano non sia abbastanza fondato: il teorema di cui si tratta è anteriore ai lavori de' due autori, e le dimostrazioni date non sembrano esenti da ogni obbiezione. È perciò opinione sua che manchi la materia della contesa, e conclude: s'abbia il sig. Castigliano l'onore di aver fatto un bel lavoro; nessuno potrà togliere al socio Menabrea il merito di aver reso popolare e di uso comune un principio generale, che è certamente riserbato a ricevere applicazioni sempre più estese.

Il socio G. Battaglini legge una nota sulla *Quintica binaria*. Vedi pag. 582.

Il socio Cannizzaro legge una nota che ha per titolo *azione dell' idrogeno nascente sull'acido santonico; acido idrosantonico*. Vedi pag. 592.

Il socio Volpicelli comunica un sunto delle ricerche fatte dagli astronomi, per verificare se la *distribuzione del calore sull'apparente disco solare*, sia veramente come nel 1852 venne asserita dal p. Secchi, cioè più intensa nell'equatore solare che nelle altre parti del medesimo disco. Vedi pag. 653.

Il socio Tommasi-Crudeli legge una nota del dott. Giuseppe Colasanti, sull'*Influenza dell'abbassamento di temperatura sullo sviluppo dell'uovo di gallina*. Lavoro fatto nel laboratorio di anatomia e fisiologia comparata della R. Università di Roma. Vedi pag. 543.

Il socio corrispondente Raffaele Minich legge una memoria *Sull' uso delle differenze tra le radici nella teorica delle equazioni algebriche*. La memoria sarà stampata nel volume dell'anno prossimo.

Il socio R. Pareto legge la prima parte di una memoria intitolata: *Saggio di studi sul clima di Roma, paragonato a quello di altre città italiane, riguardo alla bontà dell' aria*. Vedi pag. 659.

Il socio Respighi presenta il *riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte negli anni* 1873 *e* 1874 *nel R. Osservatorio del Campidoglio*. Vedi pag. 873.

Il socio prof. Cremona legge una memoria *sulla corrispondenza fra la teoria dei sistemi di rette, e la teorica delle superficie*. Scopo di questa è di dedurre per mezzo di una trasformazione dovuta al sig. Sophus Lie di Cristiania, la geometria dello spazio di 4 dimensioni composta di rette, da quella dello spazio pur esso di 4 dimensioni, costituito da tutte le sfere dello spazio ordinario; ed in particolare di

concludere la teoria dei sistemi di secondo grado di rette, da quella della superficie di 3° ordine. La memoria sarà stampata nel volume dell'anno prossimo.

Il socio CREMONA presenta nna nota del dott. Giulio Ascoli professore a Milano *Sul concetto di integrale definito.* Vedi pag. 862

Il socio CREMONA legge una nota dell'ingegnere VALENTINO CERRUTI « *Intorno ad un teorema del generale* MENABREA. Vedi pag. 570.

Il socio F. CASORATI legge una nota *Sulla regola seguita da Bessel e dal generale Baeyer, durante la misura del grado nella Prussia orientale, per osservare gli angoli orizzontali senza correggere continuamente la linea di collimazione e l'asse di rotazione del cannocchiale del teodolite.* Vedi pag. 602.

Il socio MENEGHINI legge una nota che ha per titolo: *Paragone palentologico dei vari lembi del Lias superiore in Lombardia.* Vedi pag. 629.

Si legge una nota del socio B. GASTALDI *Sulla giacitura del Cervus euryceros.* Vedi pag. 436.

Il socio RESPIGHI legge una nota *Sulle osservazioni della cromosfera e delle protuberanze solari fatte al R. Osservatorio del Campidoglio dall'ottobre* 1869 *sino alla fine del maggio dell'anno corrente* 1875. Vedi pag. 708.

Il socio TODARO presenta una memoria corredata da cinque tavole, *sopra lo sviluppo e l'anatomia delle salpe.* Vedi pag. 720.

3. *Comitato segreto.*

La Classe approva il seguente programma relativo al premio Carpi pel 1876, proposto dal presidente SELLA a nome del Comitato di Amministrazione.

« Il premio di lire 500 fondato dal dott. Pietro Carpi, sarà conferito all'autore del migliore studio di minerali o roccie italiane che sarà presentato all'Accademia prima del 31 dicembre 1876. Le memorie dovranno essere scritte in italiano od in latino, e contenere risultamenti nuovi, ottenuti in un laboratorio o Museo del regno.

« Le memorie dovranno essere inedite, e non potranno pubblicarsi a parte, o inserirsi in altri periodici scientifici, se non dopo che saranno pubblicate negli Atti dell'Accademia.

« Le memorie dovranno pervenire alla R. Accademia dei Lincei, residente in Campidoglio, franche delle spese di porto.

« Gli autori potranno a loro scelta, o sottoscrivere col proprio nome le loro memorie, o apporvi una epigrafe ripetuta in una scheda suggellata, entro cui sarà scritto il nome dell'autore col suo domicilio.

« L'Accademia ha facoltà di pubblicare nei suoi Atti, anche prima del giudizio pel premio, le memorie sottoscritte dagli autori che fossero intanto giudicate meritevoli d'inserzione negli Atti stessi.

« Il premio sarà conferito dietro relazione di una commissione, approvata dall'Accademia. L'autore della memoria premiata ne avrà cento copie.

« Se la memoria premiata sarà una di quelle non sottoscritte, si aprirà la scheda suggellata, e si pubblicherà la memoria col nome dell'autore.

« Le altre schede suggellate saranno bruciate.

« I soci ordinari dell' Accademia sono esclusi dal concorso ».

Si nomina una Commissione composta dei soci Blaserna, Pareto, Scialoja, per proporre la risposta ad una lettera del Ministro della Istruzione pubblica che accompagna una circolare della Società Britannica per l' incoraggiamento delle arti, manifatture, e commerci, pel conferimento della medaglia Principe Alberto, colla quale circolare si chiedono indicazioni di coloro che meglio si procacciarono le singolari benemerenze, che la società suddetta suole rimeritare.

Il Ministro de' lavori pubblici avendo chiesto se l'Accademia poteva pronunciare un giudizio sul Collettore foto-termico armillare del prof. Balestrieri, la Classe ha considerato che a termini dello statuto essa è veramente chiamata ad esaminare le memorie inedite, ed originali, presentate per la pubblicazione nei suoi atti; ed invece il prof. Balestrieri ha già pubblicata per le stampe la memoria nella quale dà conto della sua invenzione. Ciò nonostante essa volentieri si incaricherebbe di ogni studio a cui fosse atta, e che il Governo desiderasse, essendo suo proposito di secondarlo per intiero; ma essa è in dovere riflettere, che qui trattasi di una scoperta che ha un fine tecnico, ed industriale. Ora l' esperienza ha insegnato ai corpi scientifici di andar molto guardinghi nell' uscire dal campo scientifico, ed entrare in quello delle applicazioni. È spesso molto pericoloso il dedurre da considerazioni puramente teoriche, conseguenze applicative; giacchè le difficoltà pratiche, le quali, o neppure si presentano alla mente dei teorici, o facilmente si superano nell' applicazione, conducono talvolta a risultamenti pratici diversi da quello che era la previsione. Infine l' Accademia componendosi di cultori delle varie scienze, finisce per aver nel suo seno pochi membri, i quali siano competenti per esaminare una data invenzione. Essa venne perciò nella conclusione di pregare anzitutto il ministro de' lavori pubblici a valersi direttamente dell' opera degli Accademici, che pei loro studi fisici, e tecnici, fossero competenti a studiare il Collettore foto-termico-armillare Balestrieri, ed i quali si pongono a sua disposizione, salvo a tornare sulla questione ove il Ministro insistesse perchè l' Accademia se ne occupasse.

L'Accademia riunitasi ad un'ora pomeridiana si scioglie dopo quattro ore di seduta.

Ferie dell' Accademia.

Dopo l'ultima Sessione Accademica si compirono alcuni fatti, che importa far noti ai Soci ed al pubblico prima del prossimo Novembre. Accadde inoltre che un Socio instò per la sollecita stampa negli Atti dell'Accademia di una nota, che egli non fu in tempo di presentare nell'ultima Sessione del 6 Giugno, e per il ritardo della cui pubblicazione fino al termine delle ferie accademiche potrebbe avvenire che l'autore della Nota perdesse la priorità di alcune sue osservazioni.

Il Presidente, ed il Comitato, che a termini dell'art. 36 dello statuto dell'Accademia ne hanno temporariamente il governo, radunatisi il 28 luglio deliberarono: che per le attuali ferie dell'Accademia:

1.° Siano da stamparsi nel volume II° Serie 2ª degli atti dell'Accademia in corso di stampa, le comunicazioni che il Presidente ed il Comitato reputassero urgente far conoscere ai Soci ed al pubblico.

2.° Possano stamparsi nel volume II°, o nel III° di detti atti le memorie o note di cui agli art. 22 e 24 dello Statuto dell'Accademia, per le quali il Socio che ne è l'autore od il presentante reclamasse la pronta pubblicazione per ragioni di priorità.

3.° Si debba dar conto alla prima riunione dell'Accademia, o della Classe cui riguarda, tanto delle comunicazioni quanto delle memorie o note, che a tenore delle precedenti deliberazioni fossero state stampate negli atti dell'Accademia.

In conformità di queste deliberazioni si danno le notizie che seguono.

1.° *Elezioni di Soci.*

Furono condotte a termine colle forme prescritte dall' Art. 12 del nuovo statuto dell' Accademia, ed approvate da S. M. le seguenti elezioni di soci nazionali e stranieri.

(a) *Elezione di 7 Soci stranieri della classe di scienze fisiche matematiche e naturali.* — Fu iniziata il 29 aprile 1875 con circolare del Presidente che invitava i soci della classe a proporre le terne, a termini dell'art. 12 dello statuto dell'Accademia. Con circolare del 1 giugno erano i soci invitati ad optare fra le terne, ed al 14 giugno era compiuto lo spoglio delle schede.

Votarono per la formazione delle terne 34 soci, e per la elezione definitiva votarono 36 soci. Risultarono eletti:

Chasles Michele — Parigi — con 34 voti nella votazione per la formazione della terna, e 35 nella votazione per la elezione definitiva.

Dalton Hooker — Kew — con 30 voti nella prima e 34 nella seconda votazione.

Helmholtz Ermanno Luigi Ferdinando — Berlino — con 32 voti nella prima votazione e 34 nella seconda.

Dana Giacomo — New Haven — con 33 voti in entrambe le votazioni.

Bunsen Roberto Guglielmo Eberardo — Heidelberg — con 32 voti in entrambe le votazioni.

Struwe Otto Guglielmo — Pulkowa — con 32 voti nella prima votazione e 29 nella seconda.

Darwin Carlo Roberto — Londra — con 31 voti nella prima e 28 voti nella seconda votazione.

S. M. il Re approvò queste elezioni con Decreti del 2 luglio.

(b) *Elezione di 7 Soci nazionali della classe di scienze morali storiche e filologiche.* — I soci della classe furono invitati dal Presidente con circolare in data 29 maggio 1875 a proporre le terne, e con circolare del 14 giugno ad optare tra le terne medesime. Il 25 giugno era compiuto lo spoglio delle schede. Presero parte alle due votazioni i 13 soci della classe. Risultarono eletti:

Mancini Pasquale Stanislao — Roma — colla unanimità dei voti nelle due votazioni.

Cantù Cesare — Milano — con 12 voti nella votazione per la formazione della terna, e 11 voti nella votazione per la elezione definitiva.

Messedaglia Angelo — Padova — con 9 voti nella prima votazione ed 11 voti nella seconda.

Valenziani Carlo — Roma — con 11 voti nelle due votazioni.

Boncompagni Carlo — Torino — con 11 voti per la prima votazione 10 per la seconda.

Fiorelli Giuseppe — Roma — con 13 voti nella prima votazione e 10 nella seconda.

Berti Domenico — Roma — con 11 voti nella prima votazione e 9 nella seconda.

S. M. il Re approvò queste elezioni con Decreti del 2 luglio.

(c). *Elezione di un Socio nazionale e di un Socio straniero nella classe di scienze fisiche-matematiche e naturali.* — I soci della classe furono invitati dal Presidente con circolare in data 14 giugno 1875 a proporre le terne, e con circolare del 25 giugno ad optare tra le terne medesime. Il 5 luglio era compiuto lo spoglio delle schede.

Votarono per la formazione delle terne 33 soci, e per la elezione definitiva 36 soci. Risultarono eletti:

A Socio nazionale

Stoppani Antonio — Milano — con 24 voti nella votazione per la formazione della terna e 29 voti nella votazione per la elezione definitiva.

A Socio straniero

Cayley Arturo — Cambridge — con 27 voti nella prima votazione e 33 voti nella seconda.

S. M. il Re approvò queste elezioni con Decreti del 25 Luglio.

(d). *Elezione di tre soci nazionali della Classe di scienze morali storiche e filologiche* —. I Soci della classe furono invitati con circolari del 2 e del 18 luglio 1875 a proporre le terne, e le opzioni. Il 28 luglio era compiuto lo spoglio delle schede. Presero parte alle due votazioni i 20 Soci della classe. Risultarono eletti.

Flechia Giovanni — Torino — con 16 voti nella votazione per la formazione della terna e 17 nella votazione per la elezione definitiva.

Luzzatti Luigi — Padova — con 17 voti nella prima e 14 nella seconda votazione.

Fabretti Ariodante — Torino con 16 voti nella prima e 12 nella seconda votazione.

S. M. il Re approvò queste elezioni con Decreti del 4 Agosto.

2°. *Memorie e note.*

Il Socio *Cannizzaro* con lettera del 28 luglio 1875 presentò una nota del Sig. *A. Oglialoro* avente per titolo «*Studi sull'essenza di pepe cubebe*» reclamandone la pronta pubblicazione per ragioni di priorità. Vedi pag. 685.

OPERE VENUTE IN DONO

Sessione 1.ª del 6 dicembre 1874.

	Donatori
Bellavitis prof. *Giusto.* — Rivista di Giornali parte 3ª della duodecima rivista.	L'Autore.
Codazza Giovanni. Relazione sui Musei industriali. Milano, 1874. Un fascicolo in 8.°	L'A.
De-Bosis Francesco. — Meteorologia anconitana, secondo quinquennio. Ancona, 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Galassi Andrea. — Memoria della istituzione dei Giurì in Italia. Modena, 1873. Un fasc. in 8.°	L'A.
Lombardini ing. *Elia.* — Sulla Bonificazione del circondario di Burana. Milano 1874. Un fasc. in 4.°	L'A.
Luvini Giovanni. — Del dieteroscopio (seconda comunicazione) Torino, 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Magliulo Niccola. — Lettera al Senatore conte Giuseppe Musio, relativa al suo discorso intorno alle modificazioni nell' ordinamento giudiziario, letto alla tribuna del Senato nelle tornate dal 24 al 29 gennaio 1873. Bona (Algeria); ½ foglio. 1873.	L'A.
Marcacci Giosuè. — Lettere al prof. Malagadi sull'autopsia di un' individuo, cui il 18 dicembre 1869 venne eseguita l'esportazione totale della glandula parotide. Un fasc. in 8.ª	L'A.
Panceri Paolo. — Intorno alla resistenza che l' icneumone ed alcuni altri carnivori oppongono al veleno dei serpenti. Napoli, 1874. Un fasc. in 4.°	L A.
Pongini Giovanni. — Le mie origini, - Libro 1.° L'origine dell'essere. - Libro 2.° L'origine dell'uomo. - Libro 3.° La mia origine come italiano. - Libro 4.° Notizie storiche circa Bardi - il Ceno e suoi dintorni. Piacenza, 1870-1874 in 8.° piccolo.	L'A.
Rosetti prof. — Memoria Sulla quantità di lavoro, che viene utilizzato nella macchina di Holtz. Padova 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Sardi Domenico. — Nota di un fenomeno dipendente dalla diversa densità dell'acqua. Napoli, 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Scaramella Girolamo. — Le stazioni zoologiche ed i comizi agrari. Padova, 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Sonsino dott. *Prospero.* — Ricerche intorno alla Bilharzia Haematobia in relazione colla Ematuria endemica dell' Egitto.	L'A.

Donatori

Villa (fratelli) — Riassunto di comparse entomologiche dell'anno 1873. Un fasc. in 8.° — Gli Autori

Villa Antonio. — Lettera al sig. Massara sull'insetto nocivo agli olmi. — L'Autore.

Zinno Silvestro. — Memoria sull' Ozono. Napoli, 1874. Un fasc. in 8.° — L'A.

Zoja prof. *Giovanni.* Descrizione di un teschio boliviano microcefalo. Un fasc. in 4.° — L'A.

Id. Nota sul gabinetto di anatomia normale della R. Università di Pavia. Un fasc. in 8.° — L'A.

Relazioni dei giurati italiani sulla esposizione di Vienna del 1873. Sette fascicoli in 8.° — Ministero di Agricoltura e Commercio.

Programma dei premi proposti dal reale istituto veneto di scienze, lettere ed arti per gli anni 1875 e 1876. ½ foglio. — Istituto id.

Bischoff von D.r *T. L. W.* Ueber den Einfluss des Freiherrn Justus von Liebig auf die Entwicklung der Physiologie. Eine Denkschrift. München, 1874. 4.° — L'Autore.

Erdmann Edouard. — La recherche géologique de la Suède. Description de la formation carbonifère de la Scanie. Stockholm, 1873. — L'A.

Francisque-Michel. — Contrôleur automatique de l'efficacité des paratonnerres. Paris, 1874. 8.° — L'A.

Id. Observations sur la costruction et l'entretien des paratonnerres. Paris, 1874. 8.° — L'A.

Funerailles de Lambert-Adolphe-Jacques *Quetelet*, secrétaire perpétuel de l'Académie Royale de Belgique. Bruxelles, 1874. Un fasc. in 8.° — Ernesto Quetelet.

Gannet Henry. — Miscellaneous publications. N. 1. Lists of elevations in that portion of the United States West of the Mississipi river. Washington, 1873. 8.° — L'A.

Id. N. 2. Meteorological observations during year 1872 in Utah, Idaho, and Montana. — L'A.

Hayden F. V. — United States, geological survey of the territories for 1867. 1868, 1869, 1871, 1872. — L'A.

Hinrichs Gustave. — Atomechanik oder die Chemie eine Mechanik der Panatome. Iowa-City; U. S. 1867. 4.° — L'A.

Kiaer A. N. — Rapport au congrès de statistique de St. Pétersbourg sur l'état de la statistique officielle du Royaume de Norvège. — L'A.

Krönig D.r — Das Unendliche, 8.° — L'A.

Mailly Ed. — De l'Astronomie dans l'Académie Royale de Belgique. Rapport séculaire (1772-1872) Bruxelles, 1872. 8.° — L'A.

Id. Tableau de l'Astronomie dans l'hémisphère austral et dans l'Inde, Bruxelles, 1872. 8.° — L'A.

Pettenkofer von *Max.* — D.r Justus Freiherrn von Liebig zum Gedächtniss München, 1874. 4.° — L'A.

Quetelet Ad. — Notice sur Charles Babbage, associé de l'Académie de Belgique. Bruxelles, 1872. 8.° — L'A.

Id. Tables de mortalité et leur développement, Bruxelles, 1872. 8.° — L'A.

	Donatori
Quetelet Ad. — De l'Homme considéré dans le système social: ou comme unité, ou comme fragment de l'espèce humaine, Bruxelles 1873, 8.°	L'Autore.
Id. Sur le huitième congrès international de statistique tenu a Saint-Pétersbourg pendant le mois d'août 1872. Bruxelles, 1873. 8.°	L'A.
Id. Notices extraites de l' Annuaire de l'Observatoire Royal de Bruxelles pour 1873. 12.°	L'A.
Soret I. L. — Sur la polarisation par diffusion de la lumière, Genève 1874. 8.°	L'A.
Toner J. M. — Dictionary of elevations and climatic register of the United States. New York, 1874. 8.°	L'A.
Törnebohm von *A. E.* — Ueber die Geognosie der schwedischen Hochgebirge. Stockholm, 1873. 8.°	L'A.
Trafford F. W. C. — Amphiorama, ou la vue du Monde des montagnes de de la Spezia: phénomène inconnu; pour la première fois observé et decrit Zurich, 1874. 8.°	L'A.
Vogel von *A.* — Justus Freiherr von Liebig als Begründer der Agrikulturchemie. Eine Denkschrift. München, 1874. 4.°	L'A.
La Saison. Guide-Journal des étrangers à Rome. 1.er Annèe. N. 1-5.	La Direzione.
Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. Serie 3, tomo 5, fascicolo 1-4. Memorie in 8.°	Accademia id.
Id. Rendiconto dell'anno accademico 1873-1874.	Accademia id.
Accademia R. di scienze, lettere ed arti di Modena. Vol. 17. Memorie in 4.°	Accademia id.
Accademia R. delle scienze fisiche e matematiche di Napoli. — Rendiconti Anno XII, — fasc. 3-10.	Accademia id.
Accademia R. di Medicina di Torino. — Giornale — Anno 37; — primo semestre, fasc. 16-18 — secondo semestre, fasc. 1-4, 13 e 14.	Accademia id.
Accademia R. delle scienze di Torino. — Atti — Vol. 9, disp. 4 e 5.	Accademia id.
Istituto R. Lombardo di scienze e lettere. — Rendiconti — Serie 2, vol. 7, fasc. 10-17.	Istituto id.
Istituto R. d' incoraggiamento di Napoli. — Atti — Serie 2, tomo 10.	Istituto id.
Istituto R. Veneto di scienze, lettere ed arti. — Memorie — Vol. 17.	Istituto id.
Id. — Atti. — Tomo I, serie 4, disp. 8.	Istituto id.
Comitato geologico d' Italia — Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d'Italia. Vol. 2, parte 2 in 4.°	Comitato id.
Id. — Bollettino — Fasc. 5-10 del 1874 in 8.°	Comitato id.
Osservatorio Reale di Brera (Milano). — Pubblicazioni — Fasc. 2 e 7, par. 3.	Osservatorio id.
Società dei Naturalisti in Modena. — Annuario Serie 2, anno 7, fasc. 2.	Società id.
Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres, et des Beaux-Arts de Belgique. Tome XXXIX. in 4.° Bruxelles, 1872.	Accademia id.
Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux Arts de Belgique in 8.° Tomo XXII. Bruxelles. 1872.	Accademia id.
Bullettins de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. Tome XXXI-XXXIV.	Accademia id.
Biographie Nationale publiée par l'Académie Royale des Sciences, des Let-	

Donatori

tres, et des Beaux-Arts de Belgique. Tome troisième; deuxième partie. Tome quatrième; première partie. Bruxelles, 1870, 1872. 8.° — Accademia id.

Annuaire de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres, et des Beaux-Arts de Belgique. 1872-1873. — Accademia id.

Académie Royale de Belgique. Centième Anniversaire de Fondation (1772-1872). Tome I. II. Bruxelles 1872. — Accademia id.

Monatsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Mai, August 1874. — Accademia id.

The complete Worhs of Count Rumford, published by the American Academy of Arts and Sciences. Vol. II, III. Boston, 1873-1874. — Accademia id.

Proceedings of the Royal Irish Academy. Vol. I. Ser. II. e III. N. 5-10. — Accademia id.

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen classe der Königlich bayerischen Akademie der Wissenschaften. Ersften Bandes. Dritte abtheilung. München, 1874. — Accademia id. — Accademia id.

Archiv für, österreichischer Geschichte herausgegeben von der zur Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten. Commision der Kaiserlichen Akademie derWissenschaften.Band L; Zweite Hälfte. — Band LI; Erste Hälfte. Wien — Accademia id.

Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. Band LXXIV. Heft 1-3. Wien, 1873. — Accademia id.

Idem. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe. Erste Abtheilung. Band LXVIII. 2ᵉ Abth. Heft. 4-5. 3ᵉ Abth. Heft 1-2. Band. LXVIII. 1ᵉ Abth. Heft. 1-2. — Accademia id.

The Transactions of the Royal Irish Academy. Vol. XXIV. Polite literature. Par. I-IV. Dublin. — Accademia id.

Idem. Vol. XXIV. Antiquites. Part IX. id. — Accademia id.

Idem. Vol. XXIV. Sciences. Part IX-XVII. Vol. XXV. Part I-IX. — Accademia id.

Transactions of the Connecticut Academy of arts and sciences. Vol. II. Part 2. New Haven, 1873. — Accademia id.

Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt. Band. XXIV. N. 2. Wien, 1874. — I. R. Istituto id.

Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt. N. 7-11. Wien, 1874. — Istituto Geolog. id

Annual report of the board of regents of the Smithsonian Institution, 1871. Washington. 8.° — Istituto id.

Annual report of the chiefsignal-officer, to the secretary of War for the year 1872, Washington, 1873. 8.° — Istituto id.

Smithsonian miscellaneous collections. Vol. X. Washington. — Istituto id.

Société Entomologique de Belgique. Compte-Rendu de l'Assemblée mensuelle. Série II. N. 2-5. Bruxelles. — Società id.

Mémoires de la Société Nationale des Sciences naturelles de Cherbourg. Tome XVIII. — Società id.

Proceedings of the American philosophical society, held at Philadelphia for promoting useful Knowledge. Vol. XIII. N. 90, 91. — Società id.

Transactions of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting useful Knowledge. Vol. XV. New Series. Part I. 1873. — Società id.

	Donatori
Proceedings of the Royal Geographical Society. Vol. XVIII. N. III-V. London, 1874.	Società id.
Journal of the Royal Asiatic Society, of Great Britain, Jreland. New Series. Vol. VII. Part I. London, 1874. 8.°	Società id.
Journal of the Royal Geographical Society. Vol. XLIII, 1873. London.	Società id.
Die Ausstellung der geologischen landes-untersuchung Schwedens auf der Weltausstellung in Wien, 1873.	Officio geologico di Svezia.

Sessione 2.ª del 3 gennaio 1875.

Ferri Paoto — Dell'azione del magnetismo minerale sul corpo umano e delle correnti elettro-fisiologiche. Studi ed esperienze. Pesaro, 1874. Un fasc. in 8.°	L'Autore.
Franceschi Giovanni. — Della medicina sperimentale. Bologna 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Id. Il sangue e le trasfusioni del sangue. Prolusione letta all' Università di Bologna il 19 novembre 1874, Bologna 1874. Un fasc. in 8.°	L'A.
Riccardi P. — Biblioteca matematica italiana. Fasc. 2. Vol. 2. Modena 1874. Un fasc. in 4.°	L'A.
Rizzoli prof. *Francesco.* Dell'ano vulvare non che di varie aperture e fistole retto-vulvari e retto-vaginali e della loro cura. Bologna 1874. Un fasc. in 4.°	L'A.
Vimercati G. — Rivista Scientifico-industriale Anno VI. dicembre 1874.	L'A.
Moleschott von *Jac.* — Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere. Vol. XI. Heft 4. Giessen 1874.	L'A.
Accademia R. di medicina di Torino. — Giornale — Anno XXXVII n. 16 e 17, 1374.	Accademia id.
Accademia R. delle scienze fisiche e matematiche. di Napoli — Rendiconto — Anno XIII, fasc. 11, novembre 1874.	Accademia id.
Istituto R. Lombardo di scienze e lettere. — Rendiconti — Serie 2, vol. VII, fascicoli XVIII e XIX.	Istituto id.
Société Entomologique de Belgique. Compte-Rendu de l'Assemblée mensuelle. Série 2. N. 6. Bruxelles.	Istituto id.
Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen, Geologischen Reichsanstalt. Band XXIV. N. 3. Wien, 1874.	Società id.
La Saison. Guide-Journal des étrangers à Rome. 1.er An. N. 7, 8. 1874.	La Direzione

Sessione 3.ª del 14 febbraio 1875.

	Donatori
Battaglini Giuseppe. — Sulla Geometria Proiettiva. Memoria seconda. Napoli, 1874.	L'Autore.
Burci G. — L'elettricità applicata nella preparazione meccanica del minerale di rame estratto dalle miniere di Traverselle. Pisa 1860.	Socio Sella
Campani Giovanni. — Discorso sull' odierno concetto chimico dei corpi. Siena, 1874; 8.°	L'A.
Jervis Guglielmo. — Cenni geologici sulle montagne poste in prossimità al giacimento di Antracite di Demante. Lettera indirizzata al ch. sig. ing. conte Kantorowicz. Torino, 1873.	L'A.
Pacini Filippo. — Dei fenomeni e delle funzioni di trasudamento nell'organismo animale. Memoria che fa seguito a quella dei fenomeni asmotici e delle funzioni di assorbimento. Roma-Firenze, 1874.	L'A.
Raimondi Alessandro. — Versi umoristico-satirici, illustrati da Dalsani. Seconda edizione. Torino 1874; 8.°	L'A.
Sacheri Giovanni. — L' Ingegneria civile e le Arti industriali. Periodico tecnico mensile per lo sviluppo ed il perfezionamento della scienza pratica e delle industrie nazionali. Dispensa prima e seconda, gennaio e febbraio 1875. Torino 1875; 4.°	Il Direttore.
Sella. — Sui principii geometrici del disegno e specialmente dell' Axonometrico. Lezioni del maggio e giugno 1856 al R. Istituto tecnico di Torino, con tavola. Milano 1861; un fasc. in 8°.	L'Autore.
Id. Elementare Begründung der Axonometrie. Bearbeitet von pr. August Junge Prof. in Freiberg. Freiberg 1857 Fasc. in 8°.	id.
Id. Studii sulla Mineralogia Sarda. Torino 1856: un fascicolo in 4° con otto tavole.	id.
Id. Sulle forme cristalline di alcuni sali di Platino e del Boro Adamantino. Torino, 1857: un fasc. in 4° con due tavole.	id.
Id. Sulle forme cristalline del Boro Adamantino. Seconda memoria. Torino, 1857: un fasc. in 4° con due tavole.	id.
Id. Sulle forme cristalline di alcuni sali derivati dall'ammoniaca. Torino 1861: un fasc. in 4° con cinque tavole.	id.
Id. Sulla Savite. Pisa, 1858: un fasc. in 8°.	id.
Id. Sulla variazione dell' attrito a seconda della nettezza della superficie, della velocità e della direzione. Torino 1861 fasc. in 8°.	id.
Id. Lezioni di Cristallografia nella Scuola di Applicazione degl'ingegneri di Torino, litografate, con figure innestate nel testo. Torino, 1867.	id.
Id. Relazione alla R. Accademia delle Scienze di Torino sulla memoria di Giovanni Struever intitolata « Studii sulla Mineralogia italiana. Perite del Piemonte e dell'Elba. Torino, 1869: un fasc. in 8.°	id.
Id. Sul modo di fare la Carta geologica del Regno d' Italia. Relazione. Torino, 1861: un fasc. 8.°	id.

	Donatori
Sella. — Discorso di apertura del Congresso dei naturalisti pronunciato il 3 Settembre 1864 in Biella. Milano, 1864: un fasc. in 8.°	L'Autore.
Id. Sulla Costituzione geologica e sulla industria del Biellese. Biella 1864: un fasc. in 12.°	id.
Id. Pandetta delle Gabelle e dei diritti della Curia di Messina. Torino, 1870 un vol. in 8.°	id.
Id. Sulle condizioni dell' Industria mineraria nell' isola di Sardegna. Relazione alla Commissione parlamentare d' Inchiesta. Con Atlante. Firenze, 1871: un fasc. in 4.°	id.
Id. Quintinus Sella Reverendiss. Ignatio de Doellinger Ludovico-Maximilianeae Rectori magnifico. Romae, XX mensis septembris A. MDCCCLXXII.	id.
Id. Una salita al Monviso nel 1863. Torino, 1873: un fasc. in 8.°	id.
Id. Discorsi pronunziati al VII° Congresso del Club Alpino. Roma, 1874: un fasc. in 8.°	id.
Id. Esposizioni e discorsi finanziarii - 7 Giugno 1862; 1 Dicembre 1862; 14 Marzo 1865; 13 Dicembre 1865; 10-11 Marzo 1870; 12 Dicembre 1871; 18 Marzo 1872; 2-4 Maggio 1872; 10-11 Dicembre 1872; 17-19 Marzo 1873.	id.
Id. Progetto di legge Imposta sui redditi di ricchezza mobile 18 Novembre 1862.	id.
Id. » » Contabilità generale dello Stato 19 Dicembre 1865.	id.
Id. » » Imposta sul macinato 13 Dicembre 1865.	id.
Id. Relazioni sull'amministrazione finanziaria 1871 e 1872.	id.
Spezia Giorgio. Nota intorno ad un calcifiro della zona delle pietre verdi. Stamperia Reale di Torino, 1875.	L'Autore.
Villa fratelli. — Sulla Doresphora decemlineata. Risposta ad una lettera dell' Eccelso Ministero di agricoltura, industria e commercio.	Gli Autori.
Hankel Ermanno. — Storia delle Matematiche presso gli Arabi. Traduzione dal Tedesco del sig. Filippo Keller. Roma 1873. 4.°	Il traduttore.
Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. Memorie. Serie III. Tomo V, fasc. 2. Bologna 1875; 4.°	Accademia id.
Accademia R. di medicina di Torino. Giornale. Vol. XXXVII, n. 18. Vol. XXXVIII n. 1, 2, 3 e 4.	Accademia id.
Accademia R. delle scienze di Torino. Atti. Volume decimo 1874-75.	Accademia id.
Accademia Olimpica di Vicenza. Atti. Primo semestre 1874, vol. V. Vicenza 1874; 8.°	Accademia id.
Istituto R. Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti. Serie II. Vol. VII, fasc. XX e ultimo 1874. Vol. VIII, fasc. I e II, 1875.	Istituto id.
Società dei naturalisti in Modena. Annuario. Serie II. Anno VIII. Fascicoli terzo e quarto. Modena, 1874; 8.°	Società id.
Comitato R. geologico d' Italia. Bollettino, n. 11 e 12. novembre e dicembre 1874. Roma 1874; 8.°	Comitato id.
Biographie Nationale publiée par l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Tome premier 1866. Tome deuxième 1868.	Accademia id.

Donatori

Mémoires de l'Académie de Stanislas 1873. CXXIV^{e} année, 4e série. Tome VI. Nancy 1874; 8.° — Accademia id.

Compte-Rendu de la Société entomologique de Belgique. Série II, n. 7 et 8. — Società id.

Mémoires de la Société des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille. Année 1873, IIIe série. Volume 12e e 13e. Lille, 1874; 8.° — Società id.

Bulletin météorologique mensuel de l'observatoire de l'Université d' Upsal. Vol. V, n. 7-13, juin-décembre 1873, Upsal, 1873; 4.° — Osservatorio id.

Monatsbericht der Koniglich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. september, october 1874. Berlin, 1874; 8.° — Accademia id.

Archiv für Österreichische Geschichte Herausgegeben von der zur Pflege Vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Einundfünfzigster Band. Wien 1873. Register. Wien 1874; 8.° — Accademia id.

Almanach der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Vierundzwanzigster Jahrgang. 1874. Wien. 1874, 12.° — Accademia id.

Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. Jahrgang. 1873 - October, November, December. Jahrgang. 1874 - Jänner, Februar, März. Wien 1873-74; 8.° — Accademia id.

Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissenschaftliche. 1873 Juni bis October - October bis December. 1874 Jäuner, Februar. Marz. — Accademia id.

Lunds Universitets - Biblioteks Accessions - Katalog. 1872-73. Lund 1873-74; 12.° — Università id.

Acta Universitatis Lundensis. Lunds Universitets Ars-Skrift. For ar 1869. I, Afdelningen för Philosophi, Sprakvetenskap och Historia. II, Afdelningen for Mathematik och Naturvetenskap. For ar 1870. I, Afdelningen för Theologi. II, Mathematik och Naturvetenskap. For ar 1871. I, Theologi. II, Philosophi, Sprakvetenskap och Historia. III, Mathematik och Naturvetenskap. Tom. IX. For ar 1872. I, Philosophi, Sprakvetenskap och Historia. II, Mathematik och Naturvetenskap. Lund, 1869-73. — Università id.

Jahrbücher des Nassauischen Vereins für Naturkunde. Jahrgang XXVII und XXVIII. Wiesbaden 1873 und 1874; 8.° — Associazione id.

Report of the forty-third meeting of the British Association for the advancement of science; held at Bradford in september 1873. London 1874; 8.° — Associazione id.

Nova Acta Regiae societatis scientiarum Upsaliensis. Seriei tertiae. Vol. IX. fasciculus prior. Upsaliae, 1874; 4.° — Società id.

Sessione 4.ª del 7 marzo 1875.

	Donatori
Bagnis Carlo. — Ancora poche parole sulla Puccinia Malvacearum per Vito Beltrami-Pisani. Note sulla Puccinia Torquati (estratto dal n. 8 dell'Ateneo). Roma, 1874. 8.°	L'Autore.
Battaglini Giuseppe. — Memoria sopra alcune proprietà delle superficie di secondo grado. Napoli, 1857. Un fosc. in 4.°	L'A.
Id. Memoria sulla dipendenza scambievole delle figure. Napoli, 1858; Un fasc. in 4.°	id.
Id. Memoria sulla partizione dei numeri. Napoli, 1860. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme geometriche. Napoli, 1862. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota di geometria. Napoli, 1862. Un fasc. id 4.°	id.
Id. Nota sui Determinanti. Napoli 1862. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sopra alcune questioni di geometria. Napoli, 1862. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Sopra alcune proprietà delle linee di secondo grado. Napoli, 1862. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulla superficie di secondo grado. Napoli, 1862. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sopra una questione di Massimi e Minimi. Napoli 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulla dipendenza equianarmonica. Napoli, 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulla dipendenza di primo ordine. Napoli, 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle serie di curve d'indice qualunque. Napoli, 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulla dipendenza duplo-anarmonica. Napoli 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Memoria sulle involuzioni di diversi ordini. Napoli, 1863. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Teoria elementare delle forme geometriche. Napoli, 1863 Vol. 1° in 8.°	id.
Id. Nota sulle divisioni omografiche immaginarie. Napoli 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Sulle forme binarie di 1° e di 2° grado. Napoli 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme binarie di terzo grado. Napoli, 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme binarie cubiche. Napoli, 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme binarie di quarto grado. Napoli, 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme binarie biquadratiche. Napoli, 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme binarie biquadratiche in involuzione. Napoli 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota sulle forme di 3° e 3° grado. Napoli, 1864. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota e Memoria sulle forme geometriche di seconda specie. Napoli, 1865 2 fasc. in 4.°	id.
Id. Sulle forme binarie dei primi quattro gradi appartenenti ad una forma ternaria quadratica. Napoli, 1865. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Sopra una curva di terza classe, e di questo ordine. Napoli, 1865. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Memoria sulle involuzioni dei diversi ordini nei sistemi di seconda specie. Napoli, 1865. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota seconda, e terza sulle forme binarie dei primi quattro gradi appartenenti ad una forma ternaria quadratica. Napoli, 1866. 2 fasc. in 4.°	id.
Id. Interno ai sistemi di rette di primo ordine. Napoli, 1866. Un fasc. in 4.°	id.

Donatori

Battaglini Giuseppe. — Memorie intorno ai sistemi di rette di secondo grado. Napoli, 1866. Un fasc. in 4.° — L'Autore.

Id. Osservazione intorno ad una formola relativa all'elettrometro bifilare. Napoli, 1866. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota prima intorno ai momenti geometrici. Napoli 1866. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sulla geometria immaginaria di Lobatschewsky. Napoli, 1867. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria prima sulle forme binarie in grado qualunque. Napoli, 1867. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria prima, e seconda sulle forme ternarie quadratiche. Napoli, 1867. 2 fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria intorno ai sistemi di rette di grado qualunque. Napoli, 1868. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria prima sulle forme ternarie di grado qualunque. Napoli, 1868. Un fvsc. in 4.° — id.

Id. Nota sulla composizione delle forze. Napoli, 1869. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sulla teorica dei momenti. Napoli. 1869. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sulle serie di sistemi di forze. Napoli, 1869. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria sulle dinami in involuzione. Napoli 1869. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sul movimento geometrico infinitesimo di un sistema rigido. Napoli, 1870. 2 fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sulla teorica dei momenti d'inerzia. Napoli, 1871. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sul movimento di un sistema di forma invariabile. Napoli, 1871. Un fasc. in 3.° — id.

Id. Nota intorno alla Quadrica rispetto alla quale due Quadriche date sono polari reciproche tra di loro. Roma, 1873. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota intorno alla Conica rispetto alla quale due Coniche sono polari reciproche tra di loro. Roma, 1872. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sul rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle coniche. Roma, 1873. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memorie sulla geometria proiettiva. Napoli, 1873. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Nota sui circoli nella geometria non-euclidea. Roma. 1873. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Memoria 2ª sulla geometria proiettiva. Napoli, 1873. Un fasc. in 4.° — id

Id. Nota sul rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle quadriche. Roma, 1874. Un fasc. in 4.° — id.

Cremona Luigi. — Prolusione ad un corso di geometria superiore. Milano, 1861. Un fasc. in 8.° — id.

Id. Memoria sulle superficie gobbe del terz'ordine. Milano 1861. Un fasc. in 8.° — id.

Id. Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane. Bologna, 1862. Un fasc. in 4.° — id.

Id. Einleitung in eine geometrische theorie der ebenen curven. Greifswald, 1865. Un vol in 8.° — id.

Id. I principii della prospettiva lineare secondo Taylor. Napoli 1865. Un fasc. in 4. — id.

	Donatori
Cremona Luigi. — Rappresentazione della superficie di Steiner, e delle superficie gobbe di terzo grado sopra un piano Milano, 1867. Un fasc. in 8.°	L'Autore.
Id. Un teorema intorno alle forme quadratiche non omogenee fra due variabili. Milano, 1867. $^1/_4$ di foglio.	id.
Id. Mémoire de géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre. Berlin, 1868. Un vol. in 4.°	id.
Id. Nota sopra una certa famiglia di superficie gobbe, Milano, 1868; $^1/_4$ di foglio 8.°	id.
Id. Nota sopra una certa curva gobba di quart'ordine. Milano 1868: $^1/_4$ f.°	id.
Id. Relazione sull'opera del prof. Casorati: Teorica delle funzioni di variabili complesse (vol. 1°). Milano, 1868. Un fasc, in 8.°	id.
Id. Sulla trasformazione delle curve iperellittiche. Milano, 1869. Un fasc. in 8.°	id.
Id. e Casorati F. — Osservazioni intorno al numero dei moduli delle equazioni, o delle curve algebriche di un dato genere. Milano, 1869. Un fasc. in 8.°	id.
Id. e Brioschi F. — Intorno all'insegnamento della geometria euclidea. Milano, 1869. $^1/_4$ f.°	id.
Id. — Grundzüge einer allgemeinen theorie der oberflächen in synthetischer behandlung. Berlin. 1870. Un vol. in 8.°	id.
Id. Nota sulle ventisette rette di una superficie del terz' ordine. Milano, 1870. Un fasc. in 8.°	id.
Id. Memoria sugli integrali a differenziale algebrico. Bologna, 1870: un fascicolo in 4.°	id.
Id. Nota prima, e seconda sulla superficie di quart'ordine dotata di una conica doppia. Milano, 1871: due fasc. in 8.°	id.
Id. Memoria sulle linee di curvatura delle superficie di secondo grado. Bologna, 1871: un fasc. in 4.°	id.
Id. Nota prima e seconda sulle trasformazioni razionali nello spazio. Milano, 1871: due fasc. in 8.°	id.
Id. Nota sulla trasformazione razionale di 2.° grado nello spazio, la cui inversa è di 4° grado. Bologna, 1871: un fasc. in 4.°	id.
Id. Ueber die Abbildung algebraischer Flächen. Gottingen; Leipzig 1871: due fasc. in 12° e in 8.°	id.
Id. e Brioschi F. — Les tangentes doubles à une courbe du quatrième ordre avec un point double. Leipzig, 1871: un fasc. in 8.°	id.
Id. e Casorati F. — Le figure reciproche nella statica grafica. — Le proprietà cardinali degli strumenti ottici anche non centrati. Milano, 1872. Un vol. in 4.°	id.
Id. — Commemorazione di Alfredo Clebsch. Milano, 1872. Un fasc. in 8.°	id.
Id. Nota sulla rappresentazione piana di alcune superficie algebriche dotate di curve cuspidali. Bologna, 1872. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Memoria sulle trasformazioni razionali nello spazio. Milano, 1872. Un fasc. in 4.°	id.
Id. Elementi di geometria proiettiva. Vol. 1° (testo), ad un fasc. (figure). Roma-Torino-Milano-Firenze 1873.	id.

Donatori

Cremona Luigi. — Die reciproken figuren in der grafischen Statik. Wien, 1873. Un fasc. in 4.° — L'Autore.

Id. Elementi di calcolo grafico. Testo e Figure. Torino, 1874. 8.° — id.

Pagano Vincenzo. — Primi elementi di enciclopedia Universale ad uso dei Ginnasii, Licei, Scuole normali e magistrali, Istituti tecnici e industriali, e Università. Compilati nell'Ateneo Vol. unico. Quaderno IV. Agatologia. Napoli, 1875. 8.° — L'Autore.

Bleeker P. — Révision des espèces Indo-archipélagiques du groupe des Apogonini. Harlem, 1874; 4.° — L'A.

Hornstein Carl — Magnetische und meteorologische Reobachtungen an der K.K. Sternwarte zu Prag im Jahre 1873 auf öffentliche Kosten herausgegeben. 34. Jahrgang. Prag, 1874; 4.° — L'A.

Accademia R. delle scienze fisiche e matematiche di Napoli. Rendiconto Anno XIII, Dicembre 1874. Anno XIV. Gennaio 1875. 4.° — Accad. id.

Accademia R. di medicina di Torino. Giornale. Anno XXXVIII. N. 5 e 6, 1875. 8.° — Accademia id.

Istituto R. Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti Serie 2. Vol. VIII, fasc. III, 1875. 8.° — Istituto id.

L'Ingegneria Civile e le Arti Industriali. — Periodico tecnico mensile per lo sviluppo ed il perfezionamento della scienza pratica e delle industrie nazionali. — Disp. 3ª — Torino, 1875. — Il Direttore.

Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux. Tome I (2e Sèrie) — 1r Cahier — Bordeaux, 1875. — Società id.

Archives du musée Teyler. Vol. III; fascicule quatrième. Harlem, 1874. 8.° — Il Direttore.

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société Hollandaise des sciences à Harlem et redigées par E. H. von Baumhauer. Tome IX. 1, 2, 3 livraison. Harlem, 1874; 8. — Società id.

Programme de la Société Hollandaise des sciences, à Harlem, année 1874. — Società id.

Sessione 5ª del 4 Aprile 1875.

Cadet Socrate. — Proposta intorno la cura della Lissa detta comunemente rabbia canina o idrofobia. Roma 1874; 8.° — L'Autore.

Capellini Giovanni. — Sul Felsinoterio sirenoide halicoreforme dei depositi littorali pliocenici dell'antico Bacino del Mediterraneo e del mar Nero. Bologna 1872; 4.° — L'A.

Id. Sulla Balena Etrusca. Bologna 1873; 4.° — id.

Id. La formazione gessosa di Castellina marittima e i suoi fossili. Bologna 1874; 4.° — id.

Castigliano Alberto. — Intorno ai sistemi elastici. Torino 1873; 8.° — L'Autore.

Luvini Giovanni. — Proposta di una sperienza che può risolvere in modo decisivo la questione: se l'etere nell'interno dei corpi sia con questi collegato e li segua nè loro movimenti totalmente, parzialmente o punto. Torino 1875; 8.° — L'A.

Donatori

Luvini Giovanni. — Equazione d' equilibrio di una massa gassosa sotto l'azione della sua elasticità e della forza centrifuga. Torino 1875; 8.° — L'Autore.

Rullier I. — Inondazioni della città di Roma. Progetto di deviazione del Tevere. Genova 1874; 8.° — L'A.

Zacchini P. — Sulle attuali condizioni degli Osservatorii Astronomici in Italia. Palermo 1875; 4.° — L'A.

Accademia R. di medicina di Torino. Giornale. Anno XXXVIII, N.° 7; 10 marzo 1875. N.° 8; 20 marzo 1875. — Accademia id.

Accademia R. delle Scienze di Torino. Atti Vol. X, disp. 2ª e 3ª (Classe di scienze fisiche e matematiche, dicembre 1874; gennaio 1875). — Accademia id.

Istituto R. Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti. Serie II.ª vol. VIII, fasc. IV e V. 1875; 8° — Istituto id.

Società dei Naturalisti in Modena. Annuario. Serie II.ª anno IX fascicolo primo. Modena, 1875; 8.° — Società id.

Società Veneto-Trentina di scienze naturali residente in Padova. Atti Dicembre 1874, volume III, fascicolo I. Padova 1874; 8.° — Società id.

Società degli ingegneri e degli industriali di Torino. Atti. Anno I, fascicoli 1, 2, 3, 4. Anno III, fascicoli 1, 2, 3. Anno IV, fascicoli 1, 2. Anno V, fascicoli 1 e 2, Anno VI fasc. 1. Anno VII, fascicolo unico. Torino, 1868-74; 8.° — Società id.

Id. Tavole degli Atti; in foglio. — id.

Id. Statuto della Società. Torino, 1872; 8°. — id.

Comitato R. Geologico d'Italia. Bollettino. N.° 1 e 2. Roma, 1875; 8°. — Comitato id.

Catalogo dei lavori pubblicati dai professori, dai dottori e dagli assistenti nella R. Università di Bologna nel decennio dal 1864 al 1874. Bologna 1875; 8.° — Università id.

Annuario della Regia Università di Bologna. Anno Accademico 1874-75. — id.

Compte-Rendu de la Société entomologique de Belgique. Série II.ª N.° 9. fevrier 1875. N.° 10 mars. 1875. — Società id.

Monatsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. November, December 1874; 8.° — Accademia id.

Anales del Observatorio de Marina de San Fernando publicados de orden de la superioridad por et director Don Cecilio Pujazon, capitan de Navio. Seccion 2ª Observaciones Meteorológicas Ano 1873. S. Fernando, 1874; 4.° — Osservatorio id.

Reglamento del Ateneo Propagador de las Ciencias Naturales. Madrid, 1874; 8° — Ateneo id.

Proceedings of the Royal Geographical Society of London. Vol XIX. N.° I. — Società id.

Programma certaminis poetici ab Academia Regia disciplinarum Neerlandica ex legato Hoeufftiano. Indicti in annum 1875. — Accademia id.

Donatori

Sessione 6.ª del 2 maggio 1875.

Boncompagni B. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo VI, dicembre 1874; 4.° — L'Autore.

Betti E. — Sopra la funzione potenziale di una elisse omogenea. — L'A.

Betocchi A. — Relazione delle costruzioni architettoniche ed opere di particolare pertinenza dell' ingegnere civile quali erano all' esposizione universale di Vienna nel giugno 1873. — L'A.

Cornalia Emilio. — Sui progressi della Geologia nel secolo XIX. Pavia 1847; 8.° — L'A.

Id. Notizie Geo-Mineralogiche sopra alcune valli meridionali del Tirolo. Milano 1848; 4.° — id.

Id. Sulle branche transitorie dei feti plagiostomi. Ricordi di Nizza. Milano 1857. — id.

Id. Osservazioni Zoologico-anatomiche sopra un nnovo genere di crostacei Isopodi Sedentarii *(Gyge Branchialis)*. Torino 1858; 4.° — id.

Id. Sulla malattia dei Gamberi. Milano 1860. — id.

Id. Sopra una nuova specie di Crostacei sifonostomi *(Gyropeltis doradis)*. Milano 1870; 4.° — id.

Id. Su alcuni tessuti fatti colla seta del *Bombyx ya-ma-mai*. Milano 1864. — id.

Id. Sull' Elefante trovato nella lignite di Leffe. Milano 1864. — id.

Id. Del Bruco del Lentisco (*Lasiocampa Otus,* Drury) con una tavola. Milano 1865. — id.

Id. Sulla Lophoura Edwardsii di Kolliker (con tavole). Milano 1865. — id.

Id. Descrizione di una nuova specie del genere: *Felis. Felis jacobita* (Corn.) con una tavola. Milano 1865. — id.

Id. Sopra i caratteri microscopici offerti dalle Cantaridi e da altri Coleotteri facili a confondersi con esse. Studi di zoologia legale. Milano 1865; 4.° — id.

Id. Sulla Annata Bacologica del 1865. Milano 1866; 8.° — id.

Id. Inaugurandosi solennemente nel palazzo del Museo civico il busto di Giorgio Jan. Commemorazione. Milano 1867; 8.° — id.

Id. Sopra due casi di Albinismo negli Uccelli. Milano 1868. — id.

Id. Gli Axolots del Museo civico di Milano. Milano 1868. — id.

Id. Sulla malattia dei bachi da seta. Lettera al sig. L. Pasteur. Milano 1869; 8.° — id.

Id. L' Ugi o il Parassita del Filugello al Giappone (*Ugimya sericoriae,* Rondani). Milano 1870. — id.

Id. Della Braula Coeca Dittero Parassita delle Alpi. Milano 1870; 8.° — id.

Id. Norme pratiche per l'esame microscopico delle sementi, crisalidi e farfalle del Baco da seta. Milano 1870; 16.° — id.

Id. Mammifères Fossiles de Lombardie. Carnivores Rongeurs-Ruminants. Milan 1858-71; 4.° — id.

	Donatori
Cornalia Emilio. — Esperienze sull'accoppiamento delle Farfalle del Bombice del Gelso. Rovereto 1872; 8.°	L'Autore.
Id. Sul Pelobates Fuscus, trovato per la prima volta nei dintorni di Milano. Milano 1873.	id.
Id. Gli Scheletri Sant'Ambrosiani scoperti nel 1871 in Milano. Firenze 1873; 8.°	id.
Id. Osservazioni sul Pelobates Fuscus e sulla Rana agilis trovate in Lombardia (con 2 tavole). Milano 1873.	id.
Id. La Grotta di Mahabdeh e le sue mummie. Milano 1874.	id.
Id. Fauna d'Italia. Parte prima. Catalogo descrittivo dei Mammiferi osservati fino ad ora in Italia. Milano.	id.
Maggiorani C. — La funzione del nervo spinale illustrata da un caso clinico.	L'Autore.
Mancini Luigi. — Dell'Ufficio della Letteratura in Italia. Fano 1875; 8.°	L'A.
Minà e *Ragona.* — Sulle burrasche del 19 e del 25 febbraio 1875. Modena 1875; 16.°	L'A.
Respighi L. — Sulle variazioni del diametro solare in corrispondenza al vario stato di attività della sua superficie. Nota 2.ª	L'A.
Sella. — Relazione sulle casse di risparmio postali. Tornata della Camera de' deputati 20 Marzo 1875.	Socio Sella
Siacci F. — Sur les principes du tir. Paris 1875; 8.°	L'A.
Turcotti Aurelio. — Trattato di morale umana emancipata da ogni dogma e pregiudizio. Torino 1875; 8.°	L'A.
Döllen W. — Die Zeitbestimmung vermittelst des Tragbaren Durchgangsinstruments im Verticale des Polarsterns. St. Petersburg. 1874; 4.°	L'A.
Mayer Charles. — Classification méthodique des Terrains de sediment.	L'A.
Strüve O. — Observations de Pulkova. Vol. VI. St. Pétersbourg 1873; 4.°	L'A.
Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. Memorie. Serie III. Tomo V. Fascicolo 3.	Accademia id.
Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo. Atti. Nuova Serie. Vol. IV. Palermo 1874; 4.°	Accademia id.
Accademia R. di medicina di Torino. Giornale Anno XXXVIII.N. 10 e 11.	Accademia id.
Accademia R. delle scienze di Torino. Atti. Vol. X, disp. 4ª (Febbraio 1875) Classe di scienze fisiche e matematiche.	Accademia id.
Istituto R. Lombardo di Scienze e Lettere. Rendiconti Serie II. Vol. VIII, fasc. VI e VII. Aprile 1875; 8.°	Istituto id.
Id. id. Concorsi dell'anno 1872.	Istituto id.
Comitato R. Geologico del Regno. Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d'Italia. Volume I. Firenze 1871; 4.°	Comitato id.
Id. id. Bollettino. Anno 1870. N. 1 a 12.	Comitato id.
Società de' Naturalisti in Modena. Annuario. Serie IIª Anno IX.° — fascicolo secondo. Modena 1875; 8.°	Società id.
Museo Civico di Milano. Cataloghi delle collezioni di storia Naturale.	Museo id.
Osservatorio R. di Brera in Milano. Pubblicazioni. N. IV, V, VI, IX. in 4.° Milano 1874-1875.	Osservatorio id.
Commissione istituita con decreto del Ministro dei lavori pubblici 1° gen-	

Donatori

naro 1871, per studiare e proporre i mezzi di rendere le piene del Tevere innocue alla Città di Roma. Atti. Con un atlante.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Annali. Anno 1874. N. 70. Statistica. Roma 1874: 8.° — Ministero id.

Statistica del Regno d'Italia. Popolazione. Movimento dello stato civile. Anno 1872. Roma 1875; 8.° — id.

L'Ingegneria civile e le arti industriali. Dispensa quarta. Aprile 1875. — Il Direttore.

Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers. Tomes XXXVII, XXXVIII. Bruxelles 1873, 1874; 4.° — Accademia id.

Id. id. Biographie Nationale. Tome Quatrième. Deuxième partie. Bruxelles 1873; 8.° — Accademia id.

Id. id. Annuaire. Quarantième année. Bruxelles 1874; 16.° — Accademia id.

Id. id. Mémoires couronnés et autres mémoires. Collection in 8.° Tome XXIII. Bruxelles 1873. — Accademia id.

Id. id. Bullettins. 42me année, 2me série, T. XXXV, XXXVI 43me année 2me série. T. XXXVII. Bruxelles 1873, 1874; 8.° — Accademia id.

Id. id. Mémoires. Tome XL. Bruxelles 1873; 4.° — Accademia id.

Société Entomologique de Belgique. Série II. N. 11, Compte Rendu. 3 avril 1875. — Società id.

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Extrait des procès-verbaux des Séances pendant l'année 1874-1875; 8.° — Società id.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Bulletin. Année 1874 N. 1 e 2. — Società id.

Le Cosmopolite. III Année. N. 13. — Il Direttore.

Register für die Monatsberichte der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom Iahre 1859 bis 1873. Berlin 1875; 8.° — Accademia id.

Monatsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Januar 1875; 8.° — Accademia id.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. VII. Part. III, IV. N. 60, 61. 1874. — Istituto id.

Iahresbericht am 27. mai 1874 Dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte, abgestallet vom Director der Sernwarte. St. Petersburg 1874; 8.° — Osservatorio id.

Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt. XXIV. Band. Wien 1874; 8.° — I. e R. Istituto id.

Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt. N. 16. 1874. — id.

Sessione 7.ª del 6 Giugno 1875.

Corradi Alfonso. — Dell'antica autoplastica italiana. Milano; un fasc. in 4.° — L'Autore.

D'Ovidio Enrico. — Studio sulla Geometria projettiva. Un fasc. in 4.° — L'A.

Id. I complessi e le congruenze lineari nella geometria projettiva. — id.

Donatori

Faccioli Dario Napoleone. — Al chiarissimo uomo Luigi-Cesare Pavissich I. R. consigliere scolastico della Dalmazia nel quarto centenario di Lodovico Ariosto. Brescia 1875; 4.° — L'Autore

Favaro Antonio. — Notizie storiche sulle frazioni continue dal secolo decimoterzo al decimosettimo. Roma 1875; un fasc. in 4.° — L'A.

Lanzillo Vincenzo. — Locomozione a vapore sulle strade ordinarie dalla Stazione di Biella al Santuario d'Oropa. — Conferenze tecniche tenute nella sala della direzione del Teatro sociale il 16 maggio 1875 in Biella. Torino, 1875; un fasc. in 8.° — L'A.

Rivolta Sebastiano. — Dei parassiti vegetali come introduzione allo studio delle malattie parassitarie e delle alterazioni dell'alimento degli animali domestici. Torino 1873; 8.° — L'A.

Rossetti Francesco. — Confronto fra le Macchine elettriche. Venezia 1875; un fasc. in 8.° — L'A.

Sacheri Giovanni. — L'Ingegneria civile, e le Arti industriali. Periodico tecnico mensile per lo sviluppo ed il perfezionamento della scienza pratica, e delle industrie nazionali. Disp. 5.ª del 1875; in 4.° — L'A.

Broun Allan John.—Observations of Magnetic declination made at Trevandrum and Agustia Malley in the Observatories of his Highness the Maharajah of Travancore, G. C. S. I. in the Years 1852 to. 1869. — Being Trevandrum Magnetical observations; Vol. I. London MDCCCLXXV; in 4.° — L'A.

Francisque Michel. — Rectification de la théorie ancienne communément adoptée pour expliquer le phénomène de l'induction Electro-statique. — L'A.

Soret. L. — Sur les phénomènes de diffraction produits par les Réseaux. — L'A.

Id. Sur la température du Soleil. — id.

Accademia R. di Scienze, lettere ed arti in Modena. Memorie. Tomo XV, Modena, 1875; in 4.° — Accademia id.

Accademia R. di Medicina di Torino. Giornale. Anno XXXVIII. N. 12, 13, 14 e 15 del 1875; in 8.° — Accademia id.

Istituto R. Lombardo di scienze, e lettere. Rendiconti. Serie 2ª Vol. VIII. Fasc. VIII e IX del 1875; in 8.° — Istituto id.

Ministero di Agricoltura, industria, e Commercio. Bollettino idrografico. Anno 1873. Fasc. N. 3. — Ministero id.

Statistica del Regno d'Italia. — Popolazione per età, sesso, stato civile, ed istruzione. — Censimento 31 dicembre 1871. Vol. II — Roma, 1874; in 8.° — id.

Società romana contro i mali trattamenti degli animali. Bollettino Anno I; N.° 3 del 1875. Roma, 1875. — Società id.

Società degli ingegneri, e degli industriali di Torino. Atti. Anno VIII. Fascicolo unico — 14° della Serie completa degli Atti. Torino 1875; in 8.° — Società id.

Comitato R. geologico d'Italia. Fasc. 3-4 del 1875. Bollettino. Roma; in 8.° — Comitato id.

Assemblée mensuelle de la Société éntomologique de Belgique. Compte-Rendu. Serie II N. 12. — Società id.

Donatori

Monatsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Februar 1875; 8.° — Accademia id.

Meteorologische Beobachtungen augestellt in Dorpart im Iahre 1872, 1873 redigirt und bearbeitet von D.r Arthur von Oettingen ind D.r Karl Weihrauch. Dorpart 1874; 8.° — I redattori.

Proceedings of the Royal Geographical Society of London. Vol. XIX. N.° II. Published march 11,th 1875; 8.° — Società id.

Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt. Iahrgang 1875, XXV. Band. N.° 1. Januar, Februar, März. Wien 1875; 8.° — I. e R. Istituto.

D.r Iohn Edward Gray, F. R. S. From the *Atheneum*. — Museo Britanico.

PARTE SECONDA

MEMORIE

Relazione *intorno ad una Memoria del sig. Colonnello* PIETRO CONTI, *avente per titolo* « Sulla resistenza d'attrito » *della Commissione composta degli Accademici Lincei* Betocchi, Blaserna, Beltrami, Cremona *(relatore). Letta nella seduta del* 6 *dicembre* 1874.

La resistenza d'attrito da lungo tempo chiamò a sè l'attenzione dei fisici: grazie alle indagini del prof. GOVI, possiamo al giorno d'oggi far risalire ad un' età ben remota la data dei primi studii, e rivendicare al nome di LEONARDO DA VINCI (1) quelle leggi che non dovevano esser ritrovate se non tre secoli più tardi da COU-

(1) Vedi - *Saggio delle opere di* LEONARDO DA VINCI - Milano - Tito di Giovanni Ricordi - Anno MDCCCLXXII - *Leonardo letterato e scienziato* - di GILBERTO GOVI - pag. 17, colonna sinistra.

Per far vedere sino a qual punto LEONARDO avesse condotto i suoi studii sull'attrito, estraggo dalla citata opera il passo seguente:

« . . . Meravigliose . . . e quasi incredibili sono le esperienze fatte da LEONARDO sull'attrito » e le leggi, che ne dedusse.

« Egli misurò il peso necessario a movere i corpi appoggiati su piani orizzontali, tirandoli » mediante funicelle che si accavalcavano su carrucole mobilissime, esperimentò pure sotto quale » angolo bisognasse inclinare i piani, affinchè i corpi sostenuti da essi cominciassero a sdrucciolare. » Variando le prove, ne trasse le conseguenze che qui si trascrivono:

« *Le confregazioni dei corpi son di tante varie potenze, quante sono le varietà delle lubricità dei* » *corpi, che insieme si confregano.*

« *Quelli corpi, che son di più pulita superficie, hanno più facile confregazione.*

« *Ogni corpo resiste nella sua confregazione con potenza eguale al quarto della sua gravezza,* » *essendo il suolo piano e le superficie d'esso pulite* ».

« *Quando l'obliquità pulita dispone il grave pulito a passare nella linea del moto per la quarta* » *parte della sua gravità, allora il grave è per sè stesso disposto al moto per discenso* ».

« *La confregazione di qualunque corpo variamente laterato sempre fia di eguale resistenza e sia* » *fatta sopra qual lato si voglia, purchè non si ficchi sovra del piano, ove si confrega.*

« *La confregazione del grave sarà di tanta potenza a essere creata circonvolubilmente, quanto* » *per piano.*

« *Ecci una quarta confregazione . . . .; la quale è* (quella del)*la rota del carro, che si move* » *sopra della terra, che non frega, ma tocca e puossi dire di natura del camminare con passi di in-* » *finita minimità e parvità* ».

« Così due secoli avanti l'AMONTONS e tre prima del COULOMB riconobbe LEONARDO che la » resistenza d'attrito dipende dalla natura propria dei corpi e dallo stato delle loro superficie: s'av- » vide che più son lisce le superficie e minore è l'attrito, e che la resistenza cresce col crescere » del peso dei corpi. Se egli diede una sola misura per tutti i casi di siffatta resistenza, fu perchè » forse nelle condizioni da lui ammesse le differenze pei varii corpi sono piccolissime. L'AMONTONS » nel 1699, il BÜLFFINGER nel 1727 e il DESAGULIERS nel 1732 non formularono infatti altrimenti » la relazione fra la pressione e l'attrito ».

LOMB. Ma sgraziatamente le scoperte di LEONARDO, ignorate sino a questi ultimi anni, non ebbero alcuna influenza sugli studii ulteriori, dimodochè quando l'AMONTONS, duecento anni più tardi, prese ad occuparsene, la cosa dovette parere del tutto nuova. — AMONTONS sperimentò sul ferro, sul rame, sul piombo, sul legno spalmati di grasso, tenendo compresso contro un piano orizzontale, con una molla, il corpo cimentato: la tensione che bisognava produrre in una seconda molla per ismuoverlo gli forniva la misura della resistenza opposta dall'attrito: così riconobbe che: 1° l'attrito è indipendente dall'estensione della superficie di contatto: 2° proporzionale alla pressione: 3° che il coefficiente di attrito è quasi lo stesso per tutti i corpi (per quelli almeno, su cui egli potè sperimentare) ed uguale ad $^1/_3$. I risultati de' suoi studii sono consegnati in una Memoria (1) presentata l' anno 1699 all' Accademia reale delle scienze di Parigi, Memoria la quale, pel tempo in cui fu scritta, è ancora notevole per alcune considerazioni sulla natura fisico-meccanica dell' attrito, riprodotte poi più volte, tra gli altri da VALLÉS (2) nel 1870. Sebbene molto imperfette possano parere le esperienze di AMONTONS, nondimeno per un pezzo quanti dopo lui trattarono dell'attrito (MUSCHENBROECK, BÜLFFINGER, DESAGULIERS ecc.) non promossero gran fatto lo stato della questione.

L'anno 1781 segna un grande progresso: lo studio dell'attrito venne simultaneamente ripreso in Francia da COULOMB (3) ed in Italia dallo XIMENES (4) con mezzi in sostanza identici e con risultati conformi, ma le sperienze del primo, perchè maggiormente variate, sono più concludenti e perciò più volgarmente conosciute. COULOMB, studiando il moto di un corpo collocato sopra un banco di due metri di lunghezza e tirato da un peso mediante una corda passante su di una girella posta a capo del banco, dedusse che l'attrito è: 1° proporzionale alla pressione, 2° indipendente dall'estensione del contatto, 3° quasi indipendente dalla velocità. Ma qualche eccezione trovata a questa terza legge non gli permise di poterla affermare in modo assoluto.

Il bisogno di risolvere i dubbii, di riempire le lacune lasciate da COULOMB, di verificare se l' attrito, come s'era ammesso sino a quel tempo senza la conferma della esperienza, durante l'urto e lo scorrimento di due corpi conservi la stessa intensità relativa, che nel caso delle pressioni ordinarie, mossero A. MORIN ad intraprendere a Metz una lunga serie di sperienze dal 1831 al 1834, i cui risultati furono per ordine dell'Accademia delle scienze raccolti ed inseriti tra *les Mémoires des savants étrangers* (5). Il MORIN seguì nelle sue sperienze un metodo analogo

(1) Mémoires de l'Académie royale des sciences. — 1699 — pag. 206. « *De la résistance causée dans les machines tant par les frottements des parties, qui les composent, que par la roideur des cordes, qu'on y emploie et la manière de calculer l'une et l'autre* ».

(2) V. Annales des Ponts et Chaussées — 1870 — 2e sémestre — pag. 404 « *Recherches théoriques sur les causes du frottement soit à l'état statique soit à l'état dynamique.*

(3) Mémoires presentées à l'Académie royale des sciences — Tome X — 1781 — *Théorie des machines simples.*

(4) *Teoria e pratica delle resistenze dei solidi nei loro attriti* — Pisa — 1782.

(5) *Nouvelles expériences sur le frottement,* faites à Metz en 1831, 1832, 1833, imprimées par ordre de l'Académie des sciences, 3 volumes in-4, 1832, 1833 et 1835.

a quello di Coulomb, con questo divario, che il banco su cui operava aveva otto metri di lunghezza (di cui però quattro soli erano disponibili): rilevava la velocità da curve descritte da una punta mossa da movimenti di orologeria sopra dischi di carta annessi alla girella in cui passava la corda sostenente il peso motore, e per misurare la tensione della fune, che produceva il moto del carretto, interponeva tra essa ed il carretto un dinamometro. Riconfermò le leggi di Coulomb, togliendovi persino l'eccezione riguardo alla velocità, sì nel caso di pressioni ordinarie, che in quello di percosse.

Dopo quelle sperienze, per un certo tempo potè parere che le vere leggi dell'attrito fossero finalmente conosciute: esse vennero accolte in tutti i trattati di meccanica; in tutti i prontuarii furono registrati i numeri dati da Morin. Tuttavia i pratici non tardarono ad avvedersi che quelle esperienze non meritavano tutta la confidenza, che loro generalmente si concedeva. Per esempio in Italia i nostri ingegneri avevano osservato (1) che quegli stessi freni, che valevano a tener costante il movimento abituale dei convogli discendenti la china dei Giovi, non riuscivano più ad impedire l'accelerazione del moto, qualora la velocità avesse da principio ecceduto certi confini. La qual cosa manifestamente dimostrava che sulle ferrovie l'attrito di scorrimento diminuiva col crescere della velocità.

Di più, Poirée e Bochet (1858) da esperienze fatte nelle ferrovie, attaccando alla locomotiva col mezzo di un dinamometro una carrozza, della quale si erano fermate le ruote, in guisa che scorressero sulle rotaje senza girare, o vi erano sostituiti dei pattini, riconobbero l'attrito non dipendere dall'estensione del contatto, ma sì bene dalla pressione e dalla velocità: credettero che esso fosse massimo quando la velocità è nulla, e che diminuisse col crescere di questa: anzi, parve loro che in circostanze apparentemente identiche l'attrito non fosse sempre lo stesso, per modo che, assunte come ascisse le velocità e per ordinate gli attriti, questi non fossero rappresentabili con una curva sola, ma sì con una zona compresa tra due curve.

Però il processo di Poirée e Bochet era troppo grossolano, ed acconcio più ai bisogni della meccanica applicata che a quelli della fisica molecolare; e le loro esperienze potevano servire piuttosto a rimettere in questione le leggi sull'attrito e a promuovere delle ricerche accurate, che a stabilire queste medesime leggi. Risultati più probabili fornirono invece Hirn (1855) ed il sig. comm. Sella (1861).

Hirn (Gustavo Adolfo) nel 1855 (2) pubblicò alcune sue sperienze condotte con cura grandissima, sull'attrito tra due corpi con interposizione di sostanze lubrificanti: attrito che egli dice *mediato*. Esse lo menarono a conchiudere, che se per l'attrito tra due corpi senza interposizione di sostanze lubrificanti (da lui detto *immediato*) possono essere vere le leggi di Coulomb, queste però non valgono più per l'attrito mediato. Per questo caso giunse ad alcune conseguenze degne di essere

(1) V. Accademia Reale delle scienze di Torino — Adunanza della classe di scienze fisiche e matematiche del giorno 7 Aprile 1861 — Rendiconto di una memoria del Cav. Quintino Sella sull'attrito.

(2) Bulletin de la societé industrielle de Mulhouse — n. 128 et 129; année 1855.

meditate: 1° quando i due corpi sono abbondantemente lubrificati e la temperatura resta costante, l'attrito varia proporzionalmente alla velocità: 2° esso è sensibilmente proporzionale alla radice quadrata delle superficie di contatto ed a quelle delle pressioni: 3° osservò che il miglior lubrificante è quello più fluido, che non sia espulso nelle condizioni di pressione, di velocità e di temperatura dei due corpi: che l'acqua può servire da lubrificante in circostanze convenienti, e che allora essa è superiore a tutti gli olii: che l'aria stessa diventa il migliore dei lubrificanti, quando essa possa giacere tra i due corpi confricantisi: ma se, per una modificazione della velocità o della pressione, l'aria viene espulsa, le superficie dei due corpi vengono ad immediato contatto e l'attrito quasi nullo da principio assume tosto un valore grandissimo.

Sei anni più tardi venne letto alla Reale Accademia delle scienze di Torino il lavoro del sig. Sella (1). Ei si valse di due strumenti da lui ideati *(tripsometri)* e fondati sui seguenti principii.

« Si ponga un corpo piano sopra un cilindro che gira: l'attrito tenderà a spostare il corpo, e se questo è tenuto da un elastico, la sua tensione darà la misura dell'attrito. Ovvero si posi il corpo sopra un disco girante attorno ad un asse verticale; la tensione dell'elastico, che vale ad impedire il trascinamento del corpo, misurerà pure l'attrito. »

Col sussidio di questi due apparecchi, dopo alcune prove fatte coll' ingegnere Montefiore, trovò che:

1° fra gli stessi corpi l'attrito varia moltissimo a seconda della nettezza delle loro superficie; 2° fra i limiti di velocità compresi tra zero e mezzo metro per 1″, l'attrito cresce col crescere della velocità: 3° l'attrito varia nei cristalli a seconda della direzione in cui si esercita.

Le leggi di Coulomb, confermate da Morin, erano dunque revocate in dubbio, anzi poste in forse anche come leggi approssimate; ma per decidere la questione richiedevansi nuove, esperienze variamente moltiplicate, e condotte con tal cura da evitare tutte quelle cause perturbatrici che a Morin avevano tolto di ritrovare la vera ed intima natura dell' attrito. Questo fu lo scopo che si prefisse il sig. Colonnello Conti, spintovi anche dall'osservazione di certi fenomeni d'attrito, che si erano manifestati nel varamento del *Leviathan* a Londra, contraddicenti alle idee fino allora accettate, e dagli studii che da ben dieci anni egli andava facendo sulla resistenza dei materiali. Ripigliò da capo le esperienze senza farsi, egli dice, una idea preconcetta del fenomeno, procurando solamente di eliminare tutte le cause, il cui apprezzamento potesse dar luogo a dubbii, o tali che non tutte potessero calcolarsi con eguale esattezza. Nel 1871 e 1872, ad Alessandria prima, a Firenze dopo, il sig. Conti afferma d'aver eseguito intorno a due mila esperienze, di alcune delle quali dà il rendiconto nella Memoria che ora è sottoposta al giudizio dell'Accademia.

In questa Memoria, dopo d' aver accennato a chi l' ha preceduto in questi studii, e per quali motivi egli giudichi imperfetti i risultamenti ed i processi

(1) Vedi la pubblicazione citata alla nota (1) della pag. precedente.

seguiti da Morin, da Poirée e da Bochet, passa ad esporre il suo modo di sperimentare. Non riferiremo gli appunti che esso fa a Poirée e Bochet: è troppo evidente che dal loro metodo non si potevano aspettare risultati molto precisi: più istruttive sono le osservazioni sul modo tenuto da Morin nelle sue esperienze. Il sig. Conti dice: 1° che Morin, avendo cercato le resistenze di attrito e di rigidezza della puleggia e della fune per piccoli carichi, non poteva concludere quali sarebbero esse state per grandi carichi; 2° che similmente nel calcolo della tensione della fune, avendo paragonato la determinazione ottenuta mediante formule con quella data dal dinamometro, e trovata coincidenza fino a 95 kg., non aveva il diritto di concludere che lo stesso fatto avrebbe avuto luogo per tensioni maggiori, quale quella di 600 , che pur egli ebbe raggiunto nelle sue sperienze. 3° Il Morin, per mantenere la sua slitta sempre nella stessa direzione, la faceva guidare da rotelle: se la slitta deviava dal suo retto cammino, un considerevole strisciamento era inevitabile. 4° Il Conti critica pure il modo di determinare la velocità, perchè sinora, egli dice, non si ottenne mai con nessun congegno di orologeria un moto rotatorio perfettamente uniforme; e 5° osserva che l'errore maggiore fu commesso nel rilevamento delle curve: imperocchè il Morin, per verificare se le linee degli spazii erano parabole , vi menava a vista delle tangenti sino all'incontro della tangente nel vertice, cercando poi se le perpendicolari erettevi passavano tutte per lo stesso punto.

Il Conti crede di essere riuscito ad eliminare tutte queste cause di errore. Per le sue esperienze egli si servì di un piano inclinato, facendovi scorrere sopra il corpo da cimentarsi, per modo che esso stesso fosse causa del proprio movimento, e che lo sforzo, il quale lo sollecitava alla discesa, fosse conosciuto colla stessa approssimazione che la inclinazione del piano.

L'apparecchio del Conti consiste in una robusta trave lunga quattro metri, su cui è fissata la superficie di scorrimento , composta di due piani ad angolo molto aperto (l'angolo acuto misura 5°) per evitare (senza far uso di guide, come Morin), che la slitta nella sua discesa devii dalla primitiva sua direzione. La slitta è poi munita di due zoccoli foggiati in modo da potersi esattamente sovrapporre alla superficie di scorrimento. Porta una sella su cui si collocano i pesi, e sul davanti una lastra di ferro, che presenta sempre uguale area resistente all'aria: alla medesima è legato un deflagratore ad arco , una specie di U rovescio colle guide terminate da due piccole punte che possono essere spostate. Mettendo in moto la slitta, ciascuna delle punte cammina rasentando quasi una striscia di carta affumicata, disposta su una sbarra di ferro perfettamente isolata, che mediante viti si può alzare od abbassare, per mantenere costantemente molto piccola la distanza tra la carta e le due punte del deflagatore. Una delle due sbarre è in comunicazione con uno e l'altra col secondo dei due capi di uno dei reofori di un rocchetto di Ruhmkorff: ad ogni interruzione di circuito scocca fra la carta ed il deflagratore una scintilla, che lascia sulla carta affumicata un segno di carbone esportato con un picciolissimo foro. Di tal disposizione si giovò per determinare i successivi spazii percorsi in uguali intervalli di tempo, e per questo dovette trovar modo di produrre ad uguali intervalli di tempo la interruzione della corrente; ed ecco come proce-

dette. Si immagini una molla fissa ad un capo e libera all' altro, messa in vibrazione. L'estremo libero porta una punta di platino, che ad ogni vibrazione completa viene ad immergersi in un vase pieno di mercurio. Se ora il vase di mercurio sia in comunicazione con un polo di una pila, e la molla coll' altro, quando la punta di platino tocca il mercurio, il circuito è chiuso e la corrente passa: quando la punta si solleva, il circuito si apre e la corrente è interrotta. La molla è regolata in modo, che le sue vibrazioni durino un decimo di secondo. Così di decimo in decimo di secondo due scintille scoccano e lasciano sulla carta segni, mercè cui si possono rilevare gli spazii percorsi. Perciò, fissato prima il carbone, perchè nel maneggiare la carta non si stacchi, basta misurare le distanze tra due fori consecutivi, cosa che si può fare con esattezza fino al decimo di millimetro. Siccome però la carta non resta più di ugual lunghezza, così, dopo averla distesa sulla sbarra di ferro, si dispongono di decimetro in decimetro dei cilindretti di ferro muniti di una punta, e si girano tanto, che la distanza tra due punte consecutive risulti di un decimetro. I cilindretti servono a fissare la carta ed i segni lasciati dalle punte fanno ufficio di caposaldi.

Per regolare la molla vibrante, se ne paragonano le oscillazioni con un buon pendolo a mezzi secondi, facendo in modo che l' uno e l' altra mandino una scintilla contemporaneamente su una striscia di carta messa in moto da una macchina Morse: spostando un pesetto lungo la molla, poteva ottenere in breve una perfetta coincidenza nei due segni lasciati sulla carta dalle due scintille.

L'arresto della slitta si produce mediante due sbarre disposte ai lati e scavate a cuneo, le quali al termine della corsa sono imboccate da altre due sbarre corrispondenti, pure foggiate a cuneo, e che penetrando nella cavità delle prime vi generano un grande attrito, mentre lateralmente due sistemi di molle brevi e robuste abbracciano fermamente la slitta.

Finalmente ecco in che modo il Conti determina l' inclinazione della trave. Un cannocchiale è fissato alla trave e ad essa parallelo si mantiene il suo asse ottico. Si collima prima ad una stadia, essendo la trave orizzontale, e poi si varia così la inclinazione di questa, che la tangente letta sulla stadia corrisponda precisamente all' angolo di inclinazione che si vuol dare al piano di scorrimento.

Sebbene il Conti avesse procurato di costruire il suo piano inclinato con una robusta trave di 30 anni almeno, pure non potè fare che assolutamente non si producesse veruna inflessione; ma cercò rimediarvi intercalando delle zeppe di ferro tra due braghe consecutive, che servivano a legare il piano di scorrimento colla trave.

Volendo procedere alle esperienze, un gran numero di cure minuziose erano necessarie per mantenere costantemente nelle superficie uno stato determinato. I piani di scorrimento e gli zoccoli erano spianati colla massima diligenza, ed alcuni giorni prima dell'esperienza gli zoccoli s'attaccavano alla slitta. Per ottenere la massima purezza, quando volevasi sperimentare con superficie sgrassate, si lavavano con grande quantità di alcool e zoccoli e piani di scorrimento, lavavansi del pari con alcool gli stracci di bucato, che servivano a detergere tali superficie. Si usava poi

sempre, nello avviluppare gli stracci, la precauzione di fare in modo che la parte usata a detergere non fosse tocca dalla mano. Tutte queste avvertenze potrebbero parere inutili, ma il fatto dimostra che questo non è vero. Il sig. Conti si provò a fare una esperienza con tutte le cautele ora indicate, ed essa procedette colla massima regolarità; poi, toccato uno straccio con mano lavata di fresco e pulitissima, e con esso fregato leggermente un tratto del piano di scorrimento, ripetè l'esperienza, e trovò in quel tratto nella curva delle velocità un salto, un incremento di velocità.

Quando sperimentava con superficie untuose, vi ottenne uno strato d' unto leggero ed uniforme facendo imbevere d' olio molti stracci, poi spremere fortemente, e con essi strofinare tutto il piano a lungo: ovvero spargere alcune poche gocce d' olio sul piano, stendere uniformemente, ed asciugare il piano con stracci asciutti.

Altra precauzione, che egli usò, e che da altri finora pare sia stata trascurata, è quella di determinare esattamente la vera e reale superficie di contatto degli zoccoli: egli trovò che per i metalli, mentre la superficie totale era di mq. 0,0420, appena, in media, 0,0040 a 0,0110 era quella di contatto, ossia da un decimo ad un quarto; talora si trovò solo $^1/_{20}$, ma più ordinariamente $^1/_6$. Essa riconoscevasi guardando le parti di mutato colore sopra lo zoccolo e sui piani di scorrimento. Così potè determinare la pressione specifica, tanto al principio degli esperimenti, quando l'estensione del contatto era minima, quanto alla fine, quando essa era massima.

Quando sperimentò con superficie oleose, fece in modo che l' olio fosse tanto da mantenere interamente sommersi gli zoccoli: in questo caso la superficie vi entrava tutta come superficie di contatto.

Eseguite con queste cautele le esperienze, resta a dedursi il valore della forza d'attrito dai segni lasciati sulle strisce. Come si rilevino gli spazii percorsi nei successivi intervalli di tempo è facile a capire, ed è agevole quindi a capire, come si possa costruire la linea degli spazii. Da questa bisogna poi dedurre la linea delle velocità e quella delle accelerazioni. Si deduce la linea delle velocità da quella degli spazii determinando i coefficienti angolari delle tangenti nei successivi punti della linea degli spazii, e quella delle accelerazioni in modo analogo da quella delle velocità.

Per evitare poi in queste costruzioni gli errori prodotti dal condurre tangenti a vista, il Conti osserva che nella linea degli spazii, per es., la differenza $y_1 - y$ delle ordinate corrispondenti ai tempi x ed $x+1$ dà il valore del coefficiente angolare della tangente, nel punto di ascissa $x+^1/_2$, all'arco parabolico (coll'asse parallelo alle y) che, in luogo della vera curva, si può far passare per i punti di ascisse x ed $x+1$. Dimodochè coi dati dell'esperienza, senza ricorrere a costruzioni grafiche, si possono sucessivamente calcolare collo stesso ordine di approssimazione le velocità e le accelerazioni, ed ottenere così, per le velocità e per le accelerazioni, linee che presentano la medesima regolarità che quella degli spazii.

Costruite queste curve, è facile calcolare il coefficiente di attrito, ossia quel numero f che, moltiplicato per la pressione, dà il valore dell'intensità della forza d' attrito.

Difatti, se diciamo α l'inclinazione della trave all'orizzonte, 2φ l'angolo ottuso dei due piani di scorrimento, Σ la resistenza dell'aria, A l'accelerazione della slitta, si ha

$$f = \frac{P \operatorname{sen} \alpha - \frac{P}{g} A - \Sigma}{P \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \varphi}}$$

Morin ritenne che Σ fosse trascurabile, almeno per le velocità delle sue sperienze. Conti trovò questo non essere vero, che anzi può raggiungere talora un decimo della resistenza totale d'attrito: ed a calcolare Σ assunse la formula di Poncelet (1)

$$\Sigma = S\,[0^{kg},036 + 0,084\,v^2 \pm 0,16\,A]$$

essendo S l'area battuta, v la velocità ed A l'accelerazione.

Le sperienze di cui tratta la Memoria attuale, appena in numero di 135, sono state trascelte, secondo che riferisce l'A., dalla terza di cinque serie di sperienze analoghe (2); in esse la superficie fissa era di ghisa, sulla quale si fece scorrere successivamente ghisa, acciajo, ferro inglese, ferro d'Aosta, bronzo, ottone, rame, macigno di Fiesole, quercia, olmo, pioppo, cuojo e gomma elastica. Molte esperienze dovette tralasciare perchè non fatte colle volute cautele; altre perchè, come coll'acciaio o col ferro d'Aosta, dopo alcune prove il piano di scorrimento era rigato, per la qual cosa il cofficiente di attrito subiva tosto degli accrescimenti strani. Riconobbe avere grande influenza la nettezza delle superficie: narra di aver fatto certi sperimenti in giorni di polvere o di intemperie, e che allora non si avevano più risultati regolari, ma saltuarie elevazioni nel valore del coefficiente d'attrito. Perciò nelle esperienze definitive procurò di mantenersi costantemente in istati ben definiti.

Succedendosi gli esperimenti, il piano di scorrimento si alterava; cita come esempi le tavole VIII e XV della presente Memoria, in cui, per date velocità, il coefficiente d'attrito cresce succedendosi le esperienze. Ma quando queste si ripetano per un po' di tempo, le variazioni diminuiscono; così dopo otto esperienze nel cuojo e sette nell'ottone, le differenze si riducono quasi a zero (3).

(1) V. Poncelet — *Introduction à la mécanique industrielle* — troisième édition — pag. 626. Veramente la formula è dovuta a Didion.

(2) Le cinque serie prese insieme (soggiunge il sig. Conti) contengono più di 2000 esperienze fatte con materiali d'ogni sorta, adoperando per superficie fissa persino il ghiaccio. Egli fece alcune prove con lubrificanti, con detergenti diversi, con polveri corrodenti, ecc.

(3) Cercò di rendere sensibile questo fatto costruendo per ogni corpo cimentato una serie di linee, le quali, per date pressioni e date velocità, rappresentassero i valori del coefficiente d'attrito ottenuti in esperienze successive. Perciò, assunte distanze uguali su una retta, vi eresse ordinate proporzionali ai successivi valori del coefficiente d'attrito. In questo modo trovò che 1° generalmente gli estremi delle ordinate stanno su una linea retta, tanto meno inclinata all'asse delle ascisse, quanto maggiore è la velocità, la pressione restando la stessa: 2° per una medesima velocità le rette corrispondenti alle diverse pressioni sono sensibilmente parallele: 3° la velocità restando sempre la

Osserva che, variando i detergenti, varia del pari il coefficiente d'attrito; che anzi, secondo i diversi lavori di una macchina, certi liquidi lo diminuiscono meglio che altri, che per esempio una lima bagnata in trementina canforata lavora il vetro come se fosse un metallo; mentre a secco, e bagnata d'acqua, non dura due minuti. Soggiunge che, variando i liquidi, possono anche mutare le leggi fondamentali dell'attrito.

Riporta una osservazione curiosa. Facendo scorrere ghisa su ghisa o bronzo su ghisa con superficie untuosa, trovò per coefficiente di attrito circa 0,1: dopo d'avere spruzzato con acqua il piano, il coefficiente discese a 0,03 per la ghisa alla velocità di 1^m, e pel bronzo a 0,014, la velocità essendo di 4^m. Egli attribuisce questo risultato al fatto, che l'acqua sulla superficie untuosa si era disposta in una serie di sferette di circa 1^{mm}

stessa, le differenze delle ordinate di queste rette per una medesima ascissa sono proporzionali alle differenze delle pressioni. Ma su questo punto pare che possano sorgere molti dubbii. Prima di tutto la rappresentazione geometrica ideata dal sig. Conti, se può farci vedere che al succedersi delle esperienze, non cambiando le condizioni di velocità e di pressione, varia tuttavia il coefficiente di attrito, non ci illumina affatto sul come esso varii colla durata del contatto, nè verso qual valore limite esso tenda. E di quanta utilità sarebbe questo valor limite per la pratica industriale, tutti sel veggono: diremo di più che questo valor limite, e nessun altro, sembra doversi ritenere come vero e reale coefficiente d'attrito. Imperocchè, dipendendo l'attrito in sostanza dall'elasticità dei corpi confricantisi, deve con molta probabilità succedere il fatto osservato nelle verghe elastiche, che, ove siano tese da una forza agente secondo il loro asse, e l'esperimento si rinnovi più volte di seguito, dopo alcune sperienze l'allungamento permanente non varia più, e gli allungamenti (sempre uguali fra loro) osservati nelle successive sperienze sono meramente elastici. E chi voglia determinare il coefficiente di elasticità di una verga terrà conto di questi ultimi allungamenti, non dei primi. Questa osservazione ci mette in grado di capire come nelle prime sperienze il coefficiente d'attrito debba andar variando fino ad un certo limite e poi rimanere costante (non cambiando ben inteso la pressione e la velocità): questo succederà quando la deformazione permanente dei due corpi abbia raggiunto il suo massimo. Pei corpi che non si trovino in uno stato ideale di levigatezza, dovrà certamente influire su questo limite anche il distacco di minute particelle per la scabrezza delle superficie di contatto: distacco, che tuttavia diminuisce sensibilmente colla durata del moto. — D'altra parte possiamo anche dire che la rappresentazione geometrica del sig. Conti ha molto dell'arbitrario, perchè, non avendo egli indicato quale intervallo di tempo trascorresse tra una sperienza e l'altra, i punti rappresentativi di queste sperienze con egual diritto si potrebbero anche segnare a distanze diseguali. Oltreacciò pare che essa non debba forse ispirare una grande fiducia, anche perchè moltissime di queste linee sono tracciate conoscendone appena due o tre punti; per l'ottone soltanto venne fatto uno studio più accurato. Tutto questo ci rivela un difetto del metodo del sig. Conti che può parere abbastanza grave: infatti la lunghezza del suo piano di scorrimento è troppo piccola, nè può dar agio a fare delle esperienze che durino un po' di tempo, d'altronde il moto accelerandosi continuamente è impossibile mantenere una velocità uniforme nel corpo scorrente. Ora per apprezzare convenientemente l'influenza della velocità sul valore del coefficiente d'attrito bisognerebbe proprio cercar di mantenere una velocità costante per un tempo tanto grande quanto si vuole: d'altra parte, per eliminare le variazioni prodotte nel coefficiente d'attrito dal venire a contatto sempre porzioni nuove del piano di scorrimento, sarebbe da procurare che periodicamente venissero ad affacciarsi le medesime parti delle superficie dei due corpi. In questo modo, trascorso un certo lasso di tempo dopo il principio del moto, sul variare del coefficiente d'attrito non influirebbe più che il variare della velocità (la pressione rimanendo la stessa). Ma col metodo del sig. Conti pare che nessuna di queste condizioni possa essere soddisfatta.

di diametro e che si mantenevano tali anche sotto la slitta, in guisa da cambiare l'attrito di scorrimento in attrito di rivolgimento.

In generale trovò essere il coefficiente di attrito maggiore se l'olio abbonda, minore se le superficie di scorrimento sono semplicemente untuose. Questo egli dice dipendere da che nel primo caso, tutta la superficie esercitando contatto, la pressione specifica è minore, mentre nel secondo, una parte solamente esercitando contatto, la pressione specifica è maggiore.

La Memoria è corredata di un atlante, in cui sono raccolte le curve delle sperienze ed i fascicoli di calcolo: per ogni corpo sperimentato hannovi due tavole, nell'una delle quali son contenute le linee delle velocità nelle diverse sperienze, nell'altra le linee che per ogni sperienza rappresentano la legge di variazione del coefficiente d'attrito calcolato colla formula più sopra riferita. Ma non sempre furono tracciate queste linee: per es., nel caso della ghisa e per le superficie sgrassate, non si vedono le linee che per tre delle sette sperienze eseguite.

Dall'ispezione delle tavole cade immediatamente sotto gli occhi che per certi corpi le linee delle velocità sono sensibilissimamente rettilinee: tali sono per es. nella tav. XVI quelle per la ghisa scorrente sulla ghisa, nella tav. XIX quelle pel ferro d'Aosta e per l'olmo (fibre trasversali), nella XX quelle pel bronzo e per l'ottone scorrenti su ghisa, e per la ghisa scorrente su bronzo. Ne seguirebbe che, nelle condizioni in cui vennero fatte quelle sperienze, l'attrito doveva con molta approssimazione essere indipendente dalla velocità: ed infatti si osserva in generale che le differenze sono abbastanza piccole. Ma in alcune sperienze non si possono più ritener come tali, ad esempio nella ghisa (superficie untuosa, esperienza 1369),

$$\text{per } v = 0,^{m}20, \qquad \text{si ha } f = 0,067$$
$$v = 2,^{m}80, \qquad f = 0,016,$$

e nel caso dell'olmo (fibre trasversali, esperienza 1589) per

$$v = 1,^{m} \qquad f = 0,335$$
$$v = 1,^{m}72, \qquad f = 0,372.$$

Lasciamo di riportare altri esempii.

Le linee che per una data pressione rappresentano la legge con cui varia il coefficiente d'attrito offrono tutte generalmente il medesimo aspetto: prima la convessità rivolta verso l'asse delle velocità, poi un punto di inflessione, indi un punto di massimo, e poscia un nuovo punto di inflessione, e rimanendo convesse tendono ad accostarsi all'asse delle velocità. Se non che le curve ora indicate non sono sempre le curve dedotte dall'esperienza: così, a cagion d'esempio, per la ghisa (superficie untuosa) l'A. sperimentò alle pressioni di 16009, 23490, 30971 kg., ma nella tavola IV son tracciate le linee corrispondenti alle pressioni di 15000, 25000, 30000 kg., dedotte da quelle delle esperienze ritenendo che alla medesima velocità la differenza tra i coefficienti di attrito sieno proporzionati alle differenze delle pressioni (vedi pag. 10, nota 3): insieme con queste curve però furono segnati anche i punti ottenuti nelle sperienze.

Per alcune sostanze, cioè per la ghisa, acciajo, pioppo (fibre trasversali), quercia (fibre trasversali), cuojo, l'A. costruì anche alcuni diagrammi, i quali indicano come varii il coefficiente di attrito colla pressione, e trovò generalmente che le curve sono tutte convesse verso l'asse delle pressioni, che si alzano abbastanza rapidamente col diminuire della pressione, restando invariabile la velocità.

Dei risultati numerici dell'esperienze del Conti non daremo qui che qualcuno de' più interessanti. Per es. si trova che, tra i coefficienti dati dal Morin per superficie sgrassate e quelli trovati dal Conti per velocità intorno ad un metro, non passa grande divario: si dee fare eccezione pel cuojo. Ecco il paragone per il cuojo fra i coefficienti trovati da Morin e da Conti. Per le superficie sgrassate sotto la pressione specifica di 5000 kg. trovarono

Morin	Conti	
$f = 0{,}56$	$v = 0{,}^{m}40$	$f = 0{,}615$
	$v = 0{,}^{m}55$	$f = 0{,}687$
	$v = 1^{m}$	$f = 0{,}80$ (*m ssimo*);

ad un metro di velocità, secondo il Conti, si avrebbe il massimo di f.

Morin, pel cuojo ancora ma per le superficie bagnate ed untuose, dà $f = 0{,}23$. Conti invece, per superficie rese untuose nel modo più sopra indicato,

per $v = 0{,}^{m}6$,	trova $f = 0{,}518$
$v = 1^{m}$,	$f = 0{,}597$
$v = 1{,}^{m}4$,	$f = 0{,}648$ *(mass.)*.

Più sensibili ancora sono i divarii per i metalli (superficie untuose):

Morin	Conti	
	Ghisa su ghisa, pressione 15000 kg.	
$f = 0{,}07$ a $0{,}08$	$v = 0{,}6$	$f = 0{,}05$
	$v = 1$,	$f = 0{,}079$
	$v = 1{,}5$	$f = 0{,}122$ *(mass.)*
	Rame su ghisa	
	$v = 0{,}6$	$f = 0{,}038$
	$v = 1$	$f = 0{,}0586$
	$v = 2{,}2$	$f = 0{,}129$ *(mass.)*
	Bronzo su ghisa	
	$v = 1^{m}$	$f = 0{,}0975$
	$v = 2^{m}$	$f = 0{,}125$.

Queste cifre, che si potrebbero ancora moltiplicare a volontà, fanno vedere come, a pari pressione, l'attrito varii moltissimo coi diversi corpi e colla velocità, e che il massimo di f non corrisponde per tutti i corpi alla stessa velocità.

Finalmente, le conclusioni generali del lavoro del sig. Conti sono che la resistenza d'attrito:

1° Cresce collo scemare della pressione specifica, e che questo accrescimento è assai grande se le superficie di contatto sono untuose, piccolo se sgrassate.

2° Cresce rapidamente col crescere della velocità e poi, passato un massimo, diminuisce con rapidità poco diversa, per continuare in seguito a diminuire di più in più lentamente. Così l'accrescimento come la diminuzione è molto grande nelle superficie untuose, piccolo nelle sgrassate.

3° Quanto è maggiore la pressione, tanto minore è la differenza fra il massimo ed il minimo coefficiente, allorchè si passa per la stessa serie di velocità diverse, così nelle superficie untuose, come nelle sgrassate (1).

Il col.° Conti, verso il termine della sua Memoria, espone alcune sue ipotesi intorno alla causa probabile del consumo considerevole di forza viva dovuto all'attrito nelle macchine: lo attribuisce a trasporto di particelle materiali con grandissima velocità, operato da correnti elettriche che si desterebbero nel mutuo sfregamento de' due corpi. Ma quale sia propriamente il suo modo di vedere, quale il valore delle sue opinioni, è difficile il poter giudicare, perchè le sue dichiarazioni non sono abbastanza esplicite (2).

(1) Non possiamo però trattenerci dall'osservare che dalle 135 esperienze riferite nella Memoria si può ben trarre argomento per mettere in dubbio i risultati ottenuti da Coulomb e da Morin, ma che si può dubitare se esse bastino a convincere della verità delle leggi enunciate dal sig. Conti, tanto più che col suo processo non è evidente la possibilità di giungere a qualche risultato concludente (vedi nota 3 a pag. 10). Se nell'apprezzamento di alcune circostanze egli fu scrupoloso fino all'eccesso, non si può dire che abbia fatto altrettanto quando volle determinare l'inclinazione del piano di scorrimento usando la stadia, e l'estensione del contatto osservando sulle superficie di scorrimento le parti di mutato colore, metodo questo assai vago, per l'incertezza che rimane sempre nel passaggio tra le parti che hanno e quelle che non hanno cambiato colore. D'altra parte, nella sua Memoria egli non indica come siasi guidato nel misurare l'area di queste porzioni di superficie. Nè potè certamente colla disposizione da lui ideata evitare gli effetti dovuti alla tendenza della slitta al serpeggiamento: a ciò basta la menoma irregolarità nello spianamento delle superficie di scorrimento (di questa irregolarità fornisce egli stesso una prova, là ove dice che la massima estensione del contatto variava da $1/4$ ad $1/6$ della superficie totale): impedendo il serpeggiamento, certi punti finiscono per essere premuti più degli altri, donde deve nascere un aumento dell'attrito. Non parrà dunque indiscrezione il pensare che, prima di poter accettare come definitive le leggi enunciate, sono ancor necessarie altre sperienze più variate, e fatte in condizioni tali che sia possibile l'apprezzare con maggiore accuratezza l'influenza esercitata dalla velocità, dall'estensione e dalla durata del contatto.

(2) Tra le molte considerazioni che egli fa sulle cause dell' attrito una ve n'è che è ben dura ad ammettersi. Dice in sostanza: immaginate un corpo che si muova lungo un piano inclinato, nel senso, poniamo, della linea di massimo pendio; se a questo corpo imprimete un altro movimento in direzione diversa da quella del primo, per questo solo fatto, l'attrito deve diminuire. Quest'asserzione gratuita, appoggiata a nessun fatto, è così contraria alle idee che possiamo farci sull'attrito, che non sappiamo in verità da chi possa essere accettata. Per ispiegar meglio le sue idee soggiunge: osservate chi deve sturare una bottiglia: se tira il tappo nel senso dell'asse della bottiglia, è obbligato a fare uno sforzo grandissimo, mentre se imprime al tappo un moto elicoidale, gli basta uno sforzo molto minore; dunque, egli conclude, nel secondo caso l'attrito fra tappo e vetro è minore. Ma non è necessario ricorrere a siffatta ipotesi per vedere che lo sforzo da esercitarsi, nel secondo caso, deve

Il sig. Conti afferma che delle numerosissime esperienze da lui intraprese s'è limitato a riportare in questo lavoro una piccola parte, per non dare al medesimo un'eccessiva estensione; ed aggiunge che, quando pure le avesse riferite per intero, la sostanza delle sue conclusioni non ne sarebbe stata alterata. Di siffatta ommissione è naturale che si abbia lasciare a lui tutta la responsabilità.

E questa riserva è tanto più necessaria dal momento che il sig. Conti riferisce i risultati di 135 sperienze soltanto, alcune delle quali (sull'acciajo e sul ferro d'Aosta) confessa egli stesso non essere riuscite con troppa regolarità.

Noi concediamo però che le esperienze del sig. Conti appajono condotte con abilità non comune; e che, sebbene esse non forniscano leggi positive, ma piuttosto servano a infirmare le leggi ammesse finora, a ogni modo non possono mancare d'importanza per la ricerca delle vere leggi. Se non che un preciso apprezzamento del metodo seguito dall'Autore, e de' risultati ai quali è pervenuto, non può essere raggiunto per mezzo di una semplice lettura della Memoria presentata, quale s'è potuta fare da noi; ma solo deve attendersi da un profondo e accurato esame critico intrapreso da eminenti cultori delle scienze sperimentali. È quindi naturale che a noi paja desiderabile la pubblicazione della Memoria medesima, affinchè su di essa venga provocata una discussione feconda, e si pronuncii la sentenza dai giudici più competenti.

essere minore. Imperocchè se diciamo Ω l'area laterale del tappo, p la pressione per unità di superficie fra tappo e vetro, f il coefficiento d'attrito, r il raggio del tappo, R il raggio del manico del cavatappi, h il passo comune alle eliche descritte da ciascun punto del tappo, lo sforzo da impiegarsi per ottenere lo sturamento si trova essere (finchè il tappo giace tutto entro la bottiglia),

$$F = f p \Omega \frac{\sqrt{(4 \pi^2 r^2 + h^2)}}{\sqrt{(4 \pi^2 R^2 + h^2)}}$$

che è massimo per $h = \infty$ ed uguale ad $f p \Omega$ e questo, è il primo dei casi considerati dal sig. Conti: ma qualunque sia h, purchè finito, si ha sempre $F < f p \Omega$. Che nel caso di corpi non isotropi l'intensità dell'attrito possa cambiare colla direzione del moto, è fuori di dubbio: ma questo fatto dipende allora dalle proprietà de' corpi rispetto alla loro elasticità, non già dalla circostanza che il corpo scorrente sia animato da più moti differenti in diverse direzioni.

SULLA RESISTENZA DI ATTRITO

MEMORIA

del sig. cav. Pietro Conti, *Colonnello del Genio militare*

(Approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia, nella seduta 6 dicembre 1874).

La teoria classica dell'attrito fondata specialmente sulle esperienze di Morin, sebbene alquanto scossa da quelle degl'Ingegneri Poirée e Bochet, rimase finora in favore presso gli autori e nelle scuole. Facendo astrazione dalle grandi velocità delle ferrovie, si ripete da tutti che il coefficiente d'attrito è costante nelle ordinarie velocità e pressioni specifiche. È tanto comoda questa costanza per chiunque si occupi di Meccanica applicata, quanto lo sarebbe la perfetta esattezza della legge di Mariotte sui gas per coloro che trattano di Termodinamica.

Sfortunatamente vi fu chi, impiegando i mezzi più raffinati dell'odierna fisica sperimentale, dimostrò che le leggi di Mariotte erano vere soltanto al limite, e se ne distaccavano anche notevolmente quanto più il gas si avvicinava alla sua liquefazione. In faccia alla evidenza si chinò il capo, ed i trattati di Termodinamica riescirono ben più complicati di quello che si desiderava. Con esperienze le più evidenti, sperimentando anzi in modo da evitare ogni causa perturbatrice, io credo di aver fatto lo stesso danno ai Meccanici, rendendo in tutti i casi il coefficiente d'attrito variabile secondo due argomenti, la velocità e la pressione. Se le leggi così semplici del Morin fossero alterate di qualche poco soltanto, la cosa sarebbe men grave; ma in date condizioni, che sono le usuali, cioè a superficie untuosa e velocità di un metro all'incirca, si hanno spesso differenze del doppio, e perfino in certi casi dall'uno al tre, secondo le diverse pressioni e velocità; perciò non è più possibile dire che le variazioni trovate si confondono colle leggere e inevitabili mutazioni nello stato delle superficie.

Ciò mi obbliga a fornire largamente prove sicure su molte qualità di materie tenute a differente stato ma sempre ben definito di superficie; affinchè, tutte le altre condizioni essendo eguali, la variazione di pressione e di velocità soltanto venga a modificare a sua posta i valori della resistenza d'attrito. Credo sia mio dovere, come d'ogni esperimentatore coscienzioso, di pubblicare insieme alle conclusioni anche i dati numerici primi ricavati dalle esperienze, così che altri pure abbia agio di riscontrarne la verità, seguendo qualsiasi metodo di calcolo. E siccome i miei resultati sono ottenuti in modo automatico e permanente sopra striscie di carta affumicata, conservo queste, pronto a mostrarle, se alcuno volesse verificare con

esse le tabelle numeriche, le quali non sono che la lettura delle striscie medesime. Conservo pure il mio piccolo apparecchio, con cui tale lettura si fa in pochi momenti, come si vedrà più innanzi.

Le esperienze si eseguirono quasi tutte senza sapere a quali conseguenze conducessero; e infatti, dopo averne fatte la maggior parte in Alessandria nel 1871 e 1872, non potei dedicarmi al loro spoglio parziale che sullo scorcio del 1872 in Firenze, e completarlo con alcuni aiuti nell'anno corrente in Roma. Mi bastò di spogliarne alcuna fin dal principio, per vedere se conduceva a resultati i quali confermassero i miei dubbi, che principalmente riguardavano la velocità e la pressione: visto che sì, continuai a sperimentare senza seguire alcuna idea preconcetta. Anzi volendo esagerare nelle cautele contro me stesso, feci eseguire gran parte delle esperienze dall'egregio luogotenente Maccagnini addetto alle Officine del Genio militare di cui io allora era Direttore, ufficiale di molta coltura e fermezza, il quale era contrario alle mie idee, e teneva per la teoria classica, come tutti coloro che sono da poco usciti dalle scuole.

Io non era tuttavia solo a nudrire molti dubbi sulla esattezza di quella teoria, dubbi che nel 1857 formulai pubblicamente confermandoli per via delle osservazioni di molti varamenti nell'Inghilterra, come dirò più oltre. Senza tornare sul lavoro degli ingegneri Poirée e Bochet fatto in condizioni diverse da quelle in cui trovansi ordinariamente le macchine, qualche autore accennò, sebbene timidamente, ora ad uno ora ad un altro dubbio, e per via di alcuni esperimenti quello della indipendenza dalla velocità fu confermato dall'illustre Sella, che a gran danno della scienza fu ad essa tolto dalla politica.

Anche nei periodici scientifici si andava sempre lamentando tale incertezza, e in quest'anno istesso ben cinque volte lessi in giornali inglesi il racconto di fenomeni speciali avvenuti in certi casi, che non si poteano spiegare colla teoria generalmente ricevuta. Prima di morire, quell'esatto ed acuto scienziato, che era il Rankine, mi scrisse più volte su tale argomento, e attendeva colla cortese premura dell'amico la pubblicazione delle mie esperienze, sebbene fino a qualche anno fa egli fosse uno di coloro che aveano risolutamente accettata la teoria di Morin come giusta.

Tolte queste rare eccezioni, i più celebrati meccanici non emisero pel passato alcun dubbio sulle esperienze del generale Morin; nell' Inghilterra stessa il venerando Moseley ne accettò interamente nei suoi trattati le comode leggi, pur trovando spiacevole la mancanza di molti altri dati, che gli sembrava potevansi trarre con poche esperienze di più dai mezzi posti con tanta liberalità dal governo francese a disposizione del Morin: dati che sarebbero di grande interesse per la meccanica. Spero di poter colmare la lacuna in seguito, poichè alcuni degli esperimenti desiderati già li feci, pel resto non ancora ho perduto la speranza d' aver i mezzi necessari a compierli. Willis, Appleton, Redtenbacher, Reuleaux; Inglesi insomma, Americani, Tedeschi, e naturalmente i Francesi, quanti scrissero su questo argomento da quarant'anni seguirono il Morin: anzi l'Appleton nota espressamente che gli esperimenti di Metz furono ammirabilmente condotti sotto gli auspicii dell'Accademia di Francia.

Ci vuole il coraggio della verità per osar di formulare una teoria tutta diversa; e questa non per soli casi eccezionali, ma per quelli che ordinariamente han luogo nella pratica, per velocità cioè che stanno fra pochi centimetri e tre o quattro metri al 1″, e per pressioni che son del continuo usate.

Una sola considerazione mi anima, se mai fosse in me alcuna perplessità. Ordinariamente si associa al nome del generale Morin quello del capitano Coulomb del Genio militare francese, il quale per il primo avea messo mano ad esperimenti degni di fede nel 1781. Infatti dalle conclusioni generali d'ambedue si ricava che il Morin col medesimo apparecchio del Coulomb, sebbene assai migliorato nel modo di misurare la velocità, conferma tutte le leggi trovate dal Coulomb, anzi smentisce le eccezioni e riserve messe innanzi da quest'ultimo. Ebbene, con mezzi esattissimi, che si poteano avere soltanto col soccorso degli ultimi perfezionamenti della Fisica, io in parte rivendico il lavoro di Coulomb, mostrando come le sue prudenti eccezioni costituiscano in gran parte le leggi vere e generali, che egli intravide sol quando le differenze erano così forti da non potersi negare da chiunque sia privo d'idee preconcette.

Descrizione dell'apparecchio con cui si eseguirono la maggior parte delle esperienze sulla resistenza d'attrito, e discussione parallela dei mezzi usati dagli altri esperimentatori.

Sopra argomento tanto contrastato essendomi proposto di esperimentare con tali mezzi che più non ammettessero il menomo dubbio, perchè privi d'ogni causa perturbatrice, dovetti abbandonare i piani orizzontali e le trazioni trasmesse per corde, o leve, o molle. Il corpo dovea scorrere libero da qualsiasi intoppo anche leggerissimo, e dar poi automaticamente le leggi del suo moto. Non mi restava dunque che far uso del piano inclinato, nel quale lo sforzo motore è conosciuto con quella esattezza che si vuole per via della inclinazione. Doveasi trovare la legge del moto di cui ad ogni istante è animato il corpo scorrente lungo il piano stesso, e l'ottenni senza che il corpo toccasse in alcun altro punto che non fosse sul piano istesso. Mentre liberamente scendeva, esso per es. ad ogni decimo di secondo faceva scoccare una scintilla da una punta attaccata al suo corpo stesso sopra una striscia di carta fermata accanto del piano inclinato, e così vi lasciava dipinta dalla natura la legge del suo moto.

Discussione critica.

Accennerò prima le cagioni di errore contenute nelle altre sorta di apparecchi usati finora per riconoscerne le deficienze, e meglio determinare in qual modo abbia potuto eliminarle nel mio. Questa brevissima discussione darà anche le ragioni per le quali io doveva trovare risultati differenti da quelli finora ricevuti nella scienza, fornirà gli argomenti a riconoscere inevitabili l'incertezza e gli errori che dovevano

accompagnare le tante esperienze eseguite dal 1699 fino ad oggi su questo argomento.

Il primo esperimentatore, l'Amontons, ebbe il merito di provare che l'attrito dipende soltanto dalla pressione, mentre tutti prima credevano dipendesse dalla estensione delle superficie sfreganti. Esso trovò che il coefficiente d'attrito era sensibilmente lo stesso per tutti i corpi leggermente untuosi ed uguale ad un terzo. Di questo coefficiente così alto, nella maggior parte dei casi doppio del vero, non si può far meraviglia, l'apparecchio essendo assai rozzo, e grossolana la misura della velocità. E si pensi che invece di operare la pressione del corpo sul piano orizzontale per la via semplicissima e naturale dei pesi, esso adopera a tale uso una molla! Meno sarebbe da biasimare per la molla impiegata a misurare lo sforzo di trazione, poichè con tal mezzo non avea bisogno di carrucole e corde che danno luogo col loro attrito sugli assi, colla rigidità della corda, coll' inerzia di ambedue, a molte cause perturbatrici che bisogna pur calcolare. Ma l'usare una molla, invece dei pesi, dovea ben presto condurre a sensibile obliquità di pressione appena incominciato il moto, e così dare risultati completamente erronei, diminuendo la resistenza d'attrito precisamente di tanto, quanto aumentava lo sforzo motore, secondo una componente del continuo crescente.

La Hire fu uno dei pochi che accettarono le idee, che Amontons esponeva nel 1669 ed anzi le convalidò con qualche esperienza.

Nel 1700 Parent accennò qualche dubbio sulla indipendenza del coefficiente d'attrito dalla velocità, ma la sua memoria non fu nemmeno stampata, e solo se ne fece un cenno nella Storia dell'Accademia, parlandone come di *geometria complicata* e *delicata*. Non vi si accenna ad esperimenti, ma sembra ne abbia fatto qualcuno; certo all'ingrosso.

La questione dell'attrito fu lungamente trattata da Varignon, Desaguliers, Eulero, quando in mezzo a tante contestazioni nel 1781 venne il Coulomb. Quella mente acutissima studiò ed esperimentò lungamente, sebbene coi mezzi assai rozzi di quel tempo, e solo alcune leggi dell' attrito mise in evidenza. Sapendo quante imperfezioni fossero nel suo apparecchio, usò molta cautela nel definirle; anzi bene spesso diede i numeri ricavati direttamente dalle sue esperienze, e nelle osservazioni seguenti ne fece una discussione che lascia luogo anche ad altri studii. Siccome i mezzi sperimentali di Coulomb hanno gli stessi difetti di quelli molto migliori che adoperò il Morin, la dimostrazione delle tante cause d'errore che contengono i primi si troverà dove si parla dei secondi. Ad ogni modo il Coulomb è un vero modello di onesto e fino esperimentatore, e tutti i numeri originali ricavati dal suo lavoro furono da lui riferiti nella sua Memoria. Egli infine non diede alcun resultato come assoluto, disse sensibilmente vere le sue leggi, ed espresse molti dubbi su certi casi in cui non ebbe l'indipendenza del coefficiente d'attrito sia dalla pressione che dalla velocità.

Lo Ximenes esperimentò contemporaneamente al Coulomb, e presso a poco con mezzi eguali, sebbene con minor copia di prove.

Il Rennie pure manifestò molti dubbi, ma, siccome le sue esperienze del 1829 abbracciano solo dei casi estremi, per ora le lascio in disparte, poichè, pur rima-

nendo nel campo delle usuali circostanze che han luogo nelle macchine, mi accorgo che il volume del mio lavoro va crescendo di molto.

Il Generale Morin che dal 1833 in poi esperimentò a spese del Governo Francese su questa materia per quattro anni, trovò invece che la velocità e la pressione non hanno effetto sensibile sul coefficiente d'attrito. Anche dopo le esperienze degli ing. Poirée e Bochet, che provarono incontestabilmente essere il coefficiente d'attrito dipendente dalla velocità, in tal modo da ridursi fin anco alla metà quando il mobile percorra 20 metri al secondo, si continuò a seguire le leggi di Morin nel calcolo delle macchine, solo accettando le grandi diminuzioni nel caso delle enormi velocità sulle strade ferrate. Si dava per ragione dai più la molta incertezza che lascia il metodo d' esperimentare degli ing. Poirée e Bochet, il quale è di quel carattere approssimativo che solo può essere in pratica adoperato sulle ferrovie. Infatti, come accettare i risultati per le piccole velocità, se la misura dello sforzo era data da un dinamometro che l'ing. Bochet dichiara incerto per almeno un millimetro della sua freccia, ed un millimetro valeva ben 66,5 chilog. di sforzo? Si aggiunga che ora la via era piana, ora aveva una inclinazione di cui dice non voler tener conto, come pure non tien conto delle curve sebbene leggere : che questa via era formata da rotaie flessibili, oscillanti, d' una superficie assai variabile, ora più, ora meno umida ; che il puntamento della distanza e del tempo era fatto a mano da persone che osservavano il passaggio dinanzi pali telegrafici, e le oscillazioni di un pendolo ; e che infine l'A. trascura molte irregolarità, perchè dice espressamente esser dell'ordine delle inesattezze e della mancanza di precisione dell'istromento, e delle sue indicazioni per via di matite o eccentriche o aventi un gioco indebito nelle guide. Egli confessa che le sue superficie erano grossolane, che piallate davano meno incertezze, e meno ne avrebbero date se piallate anche le rotaie ; ma allora, a che dichiarare inevitabile la zona in cui entrano tutti i punti delle sue esperienze, in luogo di una curva ben determinata che esprima la legge dell'attrito? Se esso confessa che la zona si restringe man mano che le sue superficie striscianti sono meno grossolane, è naturale l' inferire che a superficie ben piane, ed umide, o secche, o untuose, o sgrassate, ma sempre in modo uniforme, devonsi trovare gli elementi non di una zona ma di una curva ben definita. Dunque, se in meccanica applicata non si tiene gran conto del lavoro degli ing. Poirée e Bochet, ciò è giustissimo, poichè tutte le parti delle macchine che soffrono attrito son tutte ben piallate, o lisciate, o tornite.

E coll'aver voluto generalizzare i suoi dati imperfetti l' ing. Bochet, che pure ha molto merito per aver dimostrata la diminuzione della resistenza nelle grandi velocità, fu condotto ad asserzioni erronee per le piccole velocità, nelle quali dimostrerò che si ha l'opposto. Egli finisce però col dire che desidera si eseguisca una serie di esperienze con metodi esatti, per conoscere le leggi d'attrito su materiali diversi, invariabili, e a tutte le velocità.

Nel 1855 l'ing. Hirn si occupò di esperienze sull'attrito specialmente sui corpi lubrificanti, per i quali diede alcuni dati interessanti. Ma in questa Memoria non mi occupo di tale argomento, che basterebbe esso solo a riempiere di molte pagine; lo farò in seguito, se ai pochi esperimenti finora eseguiti su tale argomento potrò aggiungerne altri.

Devo finalmente occuparmi delle esperienze che si reputano le migliori in questo argomento; e tanto è più inevitabile questa mia breve discussione critica, in quanto che riesce ben difficile il combattere, anche coi fatti più evidenti alla mano, una teoria seguita da tutti gli autori, e insegnata in tutte le Università, se non si mettono a nudo le cause d'errore che accompagnarono quelle esperienze.

Se il generale Morin avesse potuto disporre dei potenti mezzi della fisica moderna, certo li avrebbe adoprati e ne avrebbe ricavato conseguenze sicure. Non è sua la colpa, se nel 1834 non esistevano; ed il metodo da lui seguito, se devesi riconoscere fra i migliori di quell'epoca, è però accompagnato da molti inconvenienti, che ora si possono intieramente togliere di mezzo.

Il banco su cui esperimentava era abbastanza solido, e della lunghezza utile di quattro metri di corsa, sebbene ne abbia otto di lunghezza totale; buona parte essendo occupata dai montanti, dalla guida, e dalla puleggia su cui passava la fune per operare la trazione coi pesi attaccati, cosa che doveva imprimere sempre dei tremiti a tutto il banco. Della puleggia, e della fune, cercò le varie resistenze d'attrito e di rigidezza con esperimenti eseguiti a piccoli carichi; non credo che potesse per analogia concludere anche per i grandi.

Lo stesso partito egli prese per calcolare la tensione della fune, ossia l'elemento essenziale, introducendo il dinamometro fra la fune e la slitta, e ricavando il valore della tensione con formole semplici, ma contenenti gran numero di termini, poi rilevandola sul dinamometro, e facendo il confronto. Ma siccome egli dice che il dinamometro diveniva inesatto, se si passavano 95 chilog. di sforzo, limitò le sue prove a questo punto, e poi credette d'essere autorizzato ad estendere i resultati fino a più di 600 chilog. di trazione.

Per impedire che la slitta avesse a deviare sui lati, cosa che dimostrerò più innanzi inevitabile, per quanto sia piccola la differenza fra le generatrici trasversali del piano e l'orizzontale, collocò nell'esperienze del primo anno una lunga coda di legno sull'addietro della slitta, e la fece guidare da rotoli orizzontali e due paia di verticali; in seguito usò rotelle di guida fissate sotto la slitta. Per poco che questa deviasse, ognun vede quale pressione si faceva dalla coda sui rotoli, e quale dalle rotelle: Morin di ciò non tiene alcun conto; eppure, quando la slitta deviava, prendeva una certa velocità e andava ad urtare le guide con varia energia. Per ottenere la velocità dello scorrimento usa un metodo ingegnoso, facendo che un orologio conduca in giro un pennello contro un disco di carta fissato alla puleggia. Ma lo sperimentatore non deve usare metodi nei quali le inesattezze si sommino. Di nessuna importanza sono invece le piccole inesattezze che hanno direzioni diverse poichè una lieve differenza nei punti ricavati dall'osservazione di un dato fenomeno ridotto in curva su carta quadrettata, quantunque non permetta che la curva copra esattamente tutti i punti, alcuni ne lascia sopra, altri sotto, e così la curva scorre in mezzo a punti che in qualche parte formano come una costellazione. È la deviazione continua dal vero che bisogna evitare, sebbene per la sua continuità non apparisca agli occhi. Ora un moto rotativo perfettamente uniforme non fu ancora ottenuto da alcuno. Quanto lo strumento del Morin, il cui regolatore era una grande ventola, si scostasse dall'uniformità, noi nol sappiamo; egli non ci diede

su ciò alcun dato numerico, nè pare che abbia fatto su ciò alcuna prova. Se invece avesse usato di uno strumento ad oscillazione, della rapidità che gli occorreva, avrebbe potuto bensì aver qua e là qualche piccolo errore per contatti incerti, od altro; ma tali errori non si sarebbero mai sommati, avrebbero dovuto compensarsi poi sulla curva, e sopra i suoi resultati non si avrebbe ora a buon diritto un tal dubbio. L'insieme di tutte queste cause d'errore, ciascuna per sè anche piccola, spiega benissimo come gli siano sfuggite le vere leggi sull'attrito, tanto più che gli elementi che racchiudeva la sua formola erano molti. Si vedrà tuttavia più innanzi che l'imperfezione maggiore di queste esperienze sta nei metodi usati nel rilevamento delle curve.

Descrizione dell' apparecchio.

Il mio apparecchio consiste in una grossa trave *AA'* (Tav. I.ª) sulla quale è fissato colle braghe *BB'* il piano inclinato *P* lungo quattro metri, che riceve il corpo scorrente o solido *C* coi suoi zoccoli *z,z'* di varie materie, colla sua sella *SS'* destinata a ricever carichi variabili, colla lamiera *L* che fornisce sempre eguale superficie resistente all'aria, e col suo arco deflagratore *d D d'* che resta colle due punte *d,d'* a piccolissima distanza dalle due sbarre di ferro *b,b'*. Tanto la *b* che la *b'* sono isolate e connesse ad uno dei reofori d'un rocchetto *R* di Ruhmkorff, nel quale si rompe la corrente induttrice ad eguali intervalli per via dell'interruttore a molla *i*. Se non vi fosse il deflagratore, non passerebbe scintilla fra le due sbarre isolate, ma passa per via del deflagratore, mentre il corpo scorre sul piano; e, scoccando la scintilla ad un momento dato, il corpo lascia con tal mezzo un segno dello spazio percorso a quell' istante, e così per ogni intervallo equidistante di tempo; segno ricevuto da una striscia di carta affumicata posata sopra una delle sbarre. Intesa in massima la maniera con cui si ottiene l'effetto voluto, veniamo ora alle particolarità per dimostrare con quale rigorosa esattezza si ottenga.

I tempi, che in generale sono di un decimo di secondo, vengono designati dalla rottura della corrente del circuito *n n n'* fatta da una molla d'interruzione *i* munita di una punta di platino, che in quiete si fa sfiorare la superficie di mercurio contenuto nel vasetto *V* di ferro, messo in comunicazione con una estremità del reoforo, il quale dall'altra estremità è in comunicazione colla molla d'interruzione. Uno strato di alcool impedisce il contatto dell'aria col mercurio.

Ora, messa in vibrazione la molla, ad ogni decimo di secondo accade l'interruzione, e perciò dal rocchetto *R* tende a scoccare una scintilla nel punto in cui il reoforo della corrente indotta è rotto. La sola via è per una delle sbarre, pel deflagatore, e per l'altra sbarra; e così due scintille scoccano ad un tempo, di cui una lascia la sua traccia piuttosto larga sulla striscia di carta affumicata. Ma al centro di questa macchia rotonda, che serve a trovar meglio e più presto il luogo ove è caduta, la scintilla trafora la carta con un forellino tanto minuto, che un ago finissimo non può farlo minore; e così, leggendo poi la striscia sopra un arnese di lastra di vetro, con sotto uno specchio altrettanto lungo e inclinabile per mandar la luce a traverso la striscia, si può misurare fino al decimo di millimetro, colla massima

facilità, la distanza da una scintilla all'altra. Ma la carta non si può legger tosto; e del resto, affumicata com'è, non appena toccata si trova tutta guastata: perciò la striscia si passa al fissativo e si mette ad asciugare. Resta poi delle stesse dimensioni? No certo, e nella lunghezza di quattro metri la differenza è notevole. Sul principio io trovava la differenza totale, e la ripartiva; ma ben presto mi accorsi che l'asciugamento alterava la lunghezza in modo non perfettamente uniforme. A rimediarvi, sulla sbarra *b* (Tav. II^a^ Fig. 1^a^), destinata a ricevere le striscie, feci porre ad ogni decimetro, lungo l'orlo, dei cilindretti *c* di ferro, che si fissano con una piccola vite laterale di pressione. Questi cilindretti *c* tengono piantata eccentricamente, e vôlta all'insù, una corta punta d'ago *r*, la quale col girare del cilindretto vien condotta alla precisa distanza di un decimetro dalla punta vicina, e tutti questi aghi fanno poi il doppio ufficio di fissare come tanti capisaldi, con un forellino, l'intervallo di ogni decimetro per il rilevamento, e di fermare inalterabilmente le strisce di carta sulla sbarra, durante una o più esperienze che si possono fare colla medesima striscia.

L'esattezza della molla vibrante si verifica sempre con un buon pendolo a mezzi secondi, il quale manda ad ogni oscillazione una scintilla sopra una striscia messa in moto da una macchina Morse, mentre altre ne manda accanto la molla d'interruzione. Un piccolo pesetto infilato nella molla, e che si fissa a diverse distanze, rende in breve tanto esatto il numero voluto di vibrazioni, che nè anche in numero assai considerevole di secondi si ha un sensibile ritardo in alcuna delle due serie di segni. E si noti che anche una lieve differenza di tempo influisce leggermente sul coefficiente, ma non ha alcuna influenza sulla legge delle variazioni. Le due sbarre *b*, *b'* sono sostenute da vari tacchi *T*, *T'* d'ebonite, che per una vite *v* si uniscono ai gattelli *g*, *g'* pure d'ebonite fermati alla trave *A A'*. Lo scopo della vite *v*, che nel gattello non può alzarsi nè abbassarsi, si è di far alzare o abbassare il tacco *T* e la sua sbarra *b*, in modo che si trovi sempre alla medesima distanza dalla punta *d* del deflagratore che segue costantemente il piano fisso, spesso variato di posizione rispetto alla trave. Vedremo in seguito come avvenga necessariamente tale spostamento se vuolsi aver tutta la superficie piana; qui basti osservare che, senza la precauzione di far variare a vite l'altezza dei tacchi, si ha spesso qualche mancanza nelle scintille, ed anche qualche considerevole deviazione di esse, ben sapendosi che tendono a scoccare obbliquamente quando abbiano una distanza un poco considerevole da percorrere nell'aria, e non trovino identica conducibilità nei varii punti del piano sottoposto. Sulla sbarra *b b'* si vede la striscia di carta affumicata che riceve le scintille indicatrici degli spazi percorsi. Queste scintille scoccano dalla punta *d* del deflagratore *d D d'* che è fissato in *D* fermamente, ed in *d*, *d'* è tenuto stretto dalle spranghette mastiettate *m*, *m'* che permettono di scostare alquanto la punta anche in direzione trasversale alle sbarre, e così raccogliere più di una esperienza nella medesima striscia. Le scintille in tali casi si designano sulla striscia una ad una con con apposito segno a mano, registrato nel memoriale per ogni esperienza, e così non si può confondere una coll'altra.

Il deflagratore è attaccato alla lamiera *L* che fornisce una superficie costante alla resistenza dell'aria, di cui si tien conto, come si dice in altra parte di questa Memoria. Tale lamiera copre tutta la sella *S S'* destinata a sostenere i pesi aggiunti, i quali

sono di forme diverse, e tali da far sempre passare il centro di gravità della slitta intera all'altezza del piano *P* di scorrimento. Così pure i pesi si possono aggiungere tanto all' indietro della lamiera da conservar sempre il centro di gravità sul centro di figura dello zoccolo scorrente, e così evitare ogni ineguaglianza di pressione, e quel che sarebbe peggio ogni tendenza al ribaltamento intorno allo spigolo anteriore. Per fissare gli zoccoli di ghisa, o ferro, o rame ecc. alla slitta, se ne prendono due pianetti grossi all'incirca due centimetri, e delle volute dimensioni in superficie; dopo averli resi perfettamente piani si dispongono acconciamente sul piano *P*, si mette sopra la loro faccia superiore poco composto adesivo, si sovrappone la sella, e la si carica di tutti i pesi che può contenere. In tal modo la superficie inferiore degli zoccoli combacia con tutta esattezza quella del piano *P* di scorrimento, seguendo precisamente l' angolo che fanno tra loro i due piani dei quali è composto.

Il memoriale sopra cennato contiene il numero progressivo di ciascuna esperienza, il numero della striscia, ed il segno particolare delle scintille quando essa contenga più di una esperienza; l' interruzione che d'ordinario fu di un decimo di secondo; la materia della superficie scorrente, e le sue dimensioni, come pure le vere dimensioni del suo contatto colla superficie lo stato di ambedue le superficie, fissa e mobile; il peso della sella completa, e dei pesi aggiunti; la distanza di 10^m o 100^m della stadia, ed il numero letto su di essa, che dà l'inclinazione; infine tutte le osservazioni che servono a ricordare ogni particolare di ciascuna esperienza.

In altra parte della Memoria si dice delle ragioni, che obbligano a non dare una forma piana per ogni verso al piano di scorrimento, il quale deve esser foggiato a guida angolare; l'angolo $a\,a'\,a''$ (Tav. II, Fig. 2) molto aperto, all' incirca 5 gradi d' inclinazione $a\,a'$ o all' orizzonte. Riesce così ancora più costoso ottenere la necessaria esattezza in ambi i piani lunghi 4^m, l' uno all'altro inclinati, che formano il piano di scorrimento. E infatti l' insieme di questo apparecchio sarebbe stato di ben poco costo se non si avesse avuto il bisogno di tanta esattezza nel costruirlo, e nel frequente rettificarlo, che pure è assolutamente indispensabile. Avere una superficie piana è la cosa più difficile in meccanica pratica; vi saranno più di cento operai che sanno fare tutti i pezzi di una macchina, per uno che sappia rendere una superficie di pochi centimetri quadrati veramente piana. Whitworth lo dimostrò abbastanza chiaro. Se poi, lasciando pure la perfezione del piano, si vuole tuttavia una approssimazione conveniente per superficie lunghe quattro metri, il lavoro divien ben più lungo e difficile. Per un mese almeno due eccellenti operai lavorarono intorno alla superficie, e appena era discretamente piana. Nel fare esperienze per trovare dei coefficienti, tutto ciò è forse inutile, ma per trovare delle leggi è certamente indispensabile. Quando poi la superficie è rigata dal pezzo scorrente, ciò che avviene spesso coi metalli duri, bisogna dare una lavorazione generale col raschietto a tutto il piano. Dico tutto, perchè col lungo scorrere della slitta, la superficie del piano si sporca, o per grafite tolta alla ghisa, o per le particelle metalliche che lascia esso stesso, le quali si mostrano con tutta evidenza, cosicchè col raschiare una parte sola si metterebbero le varie parti del piano in condizione diverse. La irregolarità assai grande delle esperienze mi fece sulle prime interrompere il lavoro più volte, fin che mi convinsi che la superficie intera dovea esser egualmente pas-

sata al raschietto, per rimetterla tutta in egual condizione. Operazione più lunga e gelosa non v'è in meccanica, di qui il gran valore della mano d'opera or ora accennata. Se poi, nel rettificare il piano prima di esperimentare nella giornata, si volessero tollerare delle leggere differenze nel percorrerlo colla slitta, sulla quale si colloca un geloso livello a bolla, differenze che a rigore si possono poi calcolare, resterebbe sempre la rigatura che qua è più forte, là meno; qua porta via la materia allo zoccolo, mentre là fu lo zoccolo che ne portò via; insomma il fatto proverà a chiunque ne faccia cimento, come sia necessario il frequente raschiamento di tutto il piano, cioè più giorni di lavoro accurato di un eccellente operaio.

Messo in ordine il piano, occorre anche spesso di portar rimedio alle leggere inflessioni che subisce a cagione delle mutazioni atmosferiche. Sul principio non ci pensava nemmeno, le dimensioni del piano fisso erano assai forti, e la trave delle più grosse e vecchie, cioè stagionata almeno da 30 anni; eppure si aveano delle inflessioni che non si poteano trascurare! A rimediarvi, feci porre, fra ogni braga *B* e la vicina, delle zeppe di ferro *Z* che posavano sopra un largo piano pure di ferro, leggermente inclinato, su cui tendono a scorrere le zeppe per via delle viti *e*: cosicchè, col girar queste, si tende ad innalzare in quel luogo il piano *P*. Serrando le viti *f* delle braghe *B*, che dalla traversa *h* munita di viti *o* sono unite ad esso, si tende ad abbassarlo, e manovrando acconciamente queste due viti, mentre la slitta col suo livello sta sopra quell'intervallo, in breve si ottiene una superficie tutta giustamente orizzontale, come lo prova poi il livello con la bolla immobile durante tutto il percorso della sella. E si noti che questo aveva delle divisioni distanti tre millimetri una dall'altra, e ciascuna di esse non valeva che 5″, dimodochè si potea agevolmente ottenere l'esattezza fino al secondo.

Se poi si mettono le due punte *d d′* del deflagratore alla voluta distanza dalle sbarre e, procedendo la slitta lungo il piano, si alzano ed abbassano i tacchi *T* manovrando le viti *v*, *v′*, si condurranno le sbarre *b*, *b′* all'incirca parallele al piano, e le scintille scoccheranno sempre a distanze sensibilmente eguali.

Ma inclinato il piano, e liberata la slitta, spesso molto pesante, si imprime ad essa una velocità, che nelle mie esperienze variò da pochi centimetri fino a tre e qualche volta 4 metri al 1″, e perciò si ha al basso del piano una grande quantità di forza viva che bisogna spegnere. A tal fine sui due lati delle slitta si fissano due sbarre *s s*, *s′ s′*, le quali per di sotto sono incavate a cuneo, e trovano alla fine della corsa due sbarre foggiate a cuneo *q*, *q′*, sulle quali montando provano una fortissima resistenza d'attrito. Contemporaneamente dai fianchi trovano un sistema di più molle *n*, corte e robuste, che serrano la slitta fra di loro con grande pressione; cosicchè essa arriva al cuscino d'arresto *U* con poca velocità, che si smorza contro la materia elastica di cui è formato.

Dopo aver descritto il modo di ottenere automaticamente e permanentemente gli elementi delle leggi del moto, passo alla determinazione della inclinazione del piano, che fornisce la causa del moto stesso. L'inclinazione si misura mediante una visuale diretta sopra una stadia da un cannocchiale, l'asse ottico del quale si muove insieme col piano cui l'istrumento è invariabilmente fissato. Si determina prima di tutto su qual divisione della stadia batta il cannocchiale, quando il piano è messo

perfettamente orizzontale, col mezzo di sensibilissimo livello a bolla d'aria, e poi inclinandolo si legge il valore della tangente sopra la stadia distante 10^m, o, se l'angolo è piccolo, quella a 100^m, le due stadie essendo collocate in modo che l'asse ottico del canocchiale e i loro due orli divisi si trovino sullo stesso piano verticale, e così ambedue si leggano nel campo munito del solito reticolo. Affinchè la lettura della tangente dell'angolo fatta dall'asse ottico del cannocchiale coll'orizzontale corrisponda esattamente all'angolo α che fa il piano, basta, ed è necessario che l'asse ottico sia nel piano che passa per l'asse di rotazione C (Tav. II, Fig. 3) del trave cui è fissato il piano di scorrimento. Così dopo aver battuta l'orizzontale OC, si legge l'angolo d'inclinazione ICO del piano per via del cannocchiale H, qualunque sia l'altezza del piano di scorrimento rispetto al coltello C intorno a cui fa la sua rotazione.

Ma se il cannocchiale non corrispondesse al piano dei coltelli, si verrebbe dopo la rotazione a leggere la tangente $O' I'$ (Fig. 4) la quale non sarebbe esatta, e corrisponderebbe al raggio $C' O'$ maggior del raggio $C O$. L'errore che si commetterebbe realmente si può dir trascurabile, poichè per l'eccentricità E esso è dato da

$$\frac{E}{C O} \quad \frac{1 - \cos. \alpha}{\cos. \alpha}$$

Supposto anche $C O = 10^m$, il massimo errore sarà 0,0043 E, per $\alpha = 45°$, ossia, quando E fosse pur di 10 centimetri, sarebbe 0, 000 43, nemmeno $^1/_2$ millimetro; e per $C O = 100^m$, il massimo di α essendo per l'altezza della stadia tale da fornir tang. $\alpha = 0,1$, l'errore sarebbe ridotto a 0,00002. Conviene adunque che E sia piccolo, ma non è necessario sia nullo. Nel mio apparecchio era sensibilmente nullo, sebbene nel disegno abbia un poco spostato in giù il canocchiale per lasciar vedere i coltelli di rotazione.

Per dare l'inclinazione alla trave A, sostenuta da forte braga che termina nei due coltelli $C C'$ posati su cavalletti di grosse e salde travi, si fa uso di un paio di martinetti che alzano una grossa chiocciola, entro la quale può girare una vite fermata a snodo in Q al disotto della trave. Così si hanno i grandi movimenti, e poi colla vite i piccoli, per ottenere con esattezza la voluta inclinazione, traguardando pel canocchiale, mentre si manovra la vite. È poi da avvertirsi che a questo canocchiale H si è accomodato anche un oculare a prisma, che permette di osservare la stadia durante la discesa della slitta, guardando di fronte senza alcun pericolo.

Per assicurare maggiormente la stabilità dell'apparecchio durante la discesa della slitta, si affronta un'altro robusto martinetto contro la coda della trave.

Metodi ed avvertenze usate nello sperimentare. Stato e qualità della superficie.

Avendo portato col raschietto il piano di scorrimento ad una approssimazione soddisfacente (chè perfettamente piana, come fa il Whitworth, non darebbe talî differenze da meritare la grande spesa), e gli zoccoli della materia che si vuol esperimentare essendo da più giorni saldamente fissati alla slitta in perfetto accordo per

costruzione colla disposizione angolare dei due piani di scorrimento, se ne rettifica colle viti dei cunei e delle braghe la perfetta orizzontalità, e si procede a preparare la superficie del piano e degli zoccoli nello stato voluto.

Se si voglia sgrassata, si fa, specialmente le prime volte, abbondante uso dell'alcool, il quale deterge compiutamente senza lasciar alcun residuo.

Sul principio pareva una esagerazione, ma quando feci vedere che si aveano delle sensibili differenze nelle curve rilevate se non si usavano le più minute precauzioni, l'esagerazione fu trovata necessità. Bisognava pertanto lavare gli stracci di bucato con cui si ripuliva la superficie, lavarli dico pur essi nello spirito, e farli asciugare prima di stivarli in una cassa pulitissima, pronti per l'uso. Feci una volta questa prova. Prendendo uno di quegli stracci, avviluppato come sempre in modo che la mano non l'avesse toccato nella parte destinata a pulire il piano, e adoperandolo al modo consueto, ebbi un resultato regolare, nel quale si leggevano senza esitazione le variazioni dovute alla velocità. Presi poi il medesimo straccio, con esso nettai tutta la superficie, e poi colle mani lavate un momento prima al sapone e ben risciaquate toccai lo straccio, e strofinai con esso leggermente un piccolo tratto della superficie stessa, due o tre volte appena. Rilevata la curva, si trovò in quel punto un aumento di velocità, che, senza saperne la causa avrebbe cagionata non poca perplessità. Quando si vogliono studiare le leggi d'un fenomeno, bisogna, che tutte le condizioni, che si suppongono costanti, lo siano realmente; il non aver badato a questa essenziale avvertenza impedì agli altri di riconoscere l'andamento vero di questo fenomeno. E sebbene ne avessero ottenuti gli elementi in certi casi speciali di grandi differenze, come confessa il Coulomb, pure l'aver prima ottenuto nei casi di piccole differenze gran numero di resultati, gli uni in favore, gli altri contro, scombuiò tutto; e col barbaro metodo delle medie si terminò ogni discussione. Le medie sono utilissime per fissare il valore numerico del coefficiente per ciascuno stato all'incirca definito della superficie, ma per trovar le leggi delle sue variazioni in funzione della velocità, o della pressione, sono assolutamente da escludersi. E qui non parlo colla esattezza del fisico, ma colla pratica necessità del meccanico, il quale trovando anche per le più piccole variazioni la medesima legge, non rigetta più come anormali quelle poche che si possono esperimentare a variazioni assai grandi, sempre più difficili ad ottenersi senza mezzi straordinari.

In generale mi sembra che lo sperimentatore debba tener conto anche delle minime differenze, quando assumono forza provante a cagione del trovarsi costantemente nella medesima direzione. Gli è che, raccogliendo pazientemente tutti questi granelli di sabbia in apparenza di niun peso, se ne fa poi una montagna che schiaccia il più ardito contradditore.

Che dire ora delle esperienze nelle quali non si ebbe alcuna di queste cure, e si credette bastante il dare una nettata con uno straccio asciutto? Morin istesso rimprovera al Coulomb l'aver ottenuto dai legni a secco un risultato troppo minore del suo, e ne dà la causa supponendo che i legni adoperati dal Coulomb fossero stati ripuliti dell'operaio, per dar loro l'ultima mano, con qualche sostanza grassa. Se altri modifica un corpo ad insaputa dello sperimentatore, qual fiducia si potrà mai avere sui risultati ottenuti? E se quando l'operaio era a metà del suo lavoro

di ripulimento, suonò la campana del pranzo, e poi al suo ritorno terminò il suo ripulimento in modo alquanto diverso, il lavoro del preparatore non darà una differenza assai forte tra la prima e la seconda metà, sulle quali appunto si fondavano le osservazioni di Coulomb? Nè il Morin fece alcun cenno sopra le avvertenze usate per ottenere la superficie de' suoi pezzi in istato costante per tutta la loro lunghezza, cosicchè si può dire che non ne ebbe alcuna di efficace. Lo si vede del resto anche nei risultati ottenuti, che sono spesso diversi notevolmente uno dall'altro a pressione o velocità eguali. Se, prendendone le medie, voleva dare un coefficiente che per la pratica fosse accettabile, io accetto il metodo: solo aggiungendo che vorrei avesse accennato col medio anche il massimo ed il minimo. Ma che dopo queste esperienze necessariamente imperfette egli voglia dar leggi generali, non posso accettarlo nemmeno per la pratica più grossolana.

Per ottenere uno strato untuoso sempre costante, io feci imbevere nell'olio molti stracci, e poi spremerli fortemente, e con essi strofinavasi tutto il piano a lungo. Egli è evidente che in tal modo si dovea ottenere una untuosità leggera, ma costante. Poi si trovò più comodo ed altrettanto costante lo sparger poche goccie d'olio sul piano, stenderle uniformemente su tutta la superficie, e poi asciugarlo lungamente con un solo straccio asciutto che lasciava appena un velo d'untuosità uniforme. È così che furono eseguite tutte le esperienze allo stato untuoso che riferisco in questa memoria. Che tali metodi corrispondessero bene, lo si prova col fatto; anche dopo molti giorni si ritornava precisamente allo stesso coefficiente usando i medesimi zoccoli.

Altra avvertenza, che forse è la più importante in cotali esperimenti, e che finora fu intieramente trascurata, è la determinazione della reale superficie degli zoccoli. Per accennare alle possibili differenze fra la superficie totale, che sola si considerò finora, e la superficie che veramente toccava, dirò che gli zoccoli, della superficie totale di 0^{m^2}, 042 per la maggior parte dei metalli sperimentati, toccavano in media da 0^{m^2}, 004 a 0^{m^2}, 011 ossia da un decimo a un quarto della superficie totale, e toccavano qualche volta solo per un ventesimo, ciò che si determinava agevolmente per via delle parti di mutato colore, che si mostravano con data inclinazione alla luce sopra lo zoccolo rivoltato all'insù. Qui forse mi dirà alcuno: a che dunque tanta spesa di preparazione esatta del piano di scorrimento? Prima di tutto risponderò che senza di essa gli zoccoli sarebbero stati toccati ora in un punto ora in un'altro lungo il loro percorso, e così avrebbero mostrato di toccare più ampiamente sebbene fosse vero il contrario; e i pianuzzi dei contatti parziali sarebbero stati a diverse inclinazioni coll' orizzonte. Poi aggiungerò che tali forti differenze fra la superficie totale e la reale non accadevano sempre, e la proporzione ordinaria era di un sesto. Così potei avere la pressione vera degli zoccoli sul piano, sia nel principio degli esperimenti, in cui il contatto era minore, sia nel seguito. Ma chi non fece alcuna osservazione su ciò come potrà mai rispondere della pressione data come vera, mentre potea essere forse la metà, forse il decimo, e fors'anche il ventesimo? E si noti a grandi pressioni l'elasticità della materia alterare talmente la quantità del contatto, che non si può dire nemmeno per approssimazione crescere tutte le pressioni di una serie di esperienze in modo

eguale, e perciò non essere incerta che la vera pressione di tutte, ma non aversi dubbio sulla pressione relativa di ciascuna. Basterebbe questa incredibile dimenticanza per invalidare ogni conseguenza che si volesse cavare da quelli esperimenti.

Per le oleose si sparse in tanta quantità l'olio, che gli zoccoli vi erano per ogni parte sommersi, ed anche questo è uno stato sempre identico che diede risultati veramente inaspettati, come si vedrà più innanzi. In esso, tutta la superficie contava nel calcolo della pressione.

Determinazione degli spazi percorsi e dei tempi.

Dissi più sopra come si regolavano le altezze delle sbarre *b*, *b'*, per tenerle sempre alla stessa distanza delle punte *d*, *d'* del deflagratore. Si affumicava uniformemente una striscia di carta simile a quella di Morse, ma larga circa tre centimetri, il cui aspetto è riprodotto nella tavola II. I punti che si vedono sull'orlo inferiore, distanti circa un decimetro uno dall'altro, son fatti dalle punte d'ago *r* che menzionai più sopra. Ad ogni metro vi era una punta che forava le striscie anche sull'altro orlo per evitare ogni confusione, e agevolare il ritrovamento della posizione primitiva della striscia all'origine. Le larghe macchie rotonde son le scintille che scoccarono dal deflagratore, mentre colla slitta scorreva lungo il piano, e tra una scintilla e l'altra si ha in tempo l'intervallo di 0″, 1. I punti, che si scorgono appena nel mezzo di ciascuna macchia rotonda, rappresentano il foro che lasciò la scintilla nel trapassare la carta. Le macchie si ottennero abbastanza larghe, facendo uso di speciale condensatore interposto nel circuito indotto. I tempi si ottenevano dall'interruttore a lamina vibrante *i*, che si metteva in moto alzandola e poi abbandonandola; essa continuava a vibrare per qualche minuto in modo da fornire continuamente le interruzioni di corrente, sebbene sarebbero d'ordinario bastati pochi secondi. Durante la vibrazione accadeva qualche volta un leggero movimento sulla superficie del mercurio, e allora la interruzione era di qualche millesimo di secondo ritardata, o accelerata. Ma siccome non variano punto le vibrazioni, tali differenze non possono mai sommarsi, ed i punti della curva rilevata non possono che trovarsi di poco spostati uno o più sopra, altri in complesso d'altrettanto sotto; la media posizione è sempre la vera.

Ora cosa dire del metodo usato da Coulomb per misurare la velocità? Teneva conto, con un cronometro a mezzi secondi, del tempo impiegato nella seconda metà della corsa; ed è già conceder molto il dire con Morin che potea facilmente aversi l'errore di almeno mezzo secondo. Siccome il numero di mezzi secondi osservati fu in media di sei, si poteva incorrere nell'errore di $^1/_6$, cosicchè non si può aver alcuna fiducia su questo particolare in quelle esperienze; Vi furono dei casi, nei quali le differenze divennero così forti da non potersi ingannare; egli lo disse, nè volle attribuirle ad altro che ad una vera legge fisica della materia, sulla quale però rimase in dubbio, non avendo in altri casi meno evidenti riconosciute quelle leggere differenze, che, stando sempre nella medesima direzione, gli avrebbero forniti i veri caratteri della prova.

Il Gen. Morin usò un metodo incomparabilmente più esatto, sebbene anch'esso non sia privo d'errori, come dissi più sopra; e per queste ed altre cagioni già enumerate, non potendo osservare le vere differenze ad ogni mutare di pressione e di velocità, non arrivò ad ottenere la scoperta del vero. Però una delle cause principali di tale inconveniente devesi ricercare nel suo metodo di rilevamento dei risultati.

Metodo usato nel rilevare e calcolare i resultati delle esperienze.

La lettura della striscia si fa ponendola sopra una lastra di vetro ben piana, parallelamente ad uno de'suoi lunghi lati che è incastrato in un telaio di legno lungo circa un metro, il quale ha un'orlo rilevato per guidare una squadretta. Così si fanno passare per tutti i punti di caposaldo, e per tutti quelli delle scintille, delle rette normali alla lunghezza della striscia, mentre questa è assicurata ai due estremi del telaio da due stanghette. Uno specchio lungo e stretto, posto al disotto, manda la luce a ferire l'occhio a traverso della striscia, e così i punti forati della scintilla si vedono chiari sul fondo oscuro. Si numerano tutte le normali dei capisaldi, e poi si legge la distanza delle varie scintille dal primo. Per prima scintilla non si prende proprio la prima, la quale solo per caso potrebbe convenire coll'origine degli spazi percorsi. Del resto le origini dei tempi e degli spazi non è punto necessario che coincidano; anzi nel mio metodo, purchè siano a intervalli equidistanti e conosciuti, io elimino compiutamente i tempi fin dal principio col nuovo processo di calcolazione che spiego più sotto. Nel leggere col decimetro semplice le distanze delle varie scintille dalla linea di caposaldo che precede, trovo sempre una diminuzione di lunghezza a cagione dell' accennato restringimento della striscia fissata e asciugata. Metto allora il mio decimetro obliquamente, in modo che lo zero ed il 100 coincidano colle due linee di caposaldo, (vedi Fig. 5 della Tav. II), ed ho esattamente le distanze di ciascuna scintilla, come quando la striscia era sulla sbarra a ricevere le scintille scoccate dalla slitta scorrente. Questa lettura fu eseguita da due diversi aiuti, e saltuariamente da me verificata; le differenze delle varie letture non si trovarono quasi mai maggiori di $^1/_4$ di millimetro; ma qualche volta c'era la differenza di un decimetro intero, ciò che prova la necessità di tale doppia lettura per riscontro. È cosa lunga, è vero, ma, se deve impedire di tali errori, il tempo mi pare molto bene impiegato, e del resto anche tutti i laboriosi calcoli per ricavarne i coefficienti d' attrito furono sempre ripetuti da due aiuti e confrontati poi i resultati.

Eseguita la lettura della striscia, si scrivono uno sotto l'altro i numeri che indicano gli spazi percorsi in eguali intervalli di tempo, e se ne scrivono accanto le differenze prime. Nelle ricerche analitiche condotte per varie strade, a trovar la più breve per ottenere le velocità, scopersi un metodo semplicissimo, che davvero non so come i fisici non abbiano mai impiegato, poichè in un tratto di penna dà la soluzione che altri ricerca per via molto più lunga.

Morin per es. volendo riconoscere se le sue curve fossero parabole, e perciò l'accelerazione costante, fece uso di lunghe costruzioni per nulla esatte, perchè dovea far-

le sulla curva degli spazi in una scala molto ridotta; e, tirando molte tangenti ad occhio, poi le normali ad esse nel punto in cui tagliano la tangente nel vertice, verificò se tutte queste ultime passavano pel medesimo fuoco. M'impegno a farle passare anche quando le differenze siano molto considerevoli, e lo provo alla sinistra della Tav. III, in cui è tracciata graficamente la curva che nel suo testo ha l'unica corrispondente tabella numerica. Se veramente fosse una parabola di 2° grado come asserisce Morin, le sue differenze prime dovrebbero trovarsi sopra una retta. Invece si vede nella tavola che sorta di retta sia, e si riconosce che prendendo le prime 14 differenze per base, che stanno tollerabilmente sotto e sopra una retta, le altre 16 hanno tali distanze che la 20ª si trova a 0, 146, mentre sulla retta starebbe a 0, 295; la 24ª sta a 0,184, mentre sulla retta dovrebbe essere a 0,245; e la 33ª si trova a 0,12, mentre dovrebbe essere a 0,356: quasi un terzo di quel che si avrebbe, se la curva degli spazi tracciata in così piccola scala fosse realmente una parabola, e perciò permettesse di asserire che il moto è uniformemente accelerato, e la resistenza di attrito è indipendente dalla velocità! Se si avessero altre tabelle in luogo di curve continue già tracciate, io credo che si troverebbero altri errori di simil fatta, chè la tabella pubblicata dal Morin non fu certo da esso scelta fra quelle che fornissero una delle curve men regolari. Essa è qui ripetuta, perchè ognuno possa convincersi della verità, senza dover ricorrere alla Memoria dell' Accademia delle scienze di Parigi, avendovi io aggiunte le differenze prime, ed avendo messa nel disegno la punteggiata, che realmente corrisponde ai valori della tabella, accanto alla curva continua che, allontanandosi anche in questo dal vero, venne descritta dal Morin con troppa differenza. La tabella è la seguente:

Frottement du chêne en mouvement sur le chêne sans enduit, fibres parallèles. DEUXIÈME EXPÉRIENCE Vitesse uniforme du style, 1 tour en 2.″					TABELLA		
Parties de la circonférence du style	Temps correspondans	Dégres parcourus dans le même temps par le plateau	Espaces parcourus dans le même temps par le traineau	Δ Aggiunta da me	Tempi	Spazii	Δ
0	0″	0°.	0ᵐ		0″		
				0ᵐ,018	0″,1	0,005	0,005
0,1	0″,2	9°,7	0,018		0″,2	0,018	0,013
				0,091	0″,3	0,051	0,033
0,2	0″,4	56°,3	0,109		0″,4	0,109	0,058
				0,138	0″,5	0,175	0,066
0,3	0″,6	127°,5	0,247		0″,6	0,247	0,072
				0,194			
0,4	0″,8	228°.	0,441				

				0,245	0″,7	0,345	0,098
0,5	1″,0	354°.	0,686	0,262	0″,8	0,441	0,096
0,6	1″,2	490°.	0,948	0,307	0″,9	0,557	0,116
0,7	1″,4	648°,5	1^{m},255	0,298	1″,0	0,686	0,129
0,8	1″,6	803°,2	1,553	0,392	1″,1	0,807	0,121
0,9	1″,8	1004°.	1,945	0,373	1″,2	0,948	0,141
1,0	2″,0	1197°.	2^{m},318	0,416	1″,3	1,097	0,149
1,1	2″,2	1412°.	2,734	0,446	1″,4	1,255	0,158
1,2	2″,4	1642°.	3,180	0,428	1″,5	1,407	0,152
1,3	2″,6	1864°,5	3,608	0,297	1″,6	1,553	0,146
1,4	2″,8	2018°	3,90	0,284	1″,7	1,740	0,187
1,5	3″	2161°,5	4^{m},189		1″,8	1,945	0,205
					1″,9	2,135	0,190
					2″,0	2,318	0,183
					2″,1	2,520	0,202
					2″,2	2,734	0,214
					2″,3	2,960	0,226
					2″,4	3,180	0,220
					2″,5	3,405	0,225
					2″,6	3,608	0,203
					2″,7	3,775	0,167
					2″,8	3,905	0,130
					2″.9	4,025	0,120
					3″,0	4,189	0,164

Si noti poi che resta molto difficile il trovare l'origine dei tempi colle curve del disco dato dal Morin, e che anche una piccola inesattezza riesce di molto momento usando il suo metodo di verificazione grafica colle tangenti, poichè in esso è indispensabile conoscere la posizione dell'asse in modo esatto. Non faccio le meraviglie se dal Morin non fu adoperato il metodo delle differenze finite col quale si hanno conseguenze rigorosamente eguali a quelle che si ottengono coi differenziali, ed anzi si può ottenere ciò che riesce impossibile in certi casi di avere per altre vie. Ma non intendo perchè il Morin, persuaso che il moto della sua slitta fosse uniformemente accelerato, abbia avuto ricorso a metodi geometrici molto incerti,

potendo assicurarsene facilmente per una funzione parabolica di 2° grado, col cavare le differenze prime, in modo brevissimo ed esattissimo. Egli così a sentimento accomodava i punti delle sue curve degli spazi prima di tracciarle in piccolo: prendendo le differenze, il sentimento avrebbe fatto luogo alla infallibilità della riga, che gli avrebbe tosto dimostrato se l'insieme dei suoi punti messo in iscala non ridotta (come è sempre possibile con tal metodo) stava a piccole e compensate distanze da una parte e dall'altra di una retta; anche se sparsi in costellazione, come accade quasi sempre negli esperimenti più esatti. I numeri della sua tabella assoggettati a tal metodo rigorosamente giusto, ed a tutti noto, danno una smentita alle sue leggi come ho dimostrato nella Tav. III.

Non avendo prima di quest' anno potuto avere gli aiuti necessari a calcolare i risultati di tante esperienze, le quali non sono di alcun valore isolatamente, e solo ne possono acquistare quando siano riunite in tal copia da costituire prove certe di una data legge, per abbreviare il tedioso lavoro fui naturalmente condotto a far ricerca di metodi che fossero spediti, senza però cessare di esser esatti. Il ridurre per esempio in iscala ristretta gli spazi percorsi che bene spesso toccavano i 4 m., e così perdere ogni esattezza, mi ripugnava assolutamente; eppure se si voglia far a meno di riduzioni, ed adoperare carta quadrettata di così enorme grandezza, si perde ogni senso delle particolarità della curva, non potendone comprender nell'occhio che poca parte soltanto alla volta. Anche ridotta al quarto non soddisfa alle esigenze dall'occhio, e già molte irregolarità spariscono. Col noto metodo delle differenze prime potea ben ottenere in mezzo metro al più tutta la curva, ma io già sapeva che non avrei avuto una retta. Morin ridusse al ventesimo i valori degli spazi nelle curve che pubblicò, e che io ripetei a sinistra della Tav. III; mentre a destra tracciai la curva della mia esperienza 1005, una delle prime sul piano di ghisa, quando non ancora usava tutte le cure, che si trovarono poi necessarie, e sebbene in apparenza regolare, certo più di quelle del Morin, basta gettar gli occhi sulla curva delle differenze prime, per vedere quanto sia irregolare. Le ascisse dànno i tempi per tutte quattro le curve, le ordinate numerate in margine dànno gli spazi, e le ordinate numerate presso la curva delle differenze prime dànno i valori di queste differenze.

Partendo dalla considerazione che la tangente in un punto M d' una parabola di 2° grado è parallela alle corde che sono divise a metà dal diametro che passa per M, (Tav. II Fig. 6) e che perciò la differenza fra le ordinate corrispondenti ai due punti estremi $x, y; x + 1, y_1$ della corda dà il valore angolare della tangente a quel punto se l' intervallo $x, x + 1$ fra i due estremi della corda, proiettato sull' asse delle ascisse, sia eguale all'unità, ne cavai la conseguenza che la differenziale esatta per $^1/_2 (x + (x + 1))$ ossia per $x + {}^1/_2$ è eguale alla differenza, finita $y_1 - y$, che così rappresenta la velocità del mobile al tempo $x + {}^1/_2$. Ora, siccome, presi tre a tre i punti di una curva a grandi raggi di curvatura, che non mutano rapidamente, si ha una buona approssimazione per interpolazione con archi parabolici, mi parve avere trovato in tal modo un metodo semplice per aver proprio in un tratto di penna la velocità a tempi equidistanti. Le quali, messe su carta quadrettata, mi dànno agio a facilmente determinare per via grafica le tangenti ai vari punti della curva che corrispondono a velocità date, ossia le accelerazioni; e così ho gli elementi per cal-

colare la resistenza d'attrito a varie velocità, eliminato il tempo. E l'accelerazione la ricavo graficamente perchè, messe in curva le differenze prime, si può rimediare con mano sicura alle piccole irregolarità, compensandole come si dirà più oltre.

Come tali considerazioni non siano venute in mente ad alcuno, od almeno non ne sia stato fatto alcun uso nella discussione dei fenomeni fisici, è ciò che non capisco, sebbene da quanti co' quali parlai, ottenessi sempre la stessa risposta.

Ma continuando su ciò le mie ricerche, trovai che l'eguaglianza delle differenze prime col differenziale, nelle condizioni or ora accennate, avea luogo anche per una parabola di 3° grado; quando sol vi si aggiungesse una costante facilmente determinata, perchè eguale a $\frac{\Delta^3}{24}$. Di questa costante non ebbi però a tener conto nelle mie esperienze, perchè in generale mi risultò un tal valore di Δ^3 da non superare i cinque millimetri, il cui ventiquattresimo è appena sensibile. E si noti che questa minima aggiunta non avrebbe fatto che spostare egualmente di altrettanto sopra l'asse delle ascisse ogni ordinata, in altre parole crescere di tanto tutte le velocità. Ora l'accelerazione non varia di molto per un decimetro di velocità in più, che a decimi di secondo per intervallo vale un centimetro nella scala al vero da me sempre usata, cosicchè presi la tangente sulla tavola di due in due centimetri. Non era pertanto possibile tenerne conto, anche aguzzando ben gli occhi. In altri casi forse si dovrà aver riguardo anche a questa piccola costante facilmente determinata.

Una parabola di 3° grado, che ammette pure un flesso, fornisce ad ogni modo e in qualsiasi caso una interpolazione tanto più esatta fra tre punti vicini, e se anche vi sono minimi errori, questi non si sommano. Con tal metodo pertanto, anche limitando le correzioni della curva al puro necessario (1), trovai in tutti i numerosi miei calcoli qualche differenza dal valore rigorosamente esatto nelle sole cifre decimali di ordine così avanzato, che non è possibile tenerne conto praticamente. In altre parole col numero di cifre decimali che io ammetto, e ad alcuno parrà forse soverchio, si ha esattezza assoluta. A far questi confronti, calcolai pazientemente molti tratti di una curva degli spazi di media regolarità, e ne ricavai non solo le accennate conseguenze sull'approssimazione, ma col fatto mi convinsi che in un giorno se ne calcolerebbe una al più e le mie erano ben mille ottocento.

Questa proprietà delle differenze finite in rapporto colle derivate, che può essere di molto utile, nessuno degli scienziati più versati nell'analisi cui chiesi informazioni, seppe dirmi che fosse stata avvertita nè usata da altri. Rivoltomi all'illustre Bellavitis, che tanto fece progredire le scienze esatte coi suoi moltissimi lavori, dopo lungo insistere da mia parte, gli venne in mente una delle sue memorie, nella quale commentando e aggiungendo molte cose ad una di Encke contenuta nel Berliner Astr. Jahrbuch für 1837, la quale trattava delle formule per calcolare molti valori successivi degli integrali di una funzione data mediante alcuni valori equidistanti

(1) Si è visto più sopra che il ritardo di un millesimo di 1″ nell'uscir della punta dal mercurio dà due millimetri di errore sulla curva alla velocità di due metri. Ma siccome segue un errore di due mill. in senso opposto nei punti successivi, la correzione non dà luogo al menomo dubbio.

dalle medesime, ne aggiunse altre che dànno pur le derivate. Chiamando simbolicamente con $V^{\frac{1}{2}} d$ la derivata prima per $x + {}^1/_2$ e con Δ, Δ^2, Δ^3 le solite differenze finite, dà la formula

$$V^{\frac{1}{2}} d = \Delta - \frac{1}{24} V^{-1} \Delta^3 + \frac{3}{640} V^{-2} \Delta^5 \ldots\ldots$$

nella quale son contenute le proprietà da me accennate per le equazioni paraboliche di 2° e 3° grado mentre per quelle di 4° c'entrerebbe già la Δ^3 del termine precedente, la quale non è costante. Però essa c'entra per un ventiquattresimo del suo valore, sempre assai piccolo, il quale si può avere per vari tratti vicini presi sulla curva, sicchè col metodo delle differenze finite si hanno risultati rigorosamente esatti fino al 3°, e si può toccare anche il 4° con approssimazione vicinissima al vero, certo molto maggiore che non si abbia in altri metodi, e ciò senza bisogno di conoscere l'origine dei tempi e degli spazi, come avviene di frequente. Quali sono i fenomeni fisici nei quali si tenga conto anche del termine di 4° grado? Ben pochi a quanto mi sembra, fermandosi al 3° grado, si ha già bastante esattezza.

Questo metodo delle differenze finite non solo è comodo e sbrigativo; ma in certi casi, e precisamente nel mio, diviene necessario, se vogliasi ottenere qualche risultato preciso. Prendiamo una velocità ordinaria, due metri. Non ostante il perfetto isocronismo dell'interruttore, si disse già che il mercurio può muoversi di qualche piccola cosa, e solo un millesimo di secondo di ritardo nell' uscir della punta dal mercurio basta, con quella velocità, a dare una differenza di due millimetri sulla striscia, che anche nelle differenze prime restano interamente due millimetri, e per un centesimo di secondo di ritardo darebbe una differenza di venti millimetri. Un centesimo di secondo è ben minima cosa; si pensi adunque quanto sia stata in tutto l'esattezza delle mie esperienze se raramente vi entra una differenza di due, rarissimamente di cinque millimetri. Essa si avrebbe pure nella curva degli spazi percorsi, ma più difficilmente potrebbe correggersi, perchè mancano le regole direttive, la curva avendo una estensione grandissima. Ridotta in iscala, scompariscono in apparenza molte irregolarità; i due millimetri diverrebbero cosa insensibile.

Ne viene per inevitabile conseguenza che, volendo calcolar la curva col mezzo dei punti discreti originali, non si sa mai quali prendere; poichè, avendone vari di seguito erronei, si potrebbe benissimo far uso di quelli precisamente che escono di più dall'andamento della vera curva, e ne darebbero una tutta diversa. Ripetendo il calcolo su varie parti della curva per ottenere in media la vera, spesso dopo lungo lavoro si arriverà a confusione inestricabile, come ne feci le prove. Eppure coi metodi ordinari fa d' uopo calcolare la curva, per poi ricavarne la velocità e l'accelerazione per successive differenziazioni. Ben si potrebbe ricavarla per tangenti condotte alla curva degli spazi; e poi, tracciata coi valori di tali tangenti la curva delle velocità, cavarne con altra costruzione grafica il valore delle accelerazioni; ma non credo che vi sia alcuno il quale attribuisca la menoma importanza a dati ricavati graficamente da curva, gli elementi della quale provengono da altre opera-

zioni grafiche sopra un'altra curva, che nel nostro caso è sempre alquanto incerta nelle sue varie parti.

Nel tracciare per via delle differenze prime la curva della velocità, si devono avere alcune avvertenze. Dopo aver segnato sulla carta quadrettata i punti corrispondenti alle differenze prime, dando loro per ascisse quelle equidistanze che conducono la curva ad avere all'incirca una inclinazione di 45°, si traccia la curva in modo che, seguendo un andamento regolare secondo la indubitabile continuità del fenomeno , lasci sopra e sotto la curva tal numero di punti che, sommate algebricamente le differenze, si riducano a zero. L'inclinazione a 45° è utile, perchè lascia vedere nelle migliori condizioni ogni irregolarità, la quale a grandi inclinazioni colle verticali del reticolato non permette di ben riconoscere la quantità. Nelle tavole grafiche unite alla presente Memoria, ho addottato una scala sempre eguale, per non ingrossare oltre misura il volume, e perchè le curve istesse dessero a colpo d'occhio una idea giusta delle loro differenti accelerazioni. Ma per trovare queste ultime nel modo più esatto, io mutai sempre il valore delle ascisse, le quali, non esprimendo che la equidistanza dei valori rispetto al tempo possono rappresentarsi con un numero qualunque di millimetri, mutandolo in modo che riuscisse in media a 45° la curva le cui ordinate restavano sempre uguali in iscala al vero.

Questa scala è al vero perchè ha il vero valore delle differenze prime. Ma bisogna tener a mente che ogni scintilla è distante dalle due vicine per un solo decimo di secondo, per la qual cosa le velocità del mobile, prese al solito a metri per secondo, sono dieci volte più grandi. I valori delle ordinate devono adunque moltiplicarsi per dieci, e si ha tuttavia il vantaggio di aver in breve spazio riuniti i resultati dell'esperienza colle sue irregolarità rimaste tutte al loro luogo senza alcuna diminuzione. Ho segnati con una breve linea trasversale i punti nelle unite tavole corrispondenti sulle curve alla velocità di $0^m,4$, $0^m,6$ ecc. ; ma naturalmente ebbi cura nelle mie di lasciar ben netta e precisa la parte di curva cui dovea tirar la tangente.

La squisita sensibilità di questa rappresentazione grafica delle velocità , e la nessuna esattezza della curva degli spazi e dei tempi pur ridotta in iscala maggiore di quella che usò Morin, si vedono chiaramente nella Tav. III^a nella quale è a destra data una delle mie prime esperienze, in cui non ancor avea usato tutte quelle cure che poi mi si mostrarono indispensabili. La curva degli spazî pare perfetta, e invece la curva della velocità che vi è sovraposta dimostrasi irregolare propriamente a capriccio. E anche più irregolare è quella delineata accanto, che rappresenta in scala al vero le differenze prime cavate dalla tabella di Morin data più sopra, e in luogo della curva continua data dal Morin nella sua Memoria , e che qui riproduco , io segno con linea tratteggiata la vera posizione dei punti secondo la sua tabella numerica , che specialmente verso la fine si rifiuta assolutamente alle correzioni arbitrarie fattevi. Si osservi poi che, per quanto irregolare, pur è chiara la tendenza nella curva tratteggiata ad aver un punto di flesso. Ma lo rigettò certamente come irregolare !

Calcolo del coefficiente d'attrito

La pressione del peso totale P che carica i due zoccoli scorrenti sul piano inclinato all'orizzonte dell'angolo α sarebbe $P \cos \alpha$. Ma il piano di scorrimento è formato da due superficie, ciascuna delle quali fa l'angolo φ colla verticale, dunque la pressione di ambedue gli zoccoli sul piano di scorrimento sarà $\frac{P \cos \alpha}{\text{sen } \varphi}$.

Ora nel nostro caso conoscendo il valore dell'accelerazione A per dati valori delle velocità e dello spazio percorso, prendendo questo per unità, dicendo f il solito coefficiente che moltiplicato per la pressione dà la resistenza d'attrito, Σ la resistenza dell'aria, avremo:

P sen α forza acceleratrice costante lungo il piano inclinato;

$fP\frac{\cos \alpha}{\text{sen } \varphi} + \Sigma$ la forza ritardatrice dovuta all'attrito e alla resistenza dell'aria.

Queste due forze, dirette in verso opposto, colla loro differenza producono l'accelerazione del mobile. La resistenza che l'inerzia del peso P oppone a questa accelerazione è $\frac{P\,v}{g\,t}$ ossia $A\,\frac{p}{g}$, dunque eguagliando le due quantità, e trasportando nel primo membro dell'equazione il solo coefficiente d'attrito, sarà

$$f = \frac{P \text{ sen } \alpha - \frac{P}{g} A - \Sigma}{P\frac{\cos \alpha}{\text{sen} \varphi}}$$

Calcolando con questa formula i valori di f per varie velocità di una esperienza, e varie pressioni che si fanno succedere in esperienze diverse, si avranno dei valori per ciascuna velocità e ciascuna pressione, che potranno paragonarsi anche per le pressioni, se lo stato della superficie sia in tutte le successive esperienze lo stesso. Ad assicurarsene si ebbe cura di alternare le piccole e le grandi pressioni, in modo che si avesse molte volte una stessa pressione; le conseguenze che se ne ricavano si leggeranno più innanzi.

Qui dirò in generale che nello scegliere l'inclinazione del piano doveasi tenere in mente più d'una avvertenza. Ricorderò con Poncelet che l'inerzia è una forza la quale può misurarsi in peso, « quando una forza esterna opera per accrescere o di-
» minuire il moto; il corpo reagisce per inerzia, la resistenza aumentando col grado
» di velocità che si aumenta o distrugge, e colla quantità di materia contenuta dal
» corpo ». Riguardo alla velocità, ci vuole un certo tempo, sebbene assai piccolo, perchè l'effetto di una forza si faccia sentire in tutto il corpo. Questo infatti non è che un'insieme di molle molecolari; urtata la prima bisogna che il suo cedere si comunichi a tutte, e tutte cedano egualmente. Se non vi ha tempo abbastanza, cedono solo le estreme, come si vede nel vetro forato nettamente, e in tanti altri fenomeni di simil genere. Ora prendiamo per velocità 3^m; se vi ha un intoppo

qualunque nella superficie, alto o profondo un decimo di millimetro, è già di molto sopra piani così accuratamente raschiati; questo decimo sarà passato da ciascun punto mobile in $\frac{1''}{30\,000}$. Ora per trasmettere l'urto tutto intorno alla materia dello zoccolo che nelle condizioni più favorevoli non può essere minore di venti centimetri di media distanza dal punto urtato, ci vuole $\frac{1''}{25{,}000}$, prendendo con Avogadro le velocità di propagazione delle vibrazioni sul ferro di 5000 metri circa al secondo. Dunque al di là di 3^m di velocità parte della materia non può reagire tosto per la sua inerzia.

Avendo un piano di lunghezza limitato a $4,^m$ non si può ottenere una velocità di 3^m senza una inclinazione molto superiore all'angolo limite, e perciò con molta accelerazione. Ora, specialmente nelle esperienze a peso considerevole, si avrà molta forza viva, la quale farà da regolatore del moto, e molte piccole irregolarità spariranno, togliendo non poco alla esattezza dell' esperimento. Chi mai vorrebbe prendere la misura del coefficiente di variazione in una macchina a vapore a grande espansione ad un solo cilindro, quando ad essa fosse unito un enorme volante?

Una prova della grande influenza della forza viva in questa sorte di moti, l'ebbi sempre che sperimentai a tale inclinazione del piano da non lasciar arrivare il mobile da sè a quella velocità, per cui invece di crescere va sempre poi diminuendo la resistenza d'attrito. Andava sulle prime accelerandosi il mobile, ma incontrando sempre maggior resistenza finiva per non accelerarsi più, e si aveva a quella velocità il moto uniforme; dando teoricamente la curva della velocità della forma che mostra la Fig. 7 della Tav. II. Ma quando vi arrivava è gioco forza l'ammettere un ritardo dovuto alla forza viva; perchè, seguendo l'andamento della curva reale abbozzata nella Fig. 8, si spingeva sulle prime più oltre; e poi, trovata troppa resistenza, si rallentava, e ancor di troppo, finchè dopo brevi e leggere oscillazioni la curva si confondeva coll'orizzontale.

Io credo che ci sarebbe non poco da osservare sopra le leggi della meccanica razionale, tenendo conto della vera natura dei materiali impiegati, anche per questo capo.

A trovare il valore della gravità tenni conto della latitudine di Alessandria. e della sua altezza sul livello del mare, cosicchè usando la formula

$$g = 9{,}8051\ (1 - 0{,}00284 \cos 2\,\lambda \left(1 - \frac{2\,E}{R}\right)$$

ottenni $g = 9{,}805$

Tenni pur conto della resistenza dell'aria: Morin la dice trascurabile fino al limite di velocità cui arrivarono le sue esperienze. che è all'incirca pure il mio. Già l'ing. Bochet trovò che non era trascurabile, nei miei calcoli poi la resistenza dell'aria arriva fino ad un decimo della resistenza totale d'attrito. La formula impiegata è quella del Poncelet in funzione dell'area resistente S, del quadrato della velocità, e dell'accelerazione: cioè

$$\Sigma = S\ (0^{ch},036 + 0{,}084\ V^2 \pm 0{,}164\ A)$$

nella quale, con valori d'accelerazione che non erano punto straordinari, il termine in A si trovò il più importante, sebbene il più delle volte sia trascurato da altri, e si calcoli la resistenza dell'aria soltanto in funzione della velocità. Eppure è naturale che la massa d'aria aderente al corpo ne aumenti l'energia in modo, che ne cresca la resistenza quando si accelera, e la diminuisca quando si ritarda, come l' indica nella formola il doppio segno. Si consumava sul principio molto tempo nel far questo calcolo. Ma poi, avendo osservato che nella massima parte delle mie esperienze l'area resistente è costante, e son variabili solo V ed A, mentre l'equazione è di primo grado in A; resi il lavoro molto più spedito costruendo su carta quadrettata le rette corrispondenti ai valori di $V = 0,^{m}20$; 0,40; 0,60, fino a $4,^{m}00$. La carta quadrettata mi dava così facilmente il valore Σ per i valori stabiliti di V, e qualsiasi valore di A; la lettura si faceva direttamente con quel numero di cifre decimali che si era stabilita fin da principio bastare, per aver il valore di f con quattro decimali. Forse parranno troppe; ma, potendo ottenere questa approssimazione senza alcun lavoro maggiore, credetti di registrarle tutte e quattro. L'area resistente era molto minore quando per aver pressioni piccole si toglieva la sella e si esperimentava coi soli zoccoli. In tal caso Σ si calcolava col mezzo della formula.

Conservai tutti i voluminosi fascicoli dei calcoli che ho unito alla Memoria presentata all'Accademia, ne' quali i vari elementi sono disposti sopra una sola linea per ogni velocità, e le operazioni aritmetiche relative sono scritte sopra e sotto in modo che si possono verificare a colpo d'occhio. Alle quantità $A \frac{P}{g}$ è scritto sotto in colonna il valore di Σ, la loro somma si legge nella colonna seguente, e avendo scritto una volta per sempre il valore di P sen α sull'orlo inferiore di una striscia di carta, lo si presenta successivamente ai valori scritti di $A \frac{P}{g} + \Sigma$ e si fa la sottrazione comodamente e prestamente in modo da evitare ogni errore. Finalmente coi logaritmi si divide pei valori di $\frac{P \cos a}{sen\, \varphi}$ già determinati in testa della pagina, mentre i valori generali di φ e α che servono a più pagine, si scrivono a parte per adoperarveli successivamente. Sul principio che non usava queste cure minuziose si ebbero non pochi errori, ma procedendo con questo metodo sempre identico ne trovai molto più raramente. S'intende che tutti i calcoli furono eseguiti separatamente da due aiuti e poi confrontati. Il fatto mostrò quanto fosse indispensabile questa precauzione.

Esperienze eseguite.

Nelle esperienze di cui tratto nella presente Memoria per la III^a serie, che avea la superficie fissa di ghisa, si usarono superficie mobili di ghisa, acciaio, ferro inglese, ferro d'Aosta, bronzo, ottone, rame, macigno di Fiesole, quercia, olmo, pioppo, cuoio, e gomma elastica; per la II^a serie, che avea la superficie fissa d' ottone, la mobile fu di ghisa, come pure per la IV^a a superficie di bronzo, e per la V^a la cui superficie fissa era di macigno di Fiesole. Metto innanzi fin d'ora alcuni risultati su altre serie oltre la III^a, per dare un qualche saggio del modo di comportarsi di due

medesimi materiali, secondo che è l'uno o l'altro che resta fisso, sebbene le esperienze per questo capo sarebbe necessario fossero state piu numerose. Anche della III^a serie non fornisco in questa Memoria che parte delle esperienze fatte, e ciò perchè in esse si comprendono i materiali più usati nella meccanica, senza uscire dai limiti di volume, che dividono le Memorie dai trattati. Sperimentando anche sull' attrito al distacco, sulle conseguenze dei tremiti, ecc., fra Alessandria e Firenze io eseguii in tutto quasi 2000 esperienze, adoprando molte sorta di legni, metalli, pietre, cuoi, gomma elastica, e per superficie fissa usando anche il ghiaccio, che forma la I^a serie. Feci qualche prova con altri lubrificanti, con detergenti diversi, e con polveri corrodenti, poichè era mio avviso che, dopo aver cimentato queste di più in più grossolane, esperimentando con lime, poi con punte riganti, infine con ferri taglienti ad angoli e con liquidi diversi, il passaggio del lavoro sull'attrito a quello della durezza superficiale, dello stroncamento, insomma alla resistenza propriamente detta dei materiali fosse evidente; e così comprendesse, ad eccezione della resistenza dell' aria, tutte quelle cause di resistenza molecolare, le quali alterano le leggi della meccanica razionale stabilite pei corpi in cui sia nullo l'attrito, perfetta l'elasticità ecc. E poi negli otto anni che impiegai a studiare con amore, e per via di sperimenti su grande scala, la resistenza dei materiali, secondo gli ordini del Ministero della Guerra che mi incaricò di farli per i bisogni dei costruttori italiani, sperimenti sui quali incomincierò a riferire in una prossima Memoria, ebbi a riconoscere che l'attrito delle molecole fra loro ha una parte assai importante nel modo di condursi d'ogni materiale sotto il vario genere di sforzi con cui si cimenta. E siccome dai fatti che osservai mi sembra di poter conchiudere che le leggi dell' attrito, che valgono pei corpi, valgono pure per le molecole, io premetto questa prima Memoria sull' attrito per poter poi discorrere ed esser bene inteso, quando tratterò della resistenza dei materiali, che era lo scopo principale dei miei lunghi lavori. Molti amici miei avrebbero desiderato che io di tanto in tanto pubblicassi, in parte almeno, un riassunto delle fatte esperienze. Per quanto riguarda il servizio militare, e i dati numerici o coefficienti di resistenza che mi eran richiesti, io obbedii sempre, come è ben naturale, agli ordini del Ministero, e consegnai tutti i coefficienti di resistenza trovati; ma per le osservazioni delle leggi seguite dalla materia nelle sue varie manifestazioni di resistenza, leggi che naturalmente non mi furono mai chieste, perchè note solo a me, credetti miglior conglio l'attendere da molti e molti fatti accuratamente osservati le prove che togliessero ogni dubbio. Non si ha mai bastante prudenza nell'accumulare le prove, prima di combattere una serie di leggi scientifiche universalmente adottate: credo che forse più d' ogni altra qualità sia necessario a chi, sperimentando su vecchi argomenti, ebbe la fortuna di trovar qualche cosa di nuovo, l'aver molta abnegazione, e tener bene in freno quell'amor proprio di cui natura non privò alcuno. Se vi è ora, chi mi biasimi per ciò, spero ben vicino il tempo in cui muterà intieramente il suo parere.

Io adunque in questa Memoria mi limito ad esporre le conseguenze ricavate sperimentalmente sull' attrito dei materiali indicati più sopra. Dovetti però spogliare

quasi tutte le striscie, perchè volli accertarmi se l'andamento delle differenze prime di tutte concorra a dimostrare le medesime leggi, come in fatto trovai.

Molte sono le esperienze che dopo matura discussione ho eliminate. Tutte le prime, perchè fatte senza le minute cure riconosciute in seguito indispensabili, e con note troppo scarse nel memoriale.

Coll' acciaio specialmente, e col ferro d' Aosta, era frequentemente rigata la superficie, perciò nuovo raschiamento generale, e le due o tre esperienze fatte dopo l'ultimo raschiamento, così isolate, poco concludevano. Di più l'ultima era da rifiutarsi assolutamente per il rigamento delle superficie. Per dare un' idea di queste irregolarità, ho segnato una curva sulla Tav. VI^a in cui l'esperienza 1149 dimostra in fine colla sua strana e subita elevazione del coefficiente d'attrito l'effetto del rigamento. Molte delle prime esperienze furono pur eliminate, perchè non si era raschiata sempre tutta la superficie, limitandosi alla parte rigata.

In altre si avevano dei salti in apparenza stranissimi. Tali irregolarità si comprenderanno tosto facilmente, perchè avvenivano in un giorno di vento e polvere, o in uno di pioggia, col dinanzi dell'apparecchio esposto alle intemperie; e in tali casi amava meglio sospendere il lavoro sperimentale, che non ottenere in tutto il giorno pochi resultati degni di fede.

Lo stato della superficie su cui si facevano gli esperimenti era ben definito. O sgrassato accuratamente, o untuoso nel modo più sopra indicato, o con grande abbondanza d'olio. Fra i resultati ottenuti colla superficie untuosa, e quelli con superficie sgrassata, stanno tutti gli altri ad untuosità sempre più leggera che mal si potrebbe definire. Come si abbia il passaggio dall' uno all' altro coefficiente d'attrito è cosa su cui m'era proposto di esperimentare; spero di poterlo fare in seguito, tanto più che vi sono molte altre questioni sull'attrito proposte da Moseley e da altri, sulle quali solo l' esperimentatore può decidere. E sarebbe pur desiderabile che si conoscesse la resistenza d' attrito per superficie limate alla grossa, rugginose, rese in somma scabrose quanto è possibile averle in pratica.

Quantunque abbia sempre tenuto il piano di scorrimento in condizioni definite, pure il succedersi degli esperimenti lo alterava in modo abbastanza notevole. Per avere un'idea di questo fatto, si osservino la Tav. VIII^a e la Tav. XV,^{a} nelle quali per date velocità si sono delineate le curve che rappresentano il coefficiente d'attrito crescente col succedersi delle diverse esperienze. Si vede in entrambe che sul principio l' accrescimento da una all' altra esperienza non è piccolo, ma che dopo sette esperienze nel cuoio, otto nell'ottone, si vanno così diminuendo le differenze, che poco più si alzerà in seguito il valore del coefficiente. Avrei desiderato maggior agio a terminare questa ricerca, e riconoscere il numero preciso dopo il quale cessa ogni mutazione per ciascun materiale. Spero di poter fare anche questo in futuro. Avendo riconosciuto con ogni sorta di materiale la piena esattezza di tal fatto, annunziato per la prima volta dal Sella nella Memoria più sopra citata, io incominciai sempre ad esperimentare sopra un dato materiale con inclinazioni che conducessero la slitta a molta velocità. Questa scemavasi col succedere delle esperienze, ma non egualmente per le varie velocità. Si vede nella Tav. VII (in alto a destra) che nel bronzo dopo sei esperienze il coefficiente era cresciuto di 0,2 per la velocità di 2^m; 0,23

per $1^m,8$; 0,27 per 1^m6; 0,32 per $1^m,4$; 0,385 per $1^m,2$; 0,46 per 1^m, e 0,54 per $0^m,8$. Quando poi l' accelerazione era diventata tale da non mascherare in modo sensibile le irregolarità del moto, operava con pesi diversi, e così otteneva un insieme di sperimenti da cui ricavare leggi sicure. Ma spesso, giunto a tal punto, il piano si rigava; bisognava ricominciare tutto da capo. È noto a chiunque pose mano in simili faccende colla ferma volontà di non far dei pasticci scientifici, quante siano le piccole miserie, io direi anche le grandi, che incontra lo sperimentatore sulla sua via. Ma se, vincendole tutte con ostinata costanza, finisce per ottenere un utile resultato, quanto gli è questo più caro!

Nell' attendere che la media velocità vada scemando, non bisogna tuttavia, che si arrivi ad un moto quasi uniforme. In questo caso ogni menomo grano di polvere basta a modificare assai il moto, e la forza viva facendo corte variazioni produce un turbamento tale che la curva della velocità riesce tutta ondulata. Ciò avviene perchè in quelle condizioni ogni minima differenza nello stato della superficie altera la resistenza; e nel nuovo stato, anche per piccolissima lunghezza, il mobile si ritarda e si accelera, nè cessa immediatamente la turbazione, ma si prolunga per l'effetto già accennato dall' inerzia. Per esperimentare poi a grande velocità, senza alcuno di questi inconvenienti, io avea già congegnato un arnese che l' avrebbe impressa alla slitta posta sopra il piano, il quale di poco superasse l'angolo limite all' incirca conveniente a quella velocità, ma non ho ancor potuto servirmene.

Per mantenere il piano in istato ben definito feci uso dell' alcool, come già dissi. Ma con altri detergenti, saggiati in poche esperienze, trovai fenomeni assai interessanti, che spiegano pienamente come l'operaio, il quale ha da pulire o corrodere o tagliare varî materiali, abbia saputo da sè a forza di tentativi diversi trovare i mezzi migliori, di cui fa spesso un segreto. È il caso del rilevamento delle curve fatto da Morin per riconoscere le leggi del moto del cane di un fucile a percussione; egli trovò che lo sforzo era reso uniforme per via della curvatura data empiricamente dall'armaiolo alla noce a forza di successivi miglioramenti, richiesti da chi doveva servirsene e non volea sforzare inutilmente i suoi muscoli.

Nel nostro caso credo che vi sieno altri liquidi da impiegarsi con maggior profitto nei lavori degli utensili a macchina, ma su questo altra volta. Il solo fatto della lima che lavora il vetro in tutte le forme, come fosse un metallo, senza consumarsi di più, quando sia continuamente bagnata d'essenza di trementina canforata, mentre a secco, o bagnata d'acqua, non dura due minuti, basta a dimostrare quanto sia ancora da sperimentarsi in tal direzione. E perchè una lima che lavorò a lungo sull'ottone è ancora eccellente pel ferro, mentre dopo aver limato il ferro non è più buona per l'ottone? Ogni meccanico poi che sa lavorare, usa una materia lubrificante per la filiera da intagliar viti di rame, altre per le viti di ottone, di bronzo, o di ferro; una velocità si usa per tornire o tagliare a macchina la ghisa, altra per il ferro, altra per il bronzo, ecc.; insomma tutte le operazioni meccaniche in cui entra l' attrito si operano a velocità e con liquidi diversi, trovati poco alla volta dagli operai. Quanto ci sarebbe da fare in questo argomento da chi non solo ha studiato, ma pur anco ha molto lavorato nei grandi stabilimenti meccanici! Un liquido di-

verso può mutar perfino le leggi fondamentali dell'attrito, che colle mie esperienze cerco anzi tutto di mettere in sodo: prima la regola, poi l'eccezione.

Ma una delle più belle eccezioni, e forse la meno aspettata, la fornisco qui nell'attrito della ghisa e bronzo su ghisa, essendo la superficie untuosa e poi spruzzata d'acqua. Mi venne in mente avendo provato, nel montare e smontare delle locomotive a Seraing, come il moto delle valvole a sdrucciolo fosse incomparabilmente più agevole a vapore condensato sulla sua superficie untuosa, che non a superficie nuova, e ben pulita, ed unta. Il coefficiente d'attrito, che nell' untuosa era ad 1^m di velocità eguale a 0,1 all' incirca con Ch. 8000 di pressione, spruzzata d' acqua alla stessa velocità, scese a 0,03 e 0,022 nella ghisa; mentre la Tav. IV^a mostra che alla velocità di $2,^m$ 8 fu di 0,016 si vede pure nella Tav. VIII che nel bronzo scese a 0,012 alla velocità di 4^m. Chi mai parlò finora di tali numeri? Eppure in tutte le varie esperienze eseguite con tal metodo di lubrificazione andai sempre ben vicino al valore di 0,01. A proposito delle esperienze della ghisa su ghisa unta e spruzzata è poi da osservare che tre sono le esperienze registrate, le 1369, 1370, 1371. La prima si fece appena spruzzata la superficie untuosa, e sul principio rimase all' altezza delle untuose che hanno eguale pressione. Ma la seconda volta la slitta, incontrando la superficie untuosa sulla quale l'acqua che non la bagnava erasi disposta con mirabile regolarità in tante linee parallele di finissimi globettini di qualche frazione di millimetro di diametro, appena passata la propria lunghezza, e acquistata una certa velocità, si fece nuovamente a percorrere il piano come sopra tante sferette che in gran parte mutavano l'attrito di scorrimento, e così arrivò ad un coefficiente tanto piccolo; alla velocità di circa 1^m la curva si confuse colla precedente che avea mostrato lo stesso fenomeno poco dopo il suo principio, perchè bisogna che lo zoccolo percorra un certo tratto prima che possa disporre le grosse gocce d' acqua in serie di fili a sferette; e anche la seconda volta quando è sovraposto lo zoccolo nè si muove immediatamente, le sferette si schiacciano nel lento muoversi dei primi spazi percorsi. Spruzzata poi di nuovo, e con maggior abbondanza, la superficie col pennello bagnato, si ritornò alla prima resistenza; e poi, sebbene alquanto meno per troppa acqua, pur si abbassò ancora il coefficiente fino a 0,024.

Per l'attrito di scorrimento io trovai maggiore in tutti i casi, e in tutti i metalli, il coefficiente relativo alla superficie in cui l'olio scorre abbondantemente, che non per quelle che poteansi dire soltanto untuose, a parità di carico. L' apparente paradosso si spiega facilmente quando si osservi che, nuotando in tanto olio, la superficie di contatto opera tutta quanta, mentre per le untuose spesso è un decimo o anche meno. Ora, crescendo di molto l'attrito collo scemare della pressione specifica, è naturale che accada così, e in questo modo si ha un'altra prova evidente che l'attrito è funzione della pressione. Osservisi infatti che per la ghisa su ghisa la curva delle esperienze a superficie oleosa ha una pressione circa un decimo della untuosa che le è vicina al di sotto; a eguale pressione starebbe circa alla stessa altezza. Ci sarebbe poi da tener conto della pressione dell'aria che aumenta la resistenza d'attrito; ma di ciò più innanzi.

Da tutte le fatte esperienze risulta come legge generale che la resistenza d'attrito

Cresce collo scemare della pressione specifica; quest'accrescimento è assai grande nelle untuose, piccolo nelle sgrassate:

Cresce rapidamente col crescere della velocità, e poi passato un massimo diminuisce con rapidità poco differente per continuare in seguito a diminuire di più in più lentamente. Tanto la diminuzione che l'accrescimento è molto grande nelle untuose, piccolo nelle sgrassate:

Le due leggi si collegano fra loro per ciò che, quanto è maggiore la pressione tanto è minore la differenza fra il massimo ed il minimo coefficiente, quando si passa per la stessa serie di velocità diverse, tanto nelle untuose che nelle sgrassate.

Qui mi si chiederanno giustamente dei numeri, ossia si vorrà ch' io fornisca i valori dei coefficienti per vari corpi, e per pressioni e velocità diverse; cosicchè per ciascun materiale, costruita una tavola a doppia entrata secondo questi due argomenti, ovvero un tracciato a modo di piano quotato, sia possibile il trovare tosto qual valore debba prendersi per coefficiente, date le velocità e la pressione.

Per stabilire definitivamente e completamente questi dati con tutta quella precisione che meritano, specialmente a velocità bastantemente grandi ci vogliono altre esperienze a velocità maggiori e con svariate qualità di materiali. La velocità infatti deve influire sulla resistenza secondo le varie elasticità dei materiali, cosicchè il coefficiente sia funzione delle loro proprietà molecolari,come acutamente osservava il Sella pel primo. Ma se ancor non è possibile dare una tavola generale e compiuta che traduca in numeri le leggi trovate, posso tuttavia dare una approssimazione molto vicina all'esattezza, discutendo una ad una le tavole generali dalla IV^a alla XIV^a.

Ghisa su Ghisa.

Nelle tabelle numeriche riportate alla fine si leggono gli spazî percorsi e le velocità; con esse si costruirono le curve che si vedono nelle Tavole XVI^a e XVII^a per le superficie sgrassate, untuose, untuose e spruzzate d'acqua, ed oleose. Furono su queste curve determinate le accelerazioni di due in due decimetri, come si vede dalle brevi trasversali segnate al loro luogo, e si calcolarono tutti i coefficienti d'attrito che più innanzi sono registrati nelle tabelle insieme cogli elementi del calcolo; e sono graficamente rappresentati nella Tavola IV^a. (1) Prese per ascisse le velocità, e per ordinate i coefficienti, per es. a 15000 chilog. di pressione specifica, si vede

(1) Per tutte le esperienze della presente Memoria si fece lo stesso. Le tabelle numeriche delle velocità e le tabelle pur numeriche dei coefficienti d'attrito con tutti gli elementi del calcolo, il numero progressivo delle esperienze, il carico, ecc., si trovano in fine della Memoria cominciando dalla pag. Ogni tabella numerica delle velocità è graficamente riprodotta nelle Tavole quadrettate dalla XVI^a alla XXV,^{a} e per i coefficienti si fecero pure le relative tavole quadrettate, dalle quali si rilevano le leggi trovate. In ciascuna tavola si è adottato il metodo di scrivere il numero progressivo dell' esperienza accanto al primo punto della curva nella direzione della lunghezza; e nella direzione dell' altezza, sopra l'ultimo punto della curva, il numero che dà la pressione in chilogrammi. I punti sono segnati sempre con circoletti. Per le curve poi che si deducono dallo studio e dal tracciato si segnano i punti con una crocetta e si scrive accanto all' ultimo punto nella direzione longitudinale il numero, che indica la pressione, per cui serve la curva.

immediatamente la variazione dovuta ad essa velocità, che per superficie untuosa dà una differenza di coefficiente da 0,049 a 0,122. È circa il triplo, e sarebbe anche più, se invece d'incominciare dalle velocità di $0^m,6$ per andare fino a $1^m,6$, avessi potuto segnare le curve a partire dallo zero di velocità. Minor differenza si ha nella curva tracciata per una pressione di 30,000, ed è questo, come si disse, un fenomeno costante. Nelle sgrassate si ha molto minor differenza a qualunque velocità, e anche questo è fenomeno costante.

Nelle untuose e spruzzate d'acqua non è da far gran calcolo sulle prime porzioni di curva, perchè ancora non si era formata quella serie di filetti paralleli di sferette liquide di cui parlai più sopra. Anche nella seconda esperienza, la 1370, la slitta essendo rimasta qualche tempo ferma in testa al piano, riuscì alterata alquanto quella disposizione, e si ebbe un coefficiente di poco più alto; ben presto però la curva si confuse colla precedente.

Per trovare la legge almeno approssimata, che lega fra loro le diverse pressioni, io non volli lasciare alcuna parte all'arbitrio, ma tenermi strettamente al fatto, anche quando non mi sembrava di pieno mio soddisfacimento. Per le sgrassate, prendendo per ascisse le esperienze successive, dalla 1344 alla 1350, di cui la prima avea la pressione di 8350 chilogr., la seconda di 15674, la terza di 30323, la quarta di 8350 nuovamente, la quinta ancora di 30323, la sesta di 22999, e la settima un'altra volta di 8350, e prendendo per ordinate i valori del coefficiente ad una data velocità, costruii i punti relativi, e legando insieme con una retta i tre punti corrispondenti alle esperienze 1344, 1347, 1350 che hanno eguale pressione, come pure con una parallela le due 1346 e 1348 che hanno una pressione eguale quasi quadrupla, osservai che tutte queste rette erano inclinate così che le esperienze prime aveano un coefficiente minore delle ultime per lo sporcamento della superficie. In questo studio notai eziandio che, presi tutti i punti fino alla velocità di $2^m,4$, ripetendo per ciascuna velocità la medesima costruzione, si aveano con moltissime approssimazione le differenze di tutti questi coefficienti proporzionali alle differenze di pressione, e perciò si poteano tracciare le tre curve da 10000, 20000 e 30000 chilog. a distanze eguali, presa per base l'esperienza 1360, che era appunto a chilogr. 30323, e facendo la sua parte anche a questa piccola differenza. Come si vede per le sgrassate, la resistenza scema uniformemente col crescere della pressione, e questa differenza è tanto piccola che si può trascurare. Ma disgraziatamente questo caso non mai, o molto di rado, accade in pratica; mentre le superficie si ungono sempre un poco per non perdere tanta forza invano.

Nelle untuose invece le differenze cagionate dalla pressione sono assai grandi, cosicchè alla pressione di 15000 e 30000 chilogr. si ha la differenza di 0,34 partendo quella di 30000 chilogr. dal coefficiente 0,04 alla velocità $0^m,6$ e andando fino a 0,078 alla velocità $1^m,6$, mentre quella di 15000 chilogr. partendo da 0,049 va fino a 0,122 per le medesime velocità.

In qual modo si alterino questi valori colla superficie più o meno untuose, fino ad arrivare da una parte allo stato oleoso, dall' altra allo sgrassato, mi sembra sarebbe necessario conoscere. Così pure crescendo o diminuendo assai il carico per arrivare da una parte fino alla corrosione, dall'altra a tanta legge-

rezza da non muoversi più per quanto il piano s'inclini, come accaderebbe per sottigliezza eguale a quella di una foglia d'oro. In quest'ultimo caso si avrebbe la sola adesione, e questo elemento non c'entra di certo solo allora che abbiasi tale estrema sottigliezza. Di ciò parlerò più a lungo nel dare un saggio sulla teoria dell'attrito.

Ma tornando alla ghisa, si vede in altro canto della Tavola, a destra, uno studio delle differenze nei cofficienti per lo stato untuoso. In questa condizione non pare esista punto la proporzionalità trovata per le sgrassate, ma che sia tutt'altra la legge. Qualunque essa siasi, io adottai il medesimo metodo, come ascisse prendendo le esperienze successive 1359 e 1364 e determinando per le 1360 e 1362 che hanno 30971 chilogr. di pressione, e le 1351 e 1364 che ne hanno 8528, le linee che in media corrispondono a ciascuna velocità per ogni esperienza in modo che sian parallele fra loro, poi tirando le parallele che passano per i punti corrispondenti alle altre due esperienze di pressione diversa, ottenni una serie di dati per ciascuna velocità secondo le varie pressioni, prendendo poi per zero tutti i coefficienti della esperienza di base 1360, potei costruire il tracciato delle curve rappresentanti per ciascuna velocità da 0^m, 6 a 1^m, 8 i valori delle differenze nei coefficienti in funzione delle quattro pressioni, tracciato che vedesi nell'angolo superiore a sinistra nella medesima Tav. IV.ª Col mezzo di questa curva ottenni le differenze dei coefficienti a pressioni definite in numeri rotondi 10000, 15000, 20000, 25000, 30000, e aggiungendo questi valori al disopra della curva scelta per base, ne ricavai le curve dei coefficienti per ciascuna di quelle pressioni equidistanti, segnando i punti con una croce, la curva a tratti; e lasciando al loro posto, segnate a circoletti, le vere curve ottenute dall'esperienza.

È poi da osservarsi che in questo studio tutti i valori stanno su parallele che non sono punto inclinate all'asse delle ascisse; ciò prova la superficie essersi conservata in istato di untuosità sempre eguale.

La cagione che fece crescere la resistenza, col successivo percorso della sella sul piano sgrassato, mi sembra averlo trovato nella polvere di grafite che si stacca da esso quanndo manca ogni lubrificante. Son tanti diamantini neri che s' incastonano nelle superficie del metallo mobile e fisso, una rendendo aspra di lievissime rigature l'altra; un leggero spostarsi laterale della sella producendone di nuove e rendendo sempre più scabro il piano.

Acciajo su Ghisa.

L'acciaio su ghisa sgrassata non è solo differente dalla ghisa su ghisa per il valore dei coefficienti, ma anche per la legge che seguono col variare delle pressioni. Si vede nello studio sulla destra della Tav. V, prese per ascisse le esperienze successive, variare da una all'altra i coefficienti secondo una curva, ed i punti corrispondenti alle esperienze di varie pressioni non essere a distanze proporzionali quando per essi si conduca un arco parallelo di curva, Non volendo alterare in nulla le risultanze degli esperimenti, eseguii un tracciato analogo a

quello pur ora menzionato per la ghisa, a fine di determinare col sussidio delle quattro differenti pressioni esperimentate la differenza dei valori per pressione che da 30000 passano alle 80000 senza uscire dai limiti delle mie esperienze. Ma in questo caso dovetti prendere a base l'esperienza 1041 con 58610 chilogr. di pressione, perchè la 1042 che ha la massima pressione di 86338 chilogr. manca dei primi valori per la velocità cioè di $0^m,4$ e $0^m,6$. Da ciò ne venne un tracciato di forma diversa, ma eguale in fatto a quello della ghisa, col quale si determinano i coefficienti per le pressioni equidistanti di 10000 in 10000 chilogr.; i valori delle differenze, ricavati dal tracciato, essendo portati poi sopra e sotto la esperienza di base 1041 Per l'acciaio le differenze nelle sgrassate son molto più forti che non per la ghisa; di mano in mano che cresce la pressione, l'acciaio fa sentire che è un poco fibroso sebbene meno del ferro, e se staccano spesso delle fibre, cosicchè il piano di frequente rimane rigato, la corrosione rendendosi sempre più vicina. Se potessi ancora esperimentare, ed usare pressioni sempre più forti, credo che sparirebbe il massimo, e si finirebbe per avere una linea di molta inclinazione; finchè, crescendo la velocità, si avrebbe a dirittura la corrosione a linea tutta convessa verso le ascisse.

Per le untuose non ebbi che pochi risultati e non molto soddisfacenti. Mi prometteva di tornarci nuovamente sopra. Per le oleose si hanno le solite curve che crescono considerevolmente col crescere della velocità. La vera cagione di questo fenomeno che ottenni con tutti i materiali sperimentati, si ricercherà trattando in generale delle cause della resistenza d'attrito.

Ferro inglese.

Nella stessa Tav. V si vede in alto un breve tratto di curva che mostra il ferro inglese comportarsi presso a poco come l'acciaio, solo che a pari pressione riesce più alto il suo coefficiente. Questo ferro era di qualità inferiore, alquanto scaglioso, e, trattata la superficie all'acido, mostrava segni di non poca scoria. Se non era veramente *cinder-iron*, di poco n'era distante.

Ferro d'Aosta.

Nella Tav. VI tracciai poche curve su questo materiale, assolutamente da escludersi ogni volta che si tratta di attrito. In generale i coefficienti sono di poco minori che non per il ferro inglese, forse a cagione della sua maggior dolcezza, per cui le fibre si staccano più facilmente. Quei due zoccoli io li avea messi insieme, facendo un piccolo massello con pezzi di vecchi cerchioni di carri fuori d'uso nelle Officine che dirigeva, cosicchè era certo della loro lavorazione a carbone vegetale, e della buona qualità del minerale, da cui erano ricavati, mentre non ne sarei stato altrettanto col ferro fabbricato in quelle fucine al giorno d'oggi. Delle molte esperienze fatte, da cui pur tentava di ricavare qualche cosa, la maggior parte riescì rigata, e mi rimase di buono pressochè nulla; come variasse la resistenza col succedersi delle esperienze si vede nelle curve bizzarre che passano per le ordinate

delle esperienze 1244, 1245, 1246, 1248, 1251, 1253, 1254 prese come ascisse secondo il loro numero progressivo nel solito studio che sta nella destra della favola. Nella esperienza 1149 si vede poi l'effetto di una forte rigatura cagionata da qualche grossa fibra distaccatasi.

Bronzo su Ghisa, e Ghisa su Bronzo.

Nello studio fatto sulla destra, dalla parte che riguarda il Bronzo, della Tav. VII si vede che anche per questo materiale a superficie sgrassata le variazioni del coefficiente in funzione della pressione sono pressochè proporzionali. Le parallele dello studio sono condotte secondo la legge della proporzionalità; e i punti corrispondenti alle varie esperienze, o son sopra le linee tracciate, o molto vicini. Presa a base l'esperienza 1333 colla pressione di 13201 ch. tracciai le curve a differenze equidistanti. Per le untuose non potei far uso lungamente degli zoccoli di bronzo, perchè l'inavvertenza d'un operaio li guastò, e lasciai Alessandria prima che fossero accomodati. Ma per le untuose e spruzzate d'acqua, avea già fatta qualche esperienza che mi condusse a resultati analoghi a quelli accennati per la ghisa. Il coefficiente scese a 0,0115 per 4^m di velocità, tornandosi alla stessa disposizione di minute sferette d'acqua in fili regolarissimi sulla superficie untuosa che l'acqua non bagna, precisamente come si disse a proposito della Ghisa su Ghisa.

In questa Tavola si vede pure in un quadrettino ricavato a suo luogo un pezzetto di tre curve tratto dalla serie IV, nella quale il piano fisso era di bronzo. Un grosso cannone foggiato alla forma del piano di ghisa, per gentilezza del Direttore della Fonderia dell'Arsenale di Torino, servì a molte esperienze, che il volume già troppo ingrossato della presente Memoria mi obbliga a trattare un'altra volta. Ricavai da esse questi tre archi nel caso di ghisa su bronzo, per mostrare come anche essi seguono la legge delle pressioni, e quanto siano differenti nel coefficiente da quelli, in cui era il bronzo che scorreva sulla ghisa.

Ottone su Ghisa e Ghisa su Ottone.

Nella Tav. VIII si hanno molte esperienze a superficie sgrassata fatte a varie pressioni e in apparenza ora più alte, ora più basse, senza seguire alcuna legge riguardo alle pressioni, seguendo lievemente al solito quelle della velocità. Ma se si prendono i coefficienti di ciascuna per date velocità, come per es. per $0^m,8$; $1^m,0$; $1^m,2$, si hanno le tre curve pei valori dei coefficienti col succedersi delle esperienze a queste tre velocità, curve le quali dimostrano come per l'ultima fosse ben prossimo il punto in cui non si avrebbe più avuta alcuna variazione col ripetersi di nuove esperienze. È però da notarsi che con questo metallo il piano di ghisa ben presto era più che mezzo di ottone, e specialmente nel caso delle untuose e oleose si aveva sulla superficie una fanghiglia gialla, che doveva alterare i resultati finali. Fortunatamente lo si adopera ben poco nelle costruzioni di quelle parti che devono soffrire l'attrito.

La parte inferiore della tavola è occupata da uno studio sulla resistenza d'attrito per le esperienze 233 e 237 della II^a serie, in cui il piano fisso era di Ottone. Vi si legge che i coefficienti aveano differenze proporzionali alle pressioni.

Rame su Ghisa.

Lo studio sulle esperienze successive, dalla 1377 alla 1383, che si vede a destra della Tav. IX, dimostra che per le superficie sgrassate le differenze dei coefficienti sono proporzionali alle pressioni. Perciò si condussero le curve dei coefficienti con intervalli eguali di 2000 ch., partendo da 21000 ch. di pressione e prendendo per base l'esperienza 1380 che ne avea 21769 ch. Son quelle che hanno un massimo più evidente. È però da notarsi che, anche più presto del caso precedente, il piano rosseggiava, e in gran parte era rame che scorreva su rame. Feci poche esperienze sopra superficie untuosa e oleosa, tanto per vedere se seguivano la legge generale. Non solo la seguono, ma con molta intensità, poichè l'untuosa 1405 partendo alle velocità di $0^m,4$ dal coefficiente 0,05 arriva a 0,17 colla medesima untuosità, quando la velocità sia di $2^m,2$. Bagnate le superficie sgrassate, mostrò di partire dal medesimo valore delle sgrassate, ma invece di crescere scemò; allo stesso modo delle untuose o bagnate per la ghisa, l'acciaio, il bronzo, con altre esperienze credo assai probabile che mostrerebbe di scemare del continuo, giacchè la superficie di questo metallo, quando è ben ripulita, ha in sè una certa untuosità che si manifesta al tatto.

Macigno di Fiesole su Ghisa, e Ghisa su Macigno di Fiesole

Nelle poche esperienze che potei fare su questo materiale, che per me dovea servire di passaggio alle pietre molari, alle coti, ec. trovai un coefficiente presso a poco eguale a quello dei metalli, anzi alcun poco minore che non pel rame, come si vede sulla destra della Tav. VII.^{a} Ma quando fu bagnato, ne diede uno più forte e che rapidissimamente tendeva a crescere colla velocità. La stessa cosa presso a poco trovai per la ghisa su macigno della serie V^a, in cui il piano fisso era appunto di macigno.

Credo aver dimostrato chiaramente quanto importerebbe di studiare questo genere d'attrito, non tanto in servizio delle persone che esercitano il mestiere di arrotino, le quali colla lunga pratica vengono a riconoscere la miglior pressione sebbene siano legati fra limiti abbastanza ristretti di velocità; ma specialmente per le enormi mole che servono a ripulire e aggiustare le grosse ferramenta, nelle quali non sia necessario l'ottenere una dimensione precisamente determinata; quantunque io abbia visto a Oldham foggiare delle chiocciole grossamente fucinate ad esagono, e foggiarle con tanta perizia da disgradarne i migliori artisti che intagliano ogni sorta di scompartimenti a mola sul vetro. Misurati quegli esagoni, erano così perfetti, da sembrar tagliati a macchina.

L' opificio delle mole meccaniche consuma gran quantità di forza motrice e di mano d' opera; ma non si sa al giusto quale sia la pressione e la velocità che assieme combinate meglio rispondano al massimo lavoro colla minima spesa. Eppure continuando le mie esperienze, potrebbesi giovare assai anche a questa parte della meccanica pratica.

Quercia *(fibre longitudinali)* su Ghisa

Il solito studio che si vede nella Tav. X^a^ fatto col mezzo delle sette esperienze dalla 1515 alla 1521 dà la resistenza ad eguale pressione che col succedersi delle esperienze riesce in curva, la cui massima curvatura si ha press› a poco per quella velocità che fornisce il massimo coefficiente d'attrito. Divisa la differenza dei coefficienti che spettano alle due pressioni estreme in quattro parti, si trova che le due intermedie vi corrispondono con grande approssimazione, e perciò si tracciarono le curve dei coefficienti per la pressione di 10000 a 60000 equidistanti, prendendo per base quella che corrisponde alla pressione di 12495, e fatta la sua parte anche a questa differenza. — Nè questo nè altri legni ho ancora potuto esperimentare con vari lubrificanti.

Quercia *(fibre trasversali)* su Ghisa

Nella Tav. XI^a^ si vede il solito studio per ottenere l'effetto della pressione col mezzo delle esperienze dalla 1774 alla 1786. — Non essendo proporzionali le variazioni alle pressioni, eseguii il solito tracciato prendendo per base l'esperienza 1784, e col mezzo di esso si determinarono le curve dei coefficienti per le pressioni da 10000 a 40000 ch.

Olmo *(fibre longitudinali e trasversali)* su Ghisa.

Non intendo di fissare per questo legno il valore dei coefficienti, perchè furono fatte troppo poche esperienze su di esso, e in giornate di umidità diversa. Ma nella Tav. XII voglio dare anche le poche che si eseguirono nella stessa mattina con varî carichi perchè sia chiaro come anch'esse seguono le leggi di tutte le altre.

Pioppo *(fibre longitudinali e trasversali)* su Ghisa.

Nella Tav. XIII^a^ si vede a destra il solito studio e sopra il tracciato per trovare la legge che segue questo legno a fibre trasversali secondo le varie pressioni; così potei tracciare le curve dei coefficienti per pressioni da 10000 a 70000 ch. prendendo per base la esperienza 1679. Al disotto vedonsi le curve dei coefficienti per Pioppo su Ghisa a fibre longitudinali, e per pressioni da 12159 a 68539 ch. Queste esperienze furono eseguite ad umidità invariata, poichè desiderava conoscere con sicurezza i resultati. Si sa che le scarpe dei freni che si usano sulle fer-

rovie si fanno di questo legno, che dicesi avere la proprietà di non prender fuoco anche per fortissimo attrito, ciò che lo rende assai interessante per i meccanici. Merita perciò che se ne faccia in seguito uno studio completo.

Cuoio su Ghisa.

Si vede nella Tav. XIV^a sulla destra il solito studio per trovare l'influenza della pressione sulla resistenza d'attrito, per otto esperienze dalla 1468 alla 1475 prese per ascisse; e accanto si ha il solito tracciato per avere i valori delle differenze dei coefficienti in funzione della pressione prendendo per base l'esperienza 1470, e aggiungendo poi i valori delle differenze sopra e sotto di essa. Le differenze qui divengono grandi assai, sebbene per l'elevato valore del cofficiente non siano altrettanto sensibili a prima vista. Passando dalla velocità di $0^m,6$ a quella di $1^m,4$ nel coefficiente si va da 0,591 a 0,757; ed a velocità eguale, se si varia la pressione da 2000 a 7000 ch. il coefficiente da 0,757 scende a 0,565. È ben strano che una variazione così grande non sia stata osservata da chi sperimentò finora sul cuoio untuoso, al modo che si ha nelle macchine in moto. Per il cuoio sgrassato le differenze dovute alla velocità saranno pur grandissime, come promettono i due brevi tratti che si vedono sulla sinistra, e comprendono le esperienze 1488 e 1490. Alla destra della tavola, in alto e poco più sotto, si vedono le curve indicanti per date velocità i valori dei coefficienti col succedersi delle esperienze e si riconosce sulla curva in alto che si era giunti con dodici esperienze a non aver più alcuna differenza, e nelle due curve più sotto che con sole sette si era poco lontani dal toccare quel limite. Sono esperienze a pressione eguali calcolate appositamente per ritrovare questo particolare, che dimostra non essere più da temersi una differenza col procedere a nuove esperienze. E si noti che le esperienze 1468 a 1475, su cui si fonda lo studio delle variazioni in funzione della pressione, vengono dopo la 1464 che nella curva in alto a destra si vede non far più variazioni sensibili; mentre, dopo aver messo a nuovo il cuoio ed il piano, si fecero le esperienze dalla 1476 alla 1482 che pur dimostrano il cuoio prendere assai presto la resistenza invariabile. Finalmente si osservi che le esperienze 1477 a 1482 fatte sul cuoio a superficie leggermente untuosa, rinnovata l'untuosità, hanno lo stesso coefficiente delle esperienze 1450, 1485; ciò che dimostra l'untuosità in tali esperienze esser sempre la stessa quando si adoperano le cure indicate più sopra.

Gomma elastica su Ghisa.

Ai materiali già esperimentati da altri aggiunsi la gomma elastica. Nelle Tav. XV^a si ha l'esempio delle maggiori differenze nei coefficienti per quanto riguarda la velocità. L'esperienza 1502 che sola si ha per tutta l'estensione che passa fra le velocità di $0^m,2$ a $1^m,4$ mostra nel suo cofficiente la variazione da 0,4235 a 0,63. Non è che una volta e mezza, proporzione un poco minore che non pel cuoio, ma in valore assoluto è più grande; e così evidente, sebbene nell'identica scala di tutte le altre, che non potrebbe dirsi di più. Certo che i costruttori inglesi

di macchine locomobili da trazione furono bene ispirati, quando munirono di gomma elastica i cerchioni delle loro ruote, e il primo che le usò fu meritamente premiato al grande concorso annuale di Bedford. Col mezzo delle nuove esperienze dalla 1495 alla 1503 si fece al solito lo studio delle variazioni del coefficiente di attrito secondo le pressioni. Nelle curve che congiungono per le velocità di $0^m,4$ e $0^m,6$, $0^m,8$ le tre esperienze 1495, 1498, 1500 che hanno la medesima pressione, il raggio di curvatura va sempre aumentando, cosicchè per l'ultima velocità può confondere con una retta. Dopo la 1500 passarono molte ore e perciò alla 1501 la superficie della gomma elastica rimasta alle intemperie era leggermente mutata. Finora si parlò di superficie un poco untuose, come si trovano in generale dopo esser state maneggiate di frequente. A superficie sgrassata si ha un coefficiente enorme, molto superiore a quello di qualunque altra materia che io abbia esperimentata toccando il valore di 0,83. In tutti i casi, passata varie volte la gomma, restava il piano di ghisa lucida come uno specchio, e la gomma assai sporca.

Studio comparativo dei diversi coefficienti

In generale non vi è molta differenza fra i coefficienti d' attrito a superficie sgrassata che diede Morin e quelli che trovai nelle mie esperienze per una velocità di un metro all'incirca, la quale è poco lontana dal massimo; fa eccezione soltanto il cuoio, dove la differenza è assai grande. Morin ammette il coefficiente 0,56 per il cuoio nuovo sgrassato su ghisa, ma non dà alcun numero per il cuoio leggermente untuoso, quale si trova sempre nelle officine. Tuttavia a superficie untuosa e bagnata dà il numero 0,23. Ora per il cuoio sgrassato io ho pochi dati: esso per la pressione di 1653 ch. alla velocità di $0^m,40$ dà il coefficiente 0,615; alla velocità di $0^m,55$ lo ha di 0,687, e ad 1^m salirebbe a più di 0,80. Son pochi ma sicuri.

Per le untuose io trovai alla velocità di $0^m,6$ il valore 0,518, ad 1^m trovai 0,597 ed il massimo che si avrebbe a $1^m,4$ non può esser minore di 0,647, sempre per la pressione specifica di 5000 Chilogr. È quasi il triplo di quello di Morin. È vero che egli le sperimentò untuose e bagnate, ciò che conviene alle macchine esposte alle intemperie, ma non serve per la massima parte dei casi. Per solito le correggie servono alle macchine poste in grandi stanzoni ben riparati, ed è perciò che volli eseguire un certo numero di esperimenti in questa condizione che è l'ordinaria in pratica.

Per le superficie untuose dei metalli che è il caso più importante, i valori dati da Morin si riassumono in un solo; 0,07 a 0,08 per metalli su metalli molto untuosi; 0,15 se sono leggermente untuosi. Io invece colla media pressione di 15000 Ch. e conducendo la superficie della ghisa soltanto ad una leggera untuosità trovo 0,05 per una velocità di $0^m,6$ che scenderebbe almeno a 0,04 per velocità minori, mentre nel rame ho già 0,038 a $0^m,6$. Ma trovo pure che, crescendo la velocità, cresce assai rapidamente il coefficiente, cosicchè per la ghisa si ha 0, 049 alla velocità $0^m,6$; 0,079 a 1^m; 0,122 ad $1^m,5$, ove ha il massimo. Per il bronzo ho 0,0975 alla velocità di 1^m, e 0,128 al massimo che corrisponde a 2^m. Per il rame si ha 0,038 a $0^m,6$

di velocità; 0, 0586 ad. 1^m; e 0,129 a 2^m,2, ove tocca il suo massimo. Come si vede è cosa differente per ogni verso dai coefficienti di Morin.

Accennammo già perchè lo stato oleoso della superficie, quello cioè in cui l'olio scorre abbondantemente, dovea dare resultati di molta resistenza quando non si esperimentava con molta pressione. È una conseguenza che ricavai dagli esperimenti, e perciò al momento dello spogliare le striscie mi trovai nella dispiacente condizione di non potervene aggiungere altre. Per le oleose non si può adunque desumere alcun dato sulla proporzione dei coefficienti alle pressioni. Col crescere delle velocità cresce anche la resistenza, ma son troppo ristretti i limiti delle velocità esperimentate. Anche su questo argomento spero di poter raccogliere in seguito i dati necessari. Tuttavia qualche esperienza di questo genere, eseguita sopra superficie piane, mi fece riconoscere una proprietà della resistenza d'attrito che mi sembra essere importante, conferma interamente ciò che avea già pubblicato nel 1857 su analogo argomento, e spiega lo scemare della resistenza a cagione dei tremiti. Essa mi diede la ragione per cui Morin trovò necessario la guida, mentre io volendo evitare ogni causa d'errore adottai i due piani a guida angolare per piano di scorrimento

Già nel 1857 io pubblicai nel *Tecnico* uno scritto, in cui dimostrava un corpo fatto scorrere sopra un altro da una data forza traente, trovare assai diminuita la resistenza d'attrito nella sua direzione, se imprimesi ad esso un moto anche leggerissimo in tut'altra direzione fosse pur normale alla prima. Ciò accade perchè, una volta vinto l'attrito col mezzo di un dato lavoro consumato in qualsiasi direzione, non può altro lavoro consumarsi per vincere nuovamente l'attrito fra le due superficie istesse: e se in una direzione fu spesa una data quantità di lavoro per vincerlo, non si può in altre direzioni spenderne se non il resto che in tutto formi sempre la stessa quantità per la medesima quantità di spazio percorso dal mobile. A prima vista par tanto chiaro! È nulla più che opporre alle somma di due sforzi traenti tutta la resistenza d'attrito: far sì che l'azione totale sia eguale e contraria a tutta la reazione. Eppure vi son dei casi, che non mi sembra siano stati mai avvertiti, e nei quali la cosa non è così semplice.

Perchè i tremiti diminuiscono l'attrito, e perciò ad averne l'esatta misura bisogna che siano evitati colla massima cura? Perchè essi si risolvono in piccoli urti dati alle superficie in tutte le direzioni, il lavoro perduto in questi tremiti andando a diminuire la resistenza d'attrito, che si vuol misurare. Ed è così che si intende come nello stato prossimo al moto un urto anche piccolo vincendo per un istante buona parte della resistenza d'attrito, questa rimanga minore di quella che si ha nel moto a superficie non vibranti, e perciò la differenza dovuta al lungo contatto più non esista.

Ora quando un corpo non guidato scivola sopra una superficie piana per ogni verso, se si abbia in una delle sue generatrici trasversali una leggierissima differenza coll'orizzontale, questa accompagnata sempre dalle vicine nella lieve irregolarità formerà un piano leggerissimamente inclinato lateralmente, e il corpo cui durante l'esperienza è tolta tutta la resistenza nella direzione dello sforzo traente scivolerà tosto per quella inclinazione per quanto sia piccola. Una volta acquistata una certa quantità di forza viva in quella direzione, si ribalterà da quella parte se una guida

qualunque non lo riconduca sulla sua via. Che dire poi, se grani di polvere, o altro ostacolo, che non sia nel piano verticale che contiene il centro di gravità della slitta, venga ad opporsi al moto e tenda a far girare il sistema? La guida dovrà opporsi al movimento rotatorio, e spesso con molta energia. Insomma le guide conducono a perdite di forza viva che sono d' ignota quantità, dipendendo da mille piccole cagioni, e perciò credetti di doverle evitare.

Il guidamento automatico della mia slitta sulla superficie a piani leggermente inclinati ha risolto il problema nel modo il più semplice, e non permette al corpo di prendere la benchè menoma deviazione. Nelle esperienze preliminari, che costituiscono appunto la II serie, tutta eseguita sopra una lastra piana di ottone, era un vero impazzire prima di ottenere un paio di esperienze di qualche decimetro di corsa, le quali fossero appena tollerabili ; alle guide posteriori però, nè alle laterali, io mi volli mai adattare, e non abbandonai le prove finchè non trovai il rimedio che mi permettesse di esperimentare anche per più metri di corsa.

Ma non è solo per moti estranei, o leggere inclinazioni dovute a inevitabili o leggerissime irregolarità, che si ha questo scemamento di coefficiente d'attrito. Tutte le volte che si esperimenta su corpi così molli da poter scivolare e schizzar fuori, quando son compressi fra due superficie, accade lo stesso,

Esperimentando con grande abbondanza d'olio, trovai costantemente che ad inclinazione anche minima il corpo scendeva lungo il piano inclinato. Lasciando per ora di parlare su altri lubrificenti più o meno molli, e dei fenomeni diversi che dànno, mi limito all'olio.

Appena si colloca la slitta sopra la superficie inondata, se lo zoccolo non è di superficie troppo ristretta, non può scacciar tosto tutto il liquido del lubrificante; anzi se le superficie siano molto ampie e ben piane, il liquido va lentamente schizzando fuori dagli orli. Cosa fa questo liquido in moto fra le due superficie se non vincere l'attrito? Che meraviglia adunque che non vi sia inclinazione tanto piccola che basti a tener immobile la slitta? Quanto più scema la componente lungo il piano, tanto più lento è il moto, ma nullo sarebbe soltanto ad orizzontalità perfetta. E il lavoro motore che dà luogo a questo fenomeno si ha nella quantità di cui si abbassa il corpo scorrente per la scemata altezza dell'olio, quantità non grande, ma che moltiplicata per il peso riesce non indifferente.

Credo sia utile tener presenti tali considerazioni quando si procede agli esperimenti, ma evidentemente non è questa la vera condizione a superficie oleosa e piana. Io pertanto lasciava che l'olio fosse uscito tutto, e fra le due superficie ne rimanesse solo tanto quanto bastasse a riempiere ogni lor cavità, poi dava moto alla slitta. Ottenni sempre coefficienti dello stesso ordine delle untuose; anzi, se mai, di qualche cosa più forti. Ed è naturale. L'olio scacciato interamente lasciava la superficie presso a poco untuose, e forse per questa parte si avrebbe avuto qualche vantaggio. Ma dall'altra l'abbondante liquido, per ogni parte circondante la superficie scorrente, che nel primo posarsi su molto olio avea esclusa l'aria, non permetteva a questa di rientrare e tenere a maggior distanza i due piani, come vedremo tosto parlando delle cause d'attrito: la resistenza era proprio di metallo contro metallo, che di sua natura va sempre crescendo colla velocità.

Saggio sulle cause della resistenza d'attrito.

Finora rimasi nella regione sicura dei fatti, e procedetti francamente appoggiato ad esperienze eseguite colla massima cura, senza alcuna causa estranea di cui si dovesse tener conto e potesse mascherare come che sia i risultati.

Non posso tuttavia lasciare questo argomento senza una parola sulla cagione della resistenza dovuta all'attrito di due superficie che abbiano un moto relativo, essendosi sempre tentato di darne spiegazione da quanti ne trattarono. E tanto più devo farlo io, che ottenni nuove leggi. Forse queste permetteranno di risolvere la questione secondo i principii generali delle meccanica, non giusta idee fisiche più o meno vaghe, come ad esempio le due spazzette di Coulomb, che strisciano colle setole incagliate fra loro.

È noto che due superficie anche ben spianate e lisciate, quando si osservino al microscopio, appariscono scabre per innumerevoli prominenze e cavità. Quando ricevano un movimento relativo è inevitabile l'urto delle prominenze, ed anche l'introdursi delle più alte nelle cavità che trovano sulla superficie opposta.

D'ordinario si aggiunge che le prominenze o cedono se elastiche, o si rompono se dure, o ci spianano se molli, mentre il risaltare è prodotto dalle reazioni oblique le cui componenti parallele al piano sono opposte al verso del moto.

Alcuni autori per dar ragione del maggior valore della resistenza d'attrito, che essi in generale attribuiscono al moto relativo di due superficie *d' egual materia*, adducono la corrispondenza che si ha in tal caso fra le prominenze e le cavità a pori più o meno serrati che ogni metallo, per quanto levigato, ha in gran numero sulla sua superficie.

Così fossimo ridotti a non avere altro ostacolo che i pori intermolecolari! Sono le asprezze prodotte dal lavoro meccanico del corpo quelle che creano l'attrito nella pratica, e queste si possono diminuire sino ad un certo punto, togliere non mai. Anche a limitati ingrandimenti si vedono nel microscopio delle vere montagne che van fuori del campo quando si vedon bene le valli. Non parlo delle levigate con polveri corrodenti, perchè son pur esse ineguali, colla differenza che anche dopo molto ripulimento si vedono le polveri stesse disseminate e incastrate entro al metallo, e così cresciuta la causa d'attrito per materie estranee. Il miglior sistema è certamente quello di Whitworth, il quale col suo raschietto conduce le superficie a tale giustezza da far entrare un pezzo entro un cavo corrispondente a tenuta d'aria. Gli odierni meccanici conoscono i suoi perfetti e carissimi calibri pieni e cavi, che potrebbero servire da macchina pneumatica senza scattola stoppata di sorta. Che si debba fuggire l'attrito di un metallo fibroso su altro fibroso, lo si capisce, ma per corpi a tessitura amorfa, la considerazione della costituzione molecolare non deve punto preoccuparci. Del resto il logoramento delle superficie è, quasi direi, un elemento d'attrito per casi eccezionali soltanto; l'attrito deve dipendere principalmente da altre cause, se ha luogo con poca differenza anche per i corpi più levigati, ed anche a consumo insensibile di materia.

Gli urti obliqui delle prominenze fra loro, e il rapido incontro di altre pro-

minenze coi lati delle cavità o piccoli piani inclinati che devono salire, distruggono parte del moto e allontanano le due superficie. Tali ineguaglianze essendo a minima distanza fra loro producono un gran numero di tali movimenti normali alla direzione di scorrimento in brevissimo tempo, i quali uniti insieme sommano a non poco lavoro tolto al corpo scorrente. Avran dunque luogo molte piccole vibrazioni, come lo prova il suono destato dal dito che frega circolarmente l'orlo d'un bicchiere pieno d'acqua, quello che dànno soventi le bandelle giranti nell'arpione, e simili. Queste vibrazioni comunicandosi ai corpi circostanti si convertono in calore insensibile sulle grandi masse, ma spesso sensibile sulle piccole immediatamente congiunte al corpo scorrente, quando manchi il lubrificante.

Volendo spiegare, in modo che mi sembra evidente, il perchè la resistenza d'attrito tenda a crescere indefinitamente col crescere delle velocità, osservo che a piccolissime velocità si ha urto appena sensibile, e le prominenze salgono lentamente sul pianetto inclinato delle cavità, mentre altre si piegano elasticamente, ed altre se il corpo è molle, si spianano. Crescendo le velocità, gli urti si fanno da corpo animato da maggior velocità, e si spengono sulle varie parti della superficie opposta, cimentandone l'elasticità sempre più, finchè si arrivi a deformazioni permanenti sia nell'urtarsi delle prominenze, sia nell'incontro di una prominenza col pianetto inclinato delle cavità, sia nel ricascare in pura perdita dopo rimontate le cavità, poichè nei suoi piccoli salti una superficie non può che oscillare fra i limiti ristrettissimi di quelle ineguaglianze e perciò deve, ricascando, urtare del continuo la superficie opposta. Dissi in pura perdita, perchè il lavoro sviluppato dal grave nella sua ricaduta non ha alcuna componente nel verso del moto.

Qui si noti che la elasticità della superficie deve avere non poca influenza, poichè quando la superficie scorrente è spinta a qualche distanza della fissa per effetto delle molle molecolari urtate, cede essa pure colle sue, il centro di gravità è spinto a minor distanza con minor subitaneità, e si ha il caso dell'urto nei corpi elastici in cui è pressochè nulla la perdita di lavoro.

Queste successioni continue di piccoli urti, ascensioni, e cadute costituiscono a quanto mi sembra le cagioni meccaniche dell'attrito, e tutte crescono col crescere della velocità posseduta dal mobile dotato di una data quantità di forza viva il che condurrebbe ad una curva parabolica di 2° grado per esprimere l'accrescimento della resistenza in funzione della velocità.

Ma col crescere della velocità si devono avere pur anco delle cause che rendono minore l'attrito, poichè la resistenza arriva al suo massimo, e poi scema. Ed anche questo, o mi inganno, o mi sembra ben chiaro. La resistenza è tanto minore quanto son più basse le ineguaglianze; oltre a quanto si è detto finora, lo prova il fatto del coefficiente minore a superficie resa più eguale. Tutte le cause adunque che renderanno minori queste reciproche ineguaglianze, renderanno pur minore la resistenza.

L'aria aderisce alle superficie di tutti i corpi e lo strato aderente è bensì assai sottile, ma non esce dall'ordine di quelle minime ineguaglianze che si hanno in superficie bene spianate. Il fatto dell'enorme diminuzione d'attrito a grandissima velocità lo prova, poichè la sola aria può in quel caso servir, come dicono, da lubri-

ficante. Ora questo strato d'aria ha tutto il tempo di sfuggire fra l'una e l'altra superficie, se il moto è lentissimo. Di mano in mano che il moto si accelera, resta maggior grossezza di velo aereo, sebbene per gli urti vadasi sempre più perdendo di lavoro. Così le distanze fra le ineguaglianze della superficie vanno aumentando, e presto arriva il punto in cui la maggior perdita di lavoro per gli urti è compensata dalla maggior distanza cui son tenute le superficie; ossia dalla minor altezza relativa delle ineguaglianze, e dalla minor frequenza degli urti che ne deriva, e si ha un massimo; dopo il quale, restando sempre maggior la grossezza dello strato d'aria che non ha il tempo di sfuggire, la resistenza sempre più diminuisce, finchè si giunga a tale che tutto il velo d'aria aderente rimanga fra le due superficie durante il brevissimo scorrere di una su ciascuna parte dell'altra, e si ottenga così la minima resistenza. Ma oltre quella del velo d'aria, vi è pure altra causa che cagiona diminuzione nella resistenza d'attrito a grandi velocità. Abbiamo già veduto come manchi il tempo perchè tutta la massa della slitta risenta l'effetto di una variazione qualsiasi, se lo spazio della superficie che la cagiona sia minore di un decimo di millimetro e la velocità tocchi à 3^m. Egual cosa può dirsi anche per piccole velocità riguardo alla caduta di un corpo qualsiasi entro una cavità. Ci vuole sempre un tempo finito, perchè anche una piccola prominenza della superficie scorrente cada entro la cavità della fissa, mentre a grandi velocità manca il tempo necessario, come ognuno può trovare con semplicissimo calcolo.

Non vi ha una sola esperienza eseguita sopra superficie sgrassate, o untuose, od oleose, che non abbia condotto a questo resultato; vi è solo qualche eccezione per il ferro d'Aosta o l'acciaio giustificata pienamente dallo stato fibroso delle loro superficie.

Le cause, che fanno diminuire la resistenza d'attrito col crescere della pressione, son varie, ma a prima vista sembrano tutte di poco rilievo a confronto della grande diminuzione per accrescimento non grande nella pressione. Ho già incominciato una serie di esperimenti per schiarire questo punto, ma sia per non averli ancora terminati, sia perchè questo scritto è già troppo lungo non ne terrò parola. Solo mi basti l'osservare che tutte le fatte esperienze non mi hanno dato una sola eccezione sulla notevole diminuzione d'attrito, che se ne ricava. Essa si deduce pure da molte esperienze di Ximenes e di Coulomb.

L'aderenza che rende immobile anche contro un piano verticale la foglia d'oro applicatavi contro con piccola pressione, aderenza che è sempre costante per una data superficie, ed è detta da molti causa non ultima d'attrito, è sempre la stessa qualunque sia la massa del corpo scorrente: e perciò una resistenza eguale che si oppone a potenza crescente colla massa.

La pressione dell'aria è pure causa non lieve. La superficie scorrente che tocca la fissa per una data area, vi è spinta contro con una forza di 103,25 ch. per decimetro quadrato. Ora nelle mie esperienze ebbi una superficie di contatto che in media fu di mezzo a due decimetri, dunque ebbi una pressione di 50 o 200 ch. per il solo fatto della pressione atmosferica. Più ancora dell'adesione io penso che sia questa una causa della diminuzione d'attrito, poichè anche qui si ha una aggiunta di pressione eguale con pesi disuguali, il che si rende più

sfavorevole al peso minore: ossia si ha un accrescimento di pressione tra una superficie e l'altra che non varia, qualunque sia il peso del mobile, mentre il coefficiente d' attrito resta così inversamente proporzionale alla pressione, che non è la stessa cosa colla massa.

A grande velocità si disse che si ha il velo d'aria interposto; quanta è allora l'influenza della pressione atmosferica? Non sarà nulla, perchè fra le due superficie dovrebbesi avere libero accesso all'aria, ed invece è ben lontano dall'esser tale. Ad ogni medo è questo un punto assai importante da schiarire con esperimenti indirizzati convenientemente.

Vi ha infine una terza cagione. Ad eguale velocità l'urto di un mobile contro un ostacolo fisso, che vince e trapassa, cagionerà tanto maggior perdita proporzionale di lavoro, quanto sarà minore la forza viva del mobile stesso, un elemento del quale è appunto la massa. Ed è perciò che a velocità eguale , e massa maggiore, il mobile risentirà molto meno la perdita di lavoro accaduta nell'urto. Così si spiega infine come a massa cresciuta scemino le differenze tra il massimo ed il minimo di resistenza in funzione della velocità , che è la terza delle leggi da me trovate. Il lavoro perduto per l'urto va in perdita di forza viva, di cui tanto la massa che la velocità sono elementi. A completare tale studio esperimenterò, appena lo possa, sopra pressioni cresciute senza accrescimento della massa del mobile. Bisogna ora trovare come si disperda la forza viva tolta al mobile dalla resistenza d'attrito.

Saggio di una spiegazione sulla forza viva perduta a cagione dell'attrito.

Tutti gli autori che scrissero sopra questo argomento cercarono di dare alla grave perdita di forza viva cagionata dall'attrito una spiegazione per via della materia corrosa e del calore sviluppato; più tardi si parlò pure dei tremiti trasmessi ai corpi circostanti che a loro volta sviluppano leggero calore in grandi masse secondo l'equivalente termodinamico. Vi fu però qualche paziente calcolatore inglese, il quale dimostrò come in certe macchine che consumano più cavalli in pura perdita sui cuscinetti di un enorme volante , la materia corrosa è minima, cosicchè non renda conto nemmeno della centesima parte del lavoro perduto, mentre poi le vibrazioni sono appena sensibili; e tolta anche per questa la metà della forza viva consumata a muovere e dar così leggiero calore a grandi masse, l'altra metà trasformata in calore sui pezzi in moto farebbe fondere in pochi minuti asse e cuscinetti insieme.

Senza entrare nel ginepraio di calcoli , semplici sì , ma sempre mancanti di rigorosa esattezza a cagione dei dati su cui si possono fondare, è evidente per ciascuno che, oltre alle tre cause sopra enumerate, deve entrare nel conto un'altra causa ben più gagliarda, anche nei casi ordinarii, per dar ragione di tanta perdita.

La spiegazione che mi occorse alla mente, è assai ardita, ed entra in un campo affatto nuovo ; l'avrei taciuta ora, se non fossi da molti illustri uomini spinto vivamente a manifestarla.

Oltre ai fenomeni di evidente corrosione, di riscaldamento, e dei tremiti, ac-

cade nell'attrito altro fenomeno fisico? Sì; quando un corpo scorre sopra un'altro si sviluppa della elettricità. Questa è legata inevitabilmente coll'attrito; lo prova il nome stesso che proviene dalla materia soffregata dagli antichi.

Il modo di eccitar l'elettrico può esser anche un'altra azione meccanica, la pressione, la percussione; in tutti l'effetto muta in intensità secondo la pulitura o scabrosità della materia.

L'elettrico si può manifestare senza la materia, nel vuoto assoluto la scarica non passa.

Alcune materie scintillano d'elettrico quando si rompono, come lo zolfo e lo zucchero di cui scuote fortemente le molecole superficiali: Fusinieri, e Bizio provarono con gran numero di fatti che i solidi lasciano fuggire del continuo delle emanazioni materiali. D'altra parte la corrente elettrica si sa che trasporta della materia attenuatissima; un deflagratore d'oro lascia sulla lastra d'argento, che riceve la scintilla, una macchia d'oro. Non si finirebbe più se si volessero accennar tutti i casi in cui si verifica un vero trasporto della materia per via della corrente elettrica, sempre materia in tal minima quantità da non esser sensibile alle nostre più squisite bilance. Ma questa materia attenuata non ha bisogno d'esser tolta alla superficie del corpo, per opera soltanto della corrente elettrica. Sebbene in certi casi si possa dire che il consumo nell'attrito è sensibilmente nullo, come in cuscinetti che perdono appena qualche grammo in un anno intero, ossia una quantità inapprezzabile per es. in un ora, pure qualche minuzzolo si perde ad ogni momento. Se si fa il calcolo, si trovano tali quantità che non si possono nemmeno comprendere, tanti sono gli zeri che precedono la prima cifra significativa. Cosifatta tenuità della materia ha la densità di un gas rarefatto enormemente. Se si vuole averne un'idea, vadasi progressivamente osservando la limatura della lima, poi la polvere che tolgono ad un corpo le coti di smeriglio di più in più fine, finchè non si osservi che una leggera traccia per es. una lucentezza metallica sulla superficie della cote finissima; poi il leggero sporcarsi di una carta ben levigata se si strofina lungamente sul metallo pulitissimo. Infine è facile il concepire come si abbia staccamento menomissimo di materia dai nostri panni, dai mobili, da tutto infine ciò che viene in contatto con altri corpi anche per un istante, poichè dopo molti anni questi arnesi si mostrano logorati. Non è possibile toccare un corpo senza che se ne stacchino delle particelle. Ora questa materia così enormemente attenuata, approntata dall'attrito, non sarà trasportata dall'elettrico? E se lo è, con quanta velocità sarà trasportata? Non ostante le differenze relativamente piccole che vari esperimentatori hanno trovato, tutti la riconobbero enorme, tale da far più volte il giro del nostro globo in un secondo.

Io dico adunque che un minimo di materia, animata da una velocità enormissima, può dare una quantità di forza viva che corrisponde alla perdita dovuta all'attrito.

Che il moto di cui son dotati i conduttori interpolari, per es. in una pila, non sia di vibrazione, ma sia in tutto paragonabile ad una corrente fluida, obbedendo a tutte le leggi dei fluidi in moto, e soddisfacendo alla equazione di continuità, lo provò il P. Secchi ad evidenza, riunendo tutte le prove fornite da tanti fisici

che se ne occuparono. E nel discutere quale sia questo fluido l'illustre autore del l'*Unità delle forze fisiche* riconosce che dall'esterno del corpo elettrizzato si tolgono e trasportano dall'elettrico delle particelle solide, ma pensa che forse in parte si risolvano in atomi di materia semplice od etere.

Newton nella sua *Ottica*, questione 23, dice appunto che l'ultimo passaggio della materia sarebbe una esaltazione delle vibrazioni degli atomi costituenti la dissociazione dei gruppi che formano le molecole elementari, per la quale la materia non presenterebbe più i caratteri della ponderabilità, ma sarebbe mutata in quella sostanza sottilissima che dicesi etere.

Io non li seguirò in questa discussione assai sottile e per me ora inutile, nè sull' atmosfera solida e sottilissima che alcuni fisici ammettono intorno ad ogni corpo, e simili; mi basta che la somma attenuazione della materia sia stata accettata a priori, come io la dimostro col fatto delle piccole quantità di materia che in lungo periodo di anni perdono i corpi a minuzzoli insensibili alla volta, per via dei continui toccamenti; e che a cagione della corrente elettrica sviluppata per attrito e del suo trasportare particelle di materia solida sia dimostrata la seguente proposizione:

« Materia attenuata fino ad un limite quanto si voglia piccolo, quasi un infinitesimo di materia, animata da velocità tanto grande che rispetto a quelle che ordinariamente animano i solidi può dirsi quasi infinita, fornisce una quantità finita di forza viva che corrisponde appunto alla perdita dovuta all'attrito, finora rimasto senza spiegazione ».

Per avvicinarsi esperimentalmente con qualche approssimazione a poter riconoscere gli elementi di questo fatto, come pure i dati precisi sulla quantità di forza viva perduta, e sul calore direttamente sviluppato nel mobile, nei tremiti ecc. ci vorrebbero delle esperienze speciali che per ora non mi riesce possibile d' intraprendere. Spero di poter in seguito procedere anche su questa questione agli opportuni esperimenti.

Conclusione.

Credo d'aver dimostrato ad esuberanza la verità delle tre leggi, per le quali il coefficiente d'attrito:

Cresce collo scemare della pressione specifica: l' accrescimento essendo assai grande per le superficie untuose, piccolo per le sgrassate.

Cresce rapidamente col crescere della velocità; e dopo toccato un massimo che sta fra uno e due metri al secondo, scema con rapidità poco differente; in seguito di più in più lentamente.

Quanto è maggiore la pressione specifica, tanto è minore la differenza tra il massimo ed il minimo, quando si passa per la stessa serie di velocità diverse.

Fra il gran numero delle esperienze scelsi le più concludenti; cioè quelle che riunite in gruppi di varie pressioni eran fatte ad inclinazione costante del piano, e non troppa accelerazione. Non potendo ingrossare oltre misura il volume mi limitai

così, ma se sulle altre che tralasciai avessi potuto scorgere una variazione alle leggi trovate, mi sarei creduto in debito di accennarlo come fece Coulomb per le tante che non credette di comprendere nella sua Memoria. Molte furono anche abbandonate per cause estranee ai vero attrito che ne aveano alterato l'andamento, in modo da fornire soltanto una serie di sbalzi, e in questa categoria dissi già che ho messo tutte le prime, e quelle eseguite in condizioni atmosferiche sfavorevoli. Fra le conservate ve ne sono molte di tanta regolarità, che a mala pena posso credere io stesso, giacchè la curva passa per tutti i punti, come se fosse stata geometricamente delineata. E si pensi che tutte le mie curve sono alla scala del vero; un millimetro di più, sui tre o quattrocento pecorsi del mobile in un decimo di secondo a tre o quattro metri di velocità, si mostra in un millimetro in più anche sulla mia curva.

Le conseguenze che si possono ricavare nella pratica di queste leggi sono di più sorte.

Le prime esperienze, a superficie ancora non usata, sono utili in molti casi, come pei varamenti e per ogni altra manovra con cui si voglia far scorrere un corpo lungo un piano inclinato.

Le esperienze fatte dopo una serie che avea tolto ogni variabilità servono invece per tutti i pezzi in moto continuo, come nelle macchine.

Alcuna volta si ha bisogno di trovare le condizioni di pressione e velocità che conducono al massimo attrito, quando cioè questo sia utile, come nelle zeppe, nelle viti di pressione, negli arresti, nei manicotti d'attacco, nei freni, e nelle locomotive stesse in rapporto alla quantità di ruote accoppiate.

Altre volte si ha bisogno d'ottenere il minimo d'attrito, anzi è questo il caso più frequente, come nella massima parte degli organi d'una macchina, e specialmente nelle viti motrici che dànno luogo a tanta perdita di lavoro, e ne possono far perdere molto meno specialmente se tenute lontane da quelle condizioni di velocità per cui si è vicini al massimo, potendosi ciò fare col mettere prima o dopo di esse le ruote dentate od altri organi che servono ad accrescere la velocità od a scemarla.

E giovandosi delle considerazioni fatte più sopra intorno all'attrito di una superficie scorrente sull'altra, quando riceva un moto in direzione normale, si potrà in certi casi render presso che nullo l'attrito, Negli strumenti dinamometrici ed altri congegni misuratori, in cui non si vorrebbe aver da calcolare la causa perturbatrice proveniente dall'attrito, cio è applicabile; ma prima del meccanico se ne servì il cavatore di pozzi, che, volendo estrarre la sua trivella da un pozzo modenese, la fa girare mentre la tira in su, il falegname facendo il medesimo nel legno, perfino chiunque voglia riuscire a sturare una bottiglia girando il turacciolo mentre lo tira. Queste ed altre simili considerazioni sono feconde di molte utili applicazioni. E per prendere quella che sembra la più volgare, ed è invece molta istruttiva, teniamoci allo sturamento della bottiglia.

Poniamo che la pressione del turacciolo nel collo sia minore di quella che si sviluppa nel tirare a sè il turacciolo per lo più ingrossato di molto al suo estremo inferiore. Per ridurlo a minor diametro in modo che esca, bisogna usare uno sforzo di compressione non piccolo, quando sia passato del tempo da che fu la bottiglia tappata, il sovero avendo potuto allargarsi nella parte più larga del collo, perdere

ogni deformazione, e richiedere nuova forza per restringersi alla misura richiesta dalla parte superiore del collo per cui deve passare. Lo sforzo necessario a ciò può superare l' energia dei muscoli delle mani, tanto più che lo sforzo di schiacciamento fa crescere d' assai la pressione del turacciolo nel vetro, e rende assai maggiore l' attrito. Ma si giri lentamente a mano il turacciolo, che come sta, si è già deformato permanentemente, e non fa più sì grande pressione; e allora, tolto l' attrito fra le due superficie, lo sforzo traente sarà tutto impiegato a comprimere e far scorrere il turacciolo all' insù. Nè sarà bisogno che vincasi direttamente tutta la resistenza, poichè con spire di piccolissimo passo si andrà come sopra un piano poco inclinato vincendola gradatamente; nuovo modo di accumulare energia per operare col tempo un dato lavoro.

Potrei addurre molti altri esempi per dimostrare i vantaggi che si hanno in una scelta conveniente di velocità e di pressione. Ma non sarebbero forse opportuni nel presente scritto. Mi riservo di completare quanto dissi in questa prima Memoria, allorchè saranno in mia mano tutti i dati sperimentali sull' attrito nello stato prossimo al moto, e sulla varia resistenza con lubrificanti e detergenti diversi; dati che in parte ho già ottenuti nelle esperienze delle altre quattro serie, di cui diedi per ora qualche esempio soltanto.

APPENDICE STORICA.

In sullo scorcio del 1857 io pubblicava sul periodico mensile *il Tecnico*, da me diretto per la parte meccanica, in Torino, due Memorie « Sul varamento del *Leviathan*, e sui fenomeni di attrito da me osservati in altri varamenti che ne modificano le leggi ricevute fino ad ora nella scienza. » Dopo aver riferito le inutili prove a vararlo, io scriveva: « procuriamo di rintracciare l'errore che mette » in pericolo per la resistenza d'attrito mal calcolata una costruzione nella quale » si sono spesi più di nove milioni, pesando il solo scafo più di 12000 tonellate ». E aggiungeva « che la costante pratica dell'Ammiragliato dava differenti inclina- » zioni secondo i diversi pesi che si varavano in vase ed anguille di eguale su- » perficie, cosicchè al vascello *Royal Albert* che dava una pressione per cen- » timetro quadrato di 2,^{ch}850 l'angolo della vase si fissava a 3° 35′, mentre alla » *Miranda*, corvetta che forniva la pressione specifica di ch. 1,365, si dava ben » 4° 35′ d'inclinazione. » Ricordai pure che « per l'acciaio sul ghiaccio, Rennie avea » trovato

2° 18′	alla pressione di	5000^{ch}
1° 43′		20000
0° 48′		180000

Lamentando le tante « questioni interessantissime che non furono per anco sfio- » rate da chi esperimentò sull'attrito, lavoro tutto da rifarsi » passai in una seconda Memoria a dire che mi sembrava l' attrito non solo scemasse col crescere della pressione, ma crescesse col crescere della velocità, e ciò nei limiti usuali di velocità e di pressione. Credo sia pregio dell'opera il riferire qui le poche righe in cui sono narrati quegli sforzi veramente giganteschi e le prove che sui fatti osservati da me nei cantieri di Woolwich e di Millwall diedi allora di quest'altra legge. Per ispin- » gere il *Leviathan* giù pel piano inclinato, si usarono sforzi così giganteschi da » sorpassare di gran lunga quanto finora erasi osato tentare e quasi direbbesi im- » maginare. Non meno di duemila e trecento tonnellate di sforzo normale alla chi- » glia, parte esercitato per via di trazione, parte per ispinta, diedero luogo a fe- » nomeni affatto straordinari di resistenza dei materiali, i quali fenomeni meritano » di essere brevemente ricordati prima di procedere più innanzi nell'argomento pre- » cipuo di questa Memoria. »

« Un torchio idraulico, il corpo di tromba del quale avea 26 centimetri di dia-
» metro interno e 15 centimetri di grossezza alle pareti, lasciò trapelare l'acqua in
» copiosa rugiada alla pressione di circa 600 atmosfere; l'acqua in breve ingenerò
» l'ossido otturatore, ed il ritardo che ebbero a soffrire i lavori fu corto. »

« Accresciuta ancora la pressione e pervenuta a quasi 800 atmosfere, il corpo
» di tromba si squarciò. Quantunque noi possediamo i valori precisi delle pressioni,
» misurati alla leva della valvola di sicurezza, li accenniamo in numeri rotondi per-
» chè, colla incertezza inseparabile da questo modo di osservare, ci ripugna di dare
» le unità senza essere realmente sicuri sulla cifra delle decine , e con ciò inge-
» nerare nella mente dei lettori l'idea d'un rapporto preciso che di fatto può non
» esistere. »

« Scoppiato uno dei torchi idraulici, si fece maggior forza sugli altri e si ar-
» rivò al punto da ridurre in minuti frantumi uno stantuffo di 18 centimetri di
» diametro! »

« Le ancore più colossali del *Trotman* non essendo sufficienti ad amarrare i
» pontoni su cui erano collocati gli argani, si fissarono questi ad alcuni grossi pali
» piantati sulla riva opposta del Tamigi. Ma la tensione delle catene divenne tanto
» enorme da romperle una dopo l'altra. Si diedero alle catene le proporzioni più
» straordinarie e quando vi si esercitò sopra lo sforzo di circa cento tonnellate, il
» tamburo dell'argano si ridusse in pezzi. Non avendo più cosa rompere, si lasciò
» il *Leviathan* in pace, e non potendosi chiedere alla pratica alcun altro aiuto, per-
» chè tutti i suoi mezzi furono esauriti, si pensò di ricorrere agli insegnamenti
» della scienza. »

« Ella è cosa ben dolorosa che, prima di ingolfarsi in una operazione tanto im-
» portante e dispendiosa, non siasi pensato ad istudiare scientificamente le particolarità,
» sia raccogliendo e discutendo i fenomeni osservati in altri varamenti, sia facendo
» qualche sperimento sui corpi agenti per attrito gli uni sugli altri con date pres-
» sioni per unità di superficie e con date velocità. Col dispendio di poche migliaia
» di lire si sarebbero per certo risparmiati due milioni, chè l' abilità e la sagacia
» nello sperimentare non mancano in Inghilterra, sibbene è troppa la fiducia nelle
» consuetudini pratiche, nelle conoscenze generali acquistate più a forza di logiche
» meditazioni e di buon senso , che per via di chiare e rigorose conoscenze scien-
» tifiche. Dato un angolo limite, che in generale per tutti i corpi sta fra i 4° ed
» i 5°, se siano spalmati di intonachi grassi, non si riputò necessario il fare ricerche
» più accurate, stimando bastasse una tale approssimazione, non vedendo che ciò
» può esser vero finchè si sta nella cerchia delle costruzioni ordinarie, ma che
» quando si assumono lavori nuovi, i quali racchiudono problemi non ancora sciolti,
» l'analogia spesse volte inganna e travia completamente, mentre l'approssimazione
» può non arrivare alla metà del vero, per non dir di più.

» Colla scorta di esperimenti eseguiti in iscala affatto insufficiente si credette
» di poter annunziare da alcuni autori, qual legge fisica definita, che il valore del-
» l' angolo limite d'attrito è indipendente anche dalla velocità.

Che nol sia lo dimostro come segue:

» I valori degli angoli di inclinazione delle vase all'orizzonte, presi nel loro
» successivo progredire di 50 in 50 piedi, sono i seguenti:

Corvetta *Peral*

Alla partenza	4°	10′	13″
a 50^p	4°	21′	13″
100^p	4°	32′	13″
150^p	4°	43′	13″
200^p	4°	43′	13″
250^p	5°	5′	13″

« Da queste cifre nulla si può arguire di ben definito, perchè dopo aver tro-
» vato che stando fra quei limiti si ha la certezza di non cadere in gravi inconve-
» nienti, non si curarono i costruttori di definire rigorosamente ed in modo generale
» la questione. Da esse però si può con tutta sicurezza ricavare che col crescere
» della velocità aumenta la resistenza dovuta all' attrito, ciò non proviene dall' in-
» taccarsi che facciano le superficie sfreganti, come per uscir d' impaccio troppo
» lestamente dichiararono alcuni autori, sibbene da legge fisica messa fuor di ogni
» dubbio dai fenomeni osservati nei varamenti, al pari di quella che vedemmo
» toccare la pressione per unità di superficie. »

Dopo aver accennato un mezzo abbastanza semplice per tentare un rimedio di poca spesa, cavato da pochi esperimenti che avea fatto anni prima nel Belgio, io finiva la memoria dicendo :

« Noi crediamo che con tal mezzo si potrebbe accompagnare il *Leviathan* fino
» al basso del suo piano inclinato in modo che potesse venir messo a galla dalla sus-
» seguente marea. Ad ogni modo, essendo il mezzo proposto assai facile a mettersi
» in pratica, speriamo che verrà usato insieme a quegli altri che l' abilità e lo
» svegliato ingegno di M. Brunel avrà immaginati. Noi gli auguriamo di tutto
» cuore una felice e pronta riuscita, e la prova più chiara crediamo avergliela data
» col togliere dal programma d'un lavoro sull'attrito queste poche idee ed osserva-
» zioni sperimentati, che avremmo voluto tener fra le nostre carte finchè ci fosse
» stato concesso di poterne trattare in modo per quanto sia possibile completo, col
» necessario corredo di esperimentali ricerche. »

La guerra del 1859 per la quale entrai nell'esercito, e poi le occupazioni parlamentari mi tolsero per alcuni anni ogni possibilità di mettere come sia in atto il mio programma, quando lessi nel Giornale Ufficiale dell' Aprile 1861 una nota dell'illustre Sella, il quale esperimentando con piccolo apparecchio avea riconosciuto che l' attrito fino alla velocità di mezzo metro cresce con essa, e che negli stessi corpi l' attrito varia secondo la loro nettezza; anche fin oltre il doppio col continuare del fregamento. Sebbene la politica avesse tolto alla scienza quell'abilissimo cultore, tuttavia, avendo la più alta stima del suo ingegno, mi confermai ancor più nella giustezza dei dubbi espressi da tanti e da me su questo argomento, e mi fecero sentire anche più vivo il desiderio di occuparmene a lungo. Appena lo potei nel 1871 e 72, essendo Direttore delle Officine del Genio Militare, diedi mano ad

alcune serie di esperienze con apparecchi appositi: serie che avrei voluto terminare. Ne ricavai però tanti dati quanti bastano ora a fissare la resistenza d'attrito nelle condizioni ordinarie delle macchine. Vi sono molti altri studi da fare su questo argomento, il quale costituisce la causa principale delle differenze che si trovano in meccanica applicata dopo aver trattato le varie parti della meccanica razionale.

Se arrivai a stabilire con dati numerici precisi le varie leggi dell'attrito, non intendo che ciò sia di offesa a coloro i quali si affaticarono pel passato coi mezzi assai meno esatti del loro tempo a determinarle. Per parlare soltanto del Generale Morin, io son certo avrebbe saputo giovarsi assai meglio di me, dei tanti mezzi della fisica odierna; e, se ho dovuto entrare in discussione critica sopra il suo apparecchio, egli è che non potea farne a meno se volea dimostrare le ragioni inevitabili delle essenziali differenze fra i suoi resultati ed i miei.

Così pure, se parlando degli ingegneri Bochet e Poirée feci delle osservazioni sopra i metodi sperimentali necessariamente inesatti che essi stessi lamentano, si è per poter eliminare quella parte del loro lavoro che tratta delle velocità ben piccole sulle ferrovie, come a dire fino ai quattro metri, per essi di poca importanza, ma invece per me importantissime, perchè sono le consuete nella massima parte delle macchine.

III^a SERIE

Ghisa su Ghisa

Sgrassate Esp.	1344
»	1345
»	1346
»	1347
»	1348
»	1349
»	1350
Untuose	1359
»	1360
»	1361
»	1362
»	1363
»	1364
Untuose	1369
e spruzzate	1370
d'acqua	1371
Oleose	1411
»	1412

Esperienza 1344.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0,"1 *Tang.* α = 0,26633.
Segno *Carico totale Chil.* 45,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8349,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\ A$ — Σ	f
36	30	0,4	1,085	0,0271	6,6624	0,1505
66	39	0,6	1,075	0,0289	6,7071	0,1516
105	51	0,8	1,040	0,0310	6,8678	0,1552
156	62	1,0	0,970	0,0332	7.1911	0,1625
218	74	1,2	0,905	0,0363	7,4903	0,1693
292	80	1,4	0,895	0,0414	7,5317	0,1702
372	93	1,6	0,970	0,0488	7,1755	0,1621
465	106	1,8	1,030	0,0568	6,8885	0,1557
571	114	2,0	1,075	0,0653	6,6707	0,1507
685	123	2,2	1,105	0,0742	6,5223	0,1474
808		2,4	1,125	0,0838	6,4197	0,1451
Manca una scintilla						
1081	149					
1230	160					
1399	171					
1561	177					
1738	194					
1932	199 ${}^1/_2$					
2131 ${}^1/_2$	212					
2343 ${}^1/_2$	224 ${}^1/_2$					
2568	234					
2802	247					
3049						

Esperienza 1345.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* α = 0,26633.
Segno I *Carico totale Chil.* 85,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 15674. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — M A — Σ	f
35 ½						
	27 ½					
63		0,4	1,090	0,0272	12,4869	0,1503
	39 ¼					
102 ¼						
	49	0,6	1,080	0,0290	12,5724	0,1513
151 ¼						
	60 ½					
211 ¾		0,8	1,045	0,0311	12,8758	0,1550
	71 ½					
283 ¼						
	81 ¾	1,0	0,990	0,0336	13,3535	0,1607
365						
	94	1,2	0,935	0,0369	13,8304	0,1665
459						
	103					
562		1,4	0,925	0,0419	13,9127	0,1675
	109 ½					
671 ½						
	128 ½	1,6	0,990	0,0492	13,3379	0,1606
800						
	131					
931		1,8	1,050	0,0572	12,8061	0,1541
	140					
1071						
	151	2,0	1,090	0,0656	12,4485	0.1498
1222						
	160 ½					
1382 ½		2,2	1,125	0,0746	12,1339	0,1461
	169 ½					
1552		2,4	1,145	0,0842	11,9497	0,1438
	181 ½					
1733 ½						
	191 ½					
1925						
	203					
2128						
	214 ½					
2342 ½						
	225 ½					
2568						
	237					
2805						
	249					
3054						
	260					
3314						

Esperienza 1346.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0,"1 *Tang.* α = 0,26633.
Segno × *Carico totale Chil.* 165,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°.2 *Press. per M.*² » 30323. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
51	34	0,4	1,100	0,0273	24,0128	0,1494
85	44 $\frac{3}{4}$	0,6	1,090	0,0292	24,1798	0,1504
129 $\frac{3}{4}$	56 $\frac{1}{2}$	0,8	1,060	0,0314	24,6843	0,1536
186 $\frac{1}{4}$	66 $\frac{3}{4}$	1,0	1,020	0,0342	25,3571	0,1578
253	78	1,2	0,980	0,0378	26,0290	0.1620
331	89	1,4	0,960	0,0426	26,3620	0,1640
420	100	1,6	1,020	0,0497	25,3416	0,1577
520	108	1,8	1,070	0,0576	24,4892	0,1524
628	121	2,0	1,115	0,0660	23,7208	0,1476
749	130 $\frac{1}{2}$	2,2	1,150	0,0751	23,1206	0,1438
879 $\frac{1}{2}$	138 $\frac{1}{2}$	2,4	1,170	0,0847	22,7732	0,1417
1018	146					
1166	159					
1325	169					
1494	180					
1674	191					
1865	202					
2067	214					
2281	225					
2506	238					
2744	247					
2991	261					
3252						

Esperienza 1347.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* α = 0,26633.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8349,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190

Spazio percorso	Velocità per $\alpha + {}^1/_5$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
45 ½	31 ½	0,4	1,080	0,0270	6,6858	0,1511
77	41	0,6	1,070	0,0288	6,7305	0,1521
118	52	0,8	1,035	0,0309	6,8912	0,1557
170	62	1,0	0,965	0,0331	7,2145	0,1630
232	73	1,2	0,890	0,0360	7,5604	0,1708
305	84	1,4	0,885	0,0412	7,5785	0,1712
389	94	1,6	0,960	0,0486	7,2223	0,1632
483	103	1,8	1,020	0,0566	6,9352	0,1567
586	114	2,0	1,060	0,0650	6,7408	0,1523
700	121 ½					
821 ½	131 ½					
953	140					
1093	148					
1241	159					
1400	167 ½					
1567 ½	177 ½					
1745	189					
1934	199 ½					
2133 ½	209 ½					
2343	221					
2564						

Esperienza 1348.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0,"1 *Tang.* $\alpha =$ 0,26633.
Segno *Carico totale Chil.* 165,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 30323. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
36	27	0,4	1,095	0,0273	24,0972	0,1499
63	38	0,6	1,085	0,0291	24,2643	0,1510
101	48	0,8	1,055	0,0313	24,7688	0,1541
149	59 ${}^3/_4$	1,0	1,015	0,0341	25.4416	0,1583
208 ${}^3/_4$	70 ${}^1/_4$	1,2	0,975	0,0377	26,1135	0,1625
279	81	1,4	0,960	0,0426	26,3620	0,1640
360	92	1,6	1,015	0,0496	25,4261	0,1582
452	102	1,8	1,065	0,0575	24,5737	0,1529
554	112 ${}^1/_2$	2,0	1,110	0,0659	23,8053	0,1481
666 ${}^1/_2$	123 ${}^1/_2$					
790	132					
922	141					
1063	152					
1215	161					
1376	173					
1549	182					
1731	195					
1926	205					
2131						

Esperienza 1349.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Siriscia VIII. *Interruzioni a* 0,"1 *Tang.* α = 0,26633
Segno *l* *Carico totale Chil.* 125,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 22999. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — M A — Σ	f
34						
	25 ½	0,4	1,080	0,0270	18,4622	0,1515
59 ½						
	36 ½	0,6	1,065	0,0287	18,6527	0,1530
96						
	46					
142		0,8	1,035	0,0309	19,0348	0,1562
	58					
200						
	69	1,0	0,995	0,0337	19,5444	0,1603
269						
	79 ½					
348 ½		1,2	0,950	0,0372	20,1173	0,1650
	89 ½					
438						
		1,4	0,935	0,0421	20,3046	0,1666
Mancano quattro scintille						
		1,6	0,099	0,0492	19,5929	0,1607
1031						
	148					
1179						
		1,8	1,040	0,0570	18,9446	0,1554
Manca una scintilla						
		2,0	1,085	0,0655	18,3597	0,1506
1500						
	176 ½					
1676 ½		2,2	1,120	0,0745	17,9023	0,1469
	186 ½					
1863						
	199	2,4	1,140	0,0841	17,6365	0,1447
2062						
	208					
2270						
	220					
2490						
	232					
2722						
	242					
2964						
	256					
3220						

Esperienza 1350.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* α = 0,26633.
Segno + *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8349,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
40						
	29					
69		0,4	1,070	0,0268	6,7324	0,1521
	42					
111		0,6	1,055	0,0285	6,8005	0,1540
	53					
164		0,8	1,010	0,0304	7,0070	0,1584
	62					
226		1,0	0,945	0,0327	7,3079	0,1651
	75					
301		1,2	0,880	0,0358	7,6071	0,1719
	85					
386 ?		1,4	0,875	0,0410	7,6251	0,1723
	95					
481		1,6	0,950	0,0484	7,2689	0,1642
	104					
585		1,8	1,015	0,0565	6,9585	0,1572
	115					
700		2,0	1,050	0,0648	6,7875	0,1534
	122					
822		2,2	1,080	0,0738	6,6389	0,1500
	132					
954		2,4	1,100	0,0833	6,5364	0,1477
	140					
1094						
	148					
1242						
	160					
1402						
	170					
1572						
	180					
1752						
	189					
1941						
	199					
2140						
	210					
2350						
	222					
2572						
	231 $\frac{1}{2}$					
2803 $\frac{1}{2}$						
	244 $\frac{1}{2}$					
3048 ?						
	254 $\frac{1}{2}$					
3302 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1359.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* α = 0,163.
Segno ✝ *Carico totale Chil.* 85,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 16009. *Superf. resistente all'ario* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
86 ½	41 ¾	0,6	1,110	0,0295	4,0510	0,0477
128 ¼	54	0,8	1,010	0,0304	4,9231	0,0580
182 ¼	65 ¾	1,0	0,850	0,0309	6,3195	0,0745
248	77	1,2	0,630	0,0319	8,2401	0,0971
325	87 ½	1,4	0,490	0,0335	9,4598	0,1115
412 ½	97 ½	1,6	0,450	0,0386	9,8039	0,1155
510	107	1,8	0,445	0,0453	9,8408	0,1160
617	115	2,0	0,445	0,0529	9,8332	0,1159
732	122					
854	124					
978	129					
1107	135					
1242	140					
1382	145					
1527	150					
1677	155					
1832	160					
1992	155					
2157	171					
2328	174					
2502	176					
2678	180					
2858						

Esperienza 1360.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* α = 0,163.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 165,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 30971 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
105 ½	49 ½	0,6	1,200	0,0313	6,3429	0,0386
155	61	0,8	1,120	0,0325	7.6929	0,0469
216	74	1,0	1,030	0,0344	9,2109	0,0561
290	85	1,2	0,920	9,0366	11,0666	0,0674
375	95	1,4	0,850	0,0405	12,2449	0,0746
470	104	1,6	0,810	0,0457	12,9153	0,0787
574	114	1,8	0,795	0,0522	13,1621	0.0802
688	123	2,0	0,790	0,0597	13,2390	0,0806
811	130					
941	140					
1081	147					
1228	157					
1385	165					
1550	173					
1723	182					
1905	192					
2097	199					
2296	206 ½					
2502 ½	214 ½					
2717						

Esperienza 1361.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 071 *Tang.* $\alpha = 0,163$.
Segno *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0.0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8528,3 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
148		0,6	0,950	0,0264	2,8914	0 ,0640
	53					
201		0,8	0,850	0,0272	3,3557	0,0742
	65					
266						
	73					
339						
	83					
422						

Esperienza 1362.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno I *Carico totale Chil.* 165,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 30971. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
93						
	46 ½	0,6	1,210	0,0315	6,1738	0,0376
139 ½						
	59 ½	0,8	1,130	0,0327	7,5237	0,0458
199						
	72					
271		1,0	1,050	0,0348	8,8727	0,0541
	83					
354						
	95 ½	1,2	0,935	0,0369	10,8129	0,0659
449 ½						
	105 ½	1,4	0,870	0,0409	11,9067	0,0725
555						
	116					
671		1,6	0,835	0,0462	12,4925	0,0761
	125					
796						
	134	1,8	0,825	0,0527	13,6549	0,0771
930						
	141					
1071		2,0	0,820	0,0602	13,7318	0,0776
	148 ½					
1219 ½						
	158 ½					
1378						
	166					
1544						
	174 ½					
1718 ½						
	184 ½					
1903						
	191 ½					
2094 ½						
	200 ½					
2295						
	209					
2504						

Esperienza 1363.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno + *Carico totale Chilog.* 125,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 23490 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
94						
	48	0,6	1,170	0,0307	5,1876	0,0417
142						
	61	0,8	1,080	0,0318	6,3394	0,0509
203						
	70	1,0	0,993	0,0360	7,4500	0,0598
273						
	85	1,2	0,870	0,0356	9,0257	0,0725
358						
	94	1,4	0,780	0,0391	10,1751	0,0817
452						
	103 $\frac{1}{2}$	1,6	0,730	0,0441	10,8106	0,0868
555 $\frac{1}{2}$						
	114 $\frac{1}{2}$	1,8	0,700	0,0503	11,1887	0,0899
670						
	122	2,0	0,690	0,0577	11,3094	0,0908
792						
Manca una scintilla						
1058						
	143					
1201						
	152					
1353						
	158 $\frac{1}{2}$					
1511 $\frac{1}{2}$						
	166 $\frac{1}{2}$					
1678						
	174					
1852						
	183					
2035						
	189					
2224						
	198					
2422						
	202					
2624						
	209					
2833						
	215					
3048						

Esperienza 1364.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8528,3 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
142 ½		0,6	0,95	0,0264	2,8914	0,0640
	52 ½					
195		0,8	0,85	0,0272	3,3557	0,0742
	64					
259						
	72					
331						
	81 ½					
412 ½						

Esperienza 1369.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa; untuose e spruzzate.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8528,3 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
19 ½	23 ½	0,2	0,925	0,0227	3,0114	0,0666
43	34	0,4	1,000	0,0254	2,6599	0,0588
77	43	0,6	1,120	0,0297	2,0975	0,0464
120	52 ½	0,8	1,260	0,0353	1,4408	0,0319
172 ½	62 ½	1,0	1,350	0,0406	1,0170	0.0225
235	76	1,2	1,390	0,0458	0,8257	0,0183
311	87	1,4	1,400	0,0512	0,7738	0,0171
398	100	1,6	»	0,0572	0,7678	0,0170
498	116	1,8	»	0,0640	0,7610	0,0168
614	129	2,0	»	0,0716	0,7534	0,0167
743	144	2,2	»	0,0800	0,7450	0,0165
887	156 ½					
1043 ½	170 ½					
1214	186					
1400						
Manca una scintilla						
1813	227					
2040						

Esperienza 1370.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose e spruzzate.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno ✝ *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8528,3 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — M A — Σ	f
15 ½	23	0,2	1,240	0,0288	1,5403	0,0341
38 ½	36	0,4	1,260	0,0305	1,4456	0.0320
74 ½	49 ½	0,6	1,280	0,0328	1,3503	0,0299
124	62	0,8	1,310	0,0362	1,2074	0,0267
186	74	1,0	1,350	0,0406	1,0170	0,0225
260	85 ½	1,2	1,390	0,0458	0,8257	0,0183
345 ½	100 ½	1,4	1,400	0,0512	0,7738	0,0171
446	113 ½	1,6	»	0,0572	0,7678	0,0170
559 ½	128 ½	1,8	»	0,0640	0,7610	0,0168
688	141	2,0	»	0,0716	0,7534	0,0167
829	156 ½	2,2	»	0,0800	0,7450	0,0165
985 ½	168 ½	2,4	»	0,0891	0,7359	0,0163
1154	184	2,6	»	0,0991	0,7259	0,0161
1338	197	2,8	»	0,1100	0,7150	0,0158
1535	213					
1748	226					
1974	240					
2214	254					
2468	268					
2736	282					
3018						

Esperienza 1371.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, untuose e spruzzate.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,163.
Segno θ *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto in M.*² 0,0053.
Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 8528,3 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
21 ½	21	0,2	0,875	0,0217	3,2449	0,0718
42 ½	30	0,4	0,950	0,0244	2,8934	0,0640
72 ½	39 ½	0,6	1,080	0,0290	2,2843	0,0505
112	49 ½	0,8	1,190	0,0339	1,7678	0,0391
161 ½	57	1,0	1,280	0,0392	1,3440	0,0297
218 ½	70 ½	1,2	1,315	0,0443	1,1760	0,0260
289	81	1,4	1,320	0,0496	1,1475	0,0254
370	95	1,6	»	0,0556	1,1415	0,0253
465	107	1,8	»	0,0624	1,1347	0,0251
572	122	2,0	»	0,0700	1,1271	0,0249
694	134	2,2	»	0,0784	1,1187	0,0247
828	148					
976	159					
1135	175					
1310	187					
1497	199					
1696	214					
1910	227					
2137	241					
2378	251					
2629						

Esperienza 1411, e 1412.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ghisa, oleose.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,1655.

Segno *I della* 1411 ✝ *della* 1412 *Carico totale Chil.* 45,6 *Superf. del contatto M.*² 0,0420.

Temp. 7°,2 *Press. per M.*² » 1075,8 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $-MA-\Sigma$	f
Esp. 1412						
60		0,4	0,930	0,0240	3,0964	0,0685
94 ½	34 ½	0,6	0,790	0,0233	3,7482	0,0830
144	49 ½	0,8	0,635	0,0230	4,4694	0,0989
190	46	1,0	0,455	0,0231	5,3064	0,1174
251	61	1,2	0,260	0,0237	6,2127	0,1375
319	68					
Esp. 1411						
384						
474	90					
570	96					
675	105					
784	104					
894	110					
1005 ½	111 ½					
1119 ½	114					
Manca una scintilla						
1350	121					
1471						

Ghisa su Acciaio.

Sgrassate	1035	Bagnate	1218
»	1036		
»	1037	Oleose	1222
»	1038	»	1223
»	1040		
»	1041	Untuose	1284
»	1042		
		Untuose e spruzzate d' acqua	1293

Esperienza 1035.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0,″1 *Tang.* $\alpha = 0{,}26633$.
Segno / *Carico totale Chilog.* 44,55. *Superf. del contatto in M.*² 0,0012.
Temperatura 23°,5 *Pressione per M.*² » 36029. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
34	23 $\frac{3}{4}$	0^m,4	0,845	0,0224	7,6033	0,1759
57 $\frac{3}{4}$	33 $\frac{1}{4}$	0,6	0,780	0,0230	7,8984	0,1872
91	40 $\frac{1}{2}$	0,8	0,736	0,0250	8,0960	0,1826
131 $\frac{1}{2}$	49 $\frac{3}{4}$	1,0	0,735	0,0286	8,0969	0,1873
181 $\frac{1}{4}$	58 $\frac{1}{2}$	1,2	0,775	0,0338	7,9100	0,1829
239 $\frac{3}{4}$	66 $\frac{1}{2}$	1,4	0,835	0,0402	7,6309	0,1765
306 $\frac{1}{4}$	73 $\frac{1}{2}$	1,6	0,870	0,0469	7,4652	0,1727
379 $\frac{3}{4}$	81 $\frac{1}{4}$					
461	89					
550	98					
648	103 $\frac{1}{4}$					
751 $\frac{1}{4}$	110 $\frac{1}{4}$					
861 $\frac{1}{2}$	117 $\frac{1}{2}$					
979	125					
1104	134					
1238	141 $\frac{1}{2}$					
1379 $\frac{1}{2}$	150 $\frac{3}{4}$					
1530 $\frac{1}{4}$	158 $\frac{3}{4}$					
1689	168 $\frac{3}{4}$					
1857 $\frac{1}{4}$	177 $\frac{3}{4}$					
2035						

Esperienza 1036.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,26633
Segno + *Carico totale Chil.* 44,55 *Superf. del contatto M.*² 0,0012.
Temp. 23° ½ *Press. per M.*² » 36029 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
46						
	31 ½	0,4	0,800	0,0215	7,8087	0,1806
77 ½						
	39 ½	0,6	0,695	0,0214	7,2858	0,1917
117						
	46 ½	0,8	0,640	0,0231	8,5340	0,1974
163 ½						
	55 ½	1,0	0,625	0,0264	8,5989	0,1989
219						
	61 ¼	1,2	0,650	0,0313	8,4804	0,1961
280 ¼						
	70 ¼	1,4	0,720	0,0379	8,1558	0,1886
350 ½						
	74 ¼	1,6	0,760	0,0447	7,9672	0,1843
424 ¾						
Manca una scintilla						
595						
	95					
690						
	100 ¼					
790 ¼						
Mancano tre scintille						
1250						
	131 ½					
1381 ½						
	138 ½					
1520						
	146 ¼					
1666 ¼						
	154 ¼					
1820 ½						
	161 ¾					
1982 ¼						
	170					
2152 ¼						

Esperienza 1037.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* α = 0,26633
Segno *Carico totale Chil.* 44,55 *Superf. del contatto M.*² 0,0012.
Temp. 23° $^1/_2$ *Press. per M.*² » 36029 *Superf. resistente all' aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
36						
	25					
61		0,4	0,770	0,0209	7,9456	0,1838
	33					
94						
	41 $^1/_2$	0,6	0,650	0,0205	8,4912	0,1964
135 $^1/_2$						
	47 $^3/_4$					
183 $^1/_4$		0,8	0,570	0,0218	8,8534	0,2048
	55 $^1/_4$					
238 $^1/_2$						
	62 $^3/_4$	1,0	0,540	0,0248	8,9867	0,2079
301 $^1/_4$						
	68 $^3/_4$					
370		1,2	0,590	0,0302	8,7541	0,2025
	75					
445						
	82	1,4	0,660	0,0368	8,4295	0,1950
527						
	87 $^1/_4$					
614 $^1/_4$		1,6	0,720	0,0439	8,1498	0,1885
	94					
708 $^1/_4$						
	98					
806 $^1/_4$						
	103 $^1/_4$					
909 $^1/_2$						
	108					
1017 $^1/_2$						
	113 $^3/_4$					
1131 $^1/_4$						
	120					
1251 $^1/_4$						
	125 $^1/_2$					
1376 $^3/_4$						
	132 $^3/_4$					
1509 $^1/_2$						
	140					
1649 $^1/_2$						
	145 $^1/_2$					
1795						
	155					
1950						
	161 $^3/_4$					
2111 $^3/_4$						

Esperienza 1038.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno *Carico totale Chil.* 44,55. *Superf. del contatto M.*² 0,0012.
Temp. 23° ½. *Press. per M.*² » 36029. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
149 ½						
	50 ½					
200		0,6	0,600	0,0195	8,7194	0,2017
	59					
259						
	65 ¼	0,8	0,475	0,0199	9,2869	0,2148
324 ½						
	68 ½					
392 ¾		1,0	0,430	0,0227	9,4886	0,2195
	74 ¼					
467						
	80	1,2	0,470	0,0278	9,3018	0,2152
547						
	84 ½	1,4	0,570	0,0410	8,8342	0,2043
631 ½						
	87 ½					
719		1,6	0,645	0,0424	8,4120	0,1946
	93					
812						
Mancano tre scintille						
1216						
	110 ½					
1326 ½						
	117					
1443 ½						
	121 ½					
1565						
Manca una scintilla						
1825 ¼						
	139 ¼					
1964 ½						
	143 ¾					
2108 ¼						
	150 ¼					
2258 ½						
	159 ¾					
2418 ¼						
	161 ¼					
2579 ½						
	170 ½					
2750						
	177					
2927						

Esperienza 1040.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia III — *Interruzioni a* 0,″1. — *Tang.* α = 0,26633.
Segno — *Carico totale Chil* 44,55. — *Superf. del contatto in M.*² 0014.
Temp. 23.° $^1/_2$. — *Press. per M.*² » 30882. — *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
81 $^3/_4$	36 $^1/_2$					
118 $^1/_4$	44 $^1/_2$	0,4	0,690	0,0193	8,3107	0,1922
162 $^3/_4$	50 $^1/_4$	0,6	0,505	0,0177	9,1528	0,2117
213	55 $^3/_4$	0,8	0,385	0,0182	9,6976	0,2243
268 $^3/_4$	58 $^1/_4$	1,0	0,335	0,0208	9,8921	0,2288
327	69	1,2	0,375	0,0260	9,7352	0,2252
396	72 $^3/_4$	1,4	0,430	0,0323	9,4790	0,2192
468 $^3/_4$	75 $^1/_4$	1,6	0,480	0,0392	9,2449	0,2138
544	81 $^1/_4$					
625 $^1/_4$	83					
708 $^1/_4$	85					
793 $^1/_4$	91 $^3/_4$					
885	93					
978	97					
1075	100 $^3/_4$					
1175 $^3/_4$	103 $^3/_4$					
1279 $^1/_2$	102					
1381 $^1/_2$	115 $^1/_2$					
1497	114 $^1/_2$					
1611 $^1/_4$	119					
1730 $^1/_4$	124					
1854 $^1/_4$	127					
1981 $^1/_4$						

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$
2112 $^1/_2$	131 $^1/_4$
2246 $^1/_2$	134
2385	138 $^1/_2$
2528 $^1/_4$	143 $^1/_4$

Esperienza 1041.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno I *Carico totale Chil.* 84,55. *Superf. del contatto in M.*² 0,0014.
Temp. 25°. *Press. per M.*² » 28610. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
77	35 $\frac{3}{4}$	0,4	0,720	0,0199	15,5314	0,1893
112 $\frac{3}{4}$	42 $\frac{3}{4}$	0,6	0,540	0,0184	17,0851	0,2082
155 $\frac{1}{2}$	49	0,8	0,425	0,0189	18,0763	0,2198
204 $\frac{1}{2}$	55	1,0	0,405	0,0222	18,2455	0,2224
259 $\frac{1}{2}$	60 $\frac{1}{2}$	1,2	0,450	0,0274	17,8522	0,2176
320	67	1,4	0,495	0,0336	17,4580	0,2128
387	70 $\frac{1}{2}$	1,6	0,530	0,0402	17,1496	0,2090
457 $\frac{1}{2}$	77					
534 $\frac{1}{2}$	80 $\frac{1}{2}$					
615	84 $\frac{3}{4}$					
699 $\frac{3}{4}$	89					
788 $\frac{3}{4}$	94					
882 $\frac{3}{4}$	97 $\frac{1}{4}$					
980	99 $\frac{1}{2}$					
1079 $\frac{1}{2}$	107					
1186 $\frac{1}{2}$	111 $\frac{3}{4}$					
1298 $\frac{1}{4}$	117 $\frac{3}{4}$					
1416	116					
1532	125 $\frac{3}{4}$					
1657 $\frac{3}{4}$	127 $\frac{1}{4}$					
1785	135 $\frac{3}{4}$					
1920 $\frac{3}{4}$	140 $\frac{1}{4}$					
2061						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
2207 $\frac{3}{4}$	146 $\frac{3}{4}$
2356 $\frac{1}{2}$	148 $\frac{3}{4}$
2511 $\frac{1}{2}$	155
2670	158 $\frac{1}{2}$
2842	172

Esperienza 1042.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno + *Carico totale Chil.* 124,55. *Superf. del contatto in M.*² 0,0014.
Temp. 25°. *Press. per M.*² » 86338. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
559 $\frac{1}{2}$						
638 $\frac{1}{4}$	78 $\frac{3}{4}$	0,8	0,440	0,0192	26,4455	0,2188
720 $\frac{3}{4}$	82 $\frac{1}{2}$	1,0	0,425	0,0226	26,6327	0,2203
805	84 $\frac{1}{4}$	1,2	0,470	0,0278	26,0558	0,2156
893 $\frac{3}{4}$	88 $\frac{3}{4}$	1,4	0,515	0,0339	25,4781	0,2108
986 $\frac{1}{2}$	92 $\frac{3}{4}$	1,6	0,550	0,0406	25,0268	0,2070
1083 $\frac{1}{4}$	96 $\frac{3}{4}$					
Manca una scintilla						
1290 $\frac{3}{4}$	110 $\frac{3}{4}$					
1401 $\frac{1}{2}$	114 $\frac{3}{4}$					
1516 $\frac{1}{4}$	119					
1635 $\frac{1}{4}$	125 $\frac{3}{4}$					
1761	129 $\frac{1}{2}$					
1890 $\frac{1}{2}$	135 $\frac{1}{4}$					
2025 $\frac{3}{5}$	139 $\frac{1}{4}$					
2165	145					
2310	150					
2460	156 $\frac{1}{2}$					
2616 $\frac{1}{2}$	162					
2778 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1218.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie scorrente* Acciajo, **bagnate.**

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,253.
Segno + *Carico totale Chil.* 43,4. *Superf. del contatto in M.*² 0,0035.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 11970. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
237						
	38 ½	0,4	0,390	0,0135	8,9053	0,2107
275 ½						
	43	0,6	0,465	0,0167	8,5699	0,2028
318 ½						
	46 ½	1,8	0,490	0,0202	8,4559	0,2001
365						
	52					
417						
	55					
472						
	60					
532						
	66					
598						
	71					
669						
	74					
743						
	78					
821 ½						
	82					
903 ½						

Esperienza 1222.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, oleose.

Striscia V. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,133.
Segno *Carico totale Chil.* 43,4. *Superf. del contatto in M.*² 0,0106.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 4076,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
130						
	41	0,4	0,810	0,0217	2,1148	0,0489
171						
	49	0,6	0,610	0,0198	3,0020	0,0695
220						
	56	0,8	0,450	0,0194	3,7106	0,0859
276						
	62	1,0	0,300	0,0201	4,3739	0,1012
338						
Manca una scintilla						
477						
	77					
554						
	81					
635						
	83 ${}^1/_2$					
718 ${}^1/_2$						
	86					
804 ${}^1/_2$						
	88 ${}^1/_2$					
893						
	94 ${}^1/_2$					
987 ${}^1/_2$						
	96					
1083 ${}^1/_2$						
	99 ${}^1/_2$					
1183						
	102					
1285						

Esperienza 1223.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, oleose.

Striscia V. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}133$.
Segno ✝ *Carico totale Chilog.* 43,4. *Superf. del contatto in M.*² 0,0106.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 4076,1. *Superf. resistente all'aria* » 1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
108 ½	36 ½	0,4	0,670	0,0189	2,7373	0,0634
145	44	0,6	0,500	0,0176	3,4911	0,0808
189		1,8	0,350	0,0175	4,1551	0,0962
Mancano due scintille		1,0	0,230	0,0187	4,6851	0,1084
355 ½	67 ½					
423	72					
495	75					
570	79 ½					
649 ½						
Manca una scintilla						
815						
Manca una scintilla						
991	92					
1083	94					
1177	96					
1273	99					
1372	100					
1472						

Esperienza 1284.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,1655.
Segno + *Carico totale Chil.* 83,4. *Superf. del contatto in M.*² 0,0035.
Temp. 5°,8. *Press. per M.*² » 23610. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
97						
	34	0,4	0,710	0,0197	7,5522	0,0915
131						
	41	0,6	0,760	0,0227	7.1299	0,0863
172						
	49	0,8	0,790	0,0261	6,8715	0,0832
221						
	58	1,0	0,810	0,0301	6,6973	0,0810
279						
	64	1,2	0,820	0,0346	6,6077	0,0800
343						
	72	1,4	0,825	0,0400	6,5599	0,0794
415						
	79	1,6	0,825	0,0459	6,5539	0.0793
494						
	87 $\frac{1}{2}$	1,8	0,825	0,0527	6,5471	0,0792
581 $\frac{1}{2}$						
	94 $\frac{1}{2}$					
676						
	102 $\frac{1}{2}$					
778 $\frac{1}{2}$						
	112					
890 $\frac{1}{2}$						
	119					
1009						
	128 $\frac{1}{2}$					
1137 $\frac{1}{2}$						
	136 $\frac{1}{2}$					
1274						
	144					
1418						
	154					
1572						
	160					
1732						
	166					
1898						
	178					
2076						
	184					
2260						

Esperienza 1293.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Acciaio, untuose e spruzzate.

Striscia XV.	*Interruzioni a* 0″,1.	*Tang.* α = 0,1655.
Segno	*Carico totale Chil.* 43,4.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0035.
Temp. 5°,8.	*Press. per M.*² » 12286.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
741						
	140	1,4	1,15	0,0463	1,9548	0,0455
881						
	152					
1033		1,6	1,16	0,0525	1,8993	0,0442
	166					
1199						
	175	1,8	1,17	0,0595	1,8481	0,0430
1374						
	187					
1561						

Ghisa su Ferro Inglese.

Esperienza 1026.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro Inglese, sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}276$.
Segno I. *Carico totale Chil.* 45,35. *Superf. del contatto in M.*² 0,0014.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 31705,7. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
186 ½						
	37 ¾					
224 ½		0,4	0,335	0,0124	10,6196	0,2393
	40					
264 ½						
	44 ¾	0,6	0,260	0,0129	10,9700	0,2471
309						
	47					
356		0,8	0,188	0,0143	11,3050	0,2547
	51 ¼					
407 ¼						
	54 ¼	1,0	0,169	0,0176	11,3906	0,2566
461 ½						
	58					
519 ½						
	60 ½					
580						
	61 ¾					
641 ¾						
	63 ½					
705 ¼						
	64 ¾					
770						
	67 ½					
837 ½						
	70					
907 ½						
	70 ½					
978						
	74					
1052						
	75 ½					
1127 ½						
	77 ¾					
1205 ¼						
	79 ¼					
1284 ½						
	80 ½					
1365						
	81 ½					
1446 ½						
	85 ¼					
1531 ¾						
	87 ¼					
1619						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
1619	
	92 ½
1711 ½	
	93
1804 ½	
	95
1899 ½	
	94 ½
1994	
	95 ½
2089 ½	
	98 ¾
2188 ¼	
	100 ¾
2289	
	102 ½
2391 ½	
	104
2495 ½	
	207 ½
2603	

Ghisa su Ferro d' Aosta.

Sgrassate Esp. 1128-29-31-33-34-49-50. — Untuose Esp. 1244-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54.

Esperienza 1128.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,27.
Segno I *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0063.
Temp. 22°. *Press. per M.*² » 6864,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
556 $\frac{3}{4}$	93 $\frac{3}{4}$	1,0	0,716	0,0282	8,3410	0,1929
650 $\frac{1}{2}$	101 $\frac{3}{4}$	1,2	0,716	0,0326	8,3366	0,1928
752 $\frac{1}{4}$	108 $\frac{1}{4}$	1,4	0,703	0,0376	8,3907	0,1940
860 $\frac{1}{2}$	114 $\frac{1}{2}$	1,6	1,674	0,0430	8,5172	0,1970
975	121 $\frac{3}{4}$	1,8	0,650	0,0493	8,6201	0,1993
1096 $\frac{3}{4}$	129 $\frac{1}{4}$					
1226	137					
1363	144					
1507	149					
1656	158 $\frac{1}{4}$					
1814 $\frac{1}{4}$	163 $\frac{3}{4}$					
1978	171 $\frac{3}{4}$					
2149 $\frac{3}{4}$	177 $\frac{1}{2}$					
2327 $\frac{1}{4}$	183 $\frac{1}{4}$					
2510 $\frac{1}{2}$	190 $\frac{1}{4}$					
2700 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1129.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,27.
Segno + *Carico totale Chil.* 84,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0063.
Temp. 22°. *Press. per M.*² » 13020. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
	99 $\frac{1}{2}$					
697	109 $\frac{1}{2}$	1,0	0,675	0,0274	16,2005	0,1975
796 $\frac{1}{2}$	114	1,2	0,665	0,0316	16,2826	0,1985
906	117 $\frac{1}{4}$	1,4	0,665	0,0367	16,3638	0,1995
1020	128 $\frac{1}{4}$	1,6	0,625	0,0420	16,6173	0,2026
1137 $\frac{1}{4}$	135 $\frac{1}{2}$					
1265 $\frac{1}{4}$	140 $\frac{3}{4}$					
1401	148 $\frac{1}{4}$					
1541 $\frac{3}{4}$	154					
1690	162 $\frac{1}{4}$					
1844	165 $\frac{1}{4}$					
2006 $\frac{1}{4}$	172 $\frac{1}{2}$					
2171 $\frac{1}{2}$	179 $\frac{3}{4}$					
2344	185 $\frac{1}{4}$					
2523 $\frac{3}{4}$						
2709						

Esperienza 1131.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha =$ 0,27.
Segno +. *Carico totale Chil.* 164,6. *Superf. del contatto in M.²* 0,0105.
Temp. 22°. *Press. per M.²* » 15199. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
408						
	93	1,0	0,965	0,0331	26,6735	0,1671
501						
	104 $^1/_4$	1,2	0,960	0,0374	26,7531	0,1676
605 $^1/_4$						
	113 $^1/_2$	1,4	0,945	0,0423	27,0000	0,1692
718 $^3/_4$						
	121 $^1/_2$	1,6	0,940	0,0482	27,0781	0,1697
840 $^1/_4$						
	132 $^3/_4$	1,8	0,920	0,0546	27,4074	0,1717
973						
	141 $^1/_2$					
1114 $^1/_2$						
	149 $^3/_4$					
1264 $^1/_4$						
	157					
1421 $^1/_4$						
	171					
1592 $^1/_4$						
	178					
1770 $^1/_4$						
	189					
1959 $^1/_4$						

Esperienza 1133.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,27.
Segno I. *Carico totale Chil.* 84,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0105.
Temp. 22°. *Press. per M.*² » 7812,1. *Superf. resistente all' aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
421						
	93 $\frac{1}{2}$	1,0	0,940	0,0326	13,9088	0,1696
514 $\frac{1}{2}$						
	105	1,2	0,930	0,0368	13,9909	0,1706
619 $\frac{1}{2}$						
	111 $\frac{3}{4}$	1,4	0,925	0,0419	14,0289	0,1710
731 $\frac{1}{4}$						
	123 $\frac{1}{4}$	1,6	0,910	0,0476	14,1527	0,1725
854 $\frac{1}{2}$						
	131 $\frac{1}{2}$	1,8	0,900	0,0542	14,2323	0,1735
986						
	140 $\frac{3}{4}$					
1126 $\frac{3}{4}$						
	149 $\frac{1}{4}$					
1276						
	159					
1435						
	169					
1604						
	177 $\frac{1}{4}$					
1781 $\frac{1}{4}$						
	188 $\frac{1}{2}$					
1969 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1134.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,27
Segno +. *Carico totale Chil.* 124,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0115.
Temp. 22°. *Press. per M.*² » 10505. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
252 ½						
	72 ¼	1,0	0,905	0,0319	20,9464	0,1734
324 ¾						
	84 ¾	1,2	0,895	0,0361	21,0693	0,1744
409 ½						
	93 ½	1,4	0,885	0,0411	21,1914	0,1754
503						
	101 ¼	1,6	0,855	0,0465	21,5672	0,1785
604 ¼						
	110 ¾	1,8	0,850	0,0532	21,6240	0,1790
715						
	119					
834						
	130					
904						
	138 ¾					
1102 ¾						
	143					
1245 ¾						
	154 ¼					
1400						
	161					
1561						
	174					
1735						
	182					
1917						
	189					
2106						

Esperienza 1149.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,27$.
Segno 1. *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 22°. *Press. per M.*² » 4951. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
114 ½	78	1,0	2,202	0,0572	6,4906	0,1561
192 ½	104 ¼	1,2	2,192	0,0614	6,5319	0,1571
296 ¾	124	1,4	2,176	0,0663	6,5998	0,1587
420 ¾	142 ¾	1,6	2,154	0,0719	6,6943	0,1610
563 ½	167 ¼	1,8	2,128	0,0782	6,8062	0.1637
730 ¾	193 ¼	2,0	2,100	0,0852	6,9266	0,1665
924	204 ½	2,2	2,070	0,0931	7,0551	0,1696
1128 ½	230 ¼	2,4	2,044	0,1017	7,1648	0,1723
1358 ¾	249 ¼	2,6	2,022	0,1113	7,2553	0,1744
1608	284	2,8	2,012	0,1199	7,2922	0,1753
1892	283 ¼	3,0	1,880	0,1309	7,8816	0,1895
2175 ¼	319	3,2	1,800	0,1418	8,2346	0,1980
2494 ¼	346 ½	3,4	1,740	0.1538	8,4955	0,2043
2840 ¾	347 ¾	3,6	1,700	0,1670	8,6643	0,2083
3188 ½	378 ½					
3567						

Esperienza 1150.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, sgrassate.

Striscia I.	*Interruzioni a* 0,″1.	*Tang.* $\alpha = 0{,}27$.
Segno +.	*Carico totale Chil.* 44,6.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0150.
Temp. 22°.	*Press. per M.*² » 3960,8.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
187 $\frac{3}{4}$						
	95 $\frac{1}{2}$					
283 $\frac{1}{4}$		1,0	2,144	0,0561	6,7555	0,1624
	122 $\frac{3}{4}$					
406						
	138 $\frac{3}{4}$	1,2	2,126	0,0602	6,8333	0,1643
544 $\frac{3}{4}$						
	158 $\frac{3}{4}$	1,4	2,108	0,0650	6,9104	0,1662
703 $\frac{1}{2}$						
	190 $\frac{1}{4}$					
893 $\frac{3}{4}$		1,6	2,092	0,0707	6,9775	0,1678
	193 $\frac{1}{2}$					
1087 $\frac{1}{4}$						
	228	1,8	2,076	0,0772	7,0437	0,1694
1315 $\frac{1}{4}$						
	242					
1557 $\frac{1}{4}$		2,0	2,060	0,0845	7,1092	0,1709
	264 $\frac{3}{4}$					
1822						
	279 $\frac{1}{4}$	2,2	2,044	0,0925	7,1740	0,1725
2101 $\frac{1}{4}$						
	309	2,4	2,030	0,1015	7,2287	0,1738
2410 $\frac{1}{4}$						
	321 $\frac{1}{4}$					
2731 $\frac{1}{2}$		2,6	2,016	0,1112	7,2827	0,1751
	347 $\frac{3}{4}$					
3079 $\frac{1}{4}$						
	358 $\frac{3}{4}$	2,8	2,010	0,1199	7,3013	0,1756
3438						
		3,0	1,980	0,1329	7,4247	0,1785
		3,2	1,920	0,1441	7,6864	0,1848
		3,4	1,880	0,1565	7,8560	0,1889

Esperienza 1244.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha =$ 0,163.
Segno / *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 7894,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
378	87	1,0	0,960	0,0330	2,7754	0,0628
465	98	1,2	0,933	0,0369	2,8943	0,0655
563	108	1,4	0,915	0,0417	2,9714	0,0672
671	116 ¹/₂	1,6	9,905	0,0475	3,0111	0,0681
787 ¹/₂	126 ¹/₂	1,8	0,901	0,0542	3,0226	0,0684
914	135					
1049	144					
1193	152					
1345	163					
1508	170					
1678	182					
1860	188					
2048	199					
2247						

Esperienza 1245.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untaose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,163.
Segno + *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 7894,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190

Spazio percorso	Velocità per $\alpha + {}^1/_5$	V	A	Σ	P sen α — M A — Σ	f
438	97	1,0	0,999	0,0337	2,5973	0,0587
535	107 ½	1,2	0,980	0,0378	2,6796	0,0606
642 ½	116 ½	1,4	0,950	0,0424	2,8115	0,0636
759	127	1,6	0,920	0,0478	2,9425	0,0665
886	137 ½	1,8	0,903	0,0543	3,0134	0,0682
1023 ½	146 ½	2,0	0,895	0,0617	3,0424	0,0688
1170	154	2,2	0,892	0,0701	3,0476	0,0689
1324	165	2,4	0,889	0,0792	3,0522	0,0690
1489	172					
1661	183					
1844	193					
2037	201					
2238	210					
2448	116					
2664	231					
2895	237					
3132	246					
3378						

Esperienza 1246.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XI.	*Interruzioni a* 0,″1.	*Tang.* α = 0,163.
Segno	*Carico totale Chil.* 44,6.	*Superf. del contatto in M.*² 0056.
Temp. 5°,2.	*Press. per M.*² » 7894,4.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
430	98	1,0	1,045	0,0347	2,3871	0,0540
528	109 ¹/₂	1,2	1,043	0,0390	2,3919	0,0541
637 ¹/₂	117 ¹/₂	1,4	1,035	0,0441	2,4231	0,0548
755	128					
883	139					
1022						

Esperienza 1247.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}163$.
Segno / *Carico totale Chilog.* 84,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temperatura 5°,2. *Pressione per M.*² » 14975. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
424 ½	99 ½	1,0	1,071	0,0352	4,3339	0,0517
524	110	1,2	1,078	0,0397	4,2690	0,0509
634	122	1,4	1,079	0,0449	4,2552	0,0507
756	130					
886	143					
1029						

Esperienza 1248.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto M.*² 0,056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 7894,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
324	88	1,0	1,041	0,0346	2,4054	0,0544
412	98	1,2	1,039	0,0390	2,4101	0,0545
510	107	1,4	1,020	0,0438	2,4916	0,0564
617	120	1,6	0,990	0,0492	2,6227	0,0593
737	128	1,8	0,966	0,0555	2,7256	0,0617
865	130 ${}^1/_2$					
1004 ${}^1/_2$	148 ${}^1/_2$					
1153	161					
1314	168					
1482	179					
1661						

Esperienza 1249.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno + *Carico totale Chil.* 124,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 22055. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
351	89	1,0	1,085	0,0354	6,2225	0,0504
440	103 $\frac{1}{2}$	1,2	1,092	0,0400	6,1289	0,0496
543 $\frac{1}{2}$	112	1,4	1,089	0,0451	6,1619	0,0499
655 $\frac{1}{2}$	122	1,6	1,077	0,0509	6,3086	0,0511
777 $\frac{3}{4}$	134 $\frac{1}{2}$	1,8	1,059	0,0573	6,5309	0,0529
912	145 $\frac{1}{2}$					
1057 $\frac{1}{2}$	156					
1213 $\frac{1}{2}$	166					
1379 $\frac{1}{2}$	177 $\frac{1}{2}$					
1557	188					
1745						

Esperienza 1250.

Superficie fissa Ghisa, *Superficie scorrente* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 164,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 29135. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
281						
	81	1,0	1,075	0,0352	8,3988	0,0515
362						
	93	1,2	1,080	0,0397	8,3104	0,0509
455						
	104	1,4	1,080	0,0449	8,3052	0,0509
559						
	114	1,6	1,073	0,0508	8,4168	0,0516
673						
	124 ½	1,8	1,057	0,0573	8,6789	0,0532
797 ½						
	136 ½					
934						
	146					
1080						
	157 ½					
1237 ½						
	169					
1406 ½						
	179					
1585 ½						
	189 ½					
1775						

Esperienza 1251.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 7894,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
438						
537 ½	99 ½	1,0	1,017	0,0341	2,5150	0,0569
648	110 ½	1,2	1,003	0,0383	2,5746	0,0582
769	121	1,4	0,971	0,0428	2,7156	0,0614
901	132	1,6	0,946	0,0483	2,8238	0,0639
1040	139	1,8	0,933	0,0549	2,8763	0,0651
1191	151	2,0	0,926	0,0623	2,9008	0,0656
1350	159					
1518	168					
1696	178					
1884	188					
2079	195					
2285 ½	206 ½					

Esperienza 1252.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno + *Carico totale Chil* 124,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 22055. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
296						
381 ½	85 ½	1,0	1,110	0,0359	5,9042	0,0478
479 ½	98	1,2	1,101	0,0401	6,0144	0,0487
588 ½	109	1,4	1,091	0,0451	6,1365	0,0497
708	119 ½	1,6	1,080	0,0509	6,2705	0,0508
838	130	1,8	1,066	0,0575	6,4418	0,0522
980	142					
1132	152					
1297	165					
1470 ½	173 ½					
1656	185 ½					
1852	196					

Esperienza 1253.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XIV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,163.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 44,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 7894,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
261 ½	81	1,0	1,090	0,0355	2,1816	0,0494
342 ½	92	1,2	1,054	0,0392	2,3416	0,0530
434 ½	102 ½	1,4	1,015	0,0437	2,5145	0,0569
537	114 ½	1,6	0,979	0,0490	2,6730	0,0605
651 ½	121 ½	1,8	0,948	0,0552	2,8078	0,0635
773	135					
908	144					
1052	155					
1207	163					
1370	173 ½					
1543 ½	181 ½					
1725	194					
1919						

Esperienza 1254.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ferro d'Aosta, untuose.

Striscia XIV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}163$.
Segno *Carico totale Chil.* 84,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0056.
Temp. 5°.2 *Press. per M.*² » 14975. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
237 ½	79 ¼	1,0	1,127	0,0363	3,8497	0,0459
316 ¾	90 ¾	1,2	1,119	0,0405	3,9145	0,0467
407 ½	101 ¼					
508 ¾	113 ¼					
622	124					
746	134 ¼					
880 ¼						

Bronzo sopra Ghisa.

Untuose Esp. 1304-05. — Untuose e spruzzate Esp. 1321-22. — Sgrassate Esp. 1331-32-33-34.

Esperienza 1304.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo, untuose.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno *Carico totale Chilog.* 110,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 13405. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
95 $\frac{1}{4}$	91 $\frac{3}{4}$	1,0	1,590	0,0453	10,4734	0,0974
187	106	1,2	1,440	0,0468	12,1624	0,1134
293	123 $\frac{1}{2}$	1,4	1,220	0,0477	14,6409	0,1365
416 $\frac{1}{2}$	134 $\frac{1}{2}$	1,6	0,960	0,0486	17,5702	0,1638
551	150	1,8	0,830	0,0528	19,0211	0,1774
701	159 $\frac{1}{4}$	2,0	0,810	0,0600	19,2493	0,1795
860 $\frac{1}{4}$	165 $\frac{3}{4}$	2,2	0,900	0,0702	18,2248	0,1699
1026	175 $\frac{1}{2}$					
1201 $\frac{1}{2}$	182 $\frac{1}{2}$					
1384	191 $\frac{1}{2}$					
1575 $\frac{1}{2}$	204 $\frac{1}{2}$					
1780	208					
1988	219					
2207	226					
2433	233					
2666						

Esperienza 1305.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo, untuose.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno / *Carico totale Chil.* 90,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 10979. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
70 ½						
	88 ½	1,0	1,530	0,0441	9,1250	0,1039
159						
	102	1,2	1,400	0,0460	10,3230	0,1175
261						
	119	1,4	1,200	0,0473	12,1677	0,1385
380						
	134	1,6	0,940	0,0482	14,5666	0,1658
514						
	147	1,8	0,820	0,0526	15,6698	0,1784
661						
	160	2,0	0,800	0,0598	15,8472	0,1804
821						
	162 ½	2,2	0,880	0,0698	15,0988	0,1719
983 ½						
	174					
1157 ½						
	184					
1341 ½						
	190					
1531 ½						
	200					
1731 ½						
	209					
1940 ½						
	215					
2155 ½						
	222					
2376 ½						
	230					
2606 ½						

Esperienza 1321.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie scorrente* Bronzo, untuose e spruzzate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno $\frac{1}{2}$ *Carico totale Chil.* 10,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 1254,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
90						
174 ½	84 ½	1,0	2,455	0,0621	0,5362	0,0534
279 ½	105	1,2	2,490	0,0672	0,4936	0,0492
413	133 ½	1,4	2,525	0,0731	0,4502	0,0449
569	156	1,6	2,560	0,0798	0,4060	0,0405
751 ¾	182 ½	1,8	2,585	0,0871	0,3720	0,0371
962	210 ½	2,0	2,610	0,0952	0,3371	0,0336
1196	234	2,2	2,630	0,1040	0,3069	0,0306
1459	263	2,4	2,650	0,1136	0,2759	0,0275
1748	289	2,6	2,665	0,1238	0,2496	0,0249
2066	318	2,8	2,670	0,1347	0,2333	0,0233
2407	341	3,0	2,675	0,1464	0,2163	0,0215
2778	371	3,2	2,680	0,1589	0,1984	0,0198
3172	394	3,4	2,685	0,1722	0,1798	0,0179
3590	418	3,6	2,691	0,1863	0,1593	0,0159
		3,8	2,695	0,2051	0,1362	0,0136
		4,0	2,695	0,2245	0,1168	0,0116

Esperienza 1322.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo, untuose e spruzzate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno θ. *Carico totale Chil.* 10,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 1254,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,380.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
10	90	1,0	2,400	0,0611	0,5961	0,0594
100	113	1,2	2,428	0,0660	0 ,5612	0,0559
213	139	1,4	2,450	0,0717	0,5319	0,0530
352	160 $\frac{1}{2}$	1,6	2,463	0,0779	0,5118	0,0510
512 $\frac{1}{2}$	189 $\frac{1}{2}$	1,8	2,480	0,0850	0,4865	0,0485
702 ?	213	2,0	2,490	0,0928	0,4680	0,0466
915	238	2,2	2,495	0,1013	0,4542	0,0453
1153	264	2,4	2,500	0,1106	0,4395	0,0438
1417	286	2,6	2,502	0,1206	0,4274	0,0426
1703		2,8	2,505	0,1315	0,4132	0,0412

Esperienza 1331.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno I *Carico totale Chil.* 90,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 10811. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
21						
	67	0,8	1,325	0,0365	15,5508	0,1792
88						
	79	1,0	1,200	0,0376	16,7718	0,1939
167						
	94	1,2	1,115	0,0404	17,4852	0,2022
261						
	116	1,4	1,120	0,0457	17,4337	0,2016
367						
Manca una scintilla						
615		1,6	1,185	0,0530	16,8265	6,1945
	139					
734		1,8	1,250	6,0611	16,2184	0,1875
	151					
905		2,0	1,295	0,0696	15,7946	0,1826
	164					
1069						
Mancano due scintille						
1639						
	216					
1855						
	230					
2085						

Esperienza 1332.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno ✢. *Carico totale Chil.* 10,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 1254,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
96						
	75	0,8	1,015	0,0305	2,1098	0,2102
171						
	88	1,0	0,900	0,0318	2,2317	0,2224
259						
	96	1,2	0,830	0,0348	2,3037	0,2296
355						
	105 ½	1,4	0,800	0,0414	2,2221	0,2214
460 ½						
	114 ½					
575						
	124					
699						
	132					
831						
	140 ½					
971 ½						
	150 ½					
1122						

Esperienza 1333.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni* α 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno θ *Carico totale Chil.* 110,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2, *Press. per M.*² » 13200. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocità per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
94						
	77					
171		0,8	1,075	0,0317	21,8171	0,2066
	88					
259		1,0	1,010	0,0340	22,5473	0,2135
	98					
357		1,2	0,975	0,0377	22,9381	0,2172
	109					
466		1,4	0,995	0,0433	22,7071	0,2150
	118					
584		1,6	1,065	0,0506	21,9109	0,2075
	129					
713		1,8	1,165	0,0594	20,7751	0,1967
	139					
852						
	149					
1001						
	160					
1161						
	171					
1331						
	183					
1514						
	196					
1710						

Esperienza 1334.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Bronzo: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 50,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 7°,2. *Press. per M.*² » 6032,9. *Superf. resistente all'aria* » 0,0380.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
116						
	77 ½	0,8	0,900	0,0282	11,6485	0,2416
193 ½						
	89 ½	1,0	0,785	0,0296	12,2394	0,2536
283						
	96 ½	1,2	0,795	0,0342	12,1833	0,2524
379 ½						
Mancano due scintille		1,4	0,900	0,0414	11,6353	0,2411
711						
	127	1,6	1,035	0,0500	10,9314	0,2265
838						
	135 ½	1,8	1,150	0,0591	10,3300	0,2140
973 ½						
	144 ½	2,0	1,205	0,0678	10,0380	0,2080
1118						
	154					
1272						
	164					
1436						
	178 ½					
1614 ½						
	192					
1806 ½						
	201 ½					
2008						
	212 ½					
2220 ½						

SERIE IV.ª — Ghisa sopra Bronzo.

Superficie sgrassate Esp. 803-4-5.

Esperienza 803.

Superficie fissa Bronzo. *Superficie mobile* Ghisa : sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}3233$.
Segno *Carico totale Chil.* 15,4. *Superf. del contatto in M.*² 0028.
Temp 5°,3. *Press. per M.*² » 5255,9. *Superf. resistente all'aria* » 0,0120.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
777 ½	169	1,8	1,690	0,0070	2,0761	0,1411
946 ½	187 ½	2,0	1,700	0,0078	2,0596	0,1399
1133	202 ½					
1335 ½	218 ¾					
1554 ¼						

Esperienza 804.

Superficie fissa Bronzo. *Superficie mobile* Ghisa : sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}3233$.
Segno / *Carico totale chil.* 35,4. *Superf. del contatto in M.*² 0028.
Temp. 5°,3. *Press. per M.*² » 12082. *Superf. resistente all'aria* » 0,0180.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
566	144 ½	1,8	1,750	0,0107	4,5611	0,1348
710 ½	161 ½	2,0	1,760	0,0119	4,5238	0,1337
872	175 ¾					
1047 ¾	199 ¾					
1247 ½	212 ¼					
1459 ¾						

Esperienza 805.

Superficie fissa Bronzo. *Superficie mobile* Ghisa : sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha =$ 0,3233.
Segno + *Carico totale Chil.* 55,4. *Superf. del contatto in M.*² 0,0028.
Temp. 5°.3 *Press. per M.*² » 18907. *Superf. resistente all'aria* »

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
758						
921 ½	163 ½	1,8	1,785	0,0174	6,9390	0,1311
1098 ¾	177 ¼	2,0	1,795	0,0192	6,8807	0,1300
1297	198 ¼					
1514 ½	217 ½					

SERIE III.ª — Ottone sopra Ghisa.

Superficie sgrassate Esp. 1188-89-90-90 bis-91-92-93-94-95
Superficie untuose » 1229
Superficie oleose » 1241

Esperienza 1188.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone : sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,252.
Segno + *Carico totale Chil.* 85,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 18590. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
53 ½	32 ¾	0,4	0,740	0,0203	14,4878	0,1732
86 ¼	40 ½	0,6	0,720	0,0219	14,6614	0,1753
126 ¾	47 ¾	0,8	0,695	0,0242	14,8781	0,1779
174 ½	55 ¼	1,0	0,665	0,0272	15,1379	0,1805
229 ¾	60 ½	1,2	0,655	0,0314	15,2213	0,1819
290 ½	69 ¼	1,4	0,665	0,0369	15,1282	0,1808
359 ½	75 ¼	1,6	0,690	0,0433	14,9028	0,1781
434 ¾	82 ½	1,8	0,725	0,0508	14,5887	0,1744
517 ¼	92 ¼					
609 ½	98 ¼					
707 ¾	103 ¾					
811 ½	110 ½					
922	116 ¼					
1038 ¼	122 ¾					
1161	127 ½					
1288 ½	137 ½					
1426	144 ½					
1570 ½	152 ¾					
1723 ¼	154					
1877 ¼						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
2045	168 ¼
2217	171 ½
2393	176
2579 ½	186 ½

Esperienza 1189.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,252.
Segno O *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4° *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
177 ½	55 ¾	0,6	0,695	0,0214	7,9411	0,1776
233 ¼	62	0,8	0,665	0,0236	8,0794	0,1807
295 ¼	69 ¾	1,0	0,645	0,0268	8,1698	0,1828
365	76 ½	1,2	0,625	0,0308	8,2594	0,1848
441 ½	84 ¾	1,4	0,630	0,0362	8,2306	0,1841
526 ¼	92 ½	1,6	0,640	0,0423	8,1777	0,1829
618 ¾	99					
717 ¾	105					
822 ¾	110 ¾					
933 ½	117 ¼					
1050 ¾	123 ¼					
1174	132 ¼					
1306 ¼	138					
1444 ¼	145 ¼					
1589 ½	150					
1739 ½	157					
1896 ½	164 ½					
2060 ¾						

Esperienza 1190.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,252.
Segno *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
381						
	77					
458		0,8	0,640	0,0231	8,1969	0,1834
	83 $\frac{3}{4}$					
541 $\frac{3}{4}$		1,0	0,615	0,0262	8,3109	0,1859
	90 $\frac{1}{4}$					
632		1,2	0,580	0,0300	8,4709	0,1895
	96 $\frac{1}{2}$					
728 $\frac{1}{2}$		1,4	0,570	0,0350	8,5127	0,1904
	103 $\frac{1}{4}$					
831 $\frac{3}{4}$		1,6	0,580	0,0412	8,4597	0,1893
	108 $\frac{3}{4}$					
940 $\frac{1}{2}$		1,8	0,610	0,0485	8,3120	0,1817
	112 $\frac{1}{4}$					
1052 $\frac{3}{4}$						
	122					
1174 $\frac{3}{4}$						
	126 $\frac{1}{2}$					
1301 $\frac{1}{4}$						
	132 $\frac{1}{2}$					
1433 $\frac{3}{4}$						
	138					
1571 $\frac{3}{4}$						
	143					
1714 $\frac{3}{4}$						
	148 $\frac{3}{4}$					
1863 $\frac{1}{2}$						
	154 $\frac{1}{4}$					
2017 $\frac{3}{4}$						
	159 $\frac{3}{4}$					
2177 $\frac{1}{2}$						
	167 $\frac{1}{2}$					
2345						
	169 $\frac{1}{2}$					
2514 $\frac{1}{2}$						
	178 $\frac{1}{2}$					
2693						
	182 $\frac{3}{4}$					
2875 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1190 bis.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,252.
Segno O *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
379 ½	75 ¾	0,8	0,600	0,0223	8,3850	0,1876
455 ¼						
Manca una scintilla		1,0	0,575	0,0255	8,4988	0,1901
623 ½	92 ½	1,2	0,540	0,0292	8,6589	0,1937
716	98	1,4	0,510	0,0338	8,7948	0,1967
814	104 ½	1,6	0,525	0,0401	8,7183	0,1950
918 ½	110 ¾					
1029 ¼	115 ¼					
1144 ½	121 ½					
1266	125					
1391	130 ½					
1521 ½	134 ¾					
1656 ¼						
Manca una scintilla						
1947 ½	151					
2098 ½	150 ½					
2249	162 ½					
2411 ½	164 ¾					
2576 ¼	170					
2746 ¼						

Esperienza 1191.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,252.
Segno 1. *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
78 $\frac{3}{4}$	35 $\frac{3}{4}$	0,4	0,655	0,0186	8,1312	0,1819
114 $\frac{1}{2}$	41 $\frac{3}{4}$	0,6	0,625	0,0200	8,2702	0,1850
156 $\frac{1}{4}$	47 $\frac{3}{4}$	0,8	0,595	0,0223	8,4089	0,1881
204	54 $\frac{3}{4}$	1,0	0,560	0,0252	8,5693	0,1917
258 $\frac{3}{4}$	61 $\frac{1}{2}$	1,2	0,525	0,0289	8,7295	0,1953
320 $\frac{1}{4}$	68 $\frac{3}{4}$	1,4	0,490	0,0335	8,8887	0,1988
389	73 $\frac{1}{4}$	1,6	0,515	0,0399	8,7653	0,1961
462 $\frac{1}{4}$	79					
541 $\frac{1}{4}$	84 $\frac{1}{2}$					
625 $\frac{3}{4}$	92 $\frac{1}{4}$					
718	97					
815	104					
919	107					
1026	112 $\frac{1}{2}$					
1138 $\frac{1}{2}$	117					
1255 $\frac{1}{2}$	124 $\frac{1}{2}$					
1380	128 $\frac{1}{2}$					
1508 $\frac{1}{2}$	132 $\frac{3}{4}$					
1641 $\frac{1}{4}$	138 $\frac{1}{4}$					
1779 $\frac{1}{2}$	142 $\frac{1}{4}$					
1921 $\frac{3}{4}$	145 $\frac{3}{4}$					
2067 $\frac{1}{2}$	152					
2219 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1192.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,252.
Segno *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\ A$ — Σ	f
339 ½	68	0,8	0,525	0,0209	8,7375	0,1955
407 ½	72 ½	1,0	0,485	0,0238	8,9218	0,1996
480	78 ¾	1,2	0,445	0,0273	9,1056	0,2037
558 ¾	82 ¾	1,4	0,410	0,0319	9,2648	0,2073
641 ½	87 ¼					
728 ¾	95					
823 ¾	97 ¾					
921 ½	100 ¾					
1022 ¼						
Manca una scintilla						
1242 ½	118					
1360 ½	119 ½					
1480						
Manca una scintilla						
1729	131 ½					
1860 ½	136					
1996 ½	141 ½					
2138	147					
2285	152					
2437						

Esperienza 1193.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,252.
Segno + *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto M.*² 0,0045.
Temp. 4° *Press. per M.*² » 99334. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
422 $\frac{1}{4}$	74 $\frac{1}{4}$	0,8	0,485	0,0201	8,9255	0,1997
496 $\frac{1}{2}$	78	1,0	0,445	0,0230	9,1099	0,2038
574 $\frac{1}{2}$	85 $\frac{1}{2}$	1,2	0,400	0,0264	9,3171	0,2084
660	89 $\frac{3}{4}$					
749 $\frac{3}{4}$	94					
843 $\frac{3}{4}$	99					
942 $\frac{3}{4}$	102 $\frac{1}{2}$					
1045 $\frac{1}{4}$	106 $\frac{3}{4}$					
1152	111					
1263	115 $\frac{1}{4}$					
1378 $\frac{1}{4}$	118 $\frac{3}{4}$					
1497	123 $\frac{1}{2}$					
1620 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1194.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: sgrassate.

Striscia V. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,252.
Segno I *Carico totale Chilog.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°. *Press. per M.*² » 9933,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
424 ½	71 ¾	0,8	0,470	0,0198	8,9960	0,2012
496	77 ½	1,0	0,430	0,0227	9,1804	0,2054
573 ½	85	1,2	0,390	0,0263	9,3640	0,2095
658 ½	89					
747 ½	93 ½					
841	99					
940	101 ½					
1041 ½	165 ¼					
1146 ¾	111 ½					
1258 ¼	114 ½					
1372 ¾	118 ¾					
1491 ¼	121 ¼					
1612 ¾	123 ¾					
1736 ½	128					
1864 ½						

Esperienza 1195.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone : sgrassate.

Striscia V.	*Interruzioni a* 0,″1.	*Tang.* $\alpha =$ 0,252.
Segno	*Carico totale Chil.* 45,9.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0045.
Temp. 4°.	*Press. per M.*² » 9933,4.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
458						
	74 $\frac{1}{2}$	0,8	0,455	0,0195	9,0666	0,2028
532 $\frac{1}{2}$						
	79	1,0	0,410	0,0223	9,2744	0,2075
611 $\frac{1}{2}$						
	84 $\frac{1}{2}$	1,2	0,380	0,0261	9,4111	0,2105
696						
	91 $\frac{1}{2}$					
787 $\frac{1}{2}$						
	94 $\frac{3}{4}$					
882 $\frac{1}{4}$						
	98 $\frac{1}{4}$					
980 $\frac{1}{2}$						
	101 $\frac{1}{2}$					
1082						
	106 $\frac{1}{2}$					
1188 $\frac{1}{2}$						
	111 $\frac{1}{2}$					
1300						
	116					
1416						
	117 $\frac{1}{2}$					
1533 $\frac{1}{2}$						
	120					
1653 $\frac{1}{2}$						
	122 $\frac{3}{4}$					
1776 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1229.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone : untuose.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,163.
Segno + *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0224.
Temp. 2°,2. *Press. per M.*² » 2031,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
86 ½	34 ½	0,4	0,652	0,0652	4,2668	0,0938
121	41 ¼	0,6	0,584	0,0584	4,5919	0,1009
162 ¼	47 ¼	0,8	0,540	0,0540	4,8023	0,1055
209 ½	54 ½	1,0	0,548	0,0548	4,7641	0,1047
264	61					
325	65 ¾					
390 ¾	71 ¼					
462	77					
539	82					
621	86 ½					
707 ½	92					
799 ½	98 ¾					
898 ¼	104 ¾					
1003						

Esperienza 1241.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Ottone: oleose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}163$.
Segno *Carico totale Chil.* 45,9. *Superf. del contatto in M.*² 0,0420.
Temp. 5°,2. *Press. per M.*² » 1083,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
991						
	114	1,2	0,620	0,0307	4,4511	0,0978
1105						
	120	1,4	0,560	0,0348	4,7279	0,1039
1225						
	125 $\frac{1}{2}$	1,6	0,500	0,0396	5,0040	0,1100
1350 $\frac{1}{2}$						
	130 $\frac{3}{4}$					
1481 $\frac{1}{4}$						
	138					
1619 $\frac{1}{4}$						
	142 $\frac{1}{4}$					
1761 $\frac{1}{2}$						
	148 $\frac{3}{4}$					
1910 $\frac{1}{4}$						
	153					
2063 $\frac{1}{4}$						
	159 $\frac{3}{4}$					
2223						
	161 $\frac{1}{2}$					
2384 $\frac{1}{2}$						
	171 $\frac{1}{4}$					
2555 $\frac{3}{4}$						

Rame sopra Ghisa.

Sgrassate Esp. 1377-79-80-81-82-83. — Bagnata 1395. — Untuose 1401-02-05. — Oleosa 1410.

Esperienza 1377.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}323$.
Segno +. *Carico totale Chil.* 46,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0028.
Temp. 9°. *Press. per M.*² » 18416 *Superf. resistente all'aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
39 ½						
	33 ¼					
72 ¾		0,4	0,885	0,0232	10,0183	0,2266
	43 ½					
116 ¼						
	48 ¼	0,6	0,845	0,0244	10,2058	0,2308
164 ½						
	56 ¼					
220 ¾		0,8	0,770	0,0257	10,5583	0,2389
	67 ¾					
288 ½						
	74 ½	1,0	0,675	0,0274	11,0047	0,2490
363						
	82 ½	1,2	0,680	0,0319	10,9766	0,2483
445 ½						
	90					
535 ½		1,4	0,725	0,0380	10,7582	0,2434
	97 ½					
633						
	102 ½	1,6	0,760	0,0447	10,5864	0,2395
735 ½						
	110 ¾	1,8	0,775	0,0518	10,5086	0,2377
846 ¼						
	116 ¾					
963						
	122 ¾					
1085 ¾						
	131 ¼					
1217						
	136 ¾					
1353 ¾						
	145 ¼					
1499						
	151 ½					
1650 ½						
	161					
1811 ½						
	167 ¾					
1979 ¼						
	176					
2155 ¼						
	183 ¾					
2339						
	193 ½					
2532 ½						

Esperienza 1379.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno *Carico totale Chil.* 86,25. *Superf. del contatto M.*² 0,0042.
Temp. 9° *Press. per M.*² » 20536. *Superf. resistente all' aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
1066						
	129 $\frac{1}{2}$	1,4	0,720	0,0379	20,1386	0,2437
1195 $\frac{1}{2}$						
	137 $\frac{3}{4}$	1,6	0,755	0,0446	19,8240	0,2405
1333 $\frac{1}{4}$						
	143 $\frac{3}{4}$	1,8	0,770	0,0517	19,6850	0,2388
1477						
	151 $\frac{1}{2}$					
1628 $\frac{1}{2}$						
	159 $\frac{1}{4}$					
1787 $\frac{3}{4}$						
	167 $\frac{1}{4}$					
1955						
	175 $\frac{1}{2}$					
2130 $\frac{1}{2}$						
	181 $\frac{1}{2}$					
2312						
	189 $\frac{1}{2}$					
2501 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1380.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323
Segno I. *Carico totale Chil.* 126,25. *Superf. del contatto M.*² 0,0056.
Temp. 9°. *Press. per M.*² » 21757. *Superf. resistente all'aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
68						
	36 $\frac{3}{4}$					
104 $\frac{3}{4}$		0,4	0,820	0,0219	28,2248	0,2339
	44 $\frac{1}{4}$					
149 $\frac{1}{4}$						
	50 $\frac{1}{4}$	0,6	0,765	0,0228	28,9321	0,2398
199 $\frac{1}{2}$						
	59 $\frac{3}{4}$					
259 $\frac{1}{4}$		0,8	0,675	0,0238	30,0899	0,2494
	66 $\frac{1}{2}$					
325 $\frac{3}{4}$						
	72	1,0	0,590	0,0258	31,1824	0,2584
399 $\frac{3}{4}$						
	80 $\frac{1}{4}$					
480		1,2	0,650	0,0313	30,4043	0,2520
	87 $\frac{1}{2}$					
567 $\frac{1}{2}$						
	93 $\frac{1}{4}$	1,4	0,710	0,0377	29,6254	0,2455
660 $\frac{3}{4}$						
	99 $\frac{3}{4}$					
760 $\frac{1}{2}$		1,6	0,750	0,0445	29,1035	0,2412
	105					
865 $\frac{1}{2}$						
	113					
978 $\frac{1}{2}$		1,8	0,765	0,0516	28,9033	0,2395
	118					
1096 $\frac{1}{2}$						
	125 $\frac{3}{4}$					
1222 $\frac{1}{4}$						
	130 $\frac{3}{4}$					
1353						
	138 $\frac{1}{4}$					
1491 $\frac{1}{4}$						
	144 $\frac{3}{4}$					
1636						
	151 $\frac{3}{4}$					
1787 $\frac{3}{4}$						
	160 $\frac{1}{4}$					
1948						
	167 $\frac{1}{2}$					
2115 $\frac{1}{2}$						
	173 $\frac{1}{2}$					
2289						
	182					
2471						
	190					
2661						

Esperienza 1381.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno + *Carico totale Chil.* 46,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0070.
Temp. 9°,2. *Press. per M.*² » 7227. *Superf. resistente all'aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
76						
111	35	0,4	0,620	0,0179	11,2736	0,2545
151 $\frac{1}{4}$	40 $\frac{1}{4}$	0,6	0,580	0,0192	11,4610	0,2593
196 $\frac{1}{2}$	45 $\frac{1}{4}$	0,8	0,480	0,0200	11,9319	0,2699
249	52 $\frac{1}{2}$	1,0	0,435	0,0228	12,1414	0,2747
308 $\frac{1}{2}$	59 $\frac{1}{2}$					
371 $\frac{1}{2}$	63					
444	72 $\frac{1}{2}$					
519 $\frac{1}{2}$	75 $\frac{1}{4}$					
601 $\frac{1}{4}$	82					
682 $\frac{3}{4}$	81 $\frac{1}{2}$					
770 $\frac{1}{4}$	87 $\frac{1}{2}$					
863	92 $\frac{3}{4}$					
960	97					
1061 $\frac{1}{4}$	101 $\frac{1}{4}$					
1167 $\frac{1}{4}$	106					

Esperienza 1382.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame, sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}323$.
Segno 1. *Carico totale Chil.* 166,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 9°,20 *Press. per M.*² » 1889,2. *Superf. resistente all'aria* » 0,119.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
63 ¾	30 ¼	0,4	0,690	0,0193	39,3801	0,2478
94	40	0,6	0,640	0,0203	40,2269	0,2532
134	45	0,8	0,550	0,0214	41,7518	0,2628
179	50 ½	1,0	0,470	0,0235	43,1062	0,2713
229 ½	56 ½	1,2	0,580	0,0300	41,2346	0.2595
286	64	1,4	0,660	0,0368	39,8713	0,2509
350	70 ½	1,6	0,700	0,0435	39,1863	0,2466
420 ½	74	1,8	0,720	0,0507	38,8400	0,2445
494 ½	83					
577 ½	85 ½					
663	93					
756	96 ¼					
852 ¼	100 ¾					
953	105					
1058	110 ¼					
1168 ¼	117					
1285 ¼	123 ½					
1408 ¾	128					
1536 ¾	134 ¼					
1671	142 ¼					
1813 ¼	147 ¾					
1961						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
2115 ¼	154 ¼
2278	162 ¾
2448	170
2620 ½	172 ½
2803 ¼	182 ¾
2991 ¼	188

Esperienza 1383.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,323.
Segno + *Carico totale Chil.* 166,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 9°,20 *Press. per M.*² » 1889,2. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
201 ½						
	51 ½	0,6	0,590	0,0194	41,0756	0,2585
253						
	58	0,8	0,490	0,0202	42,7704	0,2692
311						
	63 ¼	1,0	0,440	0,0229	43,6155	0,2745
374 ¼						
	68 ¾	1,2	0,555	0,0295	41,6590	0,2622
443						
	73 ¼	1,4	0,640	0,0364	40,2108	0,2531
516 ¼						
	81 ¼					
597 ½						
	79 ¾					
677 ¼						
	87 ¼					
764 ½						
	92 ½					
857						
	97					
954						
	100					
1054						
	104					
1158						
	106 ¾					
1264 ¾						
	115 ¼					
1380						
	120 ¼					
1500 ¼						
	123 ¾					
1624						
	129 ½					
1753 ½						
	137 ½					
1891						
	141 ½					
2032 ½						
	150					
2182 ½						

Esperienza 1395.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: bagnate (non untuose).

Striscia VII. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}323$.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 166,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0112.
Temp. 10°. *Press. per M.*² » 14186. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
89						
	32	0,4	0,760	0,0207	38,1917	0,2404
121						
	37 $\frac{1}{2}$	0,6	0,895	0,0254	35,8980	0,2259
158 $\frac{1}{2}$						
	45 $\frac{1}{4}$					
203 $\frac{3}{4}$						
	52 $\frac{3}{4}$					
256 $\frac{1}{2}$						
	64 $\frac{1}{2}$					
321						
	69					
390						

Esperienza 1401.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: untuose.

Striscia VIII. *Interruzioni* α 0″,1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 166,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0112.
Temp. 10.° *Press. per M.*² » 14405,6. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
44						
93	49	0,6	2,160	0,0501	6,1110	0,0379
161 $\frac{1}{2}$	68 $\frac{1}{2}$	0,8	2,100	0,0516	7,1268	0,0442
251 $\frac{1}{4}$	89 $\frac{3}{4}$	1,0	1,960	0,0525	9,4998	0,0589
362	100 $\frac{3}{4}$	1,2	1,750	0,0528	13,0608	0,0809
488 $\frac{1}{4}$	126 $\frac{1}{4}$	1,4	1,560	0,0543	16,2804	0,1009
630 $\frac{1}{2}$	142 $\frac{1}{4}$	1,6	1,430	0,0578	18,4812	0,1145
786 $\frac{1}{2}$	156	1,8	1,340	0,0628	20,0022	0,1240
959 $\frac{3}{4}$	173 $\frac{1}{4}$	2,0	1,300	0,0696	20,6736	0,1284
1142	182 $\frac{1}{4}$	2,2	1,295	0,0780	20,7500	0,1286
1337 $\frac{1}{2}$	195					
1547 $\frac{1}{4}$	209 $\frac{3}{4}$					
1771 $\frac{1}{4}$	224					

Esperienza 1402.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: untuose.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 126,25. *Superf. del contatto M.*² 0,0112.
Temp. 10.° *Press. per M.*² » 10939,5. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
54						
	51	0,6	2,100	0,0489	5,4029	0,0441
105						
	71	0,8	2,020	0,0501	6,4318	0,0525
176						
	91 $\frac{3}{4}$	1,0	1,890	0,0512	8,1046	0,0661
267 $\frac{3}{4}$						
	112 $\frac{1}{4}$	1,2	1,640	0,0507	11,3241	0,0924
380						
	126 $\frac{3}{4}$	1,4	1,440	0,0520	13,8980	0,1134
506 $\frac{1}{4}$						
	145 $\frac{3}{4}$	1,6	1,280	0,0548	15,9553	0,1302
648						
	156 $\frac{3}{4}$	1,8	1,170	0,0595	17,3670	0,1417
804 $\frac{3}{4}$						
	169 $\frac{3}{4}$	2,0	1,110	0,0659	18,1331	0,1480
974 $\frac{1}{2}$						
	180	2,2	1,080	0,0738	18,5115	0,1511
1154 $\frac{1}{2}$						
	191					
1345 $\frac{1}{2}$						
	205 $\frac{1}{2}$					
1551						
	214 $\frac{1}{4}$					
1765 $\frac{1}{4}$						
	228 $\frac{3}{4}$					
1994						

Esperienza 1405.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: untuose.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,26633.
Segno *Carico totale Chil.* 86,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,0112.
Temp. 10°. *Press. per M.*² » 7473,6. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
28 $\frac{1}{4}$	36 $\frac{1}{2}$	0,4	2,050	0,0459	4,1183	0,0492
64 $\frac{3}{4}$	57	0,6	2,000	0,0469	4,5571	0,0544
121 $\frac{3}{4}$	77 $\frac{1}{4}$	0,8	1,930	0,0483	5,1715	0,0618
199	95 $\frac{3}{4}$	1,0	1,800	0,0494	6,3139	0,0754
294 $\frac{3}{4}$	114 $\frac{1}{2}$	1,2	1,560	0,0491	8,4255	0,1007
409 $\frac{1}{4}$	129	1,4	1,340	0,0500	10,3597	0,1235
538 $\frac{1}{2}$	141 $\frac{1}{2}$	1,6	1,180	0,0529	11,7643	0,1405
680	156	1,8	1,080	0,0570	12,9917	0,1552
836	168 $\frac{1}{4}$	2,0	0,950	0,0628	13,7776	0,1642
1004 $\frac{1}{4}$	176 $\frac{1}{2}$	2,2	0,900	0,0702	14,2100	0,1698
1180 $\frac{3}{4}$	187 $\frac{1}{4}$					
1368	197 $\frac{1}{2}$					
1565 $\frac{1}{2}$	208 $\frac{3}{4}$					
1773 $\frac{3}{4}$	217 $\frac{1}{2}$					
1991 $\frac{1}{4}$	225					
2216 $\frac{1}{4}$	232					
2448 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1410.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Rame: oleose.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,1655.
Segno 0 *Carico totale Chilog.* 46,25. *Superf. del contatto in M.*² 0,042.
Temp. 10°. *Press. per M.*² » 1091,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
78						
	29 $\frac{1}{4}$	0,4	1,356	0,0322	1,1515	0,0251
107 $\frac{1}{4}$						
	50 $\frac{1}{2}$	0,6	1,000	0,0274	2,8072	0,0613
157 $\frac{3}{4}$						
	59 $\frac{3}{4}$	0,8	0,750	0,0253	3,9886	0,0870
217 $\frac{1}{2}$						
	70					
287 $\frac{1}{2}$						
	78					
365 $\frac{1}{2}$						
	85 $\frac{1}{4}$					
450 $\frac{3}{4}$						
	91 $\frac{1}{2}$					
542 $\frac{1}{4}$						

Macigno di Fiesole sopra Ghisa.

Sgrassate Esp. 1849-50-51-61. — Sgrassate bagnate 65-66.

Esperienza 1849.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole : sgrassate.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,23.
Segno + *Carico totale Chil.* 123,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 14402. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
44	19 $\frac{1}{2}$	0,2	0,545	0,0153	20,8195	0,1721
63 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{3}{4}$	0,4	0,540	0,0164	20,8814	0,1726
89 $\frac{1}{4}$	32	0,6	0,530	0,0182	21,0057	0,1736
121 $\frac{1}{4}$	36	0,8	0,490	0,0202	21,5079	0,1778
157 $\frac{1}{4}$	40 $\frac{1}{4}$	1,0	0,435	0,0228	22,1986	0,1835
197 $\frac{1}{2}$	45 $\frac{1}{2}$	1,2	0,450	0,0274	22,0049	0,1819
243	51 $\frac{1}{4}$	1,4	0,480	0,0333	21,6209	0,1787
294 $\frac{1}{4}$	58					
352 $\frac{1}{4}$	61 $\frac{1}{2}$					
413 $\frac{3}{4}$	66 $\frac{1}{2}$					
480 $\frac{1}{4}$	73 $\frac{1}{4}$					
553 $\frac{1}{2}$	79 $\frac{1}{2}$					
633	83 $\frac{1}{4}$					
716 $\frac{1}{4}$	86					
802 $\frac{1}{4}$	93					
895 $\frac{1}{4}$	96 $\frac{3}{4}$					
992	99 $\frac{1}{2}$					
1091 $\frac{1}{2}$	104					
1195 $\frac{1}{2}$	108					
1303 $\frac{1}{2}$	111 $\frac{3}{4}$					
1415 $\frac{1}{4}$	117 $\frac{1}{4}$					
1532 $\frac{1}{2}$	119 $\frac{3}{4}$					
1652 $\frac{1}{4}$						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
1778	125 $\frac{3}{4}$
1911	133
2045 $\frac{1}{4}$	134 $\frac{1}{4}$
2186	140 $\frac{3}{4}$

Esperienza 1850.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole: sgrassate.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}23$.
Segno O *Carico totale Chil.* 43,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 5080,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
29 $\frac{1}{4}$	13 $\frac{1}{2}$	0,2	0,445	0,0133	7,7809	0,1823
42 $\frac{3}{4}$	20 $\frac{1}{4}$	0,4	0,330	0,0123	8,2932	0,1943
63	25	0,6	0,235	0,0124	8,7156	0,2042
88	29					
117	30 $\frac{1}{2}$					
147 $\frac{1}{2}$	34 $\frac{3}{4}$					
182 $\frac{1}{4}$	36 $\frac{3}{4}$					
219	41 $\frac{3}{4}$					
260 $\frac{3}{4}$	45 $\frac{3}{4}$					
306 $\frac{1}{2}$	46 $\frac{1}{2}$					
353	50 $\frac{1}{2}$					
403 $\frac{1}{2}$	52 $\frac{1}{2}$					
456	56					
512	57 $\frac{3}{4}$					
569 $\frac{3}{4}$	60 $\frac{1}{4}$					
630						

Esperienza 1851.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole: sgrassate.

Striscia X.	*Interruzioni a* 0″,1.	*Tang.* α = 0,23.
Segno	*Carico totale Chil.* 123,6.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 16°.	*Press. per M.*² » 14402.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
44 3/4	18					
62 3/4	23 1/4	0,2	0,495	0,0143	21,4508	0,1773
86	28	04,	0,475	0,0151	21,6921	0,1793
114	33	0,6	0,450	0,0166	22,0157	0,1820
147	37 1/2	0,8	0,410	0,0186	22,5180	0,1861
184 1/2	40 1/2	1,0	0,390	0,0219	22,7668	0,1882
225	45 1/2	1,2	0,425	0,0269	23,3206	0,1845
270 1/2	52	1,4	0,460	0,0329	21,8734	0,1808
322 1/2	56					
378 1/2	59					
437 1/2	64					
501 1/2	69 1/2					
571	73					
644	80 1/2					
724 1/2	81 1/2					
806	85 1/2					
891 1/2	91					
982 1/2	94 1/2					
1077	96 1/2					
1173	99 3/4					
1272 3/4	103 3/4					
1376 1/2	111 1/2					
1488						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
1600 1/2	112 1/2
1717 1/4	117
1838 3/4	121 1/4
1965 1/2	126 3/4
2097 1/2	132
2233 1/2	136
2375	141 1/2
2520	145

Esperienza 1864.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole: sgrassate.

Striscia XIII. *Interruzioni a* 0,"1. *Tang.* α = 0,25.
Segno + *Carico totale Chil.* 43,6. *Superf. del contatto in M.*^{2} 0,0084.
Temp. 16° *Press. per M.*^{2} » 5057,2. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
31						
	13 $\frac{1}{2}$	0,2	0,650	0,0173	7,6664	0,1805
44 $\frac{1}{2}$						
	20	0,4	0,560	0,0168	8,0671	0,1899
64 $\frac{1}{2}$						
	29	0,6	0,450	0,0166	8,5564	0,2014
93 $\frac{1}{2}$						
	34 $\frac{1}{2}$	1,8	0,400	0,0184	8,7770	0,2066
128						
	39 $\frac{1}{2}$	1,0	0,430	0,0227	8,6393	0,2034
167 $\frac{1}{2}$						
	45					
212 $\frac{1}{2}$						
	49 $\frac{3}{4}$					
262 $\frac{1}{4}$						
	56 $\frac{1}{4}$					
318 $\frac{1}{2}$						
	59 $\frac{1}{4}$					
378						
	64 $\frac{1}{2}$					
442 $\frac{1}{2}$						
	68 $\frac{1}{2}$					
511						
	74					
585						
	78 $\frac{1}{2}$					
663 $\frac{1}{2}$						
	82 $\frac{1}{2}$					
746						
	85					
831						
	89 $\frac{3}{4}$					
920 $\frac{3}{4}$						
	92 $\frac{3}{4}$					
1013 $\frac{1}{2}$						
	94 $\frac{1}{4}$					
1107 $\frac{3}{4}$						
	100 $\frac{1}{2}$					
1208 $\frac{1}{4}$						
	104 $\frac{1}{4}$					
1312 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1865.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole: sgrassate e bagnate.

Striscia XIV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,25$.
Segno *Carico totale Chil.* 43,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0084.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 5057,2. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
37 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{4}$	0,2	0,300	0,0105	9,2295	0,2173
48 $\frac{3}{4}$	15	1,4	0,180	0,0094	9,7642	0,2298
63 $\frac{3}{4}$	17 $\frac{1}{2}$	1,6	0,000			0,2489
81 $\frac{1}{4}$	21 $\frac{3}{4}$					
103	24					
127	27					
154	28 $\frac{1}{2}$					
182 $\frac{1}{2}$	31 $\frac{1}{4}$					
213 $\frac{3}{4}$	33					
246 $\frac{3}{4}$	35 $\frac{1}{4}$					
282	37					
319	38 $\frac{3}{4}$					
357 $\frac{3}{4}$	39 $\frac{1}{4}$					
397	42					
439	41 $\frac{3}{4}$					
480 $\frac{3}{4}$	43 $\frac{1}{2}$					
524 $\frac{1}{4}$	42 $\frac{1}{4}$					
566 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1866.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Macigno di Fiesole: sgrassate e bagnate.

Striscia XIV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,25.
Segno l *Carico totale Chil.* 43,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0084.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 1057,2. *Suparf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
72 $\frac{1}{4}$	16					
88 $\frac{1}{4}$	17 $\frac{1}{2}$	0,20	0,170	0,0080	9,8101	0,2309
105 $\frac{3}{4}$	20 $\frac{1}{4}$	0,23	0,000			0,2489
126	20 $\frac{3}{4}$					
146 $\frac{3}{4}$	22 $\frac{1}{2}$					
169 $\frac{1}{4}$	22 $\frac{3}{4}$					
192	23					
215	22					
237						

SERIE V.ª — Ghisa sopra macigno di Fiesole.

Superficie sgrassate Esp. 980-81-82.

Esperienza 980.

Superficie fissa Macigno di Fiesole. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,276.
Segno l *Carico totale Chil.* 7. *Superf. del contatto in M.*² 0,0070.
Temp. 7°. *Press. per M.*² » 968,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,0020.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
9 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$					
30	31	0,2	1,000	0,0036	1,1449	0,1689
61	40 $\frac{1}{2}$	0,4	0,955	0,0037	1,1805	0,1738
101 $\frac{1}{2}$	48 $\frac{1}{2}$					
150						

Esperienza 981.

Superficie fissa Macigno di Fiesole. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,276.
Segno + *Carico totale Chil.* 7. *Superf. del contatto in M.*² 0,0070.
Temp. 7.° *Press. per* M.² » 968,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,0020.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
12						
	22	0,2	1,100	0,0039	1,0733	0,1584
34						
	33	0,4	0,960	0,0037	1,1714	0,1729
67						
	43	0,6	0,610	0,0029	1,4241	6,2101
110						
	51					
161						
	58					
219						
	63					
282						

Esperienza 982.

Superficie fissa Macigno di Fiesole. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,276.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 7. *Superf. del contatto in M.*² 0,0070.
Temp. 7.° *Press. per M.*² » 968,1. *Superf. resistante all'aria* » 0,0020.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
18 ¹/₂						
	31 ¹/₂	0,4	1,100	0,0041	1,0731	0,1580
50						
	42	0,6	0,940	0,0039	1,1875	0,1752
92						
	52 ¹/₂					
144						
	62 ¹/₂					
207						

Quercia sopra Ghisa.

FIBRE LONGITUDINALI — FIBRE TRASVERSALI

Sgrassate Esp. 1515-16-17-18-19-20-21. —— Sgrassate Esp. 1774-75-80-83-84-85-86.

Esperienza 1515.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,4.
Segno I *Carico totale Chil.* 33,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 9° ? *Press. per M.*² » 12495. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
108 $\frac{3}{4}$	63 $\frac{1}{4}$	0,8	1,120	0,0325	8,5829	0,2747
172	76	1,0	1,060	0,0350	8,7834	0,2812
248	86	1,2	1,000	0,0382	8,9852	0,2877
334	98	1,4	0,950	0,0424	9,1882	0,2941
432	111 $\frac{3}{4}$	1,6	0,990	0,0492	9,0083	0,2895
543 $\frac{3}{4}$	123 $\frac{1}{4}$	1,8	1,090	0,0580	8,6579	0,2772
667	136 $\frac{3}{4}$					
803 $\frac{3}{4}$	146 $\frac{1}{4}$					
950	157 $\frac{1}{4}$					
1107 $\frac{1}{4}$	168 $\frac{3}{4}$					
1276	179 $\frac{1}{2}$					
1455 $\frac{1}{2}$	189 $\frac{1}{2}$					
1645						

Esperienza 1516.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia : sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,4.
Segno + *Carico totale Chil.* 153,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 9 ? *Press. per M.*² » 57254. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\ A$ — Σ	f
90 $\frac{1}{2}$	58	0,8	1,260	0,0353	37,2478	0,2602
148 $\frac{1}{2}$	70 $\frac{1}{2}$	1,0	1,210	0,0378	38,0280	0,2657
219	85 $\frac{1}{2}$	1,2	1,160	0,0413	38,8073	0,2711
304 $\frac{1}{2}$	92	1,4	1,110	0,0455	39,5858	0,2766
396 $\frac{1}{2}$	108 $\frac{3}{4}$	1,6	1,100	0,0513	39,7366	0,2776
505 $\frac{1}{4}$	123 $\frac{3}{4}$	1,8	1,140	0,0589	39,1028	0,2732
629	131 $\frac{1}{2}$					
760 $\frac{1}{2}$	145 $\frac{1}{2}$					
906	153 $\frac{1}{2}$					
1059 $\frac{1}{2}$	168 $\frac{1}{2}$					
1228	175					
1403	190					
1593						

Esperienza 1517.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,4.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 113,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 9°. *Press. per M.*² » 42334,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\ A$ — Σ	f
90 $\frac{1}{4}$						
	59 $\frac{3}{4}$	0,8	1,200	0,0334	28,2277	0,2667
150						
	66 $\frac{1}{2}$	1,0	1,140	0,0365	28,9199	0,2732
216 $\frac{1}{2}$						
	83	1,2	1,080	0,0398	29,6111	0,2798
299 $\frac{1}{2}$						
	87 $\frac{1}{4}$	1,4	1,040	0,0442	30,0698	0,2841
386 $\frac{3}{4}$						
	106					
492 $\frac{3}{4}$						
	117					
609 $\frac{3}{4}$						
	124 $\frac{1}{2}$					
734 $\frac{1}{4}$						
	139					
873 $\frac{1}{4}$						
	143 $\frac{1}{4}$					
1016 $\frac{1}{2}$						
	156 $\frac{3}{4}$					
1173 $\frac{1}{4}$						
	164 $\frac{3}{4}$					
1338						

Esperienza 1518.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″. *Tang.* α = 0,4.
Segno *Carico totale Chil.* 33,5 *Superf. del contatto in M.*² 0,0025
Temp. 9.° *Press. per M.*² » 12495. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
211 $\frac{3}{4}$	78	0,8	1,080	0,0318	8,7183	0,2790
289 $\frac{3}{4}$	83	1,0	1.020	0,0342	8,9209	0,2856
377 $\frac{3}{4}$	103 $\frac{1}{4}$	1,2	0,960	0,0374	9,1227	0,2920
481	110 $\frac{3}{4}$	1,4	0,920	0,0418	9,2549	0,2963
591 $\frac{3}{4}$	122 $\frac{3}{4}$	1,6	0,970	0,0488	9,0771	0,2906
714 $\frac{1}{2}$	128 $\frac{1}{2}$	1,8	1,080	0,0578	8,6923	0,2783
843	141					
984	145 $\frac{3}{4}$					
1129 $\frac{3}{4}$	158 $\frac{1}{2}$					
1288 $\frac{1}{4}$	165 $\frac{1}{4}$					
1453 $\frac{1}{2}$	178 $\frac{1}{4}$					
1631 $\frac{3}{4}$	190 $\frac{1}{4}$					
1822						

Esperienza 1519.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,4$.
Segno *I.* *Carico totale Chil.* 113,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 9°? *Press. per M.*² » 42334,4 *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\ A$ — Σ	f
115 ½	65					
180 ½	78	0,8	1,150	0,0331	28,8075	0,2722
258 ½	87 ¾	1,0	1,090	0,0356	29,4996	0,2783
346 ¼	100 ¾	1,2	1,030	0,0388	30,1909	0,2853
447	110 ½	1,4	0,990	0,0432	30,6496	0,2896
557 ½	122 ¾	1,6	1,040	0,0501	30,0639	0,2841
680 ¼	134 ¼	1,8	1,105	0,0582	29,3033	0,2769
814 ½	139 ¾					
954 ¼	151					
1105 ¼	160 ¾					
1266	171 ¼					
1437 ¼	182 ¾					
1620	193 ½					
1813 ½						

Esperienza 1520.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,4$.
Segno + *Carico totale Chil.* 73,5. *Superf. del contatto M.*² 0,0025.
Temp. 9° *Press. per M.*² » 27415. *Superf. resistente all' aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
372						
	101 $\frac{3}{4}$	1,2	0,920	0,0366	20,3641	0,2971
473 $\frac{3}{4}$						
	113 $\frac{1}{4}$	1,4	0,890	0,0413	20,5843	0,3003
587						
	121 $\frac{3}{4}$	1,6	0,980	0,0490	19,9019	0,2904
708 $\frac{3}{4}$						
	129 $\frac{1}{4}$					
838						
	139					
977						
	147 $\frac{3}{4}$					
1124 $\frac{3}{4}$						
	153 $\frac{1}{2}$					
1278 $\frac{1}{4}$						
	166 $\frac{1}{4}$					
1444 $\frac{1}{2}$						
	176 $\frac{1}{4}$					
1620 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1521.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia : sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,4$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 33,5. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 9° ? *Press. per M.*² » 12495. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
185						
	70 $\frac{1}{2}$	0,8	0,970	0,0296	9,0963	0,2912
255 $\frac{1}{2}$						
	78 $\frac{1}{2}$	1,0	0,890	0,0317	9,3676	0,2998
334						
	89					
423		1,2	0,800	0,0342	9,6726	0,3096
	99 $\frac{3}{4}$					
522 $\frac{3}{4}$						
	108 $\frac{3}{4}$	1,4	0,770	0,0389	9,7704	0,3127
631 $\frac{1}{2}$						
	115 $\frac{3}{4}$	1,6	0,920	0,0478	9,2490	0,2960
747 $\frac{1}{4}$						
	124 $\frac{1}{4}$					
871 $\frac{1}{2}$						
	130 $\frac{1}{4}$					
1001 $\frac{3}{4}$						
	138 $\frac{1}{4}$					
1140						
	145 $\frac{3}{4}$					
1285 $\frac{3}{4}$						
	155 $\frac{1}{4}$					
1441						
	165 $\frac{3}{4}$					
1606 $\frac{3}{4}$						
	174 $\frac{1}{2}$					
1781 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1774.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia : sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,45$
Segno + *Carico totale Chil.* 34,2. *Superf. del contatto M.*² 0,003.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 10441. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
448 $\frac{3}{4}$	65 $\frac{1}{4}$	0,8	0,590	0,0222	11,9539	0,3816
514 $\frac{1}{4}$	72	1,0	0,575	0,0255	12,0029	0,3832
586 $\frac{1}{4}$	76	1,2	0,580	0,0300	11,9810	0,3825
662 $\frac{1}{2}$	81 $\frac{1}{2}$	1,4	0,640	0,0364	11,7653	0,3756
744	88 $\frac{1}{2}$	1,6	0,740	0,0443	11,4086	0,3642
832 $\frac{1}{4}$	93					
925 $\frac{1}{4}$	101 $\frac{3}{4}$					
1027	106 $\frac{3}{4}$					
1133 $\frac{3}{4}$	113 $\frac{3}{4}$					
1247 $\frac{1}{2}$	116					
1363 $\frac{1}{2}$	121 $\frac{1}{2}$					
1485	128 $\frac{1}{4}$					
1613 $\frac{1}{4}$	135 $\frac{1}{2}$					
1748 $\frac{3}{4}$	140 $\frac{3}{4}$					
1889 $\frac{1}{2}$	148					
2037 $\frac{1}{2}$	155 $\frac{1}{2}$					
2193	163 $\frac{1}{2}$					
2356 $\frac{1}{2}$	171 $\frac{1}{4}$					
2527 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1775.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}45$.
Segno *Carico totale Chil.* 4,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,003.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 1465,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,0170.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
2046 ½	76 ½	0,8	0,259	0,0022	1,8409	0,4187
2123	79 ½					
2202 ½	81					
2283 ½	83 ½					
2367	84 ½					
2451 ½						

Esperienza 1780.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}45$.
Segno + *Carico totale chil.* 114,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,0030.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 34863. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
1037 ½	113					
1150 ½	119 ½	1,2	0,800	0,0342	37,5122	0,3587
1270	124 ¼					
1394 ¼	135	1,4	0,850	0,0405	36,9236	0,3530
1529 ¼	143 ¾	1,6	0,920	0,0478	36,1010	0,3452
1673	153 ½					
1826 ½	161 ½					
1988	172					
2160	183					
2343						

Esperienza 1783.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,45$.
Segno *Carico totale Chil.* 34,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,0080.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 10441. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
694						
	71	0,8	0,500	0,0204	12,2696	0,3917
765						
	78 $^1/_4$	1,0	0,460	0,0233	12,4063	0,3961
843 $^1/_4$						
	83 $^3/_4$	1,2	0,465	0,0277	12,3844	0,3954
927						
	92					
1019						
	99 $^1/_2$	1,4	0,525	0,0341	12,1687	0,3885
1118 $^1/_2$						
	104 $^1/_2$	1,6	0,650	0,0425	11,7243	0,3743
1223						
	103 $^1/_4$					
1326 $^1/_4$						
	105					
1431 $^1/_4$						
	112					
1543 $^1/_4$						
	117 $^3/_4$					
1661						
	117 $^3/_4$					
1778 $^3/_4$						
	120					
1898 $^3/_4$						
	125 $^3/_4$					
2024 $^1/_2$						
	134 $^1/_2$					
2159						
	138 $^1/_4$					
2297 $^1/_4$						
	139 $^1/_4$					
2436 $^1/_2$						
	148 $^1/_4$					
2584 $^3/_4$						
	154					
2738 $^3/_4$						
	163 $^3/_4$					
2902 $^1/_2$						

Esperienza 1784.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,48.
Segno I *Carico totale Chil.* 154,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,0030.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 47074,7. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
632 $\frac{3}{4}$	80 $\frac{1}{2}$	0,8	0,795	0,0262	50,7488	0,3593
713 $\frac{1}{4}$	90 $\frac{1}{4}$	1,0	0,780	0,0295	50,9814	0,3610
803 $\frac{1}{2}$	98 $\frac{3}{4}$	1,2	0,780	0,0339	50,9770	0,3609
902 $\frac{1}{4}$	106	1,4	0,815	0,0398	50,4207	0,3570
1008 $\frac{1}{4}$	115 $\frac{1}{2}$	1,6	0,890	0,0473	49,2337	0,3486
1123 $\frac{3}{4}$	122 $\frac{1}{4}$					
1246	128 $\frac{1}{2}$					
1374 $\frac{1}{2}$	136 $\frac{1}{4}$					
1510 $\frac{3}{4}$	144 $\frac{3}{4}$					
1655 $\frac{1}{2}$	158 $\frac{1}{2}$					
1809	161					
1970	168 $\frac{1}{2}$					
2138 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1785.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,45.
Segno + *Carico totale Chil.* 34,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,003.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 10441. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — M A — Σ	f
1318 ½						
1412	93 ½	1,0	0,430	0,0227	12,5115	0,3994
1511 ¾	99 ¾	1,2	0,430	0,0270	12,5072	0,3993
1615	103 ¼	1,4	0,475	0,0332	12,3440	0,3941
1718 ¼	103 ¼					
1822 ½	104 ¼					
1932 ¾	110 ¼					
2050 ¼	117 ½					
2170 ¾	120 ½					
2291	120 ¼					
2414 ¼	123 ¼					
2544	129 ¾					
2684	140					
2828 ½	144 ½					
2975	146 ½					

Esperienza 1786.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Quercia: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0,45$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 154,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,003.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 47074,7. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
545						
	72	0,6	0,820	0,0239	50,3580	0,3566
617						
	80	0,8	0,780	0,0259	50,9850	0,3610
697						
	86 $^3/_4$	1,0	0,770	0,0293	51,1389	0,3621
783 $^3/_4$						
	95 $^3/_4$					
879 $^1/_2$						
	103 $^3/_4$					
983 $^1/_4$						
	112 $^3/_4$					
1096						

Olmo sopra Ghisa.

FIBRE LONGITUDINALI. FIBRE TRASVERSALI.
Sgrassate Esp. 1582-83-85. —— Sgrassate Esp. 1589-90-91.

Esperienza 1582.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo: sgrassate.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 32,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0010.
Temp. 11.° *Press. per M.*² » 2946,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
96 ½	47 ¼	0,6	0,560	0,0188	12,7769	0,4336
143 ¾	52 ¼	0,8	0,370	0,0179	13,4134	0,4552
196	61	1,0	0,290	0,0199	13,6790	0,4643
257	64	1,2	0,300	0,0245	13,6410	0,4630
321	69 ½					
390 ½	74					
464 ½	77					
541 ½	83 ½					
625	84 ¼					
709 ¼	87 ¼					
796 ½	88					
884 ½	89 ½					
974	91 ¾					
1065 ¾	94 ¾					
1160 ½	97 ½					
1258	100					
1358	101 ½					
1459 ½	105					
1564 ½	106 ½					
1671	110					
1781	113					
1894						

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
2008 ¾	114 ¾
2127 ¾	119
2251 ¾	124
2381 ¼	129 ½

Esperienza 1583.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo: sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,50.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 152,8. *Superf. del contatto M.*² 0,0010.
Temp. 11.° *Press. per M.*² » 137260. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
71						
	42 ½	0,6	0,860	0,0247	54,9071	0,4000
113 ½						
	53 ½	0,8	0,800	0,0248	57,4009	0,4182
167						
	61 ¼					
228 ¼		1,0	0,530	0,0246	60,0499	0,4375
	68 ¾					
297						
	77 ¼	1,2	0,540	0,0292	59,8895	0,4363
374 ¼						
	84 ¼	1,4	0,700	0,0375	57,3877	0,4181
458 ½						
	91					
549 ½		1,6	0,840	0,0463	55,1972	0,4021
	97					
646 ½						
	102 ½					
749						
	107					
856						
	111 ¾					
967 ¾						
	115 ¾					
1083 ½						
	123 ½					
1207						
	127					
1334						
	132 ½					
1466 ½						
	140 ½					
1607						
	146 ½					
1753 ½						
	153 ¼					
1906 ¾						
	160 ¾					
2067 ½						
	169					
2236 ½						
	179 ¼					
2415 ¾						

Esperienza 1585.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo : sgrassate.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,50.
Segno + *Carico totale Chil.* 99,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0010.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 83361. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
244						
	68 $\frac{1}{4}$	0,8	0,620	0,0227	35,6103	0,4272
312 $\frac{1}{4}$						
	75	1,0	0,430	0,0227	37,4086	0,4487
387 $\frac{1}{4}$						
	82 $\frac{3}{4}$	1,2	0,430	0,0270	37,4043	0,4487
470						
	88	1,4	0,570	0,0350	36,0712	0,4327
558						
	92 $\frac{1}{2}$	1,6	0,770	0,0449	34,1684	0,4099
650 $\frac{1}{2}$						
	97 $\frac{3}{4}$					
748 $\frac{1}{4}$						
	102 $\frac{1}{4}$					
850 $\frac{1}{2}$						
	105 $\frac{1}{2}$					
956						
	109					
1065						
	111 $\frac{1}{2}$					
1176 $\frac{1}{2}$						
	116 $\frac{1}{2}$					
1293						
	120 $\frac{1}{4}$					
1413 $\frac{1}{4}$						
	125 $\frac{3}{4}$					
1539						
	129					
1668						
	134 $\frac{1}{2}$					
1802 $\frac{1}{2}$						
	140 $\frac{3}{4}$					
1943 $\frac{1}{4}$						
	145 $\frac{3}{4}$					
2089						
	152					
2241						
	161					
2402						
	167 $\frac{1}{2}$					
2569 $\frac{1}{2}$						
	176 $\frac{3}{4}$					
2746 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1589.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,50.
Segno + *Carico totale Chil.* 153,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0030.
Temp. 11° *Press. per M.*² » 45992. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
178 $\frac{3}{4}$	84 $\frac{1}{4}$	1,0	1,430	0,0421	46,2490	0,3352
263	98 $\frac{1}{2}$	1,2	1,330	0,0446	47,8130	0,3465
361 $\frac{1}{2}$	112 $\frac{3}{4}$	1,4	1,220	0,0477	49,5330	0,3590
474 $\frac{1}{4}$	127 $\frac{1}{4}$	1,6	1,140	0,0521	50,7818	0,3680
601 $\frac{1}{2}$	139	1,8	1,120	0,0585	51,0887	0,3703
740 $\frac{1}{2}$	153	2,0	1,210	0,0679	49,6695	0,3600
893 $\frac{1}{2}$	162 $\frac{3}{4}$	2,2	1,280	0,0777	48,5631	0,3520
1056 $\frac{1}{4}$	174 $\frac{3}{4}$	2,4	1,340	0,0880	47,6129	0,3451
1231	186					
1417	198 $\frac{3}{4}$					
1615 $\frac{3}{4}$	211 $\frac{1}{4}$					
1827	222					
2049	237 $\frac{1}{4}$					
2286 $\frac{1}{4}$	251 $\frac{1}{2}$					
2537 $\frac{3}{4}$						

Esperienza 1590.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno 0 *Carico totale Chilog.* 33,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0030.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 10060. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
407 ½						
	107 ½	1,2	1,010	0,0384	11,5263	0,3819
515						
	118 ½	1,4	0,920	0,0418	11,8314	0,3920
633 ½						
	126					
759 ½		1,6	0,890	0,0473	11,9287	0,3952
	136 ½					
896						
	143 ½	1,8	0,960	0,0554	11,6807	0,3870
1039 ½						
	149 ½	2,0	1,060	0,0650	11,3284	0,3753
1189						
	160					
1349						
	168 ½					
1517 ½						
	179					
1696 ½						
	188					
1884 ½						
	199					
2083 ½						
	208 ¾					
2292 ¼						
	220 ¾					
2513						

Esperienza 1591.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Olmo: sgrassate.

Striscia V. *Interruzioni* α 0″,1. *Tang.* α = 0,50.
Segno I *Carico totale Chil.* 113,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0030.
Temp. 11.° *Press. per M.*² » 34015. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
180						
265 ½	85 ½	1,0	1,240	0,0384	36,3980	0,3567
363 ½	98	1,2	1,170	0,0415	37,2059	0,3646
473 ½	110	1,4	1,080	0,0450	38,2451	0,3748
595 ¾	122 ¼	1,6	1,000	0,0494	39,1676	0,3838
731 ¼	135 ½	1,8	1,040	0,0570	38,6966	0,3792
877 ¼	146	2,0	1,150	0,0667	37,4124	0,3666
1032	154 ¾	2,2	1,230	0,0767	36,4755	0,3574
1196 ¼	164 ¼	2,4	1,290	0,0870	35,7701	0,3505
1370	173 ¾					
1554 ½	184 ½					
1751 ¼	196 ¾					
1958 ¾	207 ½					
2178 ¾	220					
2410 ¾	232					
2656 ¼	245 ½					
2913	256 ¾					

III.ª SERIE. — Pioppo sopra Ghisa.

FIBRE LONGITUDINALI
Superficie sgrassate Esp. 1620-21-36-59-60.

FIBRE TRASVERSALI
Superficie. sgrassate Esp. 1679-81-82-86-87-88.

Esperienza 1620.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo long.: sgrassate.

Striscia V. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0,5$.
Segno O *Carico totale Chil.* 152,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 15°. *Press. per M.*² » 68539. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
69 ½	33 ¼	0,4	1,360	0,0324	47,0469	0,3432
102 ¾	46	0,6	1,310	0,0334	47,8241	0,3489
148 ¾	60 ¾	0,8	1,220	0,0346	49,2235	0,3591
209 ½	74 ¾	1,0	1,110	0,0359	50,9342	0,3716
284 ¼	86 ½	1,2	1,050	0,0392	51,8647	0,3784
370 ½	96 ½	1,4	0,990	0,0432	52,7944	0,3851
467	109 ¼	1,6	0,970	0,0488	53,1001	0,3874
576 ¼	121					
697 ¼	130 ½					
827 ¾	141					
968 ¾	152 ¾					
1121 ½	161 ¾					
1283 ¼	172 ¾					
1456						

Esperienza 1621.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo f. long: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,50.
Segno *Carico totale Chil.* 32,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 15°. *Press. per M.*² » 14642. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
404 ¾						
497	92 ½					
598	101	1,0	0,810	0,0301	11,8558	0,4049
708	110	1,2	0,750	0,0333	12,0521	0,4116
825	117					
950 ¾	125 ¾	1,4	0,690	0,0374	12,2475	0,4182
1081 ¾	131					
1218 ½	136 ¾					
1361	142 ½					
1511	150					

Esperienza 1636.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo f. long.: sgrassate.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,4.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 72,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 16.° *Press. per M.*² » 12159. *Superf. resistante all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M A$ — Σ	f
52 /½						
71 ¼	18 ¾					
100	28 ¾	0,2	0,500	0,0144	23,2464	0,3436
132 ½	32 ½	0,4	0,520	0,0141	23,8391	0,3521
171 ¼	38 ¾					
212 ½	41 ¼					
257	44 ½					
304 ¾	47 ¾					
354 ¼	49 ½					
402 ¾	48 ½					
456	53 ¼					

Esperienza 1659.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo: sgrassate.

Striscia XV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,4$.
Segno l *Carico totale Chil.* 152,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0025.
Temp. 13°,5 *Press. per M.*² » 56918. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$\frac{P \operatorname{sen} \alpha - M A}{\Sigma}$	f
93 $\frac{1}{4}$						
	35 $\frac{1}{4}$					
128 $\frac{1}{2}$		0,4	0,0470	0,0138	49,3456	0,3468
	40 $\frac{3}{4}$					
169 $\frac{1}{4}$		0,6	0,0370	0,0151	50,9006	0,3577
	44					
213 $\frac{1}{4}$						
	49 $\frac{1}{4}$					
262 $\frac{1}{2}$						
	52 $\frac{3}{4}$					
315 $\frac{1}{4}$						
	56 $\frac{1}{4}$					
371 $\frac{1}{2}$						
	59 $\frac{3}{4}$					
431 $\frac{1}{4}$						
	66 $\frac{3}{4}$					
498						
	69 $\frac{1}{2}$					
567 $\frac{1}{2}$						
	72 $\frac{1}{2}$					
640						

Esperienza 1660.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo f. long: sgrassate.

Striscia XV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,4$.
Segno + *Carico totale Chil.* 32,6. *Superf. del contatto M.*² 0,0025.
Temp. 13° $^1/_2$ *Press. per M.*² » 12159. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + {}^1/_2$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
81 $^1/_4$	36 $^3/_4$	0,4	0,320	0,0121	11,0310	0,3629
118	39 $^1/_2$	0,6	0,140	0,0126	11,6309	0,3826
157 $^1/_2$	42					
199 $^1/_2$	45 $^1/_2$					
245	45 $^3/_4$					
290 $^3/_4$	49 $^1/_4$					
340	48 $^1/_4$					
388 $^1/_4$	51 $^3/_4$					
440	53 $^1/_4$					
493 $^1/_4$	55 $^3/_4$					
549	61 $^1/_4$					
610 $^1/_4$	59 $^1/_2$					
669 $^3/_4$	62 $^3/_4$					
732 $^1/_2$	62 $^1/_4$					
794 $^3/_4$	63					
857 $^3/_4$						

Esperienza 1679.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo trasv.: sgrassate.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno × *Carico totale Chil.* 153,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13°. *Press. per M.*² » 69078. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
88						
142 ½	54 ½	0,6	1,330	0,0338	47,8859	0,3466
210 ¼	67 ¾					
290 ¼	80	0,8	1,220	0,0345	49,6106	0,3591
381	90 ¾	1,0	1,080	0,0354	51,8058	0,3750
484	103					
595 ¾	111 ¾	1,2	0,850	0,0352	55,4137	0,4011
717 ¼	121 ½	1,4	0,600	0,0356	59,3348	0,4295
845	127 ¾	1,6	0,520	0,0400	60,5853	0,4385
978	133					
1118 ½	140 ½					
1264 ¼	145 ¾					
1415	150 ¾					
1569 ½	154 ½					
1729 ¼	159 ¾					
1891 ¾	162 ½					
2060	168 ¼					
2231 ½	171 ½					

Esperienza 1681.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo f. trasv: sgrassate.

Striscia V. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,50.
Segno *Carico totale Chil.* 33,8 *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13.° *Press. per M.*² » 15181. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
77 ½						
	53 ¾	0,6	1,000	0,0274	11,6414	0,3834
131 ¼						
	63 ¾	0,8	0,950	0,0292	11,8120	0,3890
195						
Mancano tre scintille		1,0	0,840	0,0307	12,1897	0,4014
546 ½						
	110	1,2	0,650	0,0313	12,8441	0,4230
656 ½						
	115					
771 ½						
	121 ½					
893						
	126					
1019						

Esperienza 1682.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo trasv.: sgrassate.

Striscia V. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno I. *Carico totale Chil.* 113,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13° *Press. per M.*² » 51112. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
69 ½						
	50 ¾					
120 ¼		0,6	1,200	0,0313	36,9345	0,3613
	62 ¼					
182 ½		0,8	1,120	0,0325	37,8618	0,3704
	74 ¼					
256 ¾						
	86	1,0	0,980	0,0334	39,4858	0,3863
342 ¾						
	97 ¼					
440 ½						
	106 ¼					
546 ¼						
	114 ¼					
660 ½						

Esperienza 1686.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo trasv.: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno I *Carico totale Chil.* 33,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13.° *Press. per* M.² » 15181. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
110 ¼						
	58 ¾	0,6	0,940	0,0262	11,8495	0,3903
169						
	66 ½					
235 ½		0,8	0,860	0,0274	12,1241	0,3993
	74 ½					
310						
	83	1,0	0,750	0,0289	12,5037	0,4117
393						
	91 ¾					
484 ¾						
	99 ½					
584 ¼						
	109					
693 ¼						

Esperienza 1687.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo trasvers: sgrassate.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha =$ 0,50.
Segno + *Carico totale Chil.* 33,8. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13.° *Press. per M.*² » 15181. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
89 ½	55 ¾	0,6	0,930	0,0260	11,8842	0,3914
145 ¼	65 ¼	0,8	0,840	0,0270	12,1934	0,4016
210 ½	73 ¾	1,0	0,730	0,0285	12,5711	0,4140
284 ¼	83 ¼	1,2	0,590	0,0302	13,0520	0,4299
267 ½	93					
460 ½	100 ½					
561	108 ¾					
669 ¾	112 ¾					
782 ½	115 ½					
898	118 ½					
1016 ½	122					
1138 ½						

Esperienza 1688.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Pioppo trasv.: sgrassate.

Striscia VI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}50$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 4,6. *Superf. del contatto in M.*² 0,0020.
Temp. 13°. *Press. per M.*² » 2066. *Superf. resistente all'aria* » 0,1250.

Spazio percorso	Velocitá pre $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
120 $\frac{3}{4}$	53 $\frac{3}{4}$	0,6	0,840	0,0059	1,6573	0,4011
174 $\frac{1}{2}$	61 $\frac{3}{4}$	0,8	0,750	0,0061	1,6993	0,4112
236 $\frac{1}{4}$	73 $\frac{1}{2}$	1,0	0,630	0,0063	1,7554	0,4248
309 $\frac{3}{4}$	78 $\frac{3}{4}$	1,2	0,480	0,0067	1,8254	0,4418
388 $\frac{1}{2}$	86 $\frac{3}{4}$					
475 $\frac{1}{4}$	93					
568 $\frac{1}{4}$	98					
666 $\frac{1}{4}$	104 $\frac{1}{4}$					
770 $\frac{1}{2}$	110 $\frac{1}{2}$					
881	116 $\frac{1}{4}$					
997 $\frac{1}{4}$	120 $\frac{1}{2}$					
1117 $\frac{3}{4}$	125 $\frac{1}{4}$					
1243						

Cuojo sopra Ghisa

Leggermente untuose Esp. 1453-56-64 — Untuose Esp. 1468-69-70-71-72-73-75.
Rinnovata l' untuosità Esp. 1476-77-79-82 — Sgrassate Esp. 1488-90.

Esperienza 1453.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: leg. untuose.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}69$.
Segno *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°.5 *Press. per M.*² » 1653,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
183						
258 $\frac{3}{4}$	75 $\frac{3}{4}$	0,8	0,540	0,0212	16,3905	0,6196
338 $\frac{1}{2}$	79 $\frac{3}{4}$					
424	85 $\frac{1}{2}$					
512 $\frac{1}{4}$	88 $\frac{1}{4}$					
607 $\frac{1}{4}$	95					

Esperienza 1456.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: leg. untuose.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}69$.
Segno I *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°,5 *Press. per M.*² » 1653,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
191 $\frac{1}{4}$	70 $\frac{1}{4}$	0,8	0,350	0,0175	17,0143	0,6432
261 $\frac{1}{2}$	75					
336 $\frac{1}{2}$	79					
415 $\frac{1}{2}$	79 $\frac{3}{4}$					
495 $\frac{1}{4}$	85 $\frac{1}{4}$					
580 $\frac{1}{2}$	90					
670 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1464.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: leggermete untuose.

Striscia VII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,69.
Segno *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto M.*² 0,0160.
Temp. 10,°5. *Press. per M.*² » 1653,3. *Superf. resistente all' aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
1724 $\frac{1}{2}$						
	73 $\frac{1}{4}$					
1797 $\frac{3}{4}$		0,8	0,180	0,0127	17,5739	0,6643
	75 $\frac{3}{4}$					
1873 $\frac{1}{2}$						
	79 $\frac{1}{2}$					
1953						
	81 $\frac{1}{4}$					
2034 $\frac{1}{4}$						
	83 $\frac{1}{4}$					
2117 $\frac{1}{2}$						
	84					
2201 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1468.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,74
Segno + *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto M.*² 0,0160.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 1614,6. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — $M\,A$ — Σ	f
9 $\frac{1}{2}$						
	48 $\frac{3}{4}$					
58 $\frac{1}{4}$		0,6	1,440	0,0360	14,2994	0,5535
	65 $\frac{1}{4}$					
123 $\frac{1}{2}$						
	74 $\frac{3}{4}$					
198 $\frac{1}{4}$		0,8	1,160	0,0333	15,2159	0,5890
	88					
286 $\frac{1}{4}$		1,0	0,850	0,0309	16,2300	0,6282
	97					
383 $\frac{1}{4}$						
	104 $\frac{3}{4}$	1,2	0,600	0,0304	17,0464	0,6598
488						
	112 $\frac{1}{2}$					
600 $\frac{1}{2}$		1,4	0,540	0,0344	17,2383	0,6673
	118					
718 $\frac{1}{2}$						
	126 $\frac{1}{4}$					
844 $\frac{3}{4}$						
	128 $\frac{3}{4}$					
973 $\frac{1}{2}$						
	135 $\frac{1}{4}$					
1108 $\frac{3}{4}$						
	141 $\frac{1}{2}$					
1250 $\frac{1}{4}$						
	145 $\frac{1}{4}$					
1595 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1469.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia II. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha =$ 0,74.
Segno 1 *Carico totale Chil.* 72. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 16,°5. *Press. per M.*² » 3632,9. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
8 $\frac{3}{4}$	44 $\frac{3}{4}$	0,6	1,810	0,0432	29,4946	0,5074
53 $\frac{1}{2}$	64	0,8	1,540	0,0407	31,4800	0,5416
117 $\frac{1}{2}$	80 $\frac{1}{4}$	1,0	1,260	0,0388	33,5378	0,5770
197 $\frac{3}{4}$	92 $\frac{3}{4}$	1,2	1,000	0,0382	35,4476	0,6098
290 $\frac{1}{2}$	105 $\frac{3}{4}$	1,4	0,790	0,0393	36,9886	0,6364
396 $\frac{1}{4}$	116 $\frac{3}{4}$					
513	127					
640	137 $\frac{1}{2}$					
777 $\frac{1}{2}$	146					
923 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1470.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,74.
Segno *Carico totale Chil.* 72. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 3632,9. *Superf. resistente all'aria*» 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
33						
83	50	0,6	1,600	0,0391	31,0408	0,5340
151	68	0,8	1,270	0,0355	33,4676	0,5758
233	82	1,0	0,930	0,0324	32,9674	0,6188
321 $^3/_4$	88 $^3/_4$	1,2	0,580	0,0400	38,5399	0,6630
421 $^1/_2$	99 $^3/_4$	1,4	0,270	0,0291	40,8173	0,7022
530 $^1/_2$	109					
652 $^1/_4$	121 $^3/_4$					
775 $^1/_2$	123 $^1/_4$					
905 $^1/_2$	130					
1032 $^3/_4$	127 $^1/_4$					
1169 $^1/_2$	136 $^3/_4$					
1306	136 $^1/_2$					
1440	134					
1583 $^3/_4$	143 $^3/_4$					

Esperienza 1471.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia II. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,74$.
Segno + *Carico totale Chil.* 3,2. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°,15. *Press. per M.*² » 1614,6. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
99 ¾	56 ½					
156 ¼	62 ¼	0,6	0,650	0,0205	16,8932	0,6539
218 ½	67					
285 ½	74	0,8	0,480	0,0200	17,4485	0,6754
359 ½	76 ¾					
436 ¼	85 ½					
521 ¾						

Esperienza 1472.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia III. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0,74$.
Segno / *Carico totale chil.* 152. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 7669,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
117 ¼	78 ¼					
195 ½	92 ¾	0,8	1,420	0,0384	68,3648	0,5571
288 ¼	105 ½					
393 ¾	112 ¼	1,0	1,050	0,0348	74,1041	0,6039
506	123 ½					
629 ½	129 ½	1,2	0,740	0,0331	78,9114	0,6431
759	134 ¾					
893 ¾	137 ¾	1,4	0,570	0,0350	81,5449	0,6645
1031 ½	140 ½					
1172	143 ½					
1315 ½	146 ¼					
1461 ¾						

Esperienza 1473.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,74$.
Segno *Carico totale Chil.* 152. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°.5 *Press. per M.*² » 7669,4. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
44 ½	56	0,6	1,400	0,0352	68,6780	0,5597
100 ½	71 ½	0,8	1,040	0,0310	74,2629	0,6052
171	80	1,0	0,630	0,0265	80,6232	0,6570
251	90 ½					
341 ½	97					
438 ½	103 ½					
542	108 ½					
650 ½	110					
760 ½						

Esperienza 1475.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia III. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,74$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 112. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 5651,1. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
70 ¾	57 ¼	0,6	0,730	0,0221	58,2611	0,6443
128	62 ¼	0,8	0,155	0,0136	64,8379	0,7171
190 ¼	69					
259 ¼	72 ¾					
332	75 ¼					
407 ¼	78 ¼					
485 ½	81					
566 ½						

Esperienza 1476.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia IV.	*Interruzioni a* 0″,1.	*Tang.* α = 0,74.
Segno	*Carico totale Chilog.* 32.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 11°.	*Press. per M.*² » 1614,6.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
21 ½	50 ½	0,6	1,480	0,0368	14,1681	0,5484
72	66 ½	0,8	1,390	0,0378	14,4608	0,5597
138 ½	80 ¾					
219 ¼						

Esperienza 1477.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia IV.	*Interruzioni a* 0,″1.	*Tang.* α = 0,74.
Segno 1	*Carico totale Chil.* 32.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 11°	*Press. per M.*² » 1614,6.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
17	49 ½	0,6	1,305	0,0333	11,7428	0,5706
66 ½	70	0,8	1,120	0,0325	15,3473	0,5941
136 ½	83 ¼					
219 ¾	91 ¾					
311 ½						

Esperienza 1479.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia IV. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}74$.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 11°. *Press. per M.*² » 1614,6 *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
10 $\frac{1}{4}$						
	47	0,6	1,130	0,0299	15,3173	0,5929
57 $\frac{1}{4}$						
	60 $\frac{3}{4}$	0,8	1,830	0,0268	16,2995	0,6309
118						
	72					
190						
	81 $\frac{1}{2}$					
271 $\frac{1}{2}$						
	90 $\frac{3}{4}$					
362 $\frac{1}{4}$						

Esperienza 1482.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: untuose.

Striscia V. *Interruzioni* α 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}74$.
Segno + *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°. *Press. per M.*² » 1614,6 *Superf. resistente all'aria* » 0,016.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
60 $\frac{1}{2}$						
	53	0,6	1,035	0,0281	15,6291	0,6050
113 $\frac{1}{2}$						
	64 $\frac{1}{2}$	0,8	1,720	0,0247	16,6606	0,6449
178						
	76					
254						
	84					
338						

Esperienza 1488.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}69$.
Segno *Carico totale Chil.* 32, *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10°. *Press. per M.*² » 1653,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
21 $\frac{1}{4}$	43					
64 $\frac{1}{4}$	49 $\frac{3}{4}$	0,4	0,600	0,0175	16,1984	0,6124
114	55 $\frac{1}{4}$	0,57	0,000			0,6870
169 $\frac{1}{4}$	55 $\frac{3}{4}$					
225	56 $\frac{1}{4}$					
281 $\frac{1}{4}$	57 $\frac{3}{4}$					
339	55 $\frac{3}{4}$					
394 $\frac{3}{4}$	55 $\frac{1}{2}$					
450 $\frac{1}{4}$	55 $\frac{3}{4}$					
506	57 $\frac{3}{4}$					
563 $\frac{3}{4}$	58 $\frac{1}{4}$					
622						

Esperienza 1490.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Cuojo: sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}69$.
Segno + *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0160.
Temp. 10.° *Press. per* M.² » 1653,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1190.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - MA - \Sigma$	f
5 $\frac{1}{2}$						
41 $\frac{1}{4}$	35 $\frac{3}{4}$	0,4	0,550	0,0166	16,3625	0,6185
83 $\frac{1}{2}$	42 $\frac{1}{4}$	0,52	0,000			0,6870
131	47 $\frac{1}{2}$					
181	50					
232	51					
285 $\frac{3}{4}$	53 $\frac{3}{4}$					

Gomma elastica sopra Ghisa.

Sgrassate Esp. 1439-40. — Leggermente untuose 1495-96-97-98-99-1500-01-02-03.

Esperienza 1439.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1 *Tang.* $\alpha = 0{,}834$
Segno I *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 2056,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
11 ½		0,2	0,470	0,0138	18,9474	0,7677
33 ½	22	0,4	0,000			0,8304
61	27 ½					
90 ¾	29 ¾					
124	33 ¼					
160 ½	36 ½					
196 ¾	36 ¼					
234 ¼	37 ½					
272 ½	38 ¼					
307 ¾	35 ¼					

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$
344 ¾	37
383 ½	38 ¾
422 ½	39
463 ¼	40 ¾
507	43 ¾
553 ½	46 ½

Esperienza 1440.

Superficie fissa Ghisa *Superficie mobile* Gomma elastica: sgrassate.

Striscia I. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}834$.
Segno *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 2056,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
¼						
5 ½	5 ¼	0,5	0,000			0,8304
11 ¼	5 ¾					
16 ¾	5 ½					
21 ¼	4 ½					
25 ¾	4 ½					

Esperienza 1495.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: **leggermente untuose.**

Striscia X. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,69.
Segno *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto M.*² 0,0120.
Temp. 16°,5. *Press. per M.*² » 2204,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α — MA — Σ	f
48 ½	26 ½	0,4	1,300	0,0312	13,9002	0,5255
75	44 ½	0,6	1,111	0,0295	14,5220	0,5490
119 ½	52 ½	0,8	0,890	0,0280	15,2414	0,5762
172	76					
248	74					
322	79					
401	81					
482	98					
570						

Esperienza 1496.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha =$ 0,69.
Segno I. *Carico totale Chil.* 72. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 4959,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
10						
	9 ½	0,2	1,925	0,0422	26,7132	0,4488
19 ½						
	29 ½	0,4	1,775	0,0405	27,8164	0,4674
49						
	46 ½					
95 ½		0,6	1,550	0,0381	29,4710	0,4952
	62 ½					
158						
	77 ¼	0,8	1,095	0,0321	32,8181	0,5514
235 ¼						
	87 ¾					
323						
	94					
417						

Esperienza 1497.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* α = 0,69.
Segno + *Carico totale Chil.* 92. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 16°,5. *Press. per M.*² » 6337,5. *Superf. resistante all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
10 ½						
	16 ½	0,4	1,950	0,0439	33,9083	0,4459
26						
	37 ½	0,6	1,770	0,0424	35,5987	0,4681
63 ½						
	56					
119 ½						
	72 ½					
192						

Esperienza 1498.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

Striscia X. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,69.
Segno 0 *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 2204,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
18 ¾						
	29 ¾	0,4	1,395	0,0331	13,5882	0,5136
48 ½						
	43 ¼					
91 ¾		0,6	1,113	0,0299	14,4563	0,5465
	55					
146 ¾						
	64 ¼	0,6	0,930	0,0288	15,1101	0,5712
211						
	74 ¼					
285 ½						
	87 ¼					
372 ½						
	96					
488 ½						

Esperienza 1499.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,69.
Segno *Carico totale Chil.* 152. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 10471. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
15						
	28 $^1/_4$					
43 $^1/_4$		0,4	1,955	0,0440	55,9736	0,4455
	48 $^3/_4$					
92						
	63	0,6	1,620	0,0395	61,1713	0,4868
155						
	78 $^1/_4$	0,8	1,360	0,0372	65,2041	0,5189
233 $^1/_4$						
	92					
325						

Esperienza 1500.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

Striscia XI. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* α = 0,69.
Segno / *Carico totale Chil.* 92. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 2204,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- MA - \Sigma$	f
12 $^1/_2$						
	27					
39 $^1/_2$		0,4	1,020	0,0258	14,8194	0,5602
	40					
79 $^1/_2$						
	41	0,6	0,945	0,0263	15,0636	0,5694
120 $^1/_2$						
	62					
182 $^1/_2$		0,8	0,860	0,0274	15,3400	0,5799
	60 $^1/_2$					
243						
	64					
307						
	77					
384						
	89					
473						

Esperienza 1501.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: **leggermente untuose.**

Striscia XI.	*Interruzioni a* 0″,1.	*Tang.* α = 0,69.
Segno +	*Carico totale Chil.* 52.	*Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5.	*Press. per M.*² » 2204,3.	*Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocitá per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
17	23	0,4	1,965	0,0442	11,7169	0,4429
40	43	0,6	1,685	0,0408	12,6341	0,4776
83	62 $\frac{1}{2}$	0,8	1,275	0,0356	13,9774	0,5284
145 $\frac{1}{2}$	76 $\frac{1}{2}$					
222	93					
315	97					
412	105 $\frac{1}{2}$					
517 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1502.

Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: untuose.

Striscia XII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0,69$.
Segno *Carico totale Chil.* 72. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 4959,8. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
9 $\frac{1}{4}$	6 $\frac{1}{4}$	0,2	2,130	0,0462	25,2038	0,4235
15 $\frac{1}{2}$	28 $\frac{3}{4}$	0,4	2,010	0,0451	26,0861	0,4383
44 $\frac{1}{4}$	51	0,6	5,780	0,0426	27,7776	0,4667
91 $\frac{1}{4}$	65 $\frac{3}{4}$	0,8	1,380	0,0376	30,7198	0,5161
161	83	1,0	0,820	0,0303	34,8393	0,5854
244	96	1,2	0,580	0,0300	36,6020	0,6150
340	102	1,4	0,460	0,0329	37,4803	0,6297
442	109 $\frac{3}{4}$					
551 $\frac{3}{4}$	116					
667 $\frac{3}{4}$	123 $\frac{1}{4}$					
791	129					
920	131 $\frac{3}{4}$					
1051 $\frac{3}{4}$	137 $\frac{1}{2}$					
1189 $\frac{1}{4}$	141					
1330 $\frac{1}{4}$	147 $\frac{1}{4}$					
1477 $\frac{1}{2}$	159					
1636 $\frac{1}{2}$						

Esperienza 1503.

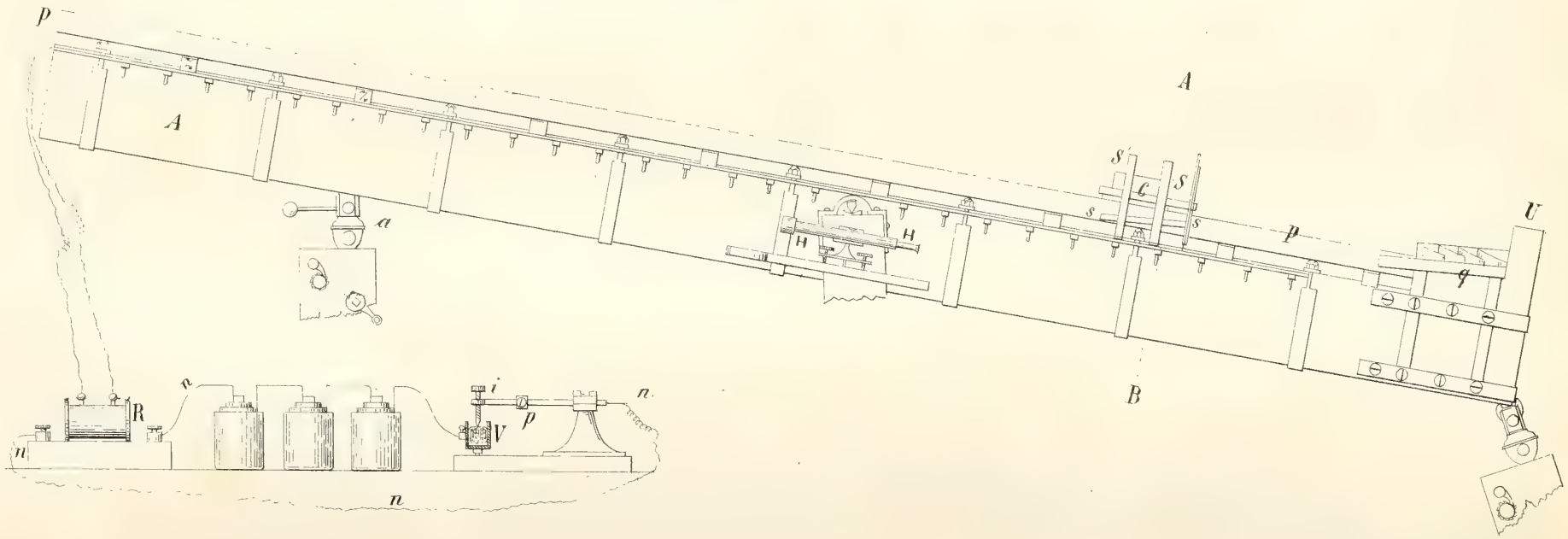
Superficie fissa Ghisa. *Superficie mobile* Gomma elastica: leggermente untuose.

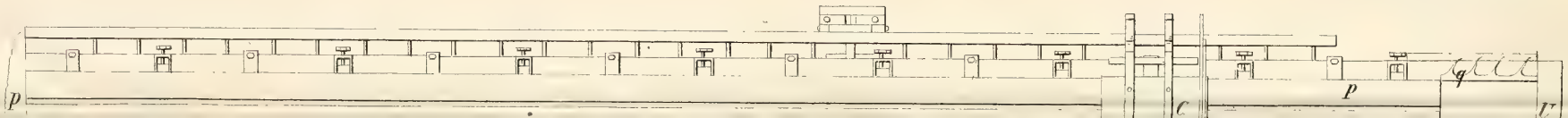
Striscia XII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}69$.
Segno / *Carico totale Chil.* 32. *Superf. del contatto in M.*² 0,0120.
Temp. 10°,5. *Press. per M.*² » 2204,3. *Superf. resistente all'aria* » 0,1230.

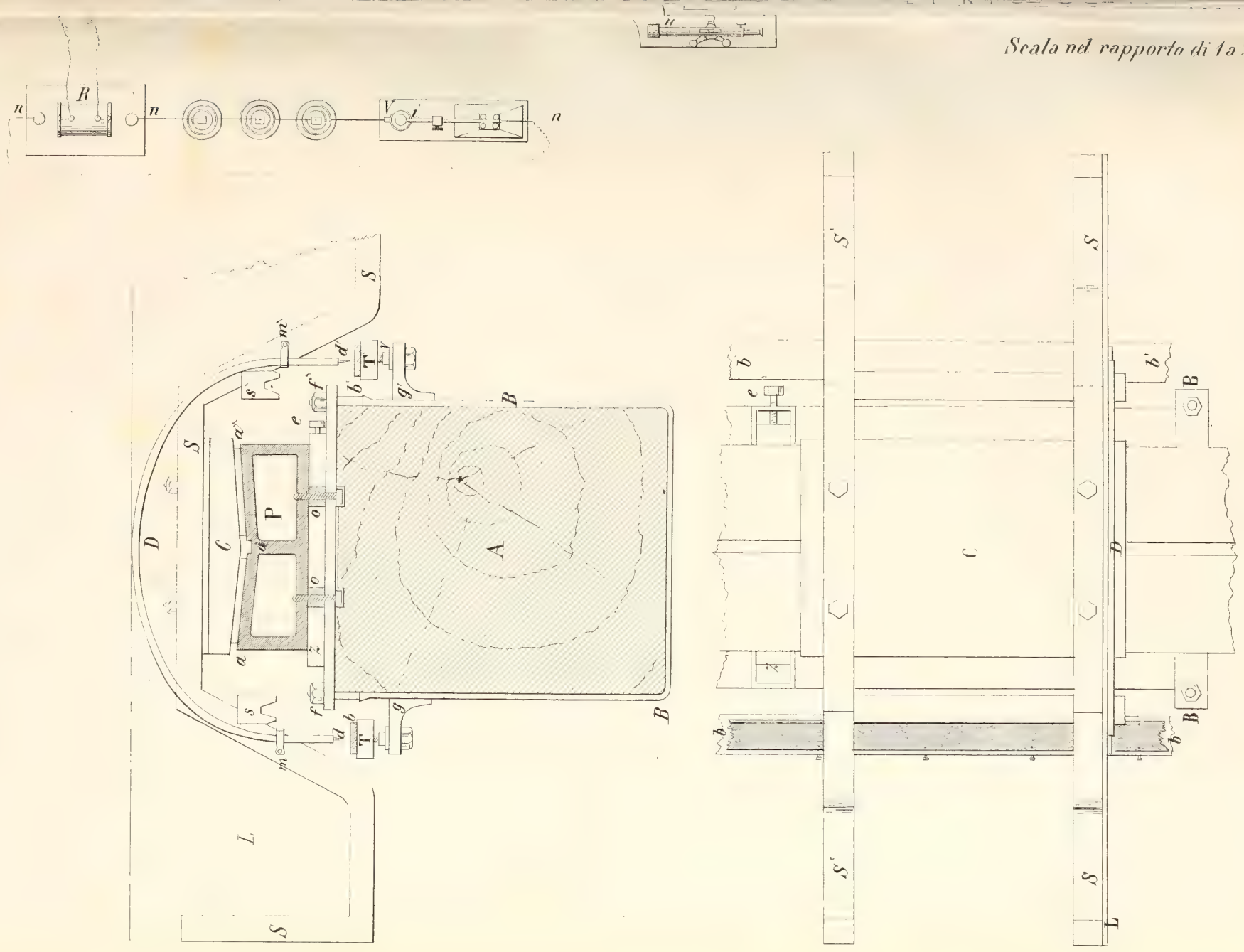
Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	$P \operatorname{sen} \alpha - M A - \Sigma$	f
12						
	36					
48		0,4	1,540	0,0359	13,1122	0,4957
	53					
101						
	65	0,6	1,340	0,0340	13,7668	0,5204
166						
	77 $\frac{3}{4}$	0,8	1,060	0,0314	14,6832	0,5551
243 $\frac{3}{4}$						
	86 $\frac{1}{4}$					
330						

STUDII SULLA RESISTENZA D'ATTRITO

Apparecchio Sperimentale.







Scala nel rapporto di 1 a 20.

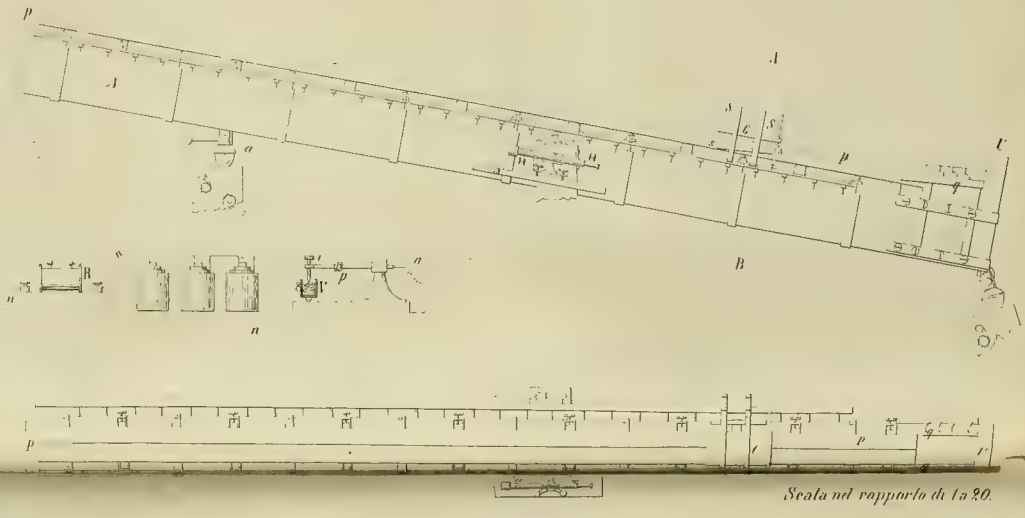
Scala nel rapporto di 1 a 5.

Lit. Martelli - ROMA.

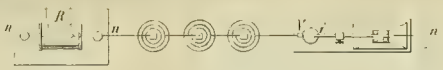
p
n
p

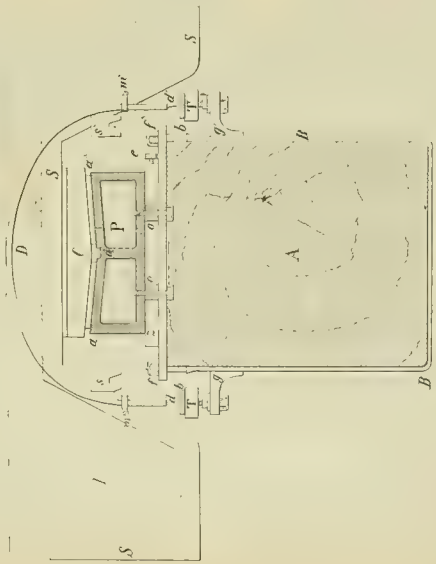
STUDII SULLA RESISTENZA D'ATTRITO

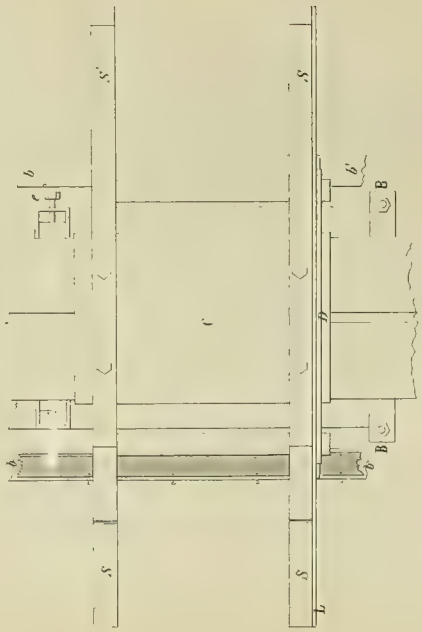
Apparecchio Sperimentale.



Scala nel rapporto di 1 a 20.







Scala nel rapporto di 1 a 5

Lit Martelli - ROMA.

Primo pezzo della striscia di carta che porta le scintille dell' esperienze 1345, 1346, 1347, con le rette che servono alla lettura

Fig. I.

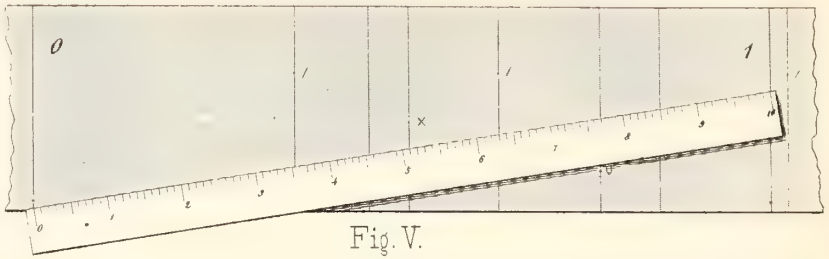


Fig. V.

Fig. II.

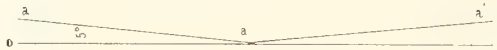


Fig. III.

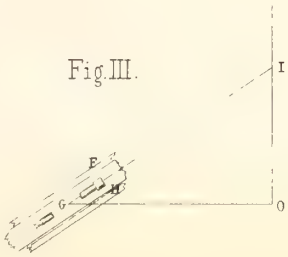


Fig. IV

Fig. VI.

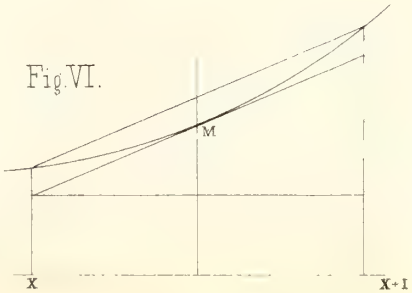


Fig. VII.

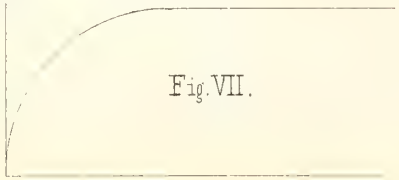
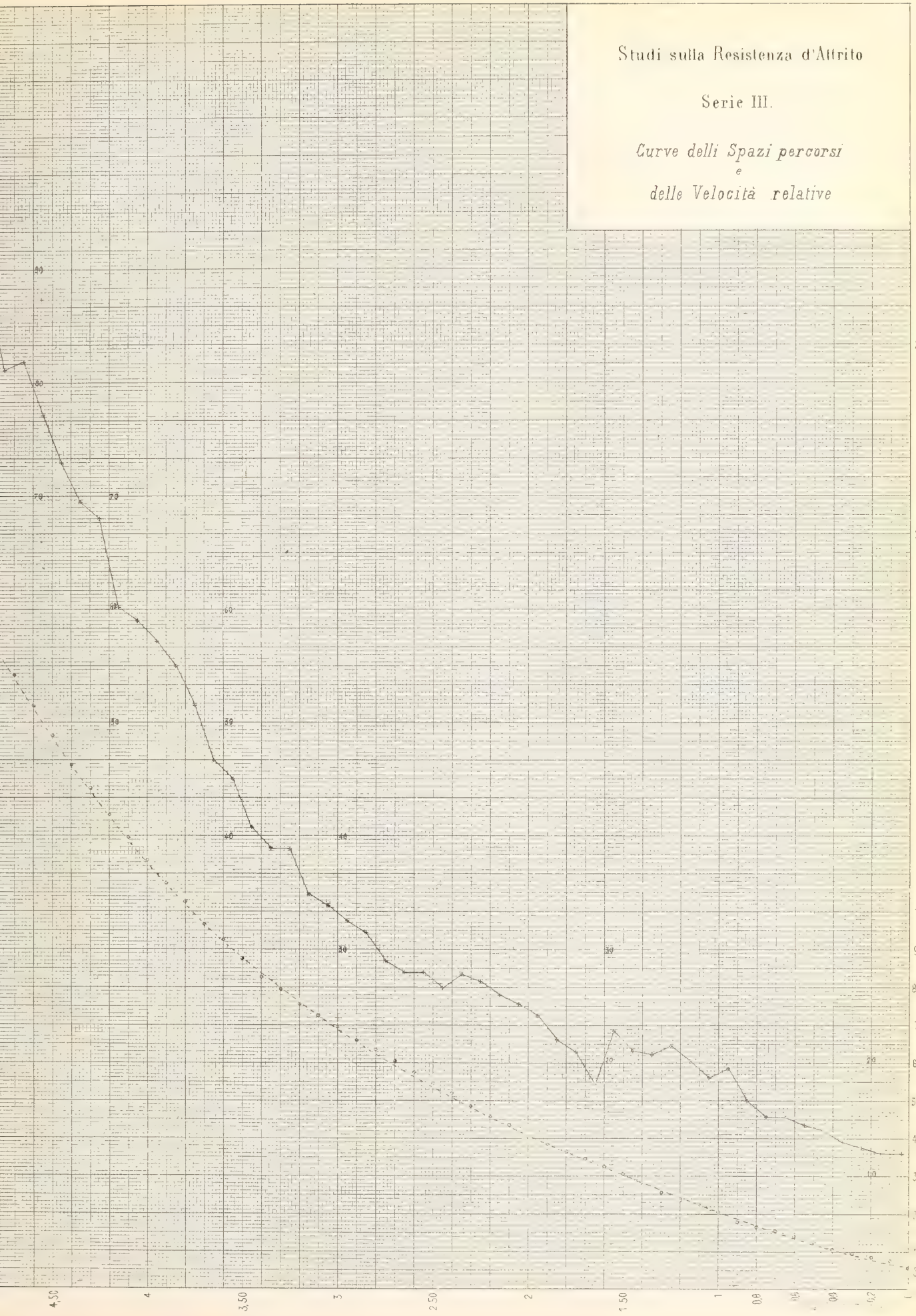
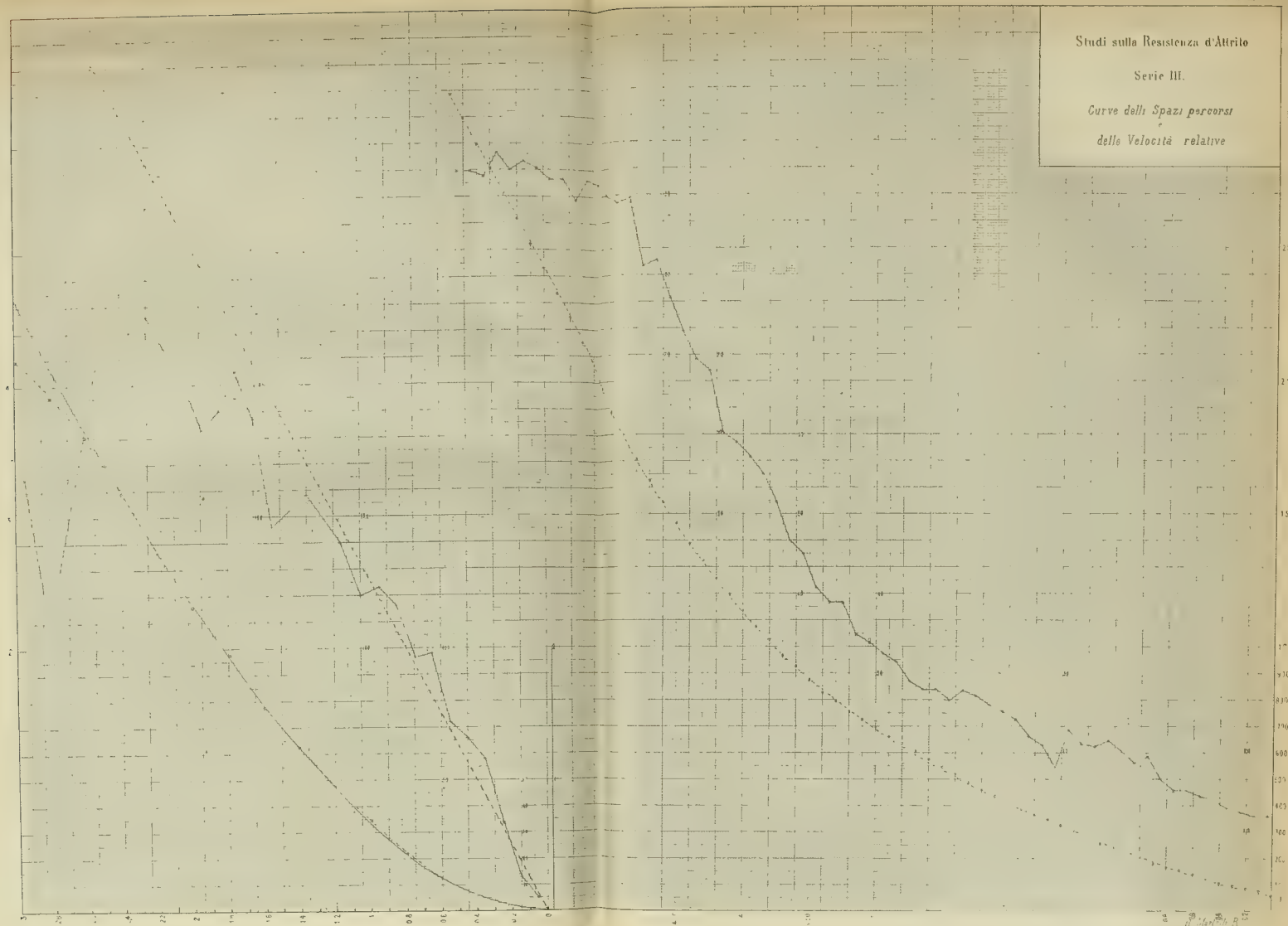


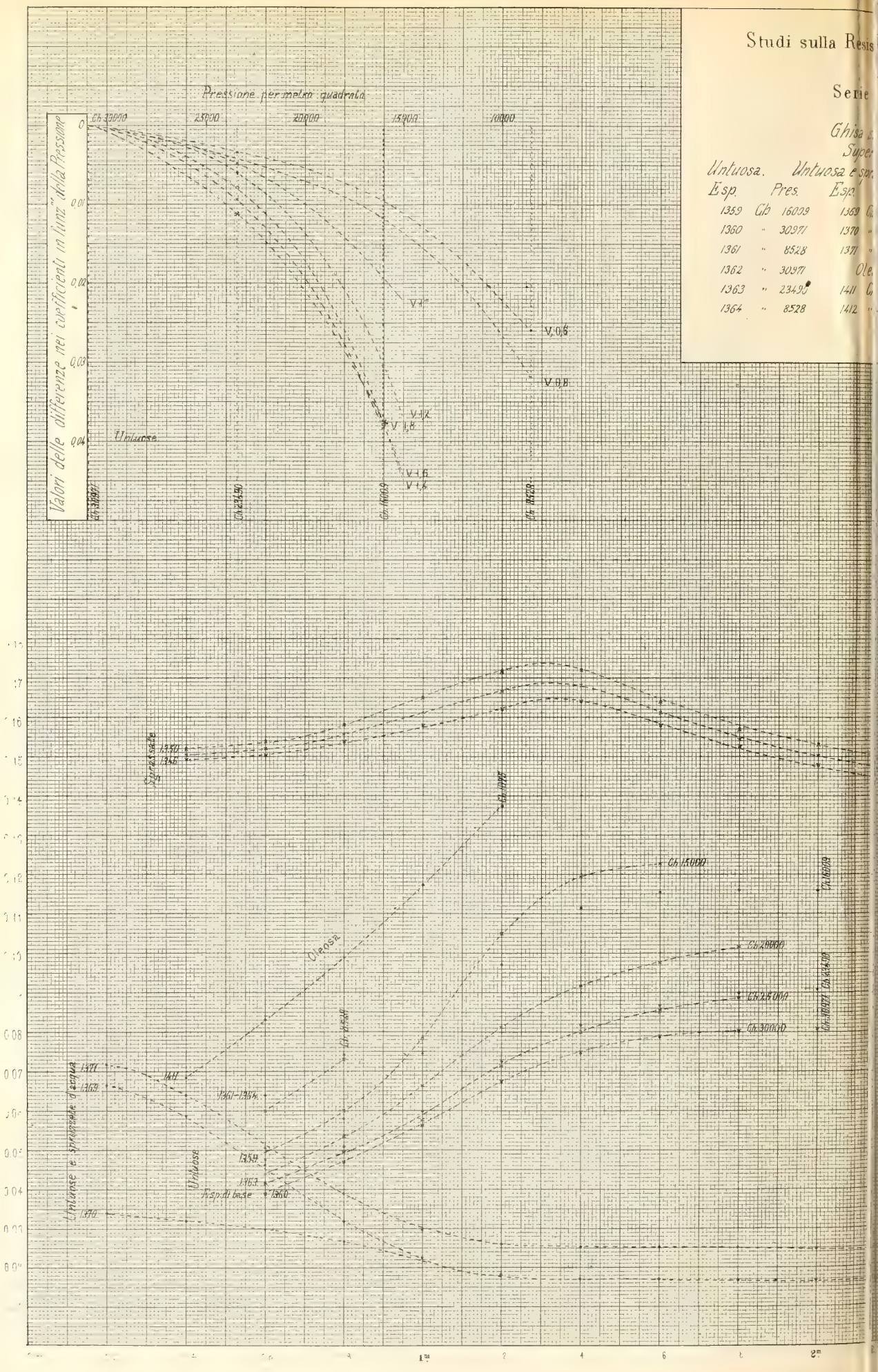
Fig. VIII.

Lit. Martelli ROMA

4
3
2
200
150
150
100
100
50
50
40
30
20
10
3
2,8
2,6
2,4
2,2
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0

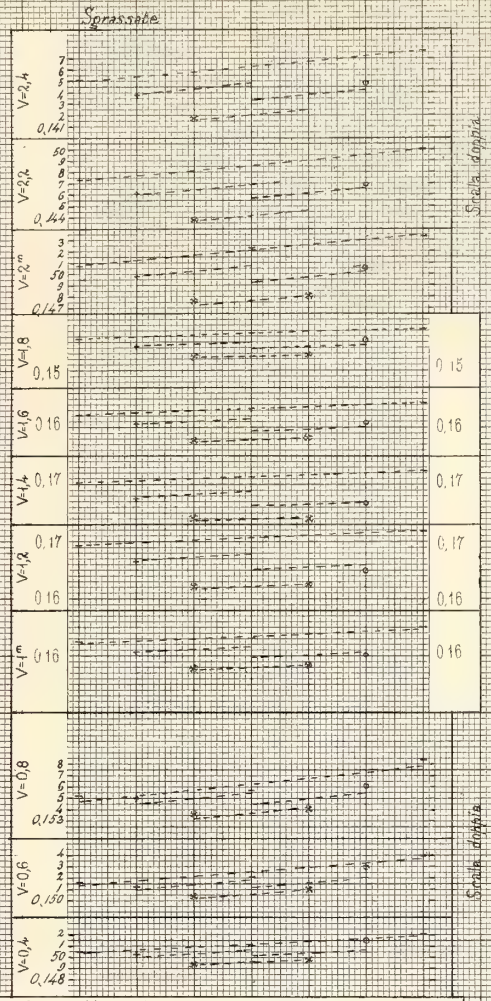

Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Curve delli Spazi percorsi
e
delle Velocità relative
3.m
2.50
2.m
1.50
1.m
900
800
700
600
500
400
300
200
100
4,50
4
3,50
3
2.50
2
1.50
1
0.8
0.6
0.4
0.2


Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Curve delli Spazi percorsi
e
delle Velocità relative

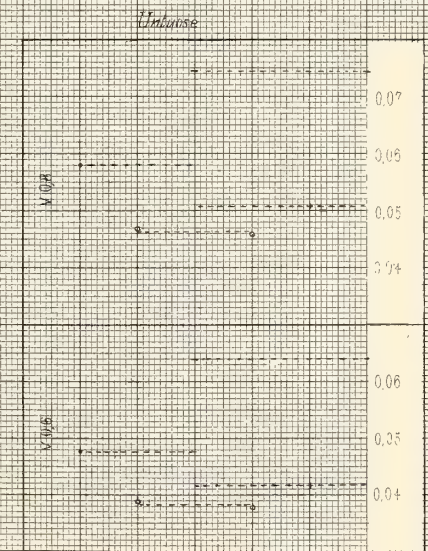

Studi sulla Resis
Serie
Ghisa
Super
Untuosa. Untuosa e spr.
Esp. Pres. Esp.
1359 Gh 16009 1369
1360 " 30971 1370
1361 " 8528 1371
1362 " 30971 Ole
1363 " 23490 1411
1364 " 8528 1412
Pressione per metro quadrato
Valori delle differenze nei coefficienti in funz. della Pressione
Gh 39000
23000
20000
15000
10000
Untuose
V 1,6
V 1,4
V 0,6
V 0,8
Gh 23490
Gh 16009
Gh 8528
Gh 15000
Gh 20000
Gh 25000
Gh 30000
Ole rosa
Untuose e spremute d'acqua
1371
1369
1411
1361-1364
1359
1363
1360
1370
Esp. di base
1412
1370
1369
1371
1411
1412
1a
2a

Attrito

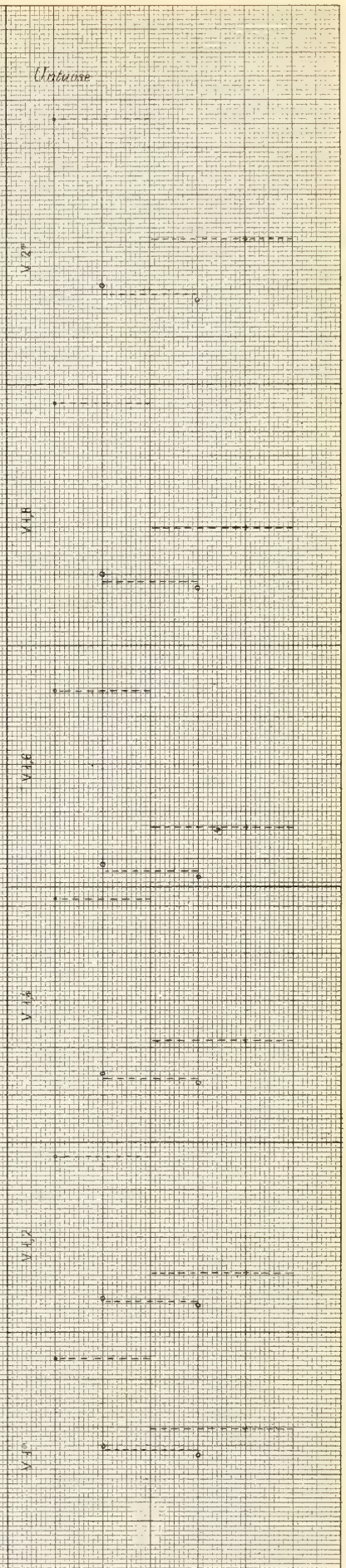
Corsa.	Sgrassata Pres.
1344	Ch 8350
1345	" 15674
1346	" 30323
1347	" 8350
1348	" 30323
1349	" 22999
1350	" 8350



Esp. successive	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350
Segni	–	+	*	–	*	°	–
Pressioni Ch.	8350	15674	30323	8350	30323	22999	8350



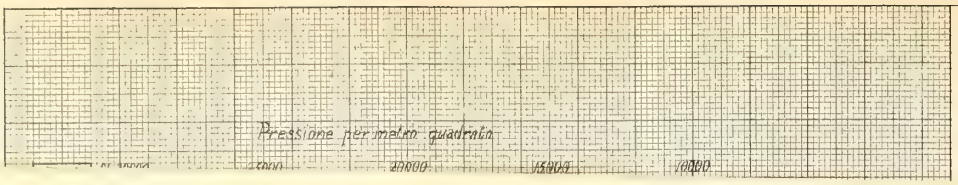
Esp. successive	1359	1360	1361	1362	1363	1364
Segni	•	°	–	°	+	–
Pressioni Ch.	16009	30971	8528	30971	23490	8528



	1359	1360	1361	1362	1363	1364
	•	°	–	°	+	–
	16009	30971	8528	30971	23490	8528

2,4 2,6 2,8

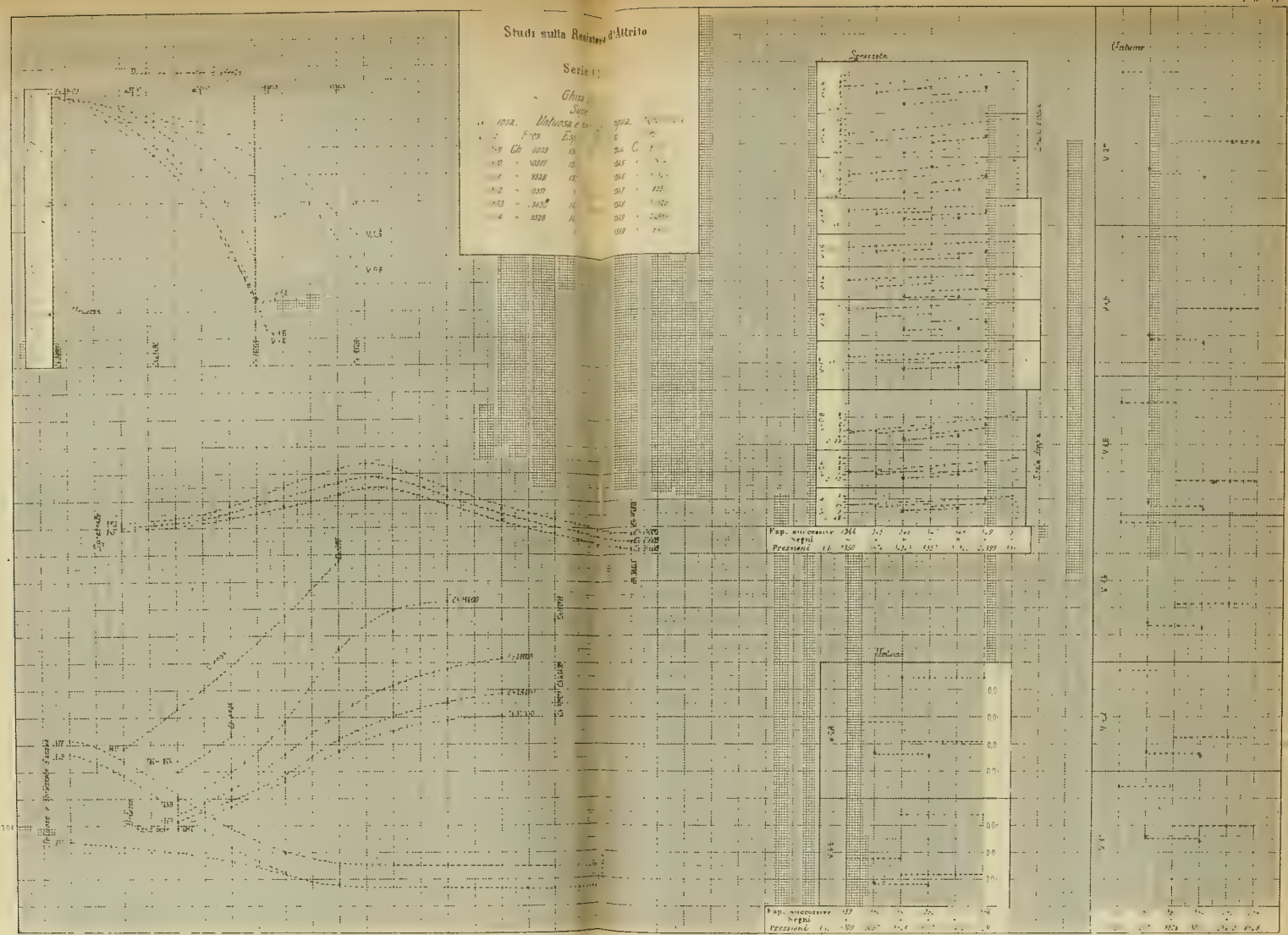
Lit Martelli Roma



Studi sulla Resi

Serie

Ghiaia


Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie
Ghiaia
Sup.
Velocità
Grossezza
Velocità
Pap. successive
Segni
Pressione
Velocità
Pap. successive
Segni
Pressione

Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III.

Acciajo su Ghisa

Superficie

Sgrassata Esp.	Pres	Untuosa Esp.	Pres.
1035	Ch 36029	279	Ch. 12285
1036	"	284	" 29610
1037	"	Oleosa	
1038	"	222	" 4076
1040	30482	223	" "
1041	" 58610	Untuosa e	
1042	86338	Sprugg.	124.10
		293	" 12285

Sgrassate

Ferro inglese

Bronzo

Legno

Untuosa

Untuosa e Sprugg.

Valori delle diff.ze

Coef.ti d'att. della Pressione

Esp. successive 1035 1036 1037 1038 1040 41 1042

Segni — — — — + + —

Pressioni Ch. 36029 30482 58610 86338

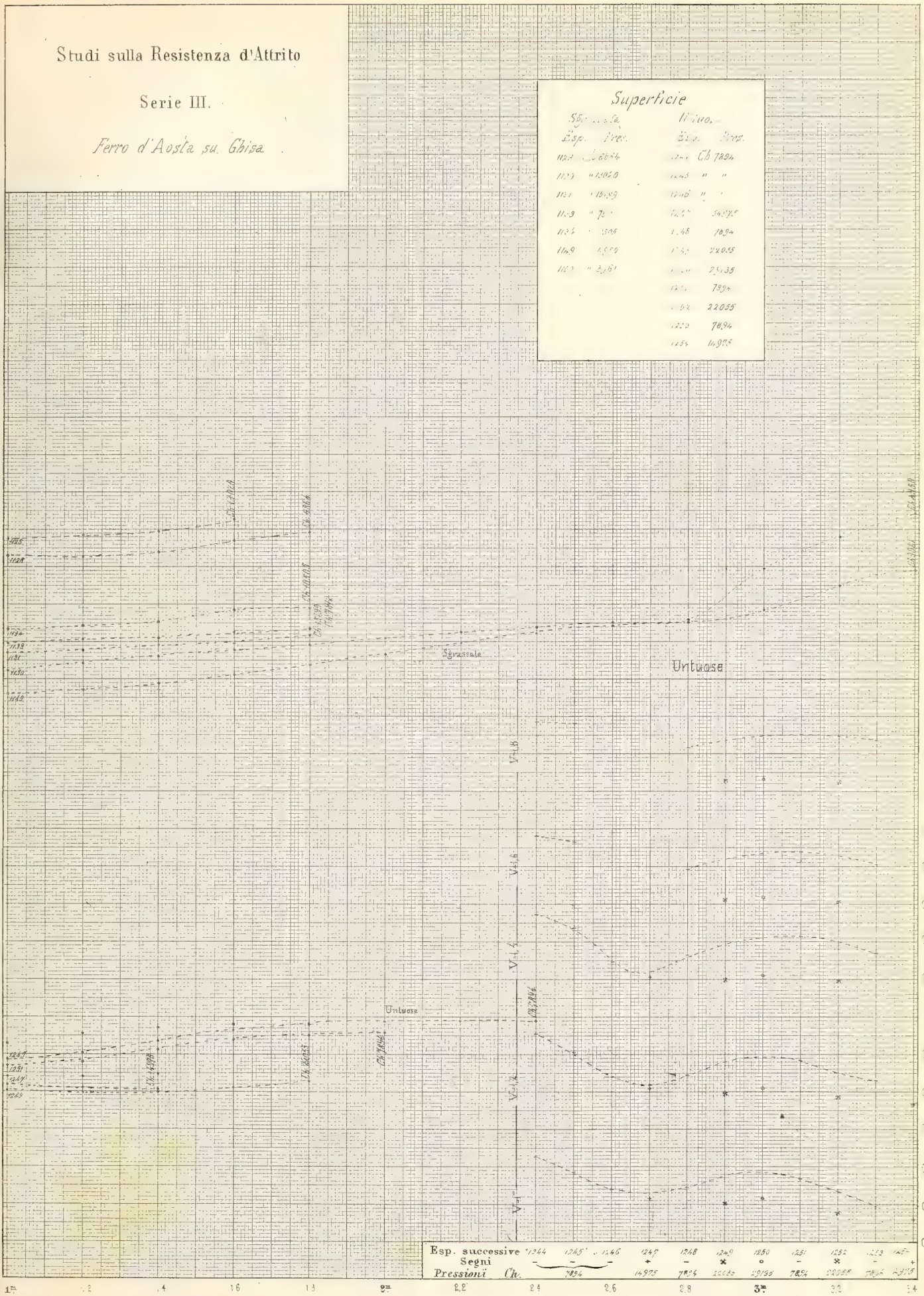
0,0 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8

Lit. Fratelli Re...

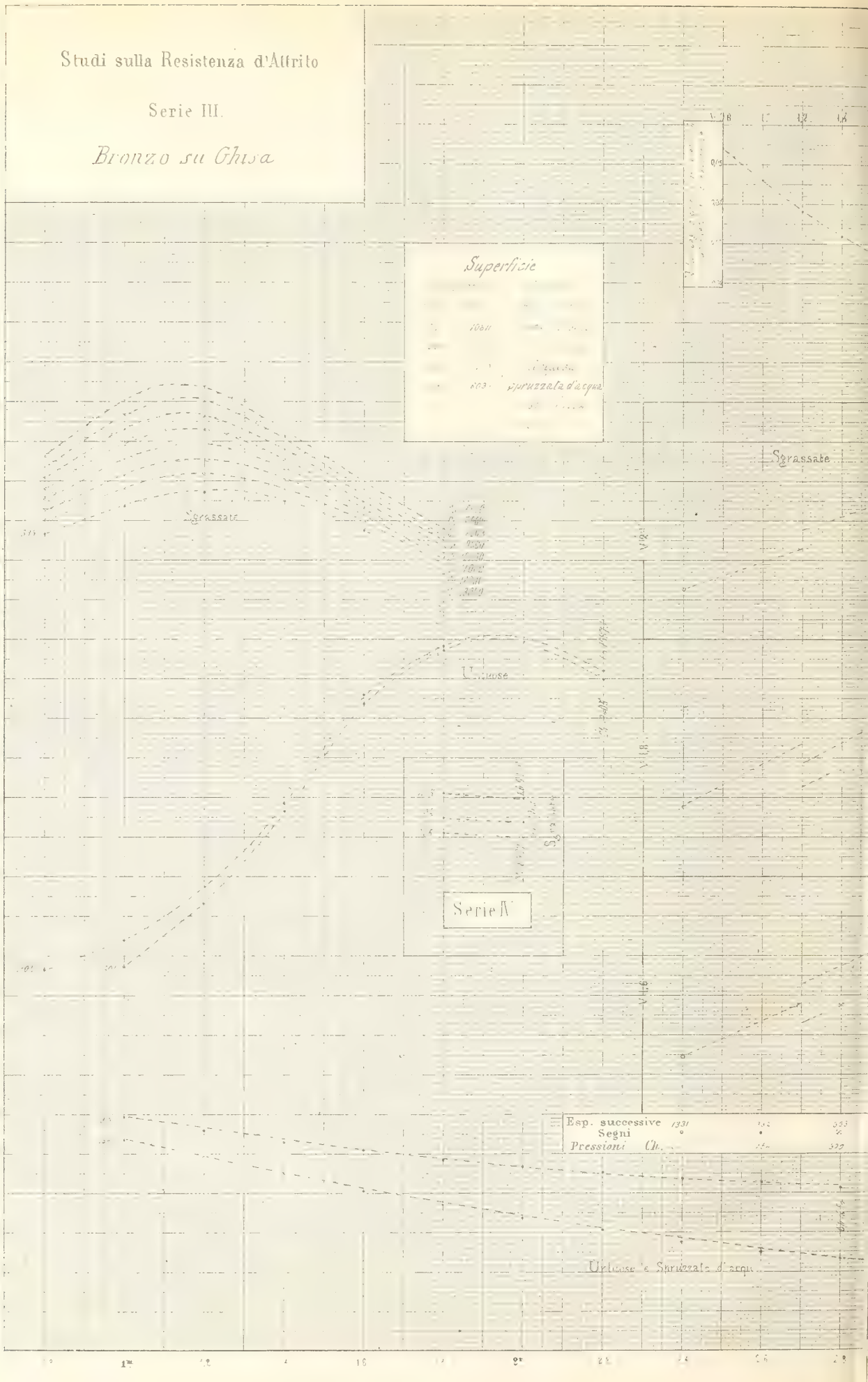
Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III.

Ferro d'Aosta su Ghisa



Lit. Martelli Roma


Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Bronzo su Ghisa
Superficie
Spruzzata d'acqua
Sgrassate
Sgrassate
Urticose
Serie A
Esp. successive
Segni
Pressioni
Urticose e Spruzzate d'acqua

Serie III.

Macigno di Fiesole su Ghisa

Superficie

Esp. Pres. Esp. Pres

Bagnai

Sgrassate

Serie V

Ghisa su Macigno di Fiesole

Superficie

Esp Pres

Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III

Bronzo su Ghisa

Serie III.

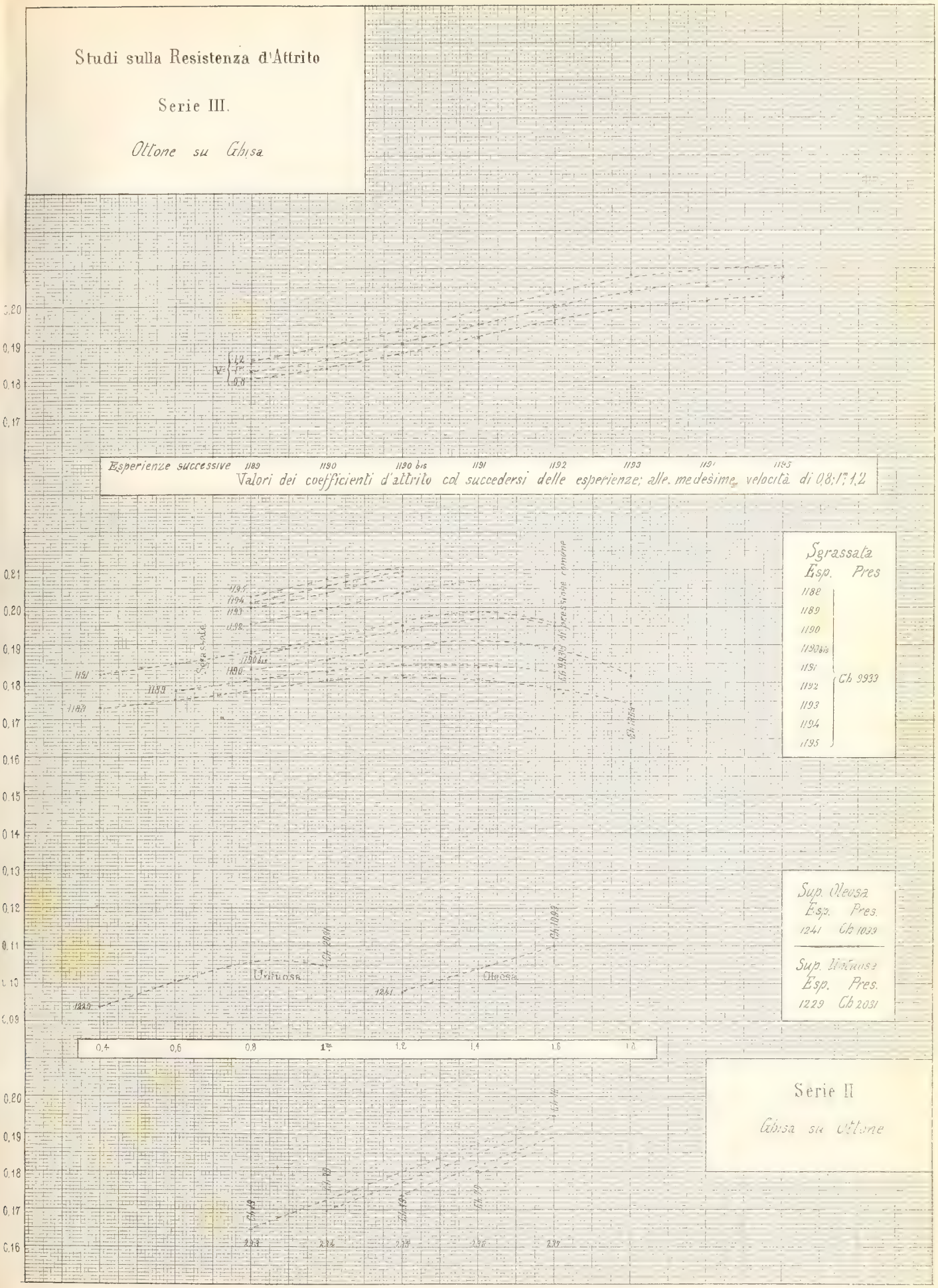
Macigno di Fiesole su Ghisa

Superficie

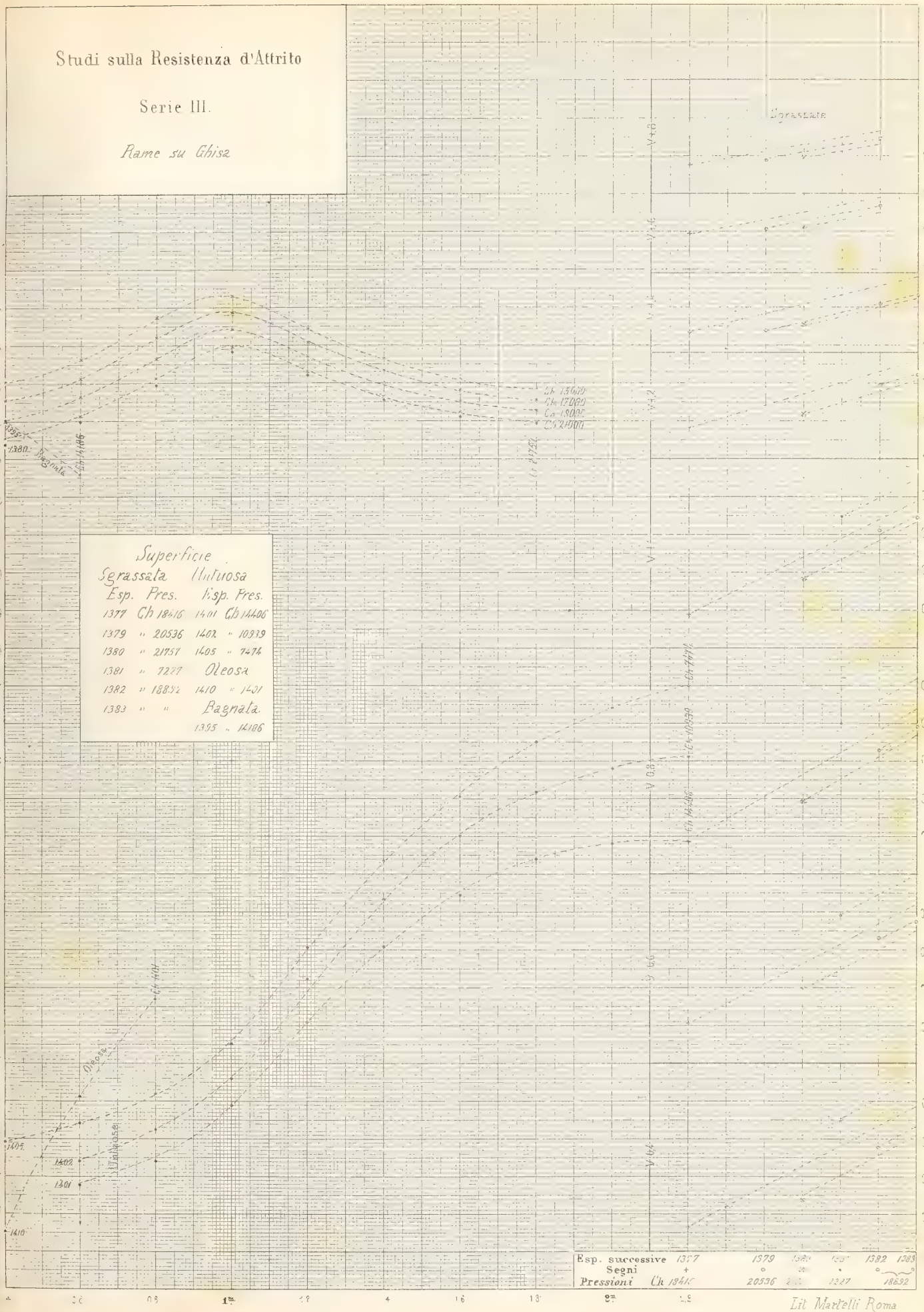
Serie V

Ghisa su Macigno di Fiesole

Superficie



Lit. Mecchi Roma


Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Rame su Ghisa
Superficie
Segrassata Untuosa
Esp. Pres. Esp. Pres.
1377 Ch 18416 1401 Ch 14406
1379 " 20536 1402 " 10939
1380 " 21757 1405 " 7474
1381 " 7277 Oleosa
1382 " 18892 1410 " 1401
1383 " " Bagnata.
1395 " 14186
Segrassata
Bagnata
Oleosa
Untuosa
Esp. successive 1377 1379 1382 1383
Segni + ° ° °
Pressioni Ch 18416 20536 7277 18892
Lit Martelli Roma

Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III.

Quercia (fibre longitudinali) [illegible]

Sup.e Sgrassata	
Esp	Pres
[illegible]	Ch 124.95
1516	57254
1517	" 42334
[illegible]	" 124.95
[illegible]	[illegible]
1520	" 27415
1521	124.95

Esp. successive	1515	1516	1517	1518	1519	1520	1521
Segni	–	∘	+	–	+	•	–
Pressioni	Ch 124.95	57254	42334	124.95	42334	27415	124.95

Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III.

Quercia (fibre trasversali) *su Ghisa*

Sup.e Segrassata		
Esp.		Pres.
1774	Ch.	104[illegible]
[illegible]	"	[illegible]
1780	"	[illegible]
1783	"	[illegible]
1784	"	[illegible]
1785	"	10441
1786	"	47075

	1774	1775	1780	1783	1784	1785	1786	Esp. successive
	–	•	+	–	○	–	○	Segni
Ch	10441	1-65	34263	10441	47075	10441	47075	Pressioni

Coeff.te d'attrito in funz.e della Press.ne

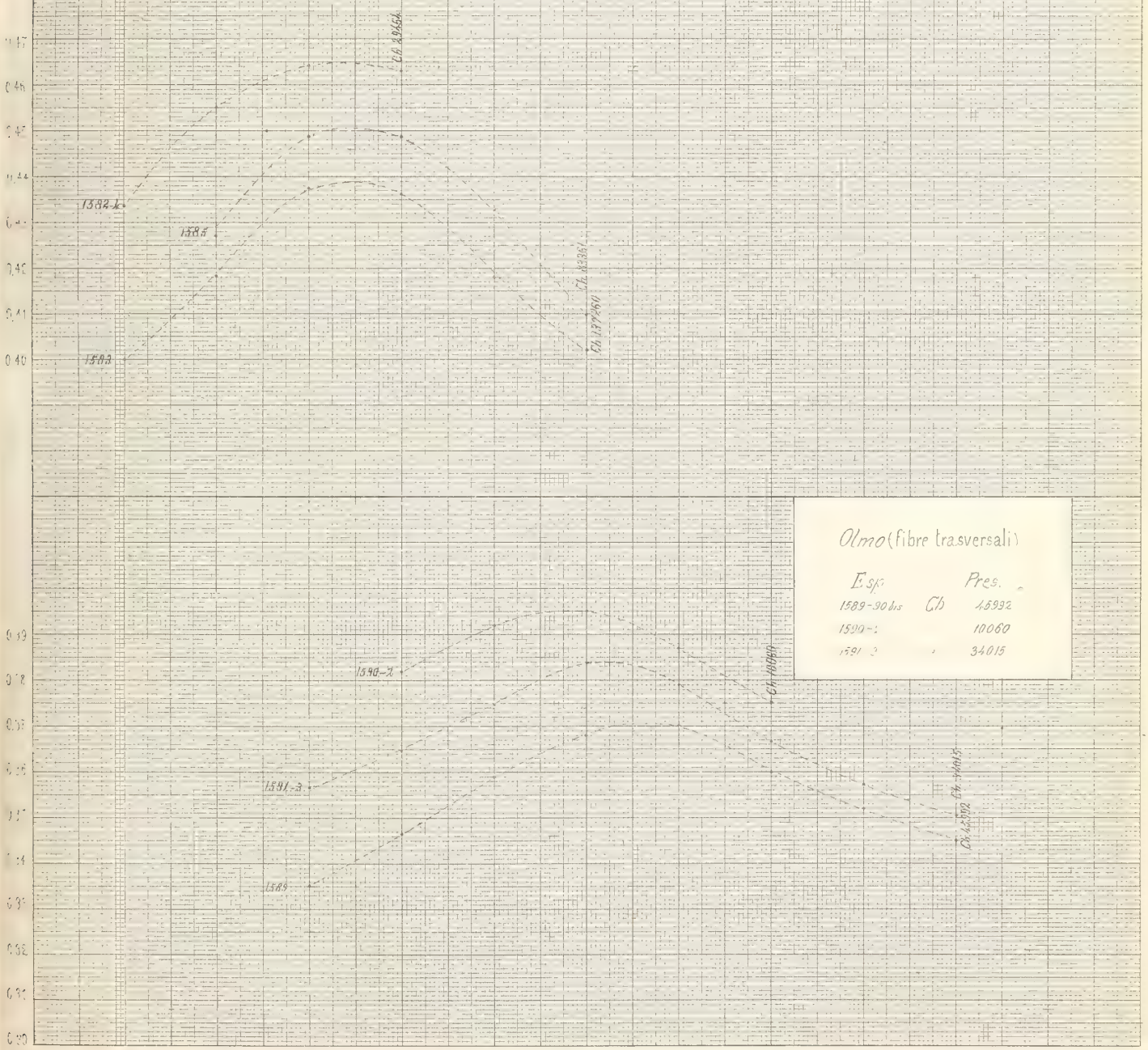
Studi sulla Resistenza d'Attrito

Serie III.

Olmo su Ghisa

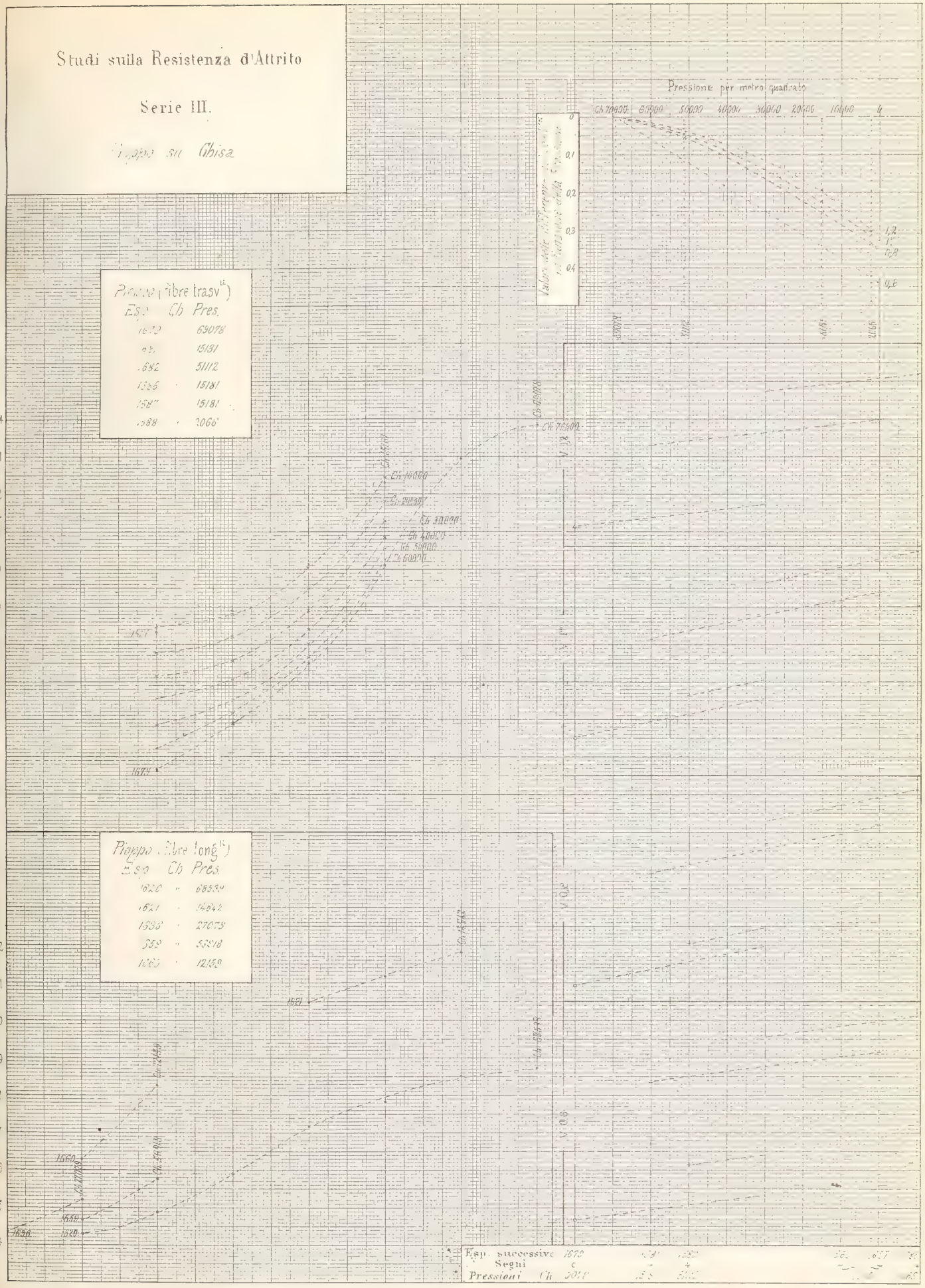
Olmo (fibre longitudinali)

Esp.		Pres.
1582	Ch	[illegible]
1583	"	37240
1585	"	61301

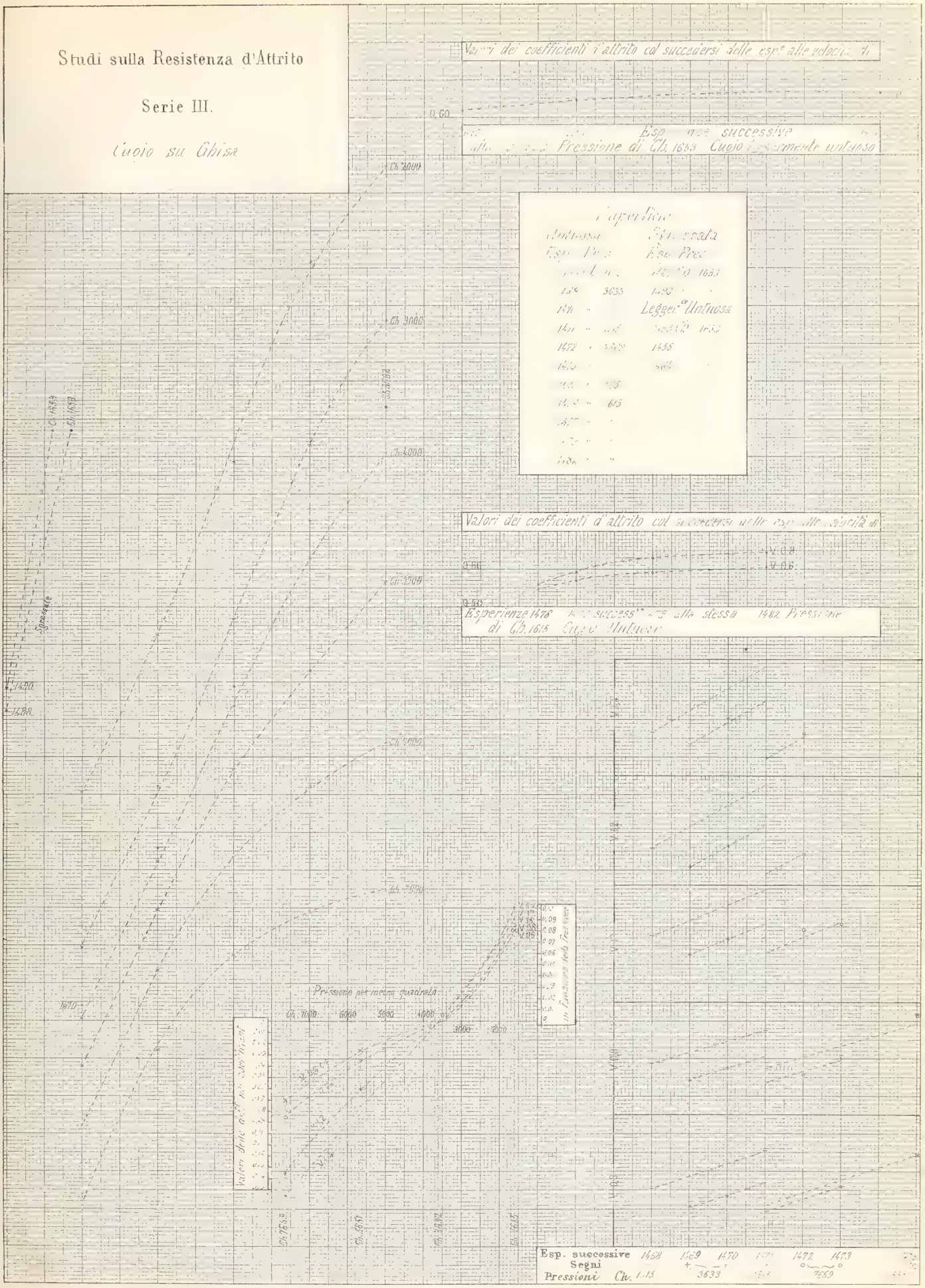


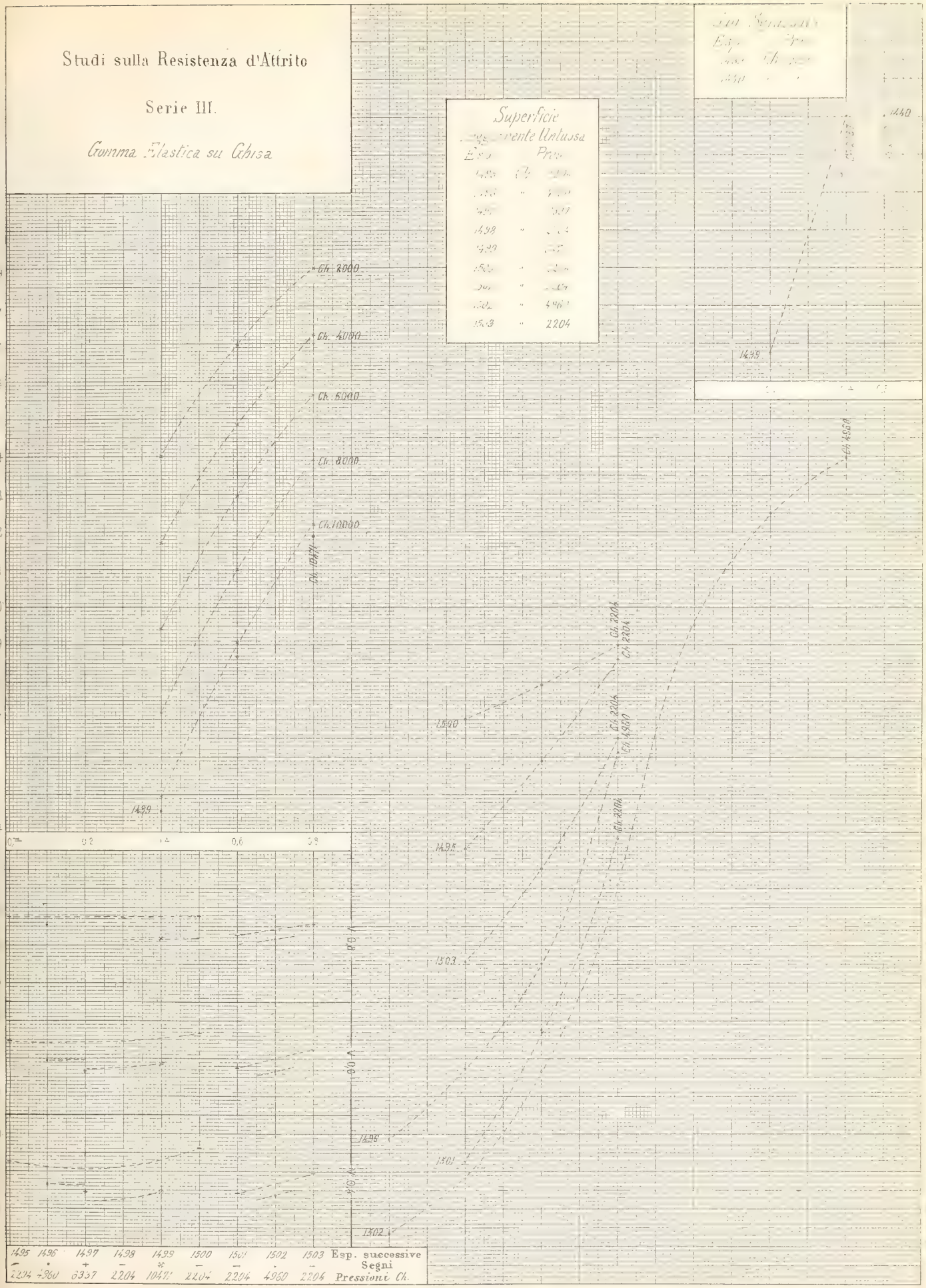
Olmo (fibre trasversali)

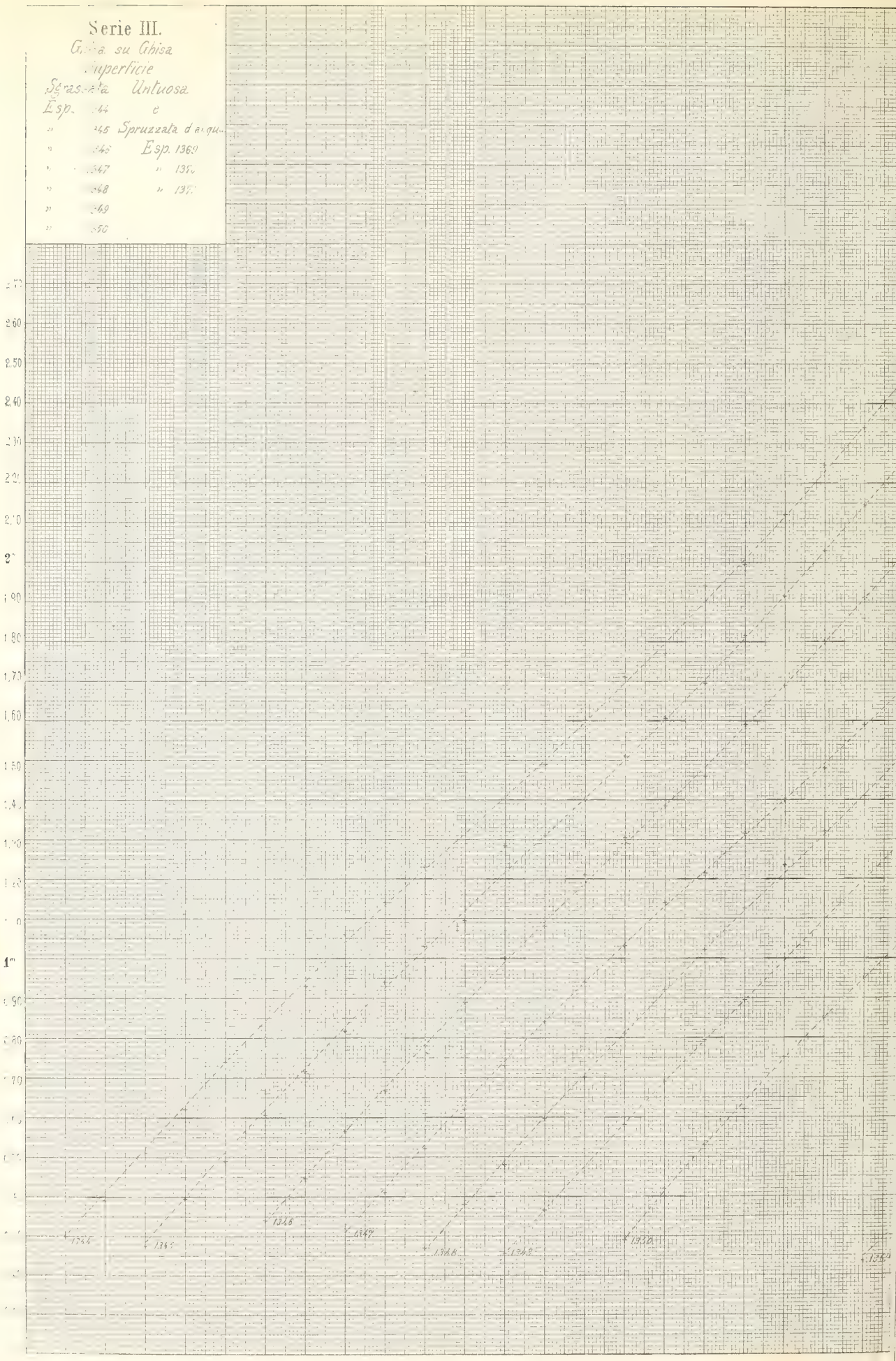
Esp.		Pres.
1589-90 bis	Ch	48932
1590-2	"	10060
1591-3	"	34015

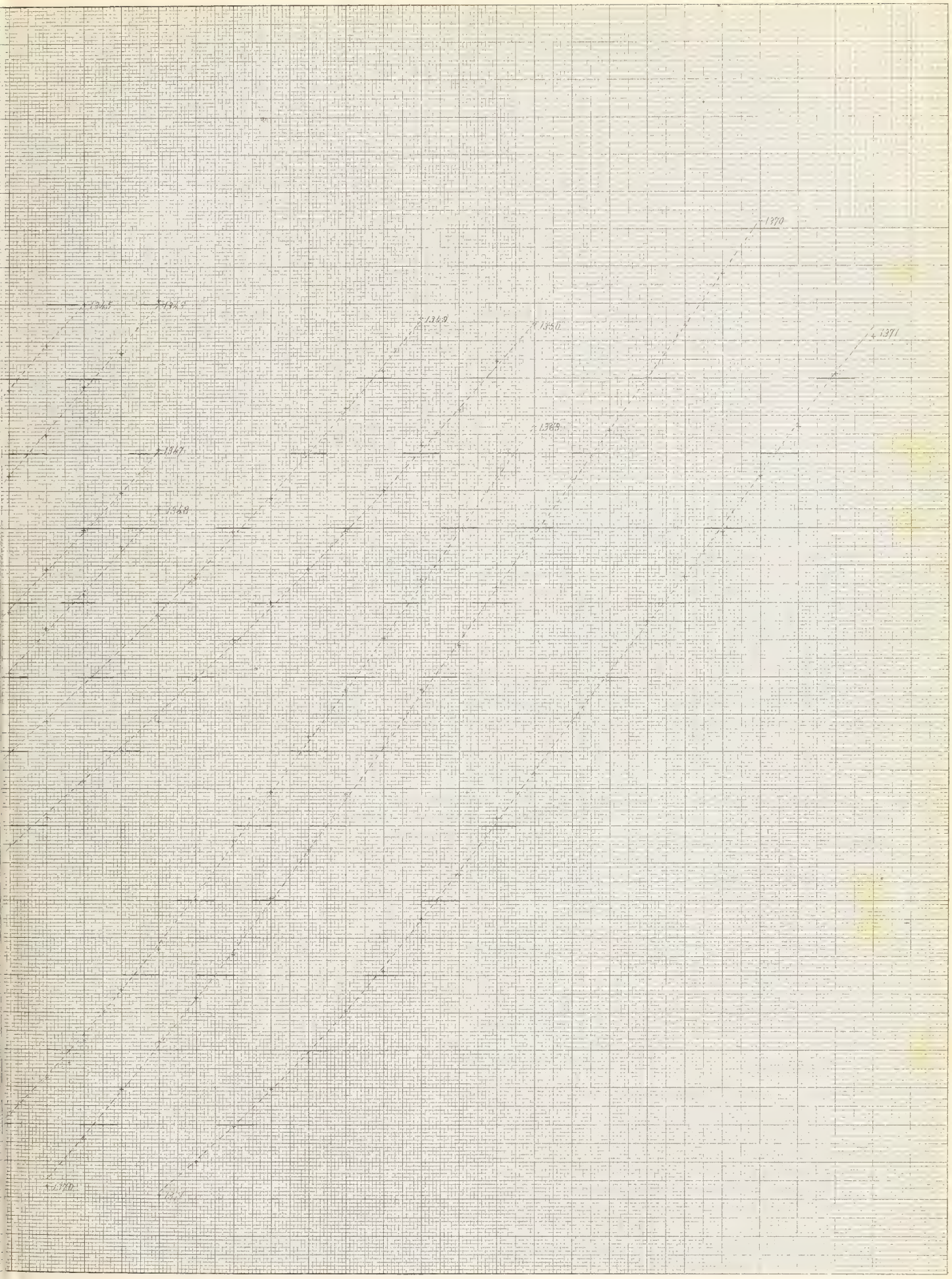


Lit. Marielli Roma


Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Cuojo su Ghisa
Valori dei coefficienti d'attrito col succedersi delle esp.e alle velocità
Esp. successive
Pressione di Ch. 1653 Cuojo
Superficie
Untuosa
Esp. Pres.
Esp. Pres.
Leggerm.te Untuosa
Valori dei coefficienti d'attrito col succedersi delle esp.e alle velocità di
Esperienze 1476 successive alla stessa 1482 Pressione di Ch. 1615 Cuojo Untuoso
Pressione per metro quadrato
Valori delle cifre del Dinamometro
Esp. successive 1468 1469 1470 1472 1473
Segni
Pressioni Ch. 1.15 3633 7859

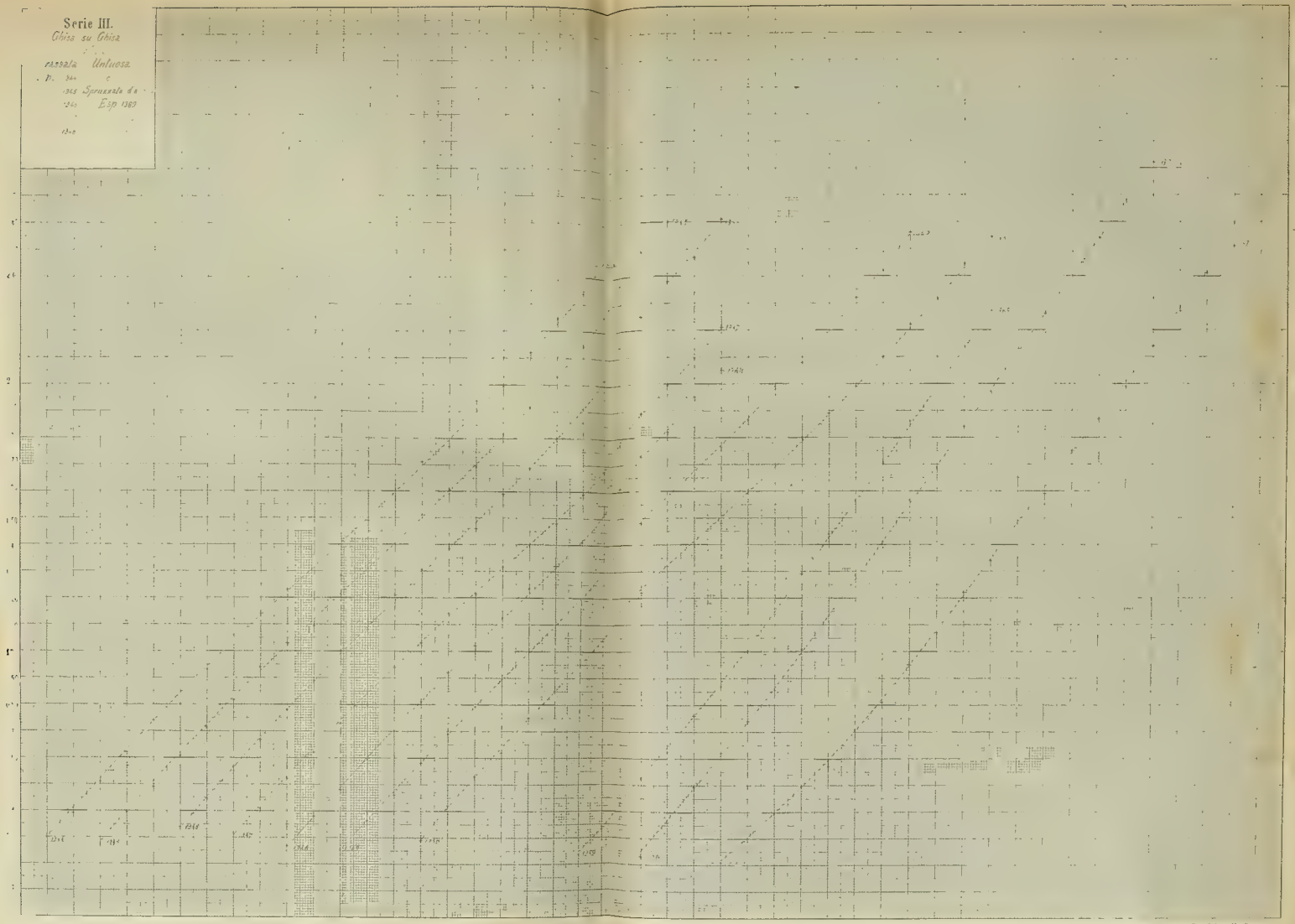

Studi sulla Resistenza d'Attrito
Serie III.
Gomma Elastica su Ghisa
Superficie
Ch. 2000
Ch. 4000
Ch. 6000
Ch. 8000
Ch. 10000
Ch. 2204
Ch. 4960
1499
1500
1501
1502
1503
1495 1496 1497 1498 1499 1500 1501 1502 1503 Esp. successive
Segni
2204 4960 6337 2204 10441 2204 2204 4960 2204 Pressioni Ch.


Serie III.
Ghisa su Ghisa
Superficie
Sgrassata Untuosa
Esp. 1344 e
" 1345 Spruzzata d'acqua
" 1346 Esp. 1369
" 1347 " 1370
" 1348 " 1371
" 1349
" 1350
2.60
2.50
2.40
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.90
1.70
1.346
1.349
1.348
1.349
1.370

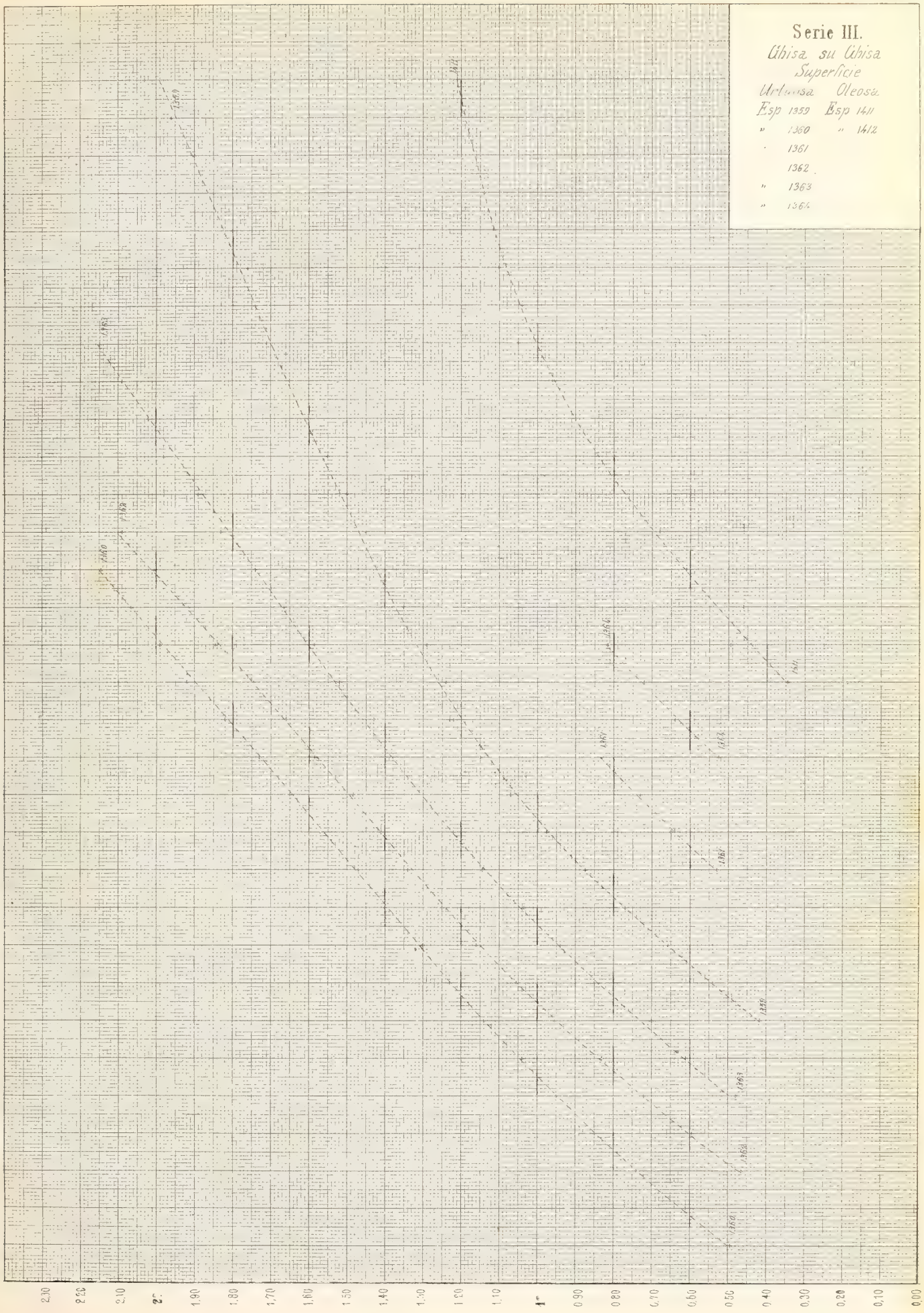


Lit. Martelli Roma

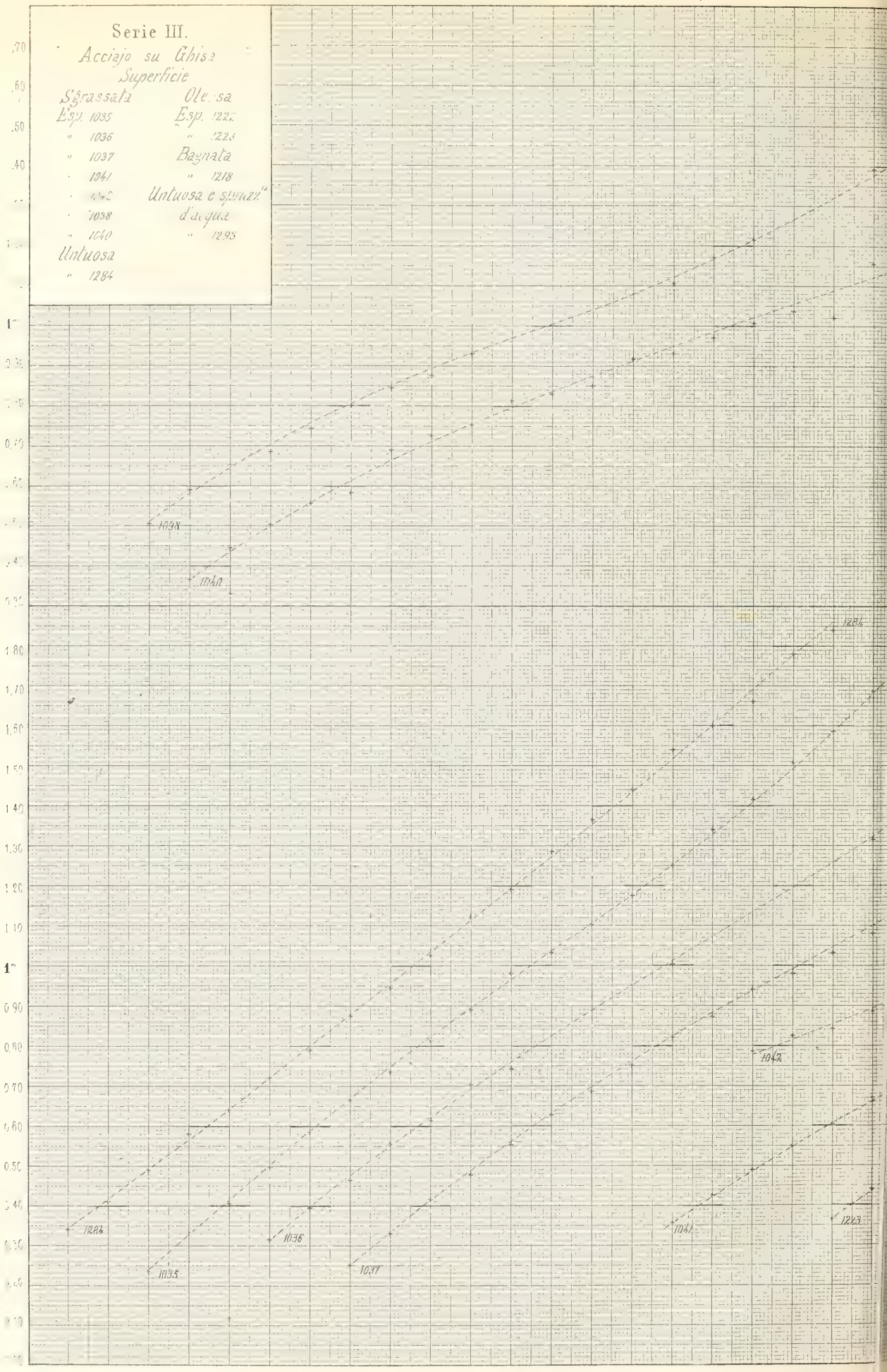
Serie III.
Ghisa su Ghisa
Superficie

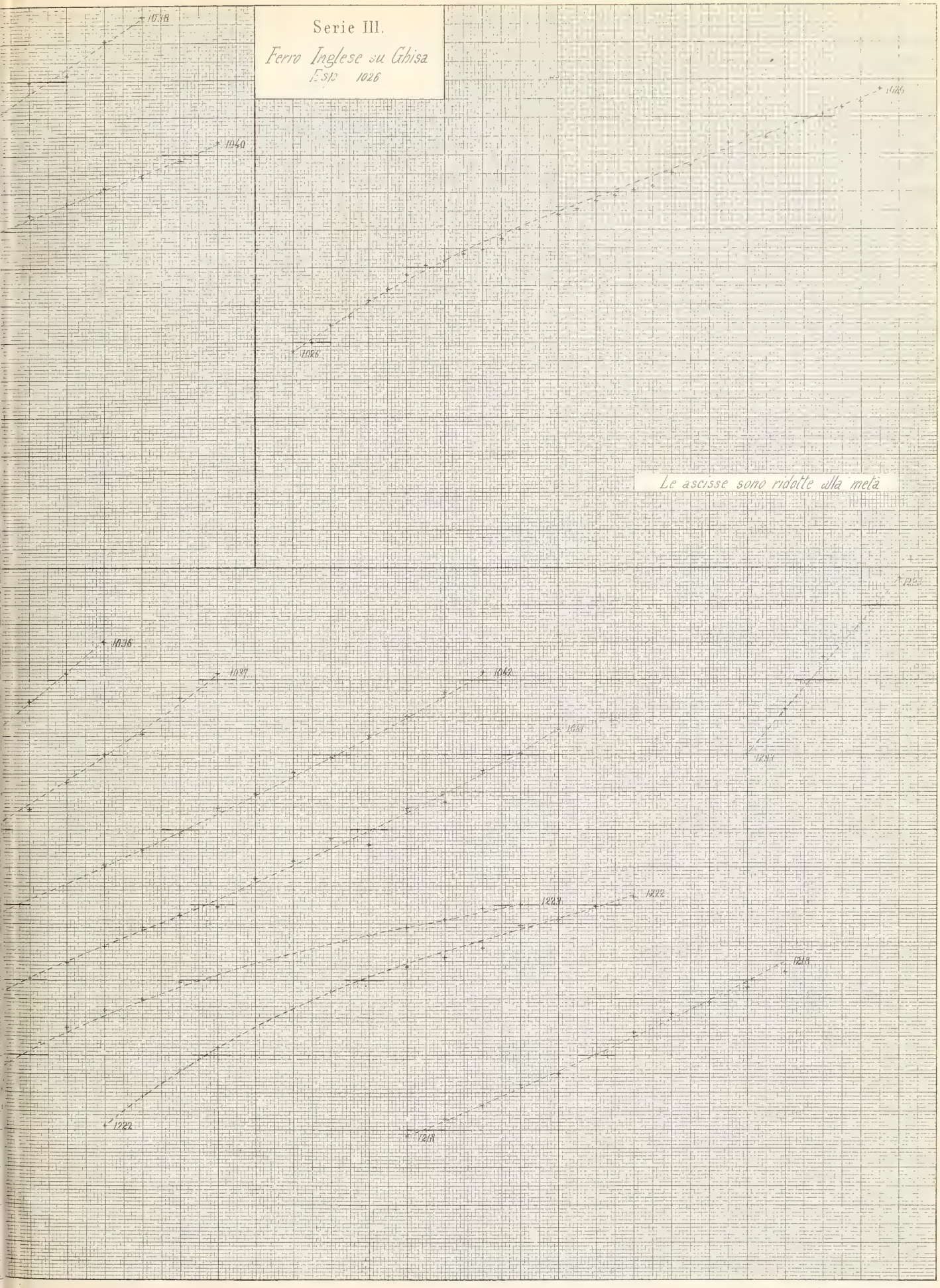


Ist. Mantelli Roma



Lit Martelli Roma

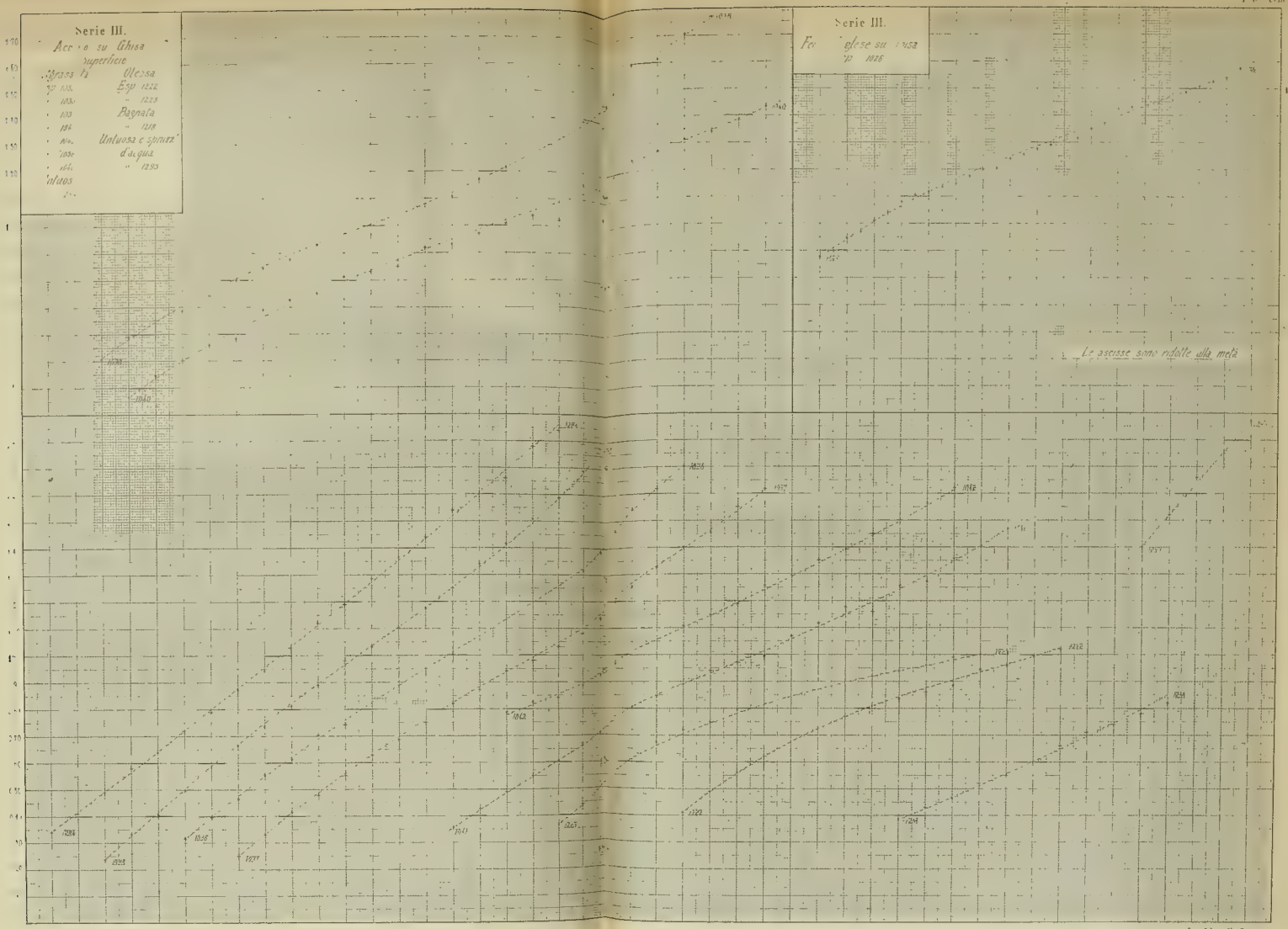

Serie III.
Acciajo su Ghisa
Superficie
Sgrassata
Esp. 1035
" 1036
" 1037
" 1041
" 1042
" 1038
" 1040
Untuosa
" 1284
Oleosa
Esp. 1222
" 1223
Bagnata
" 1218
Untuosa e spruzzata d'acqua
" 1293
1038
1040
1284
1042
1036
1035
1037
1041
1223



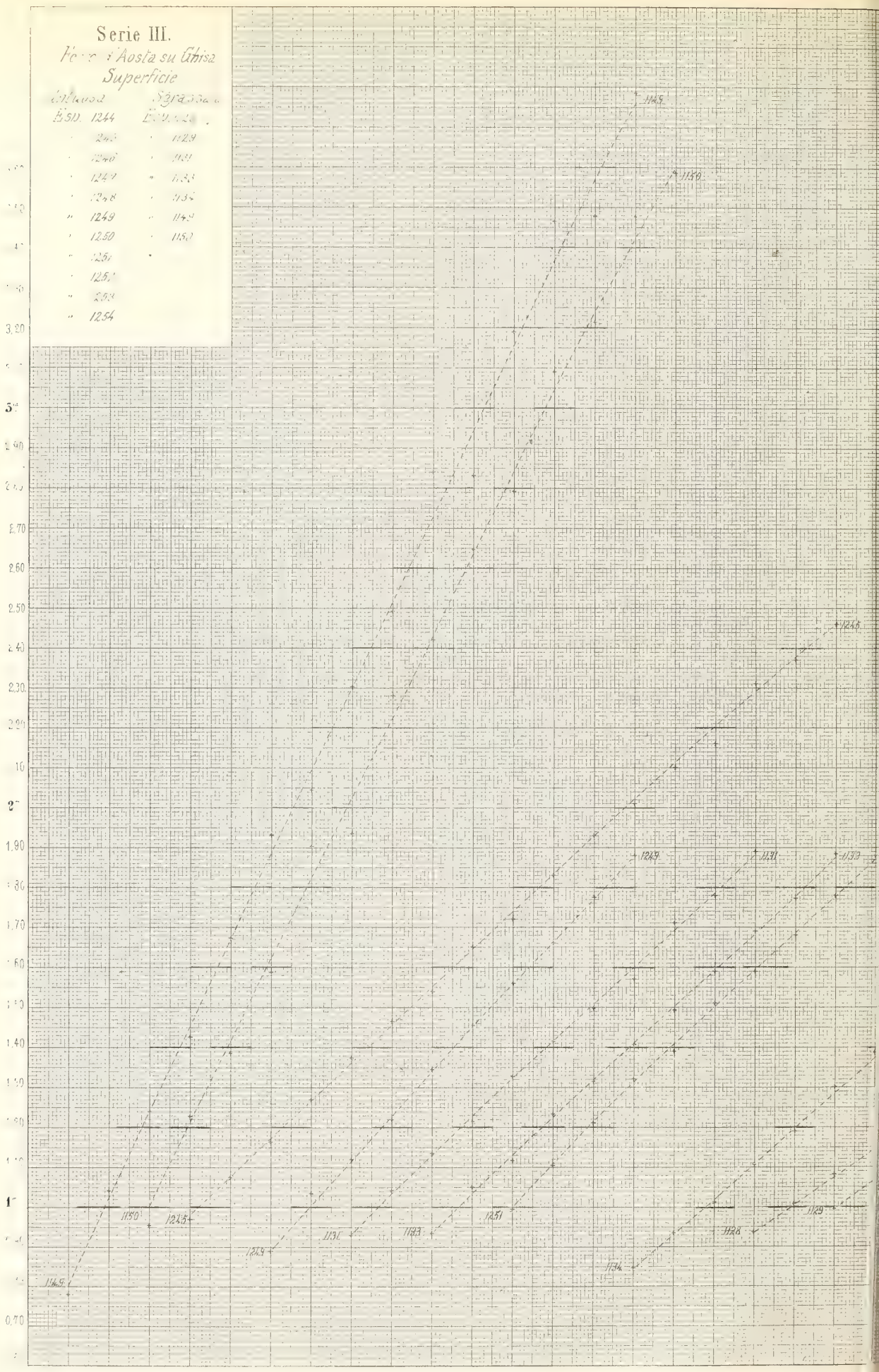
Lit. Martelli Roma

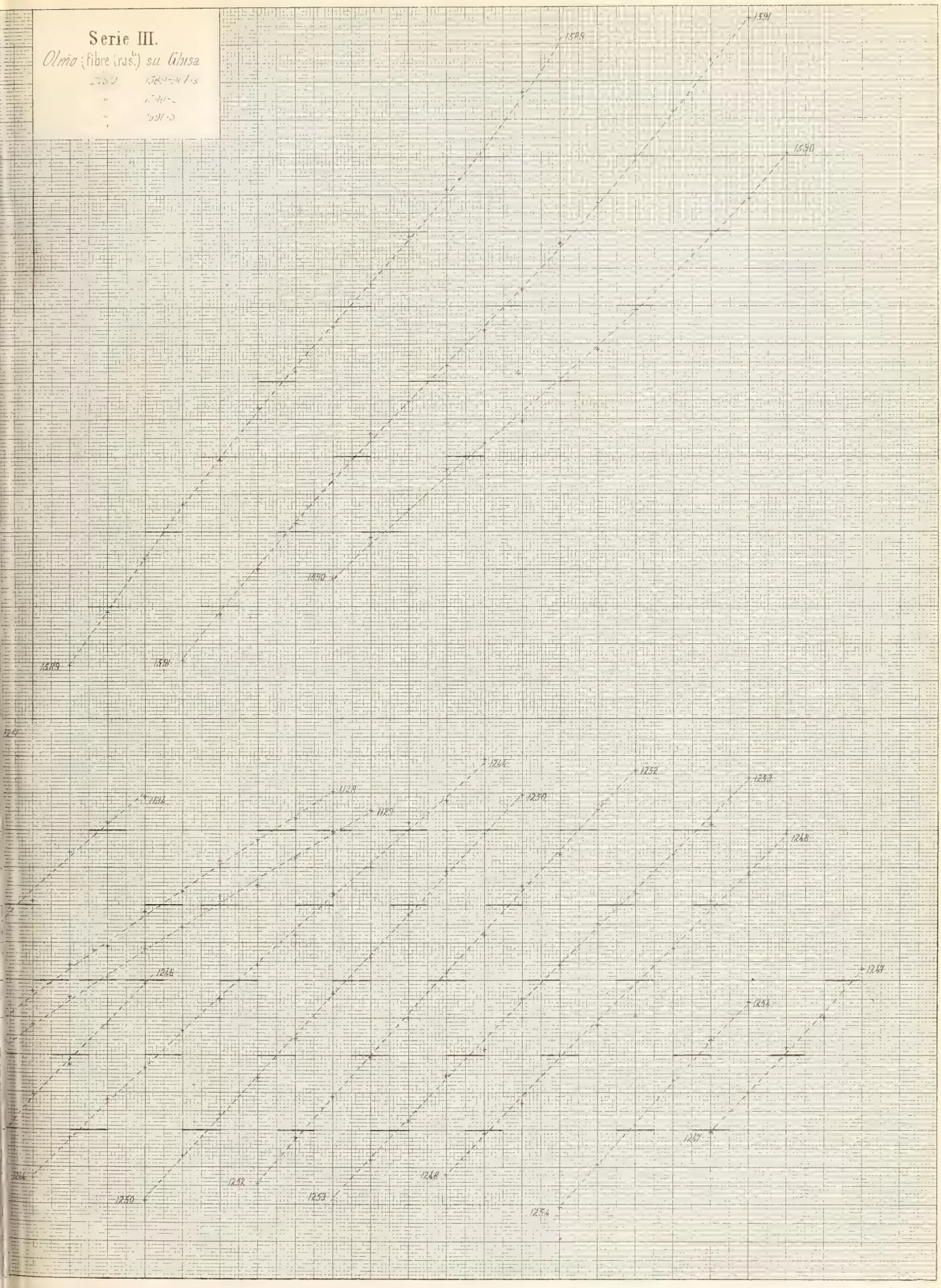
Serie III.

[illegible]



Lit. Mantelli Roma


Serie III.
Superficie
Bsid. 1244
1245
1246
1247
1248
1249
1250
1251
1252
1254
1129
1130
1131
1132
1133
1134
1135
1136
1137
1138
1139
1140
1141
1142
1143
1144
1145
1146
1147
1148
1149
1150
3.20
3.00
2.90
2.80
2.70
2.60
2.50
2.40
2.30
2.20
2.10
2.00
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70


Serie III.
Olmo (fibre trasv.) su Ghisa
1549
1548
1540
1539
1538
1537
1536
1535
1534
1533
1532
1531
1530
1529
1528
1527
1526
1525
1524
1523
1522
1521
1520
1519
1518
1517
1516
1515
1514
1513
1512
1511
1510
1509
1508
1507
1506
1505
1504
1503
1502
1501
1500
1499
1498
1497
1496
1495
1494
1493
1492
1491
1490
1489
1488
1487
1486
1485
1484
1483
1482
1481
1480
1479
1478
1477
1476
1475
1474
1473
1472
1471
1470
1469
1468
1467
1466
1465
1464
1463
1462
1461
1460
1459
1458
1457
1456
1455
1454
1453
1452
1451
1450
1449
1448
1447
1446
1445
1444
1443
1442
1441
1440
1439
1438
1437
1436
1435
1434
1433
1432
1431
1430
1429
1428
1427
1426
1425
1424
1423
1422
1421
1420
1419
1418
1417
1416
1415
1414
1413
1412
1411
1410
1409
1408
1407
1406
1405
1404
1403
1402
1401
1400
1399
1398
1397
1396
1395
1394
1393
1392
1391
1390
1389
1388
1387
1386
1385
1384
1383
1382
1381
1380
1379
1378
1377
1376
1375
1374
1373
1372
1371
1370
1369
1368
1367
1366
1365
1364
1363
1362
1361
1360
1359
1358
1357
1356
1355
1354
1353
1352
1351
1350
1349
1348
1347
1346
1345
1344
1343
1342
1341
1340
1339
1338
1337
1336
1335
1334
1333
1332
1331
1330
1329
1328
1327
1326
1325
1324
1323
1322
1321
1320
1319
1318
1317
1316
1315
1314
1313
1312
1311
1310
1309
1308
1307
1306
1305
1304
1303
1302
1301
1300
1299
1298
1297
1296
1295
1294
1293
1292
1291
1290
1289
1288
1287
1286
1285
1284
1283
1282
1281
1280
1279
1278
1277
1276
1275
1274
1273
1272
1271
1270
1269
1268
1267
1266
1265
1264
1263
1262
1261
1260
1259
1258
1257
1256
1255
1254
1253
1252
1251
1250
1249
1248
1247
1246
1245
1244
1243
1242
1241
1240
1239
1238
1237
1236
1235
1234
1233
1232
1231
1230
1229
1228
1227
1226
1225
1224
1223
1222
1221
1220
1219
1218
1217
1216
1215
1214
1213
1212
1211
1210
1209
1208
1207
1206
1205
1204
1203
1202
1201
1200
1199
1198
1197
1196
1195
1194
1193
1192
1191
1190
1189
1188
1187
1186
1185
1184
1183
1182
1181
1180
1179
1178
1177
1176
1175
1174
1173
1172
1171
1170
1169
1168
1167
1166
1165
1164
1163
1162
1161
1160
1159
1158
1157
1156
1155
1154
1153
1152
1151
1150
1149
1148
1147
1146
1145
1144
1143
1142
1141
1140
1139
1138
1137
1136
1135
1134
1133
1132
1131
1130
1129
1128
1127
1126
1125
1124
1123
1122
1121
1120
1119
1118
1117
1116
1115
1114
1113
1112
1111
1110
1109
1108
1107
1106
1105
1104
1103
1102
1101
1100
1099
1098
1097
1096
1095
1094
1093
1092
1091
1090
1089
1088
1087
1086
1085
1084
1083
1082
1081
1080
1079
1078
1077
1076
1075
1074
1073
1072
1071
1070
1069
1068
1067
1066
1065
1064
1063
1062
1061
1060
1059
1058
1057
1056
1055
1054
1053
1052
1051
1050
1049
1048
1047
1046
1045
1044
1043
1042
1041
1040
1039
1038
1037
1036
1035
1034
1033
1032
1031
1030
1029
1028
1027
1026
1025
1024
1023
1022
1021
1020
1019
1018
1017
1016
1015
1014
1013
1012
1011
1010
1009
1008
1007
1006
1005
1004
1003
1002
1001
1000
999
998
997
996
995
994
993
992
991
990
989
988
987
986
985
984
983
982
981
980
979
978
977
976
975
974
973
972
971
970
969
968
967
966
965
964
963
962
961
960
959
958
957
956
955
954
953
952
951
950
949
948
947
946
945
944
943
942
941
940
939
938
937
936
935
934
933
932
931
930
929
928
927
926
925
924
923
922
921
920
919
918
917
916
915
914
913
912
911
910
909
908
907
906
905
904
903
902
901
900
899
898
897
896
895
894
893
892
891
890
889
888
887
886
885
884
883
882
881
880
879
878
877
876
875
874
873
872
871
870
869
868
867
866
865
864
863
862
861
860
859
858
857
856
855
854
853
852
851
850
849
848
847
846
845
844
843
842
841
840
839
838
837
836
835
834
833
832
831
830
829
828
827
826
825
824
823
822
821
820
819
818
817
816
815
814
813
812
811
810
809
808
807
806
805
804
803
802
801
800
799
798
797
796
795
794
793
792
791
790
789
788
787
786
785
784
783
782
781
780
779
778
777
776
775
774
773
772
771
770
769
768
767
766
765
764
763
762
761
760
759
758
757
756
755
754
753
752
751
750
749
748
747
746
745
744
743
742
741
740
739
738
737
736
735
734
733
732
731
730
729
728
727
726
725
724
723
722
721
720
719
718
717
716
715
714
713
712
711
710
709
708
707
706
705
704
703
702
701
700
699
698
697
696
695
694
693
692
691
690
689
688
687
686
685
684
683
682
681
680
679
678
677
676
675
674
673
672
671
670
669
668
667
666
665
664
663
662
661
660
659
658
657
656
655
654
653
652
651
650
649
648
647
646
645
644
643
642
641
640
639
638
637
636
635
634
633
632
631
630
629
628
627
626
625
624
623
622
621
620
619
618
617
616
615
614
613
612
611
610
609
608
607
606
605
604
603
602
601
600
599
598
597
596
595
594
593
592
591
590
589
588
587
586
585
584
583
582
581
580
579
578
577
576
575
574
573
572
571
570
569
568
567
566
565
564
563
562
561
560
559
558
557
556
555
554
553
552
551
550
549
548
547
546
545
544
543
542
541
540
539
538
537
536
535
534
533
532
531
530
529
528
527
526
525
524
523
522
521
520
519
518
517
516
515
514
513
512
511
510
509
508
507
506
505
504
503
502
501
500
499
498
497
496
495
494
493
492
491
490
489
488
487
486
485
484
483
482
481
480
479
478
477
476
475
474
473
472
471
470
469
468
467
466
465
464
463
462
461
460
459
458
457
456
455
454
453
452
451
450
449
448
447
446
445
444
443
442
441
440
439
438
437
436
435
434
433
432
431
430
429
428
427
426
425
424
423
422
421
420
419
418
417
416
415
414
413
412
411
410
409
408
407
406
405
404
403
402
401
400
399
398
397
396
395
394
393
392
391
390
389
388
387
386
385
384
383
382
381
380
379
378
377
376
375
374
373
372
371
370
369
368
367
366
365
364
363
362
361
360
359
358
357
356
355
354
353
352
351
350
349
348
347
346
345
344
343
342
341
340
339
338
337
336
335
334
333
332
331
330
329
328
327
326
325
324
323
322
321
320
319
318
317
316
315
314
313
312
311
310
309
308
307
306
305
304
303
302
301
300
299
298
297
296
295
294
293
292
291
290
289
288
287
286
285
284
283
282
281
280
279
278
277
276
275
274
273
272
271
270
269
268
267
266
265
264
263
262
261
260
259
258
257
256
255
254
253
252
251
250
249
248
247
246
245
244
243
242
241
240
239
238
237
236
235
234
233
232
231
230
229
228
227
226
225
224
223
222
221
220
219
218
217
216
215
214
213
212
211
210
209
208
207
206
205
204
203
202
201
200
199
198
197
196
195
194
193
192
191
190
189
188
187
186
185
184
183
182
181
180
179
178
177
176
175
174
173
172
171
170
169
168
167
166
165
164
163
162
161
160
159
158
157
156
155
154
153
152
151
150
149
148
147
146
145
144
143
142
141
140
139
138
137
136
135
134
133
132
131
130
129
128
127
126
125
124
123
122
121
120
119
118
117
116
115
114
113
112
111
110
109
108
107
106
105
104
103
102
101
100
99
98
97
96
95
94
93
92
91
90
89
88
87
86
85
84
83
82
81
80
79
78
77
76
75
74
73
72
71
70
69
68
67
66
65
64
63
62
61
60
59
58
57
56
55
54
53
52
51
50
49
48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
Fratelli Rom

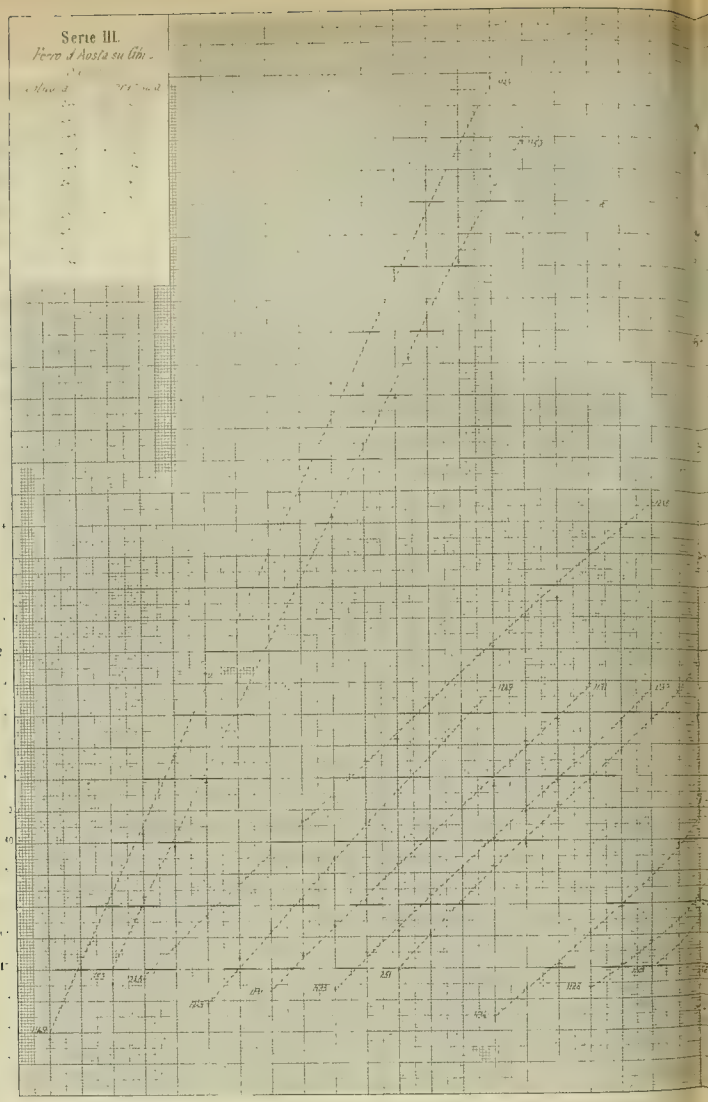
Serie III.

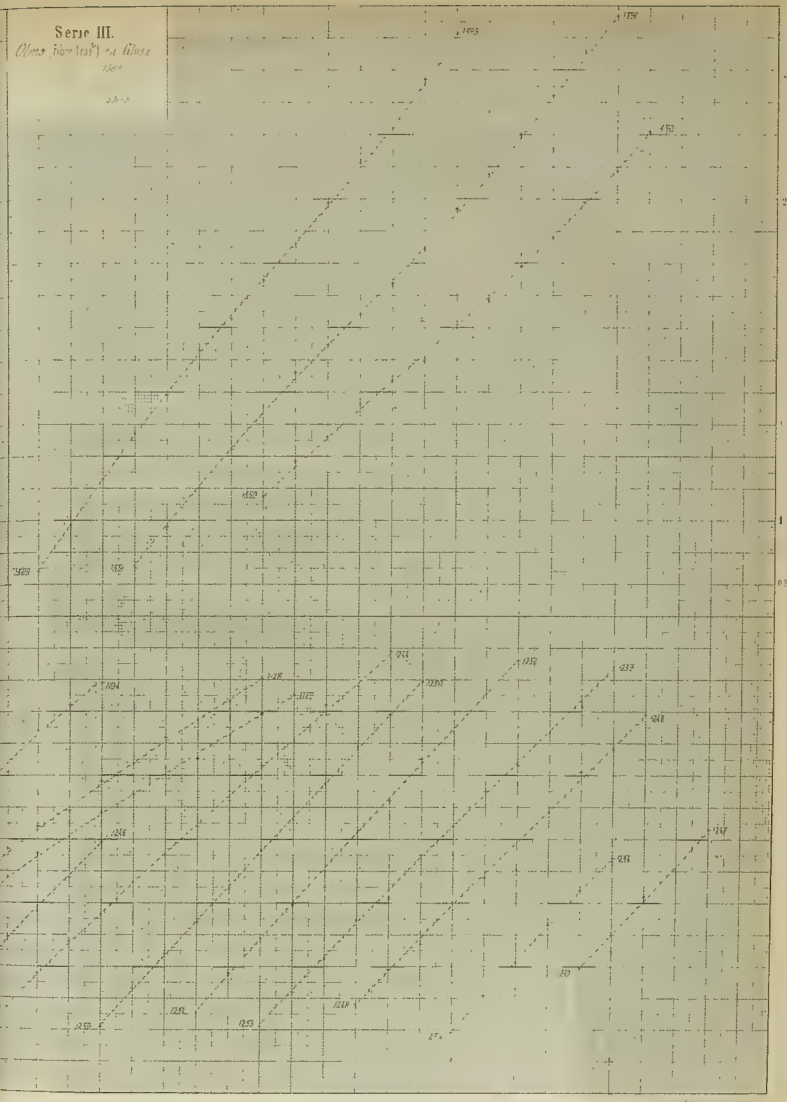
Ferro d'Aosta su Umrsa

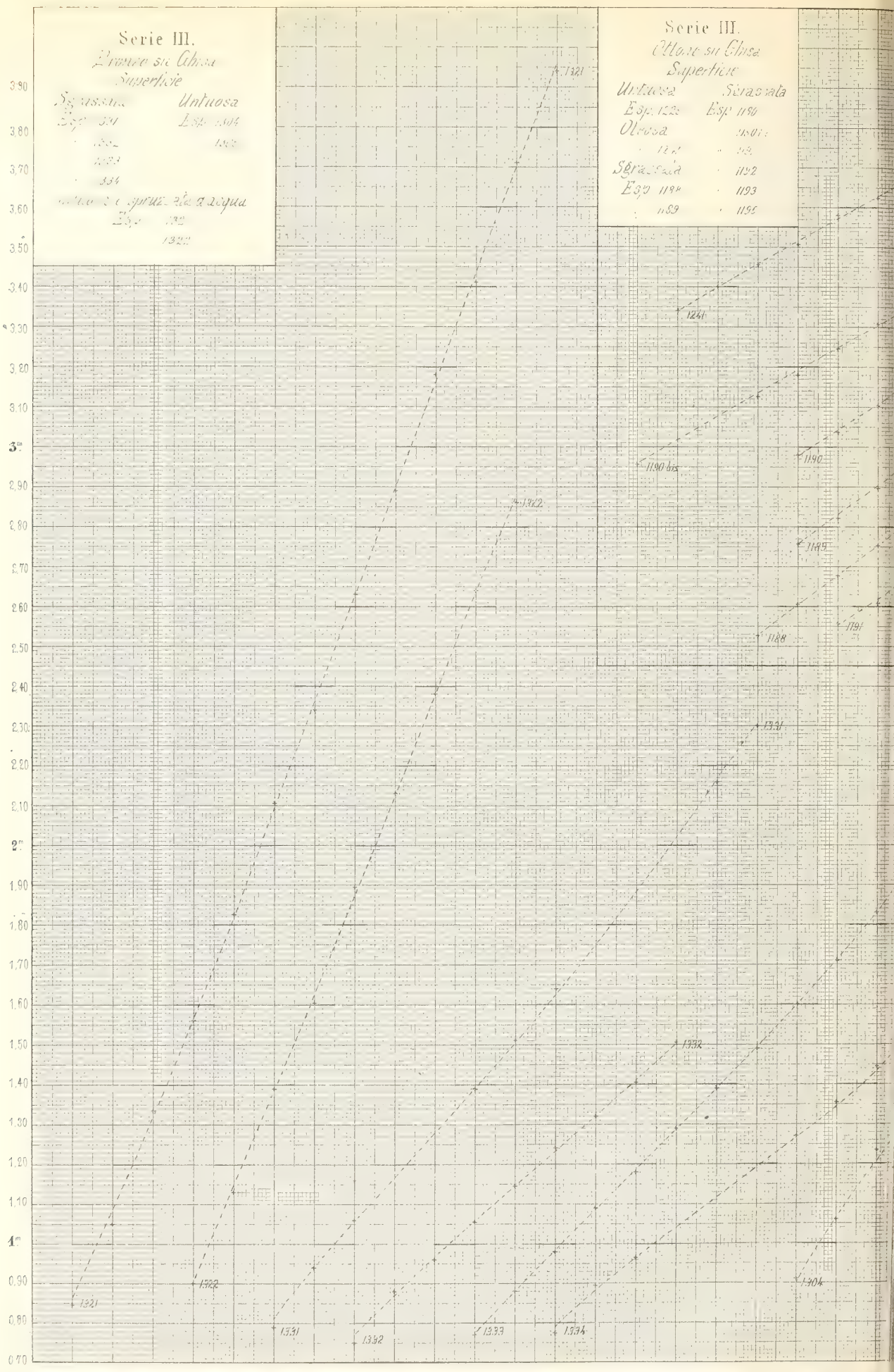
Sup. Sup.

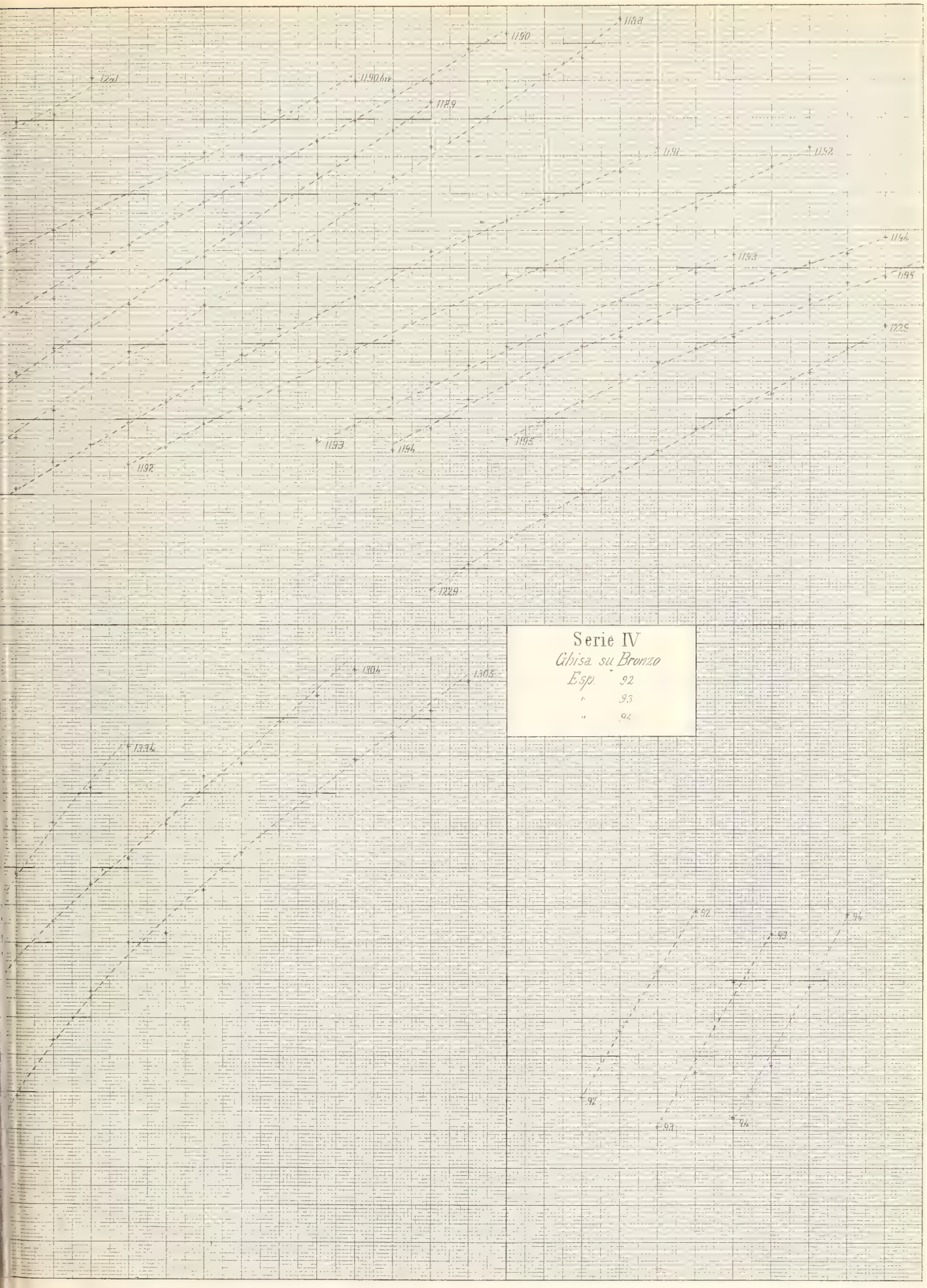
Grossa

149


Serie III.
Ferro d'Aosta su Ghisa

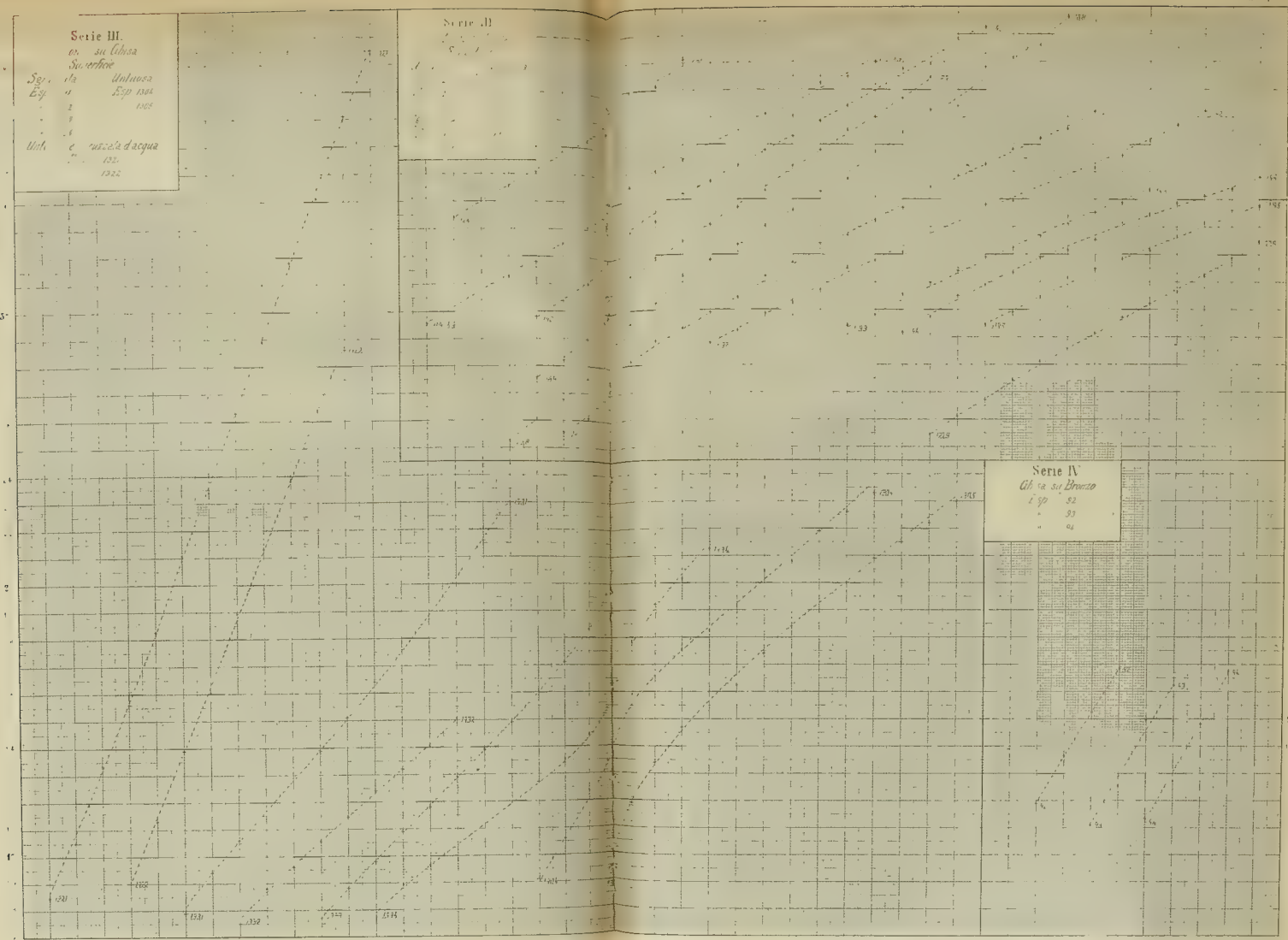

Serie III.
Olmo (fibra trasv.) su Ghisa


Serie III.
Serie III.
Untuosa
Untuosa
Serasciata
Oleosa
Serasciata
3.90
3.80
3.70
3.60
3.50
3.40
3.30
3.20
3.10
3.00
2.90
2.80
2.70
2.60
2.50
2.40
2.30
2.20
2.10
2.00
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
1.321
1.322
1.331
1.332
1.333
1.334
1.352
1.362
1.304
1.191
1.190
1.189
1.188
1.241

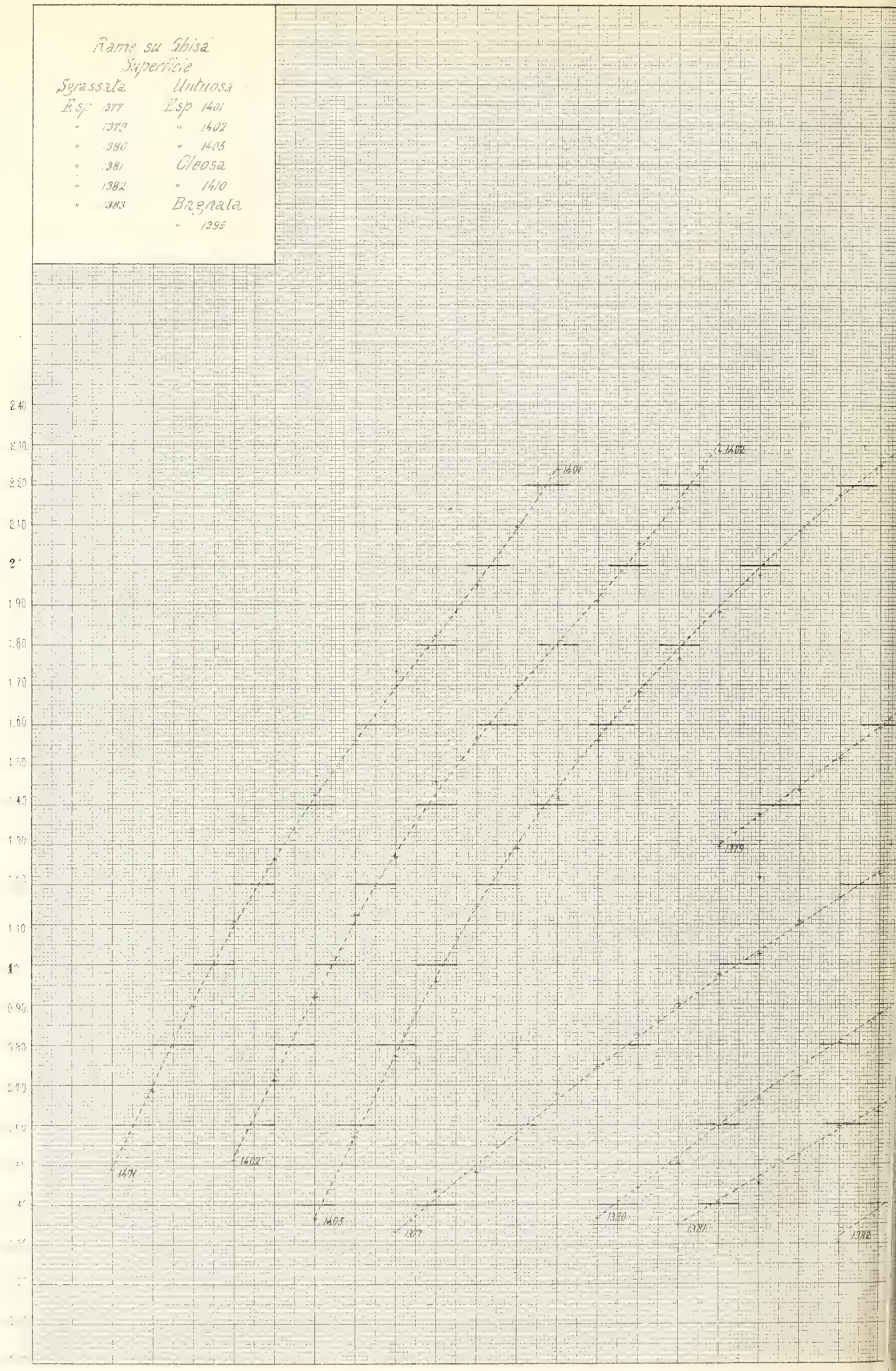


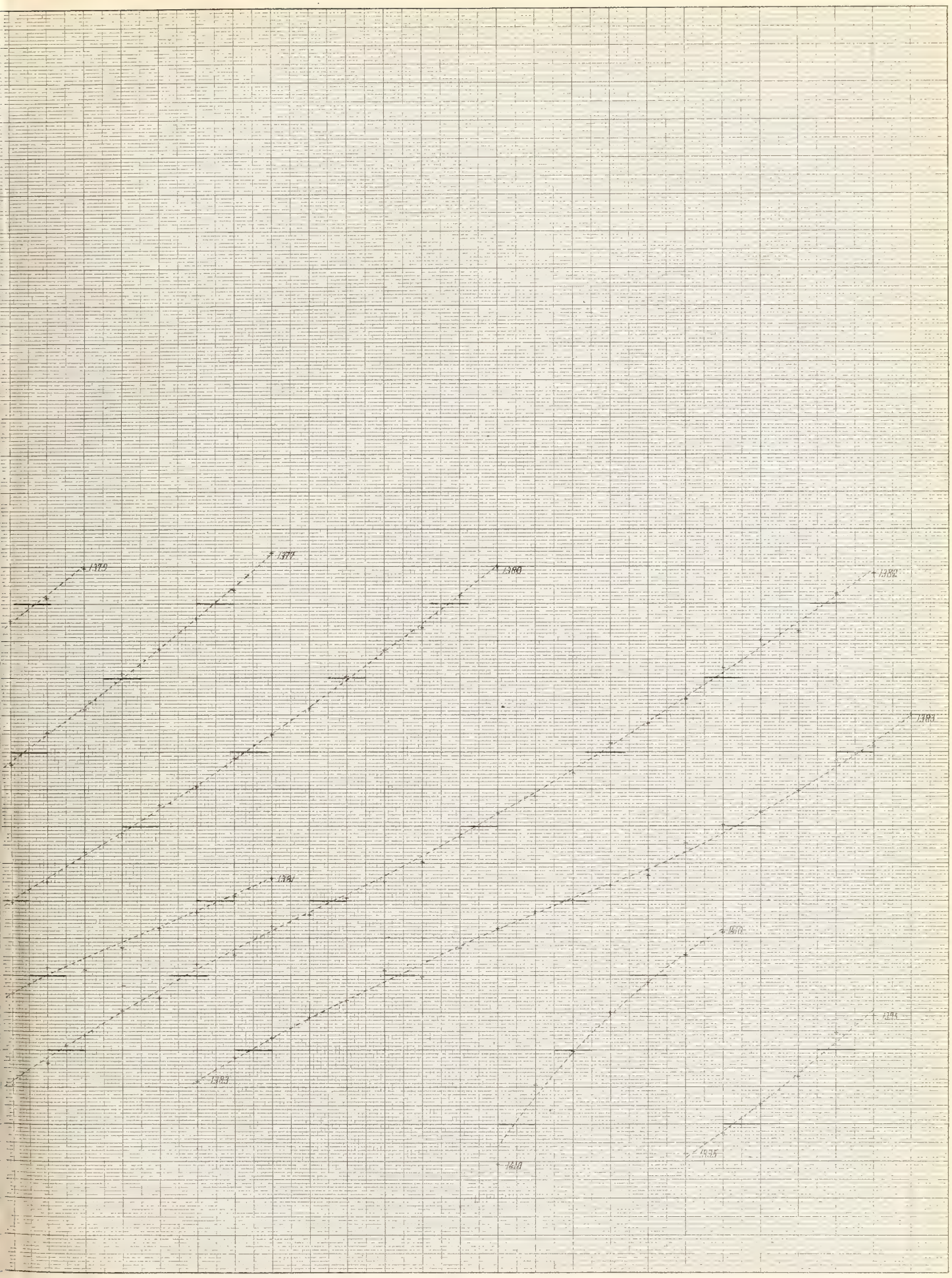
Lit Martelli Roma

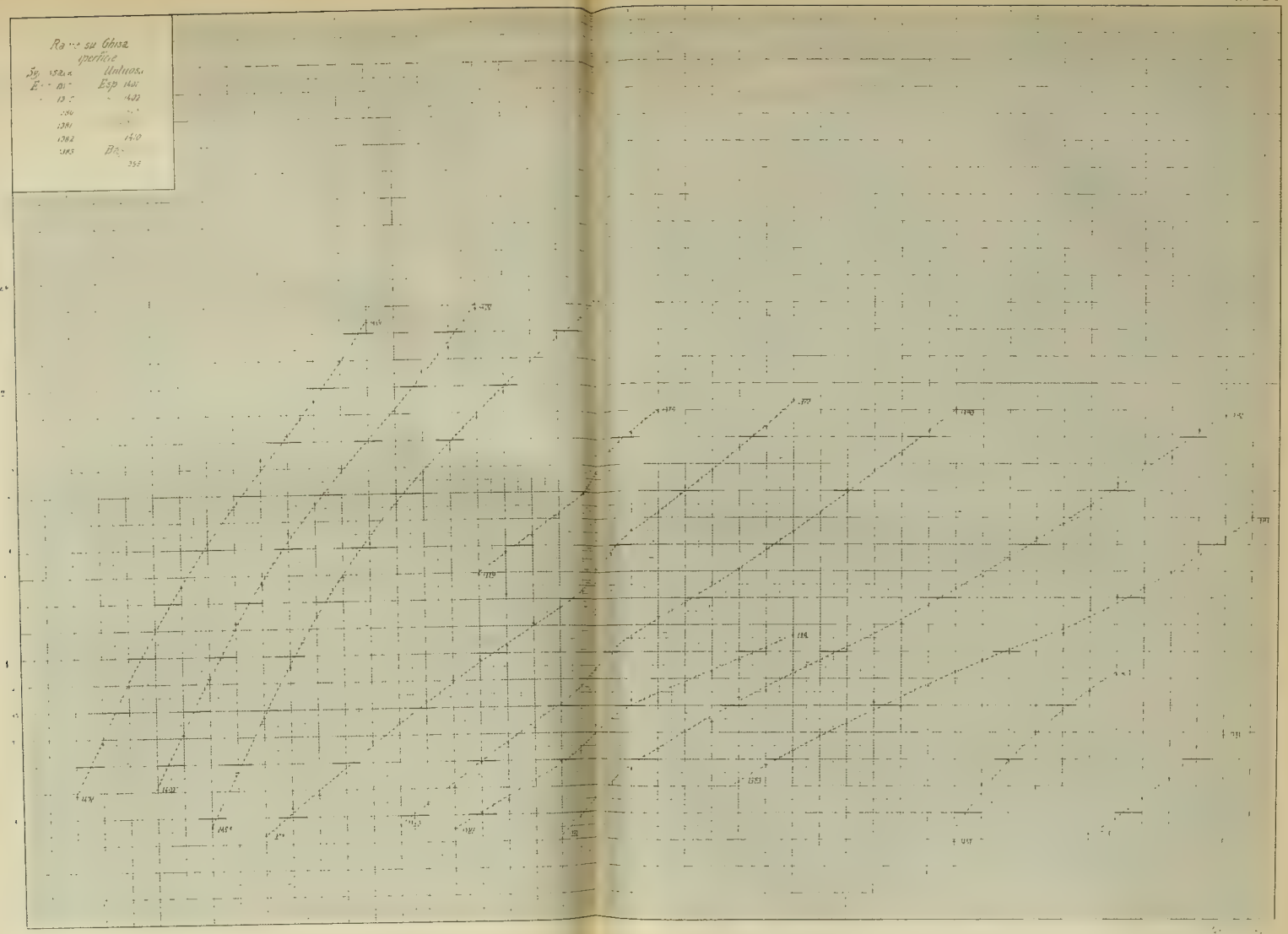
1.3.31 1.3.32 1.3.33 1.3.34

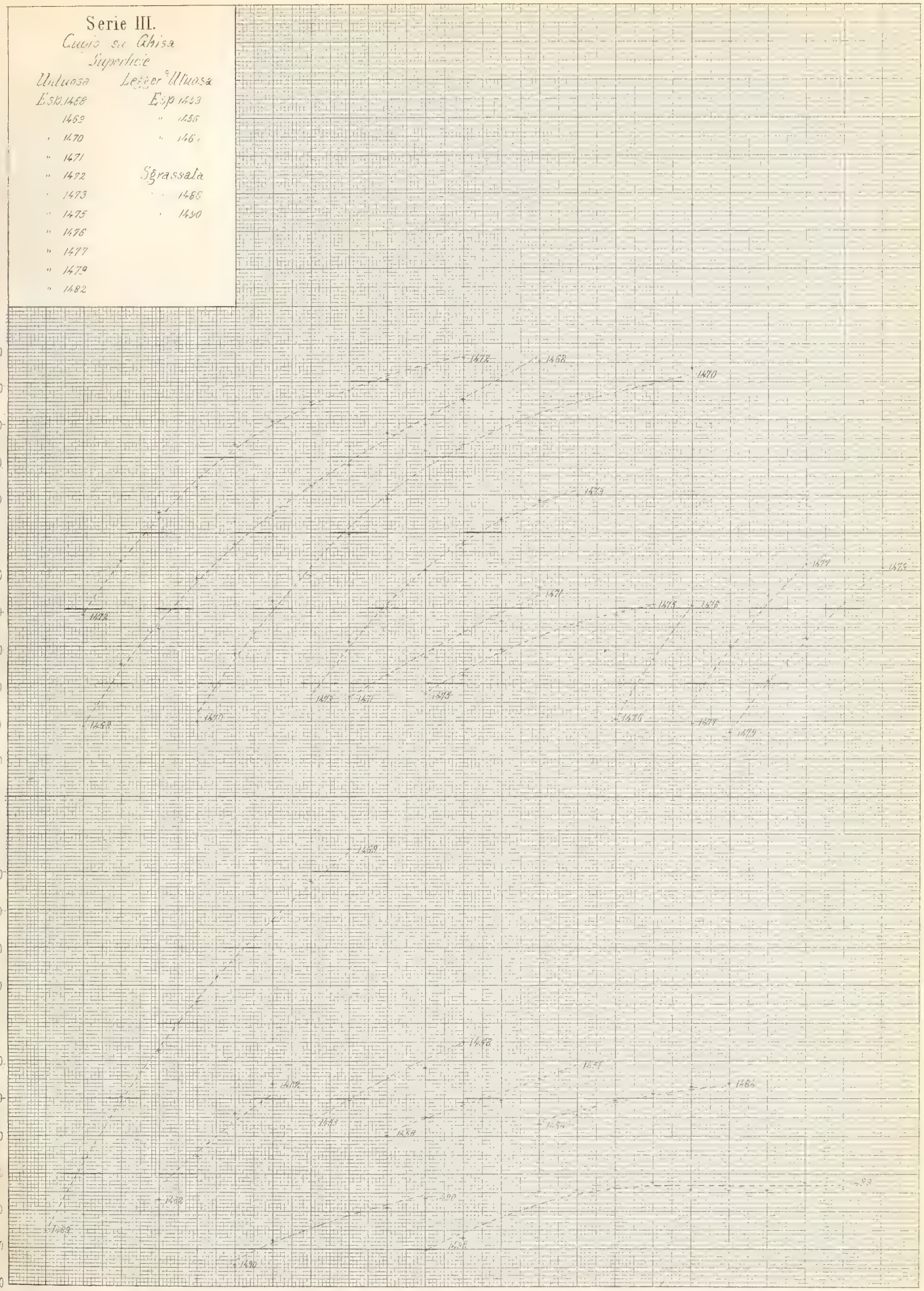


Lit. Martelli Roma

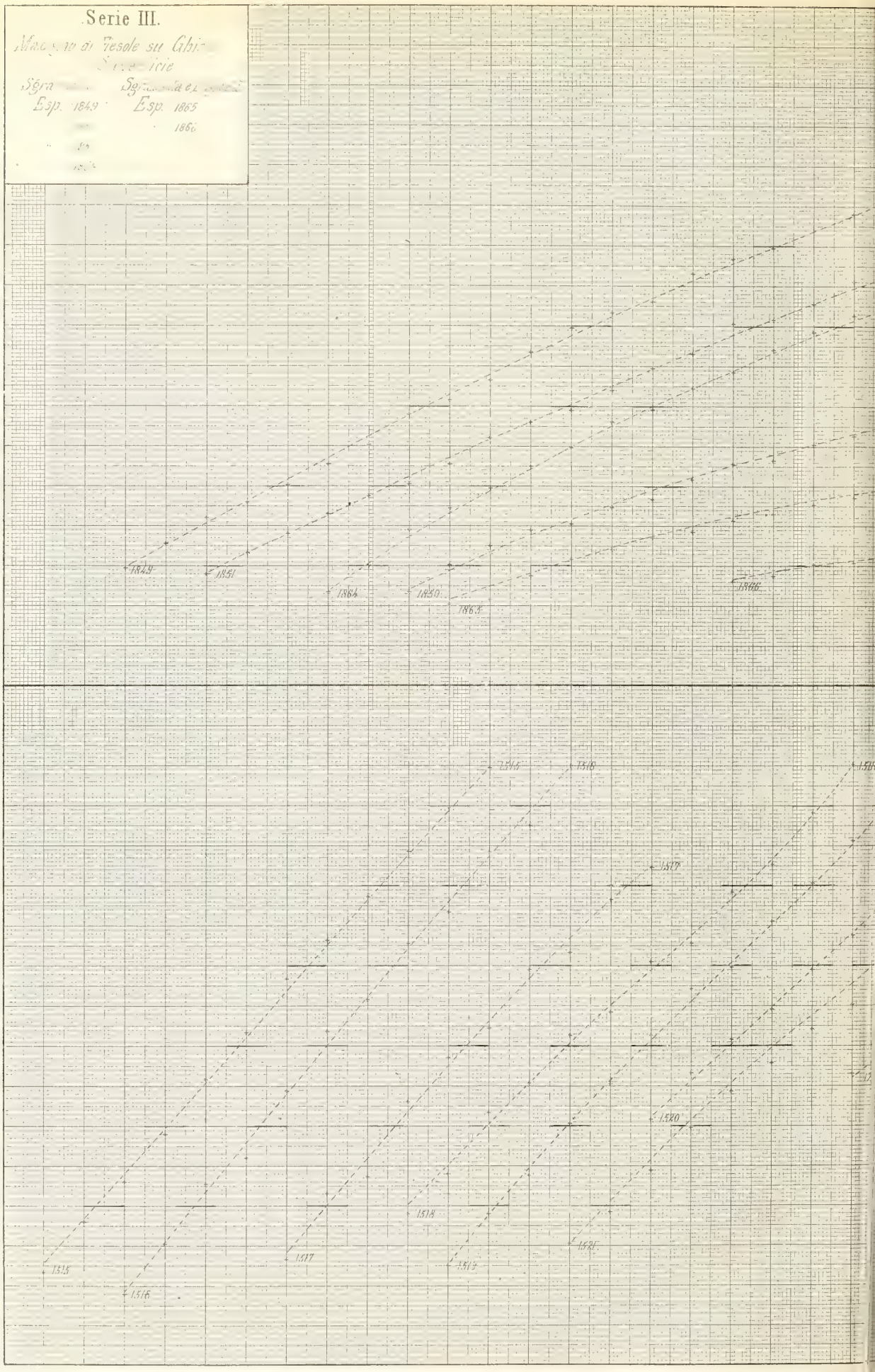

Rame su Ghisa
Superficie
Sgrassata
Esp 1377
" 1379
" 1380
" 1381
" 1382
" 1383
Untuosa
Esp 1401
" 1402
" 1405
Oleosa
" 1410
Bagnata
" 1395
2.40
2.30
2.20
2.10
2.00
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
1404
1402
1405
1377
1380
1381
1382

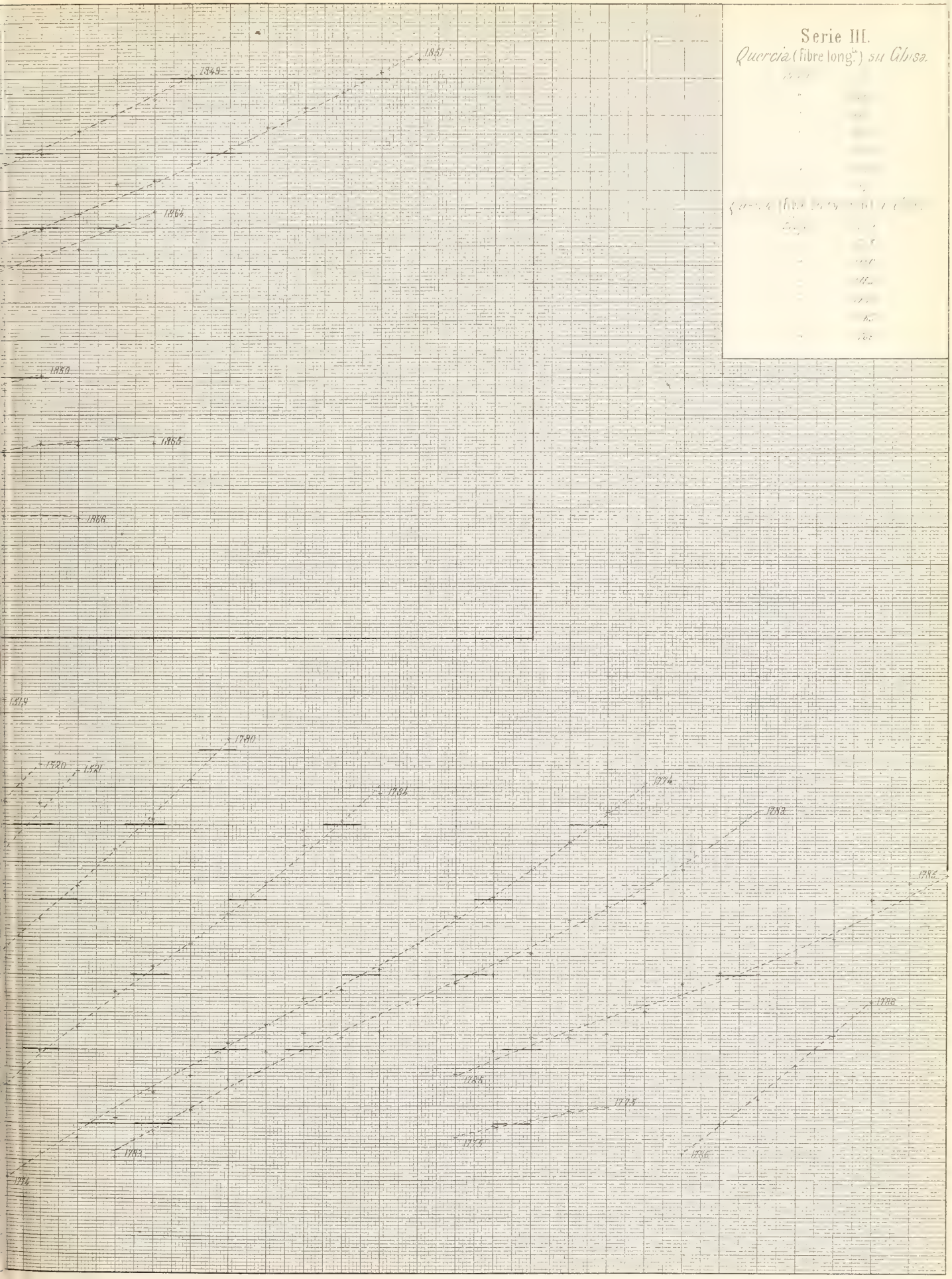

1779
1777
1780
1782
1783
1784
1785
1786
1787
1788
1789
1790
1791
1792

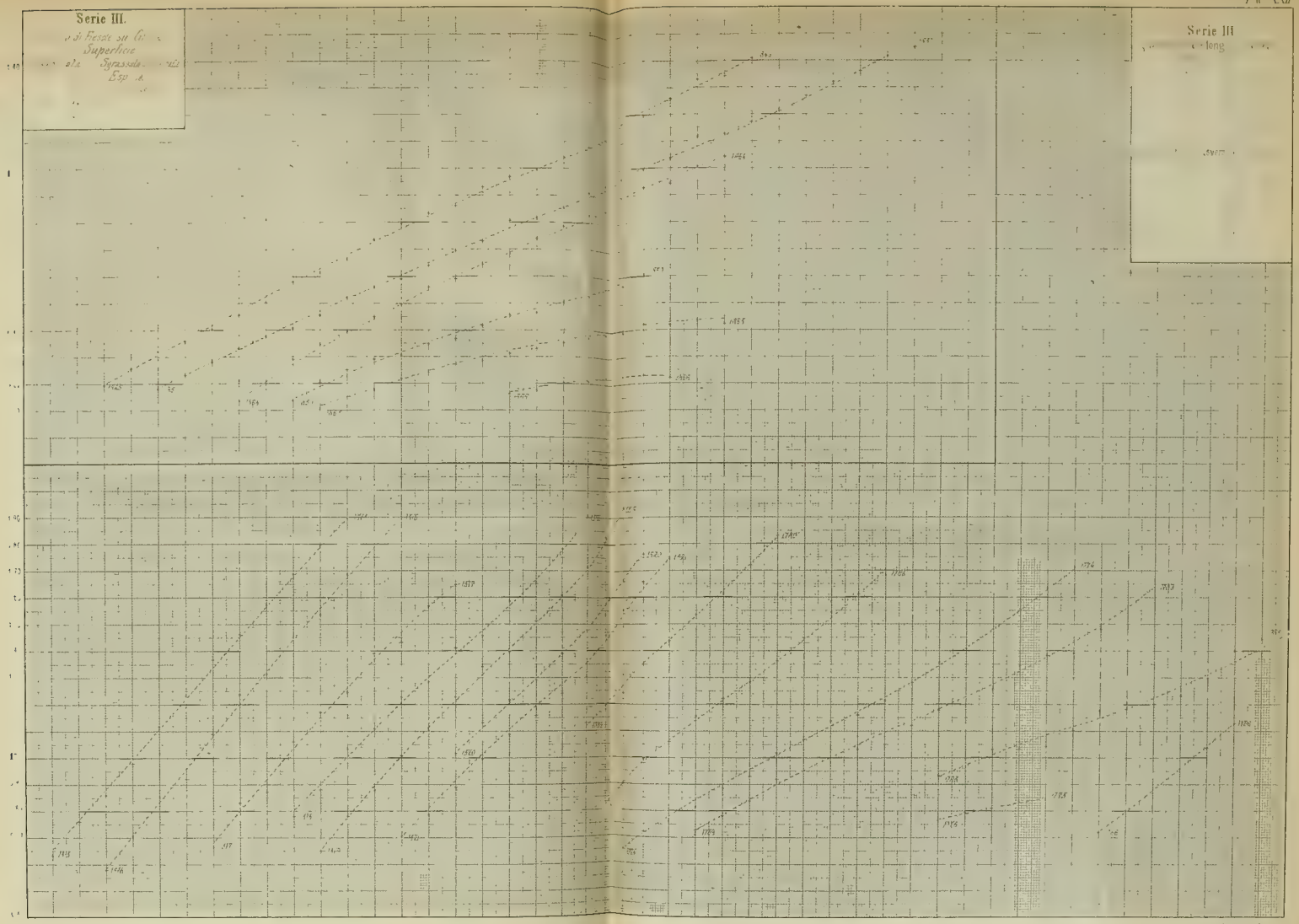

Ra su Ghisa
perfice
Unitnos.
Esp 1401
1402
1410
Bas
355

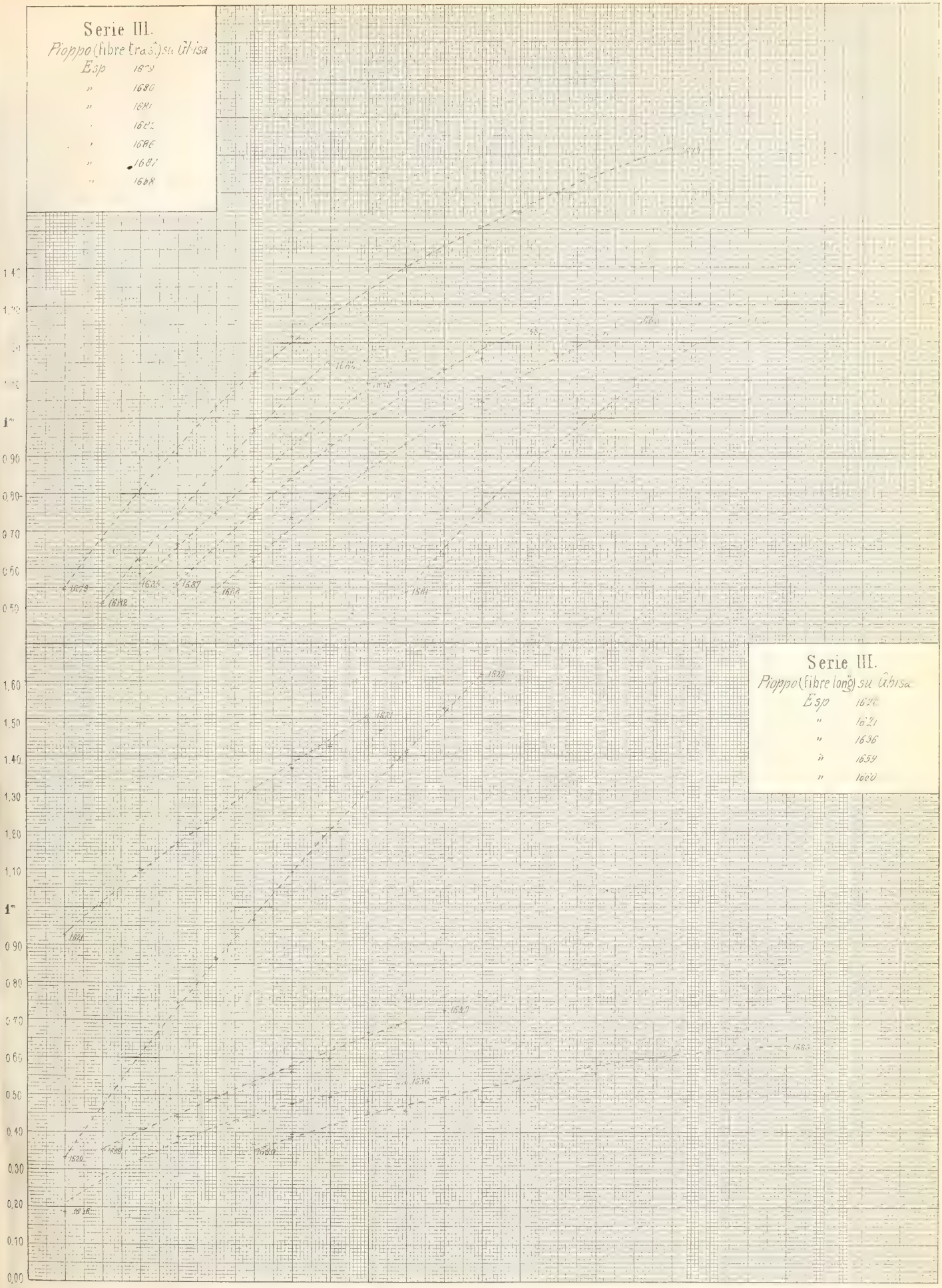


Lit. Martelli Roma

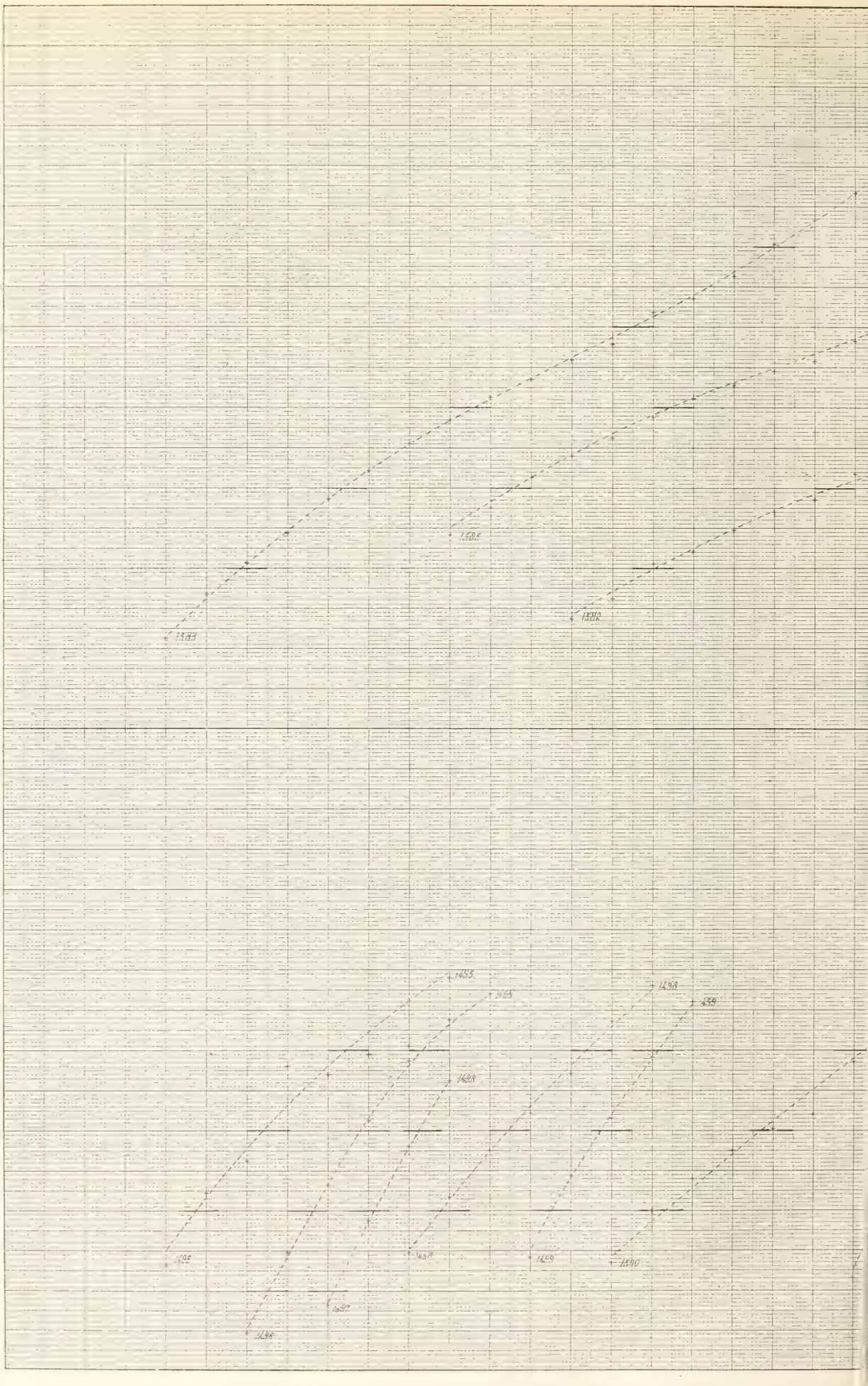

Serie III.
Esp. 1849
Esp. 1865
1866
1849
1851
1864
1850
1865
1866
1.90
1.80
1.70
1.60
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
1515
1516
1517
1518
1519
1520
1521

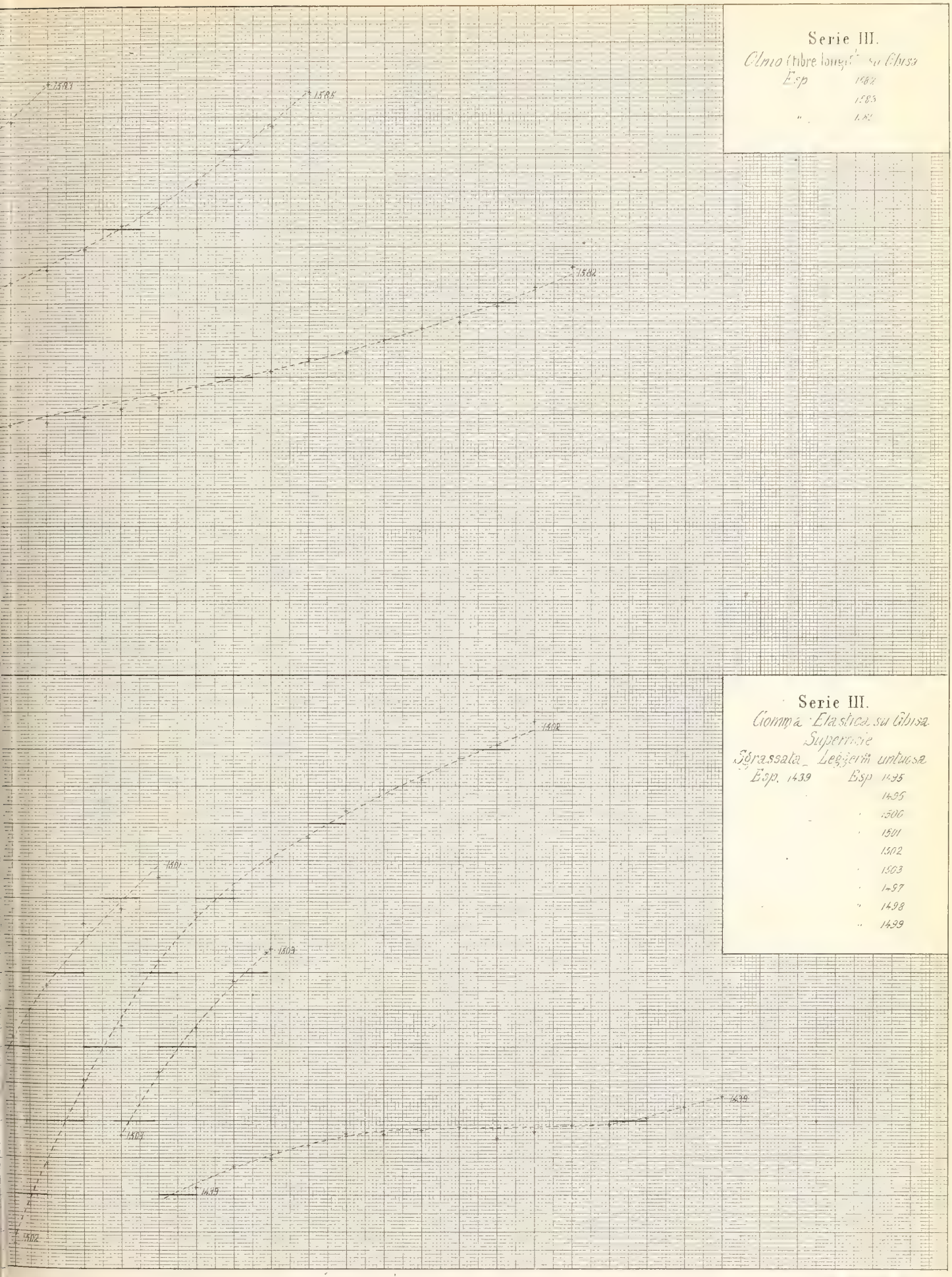

Serie III.
Quercia (fibre long.te) su Abisa
1851
1849
1866
1850
1855
1856
1819
1780
1820
1821
1792
1774
1783
1785
1788
1784
1775
1776
1786
1783
1781


Serie III.
Superficie
Serie III
Roma

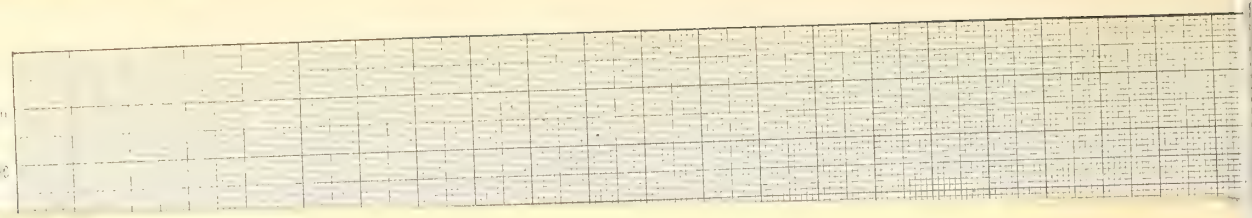


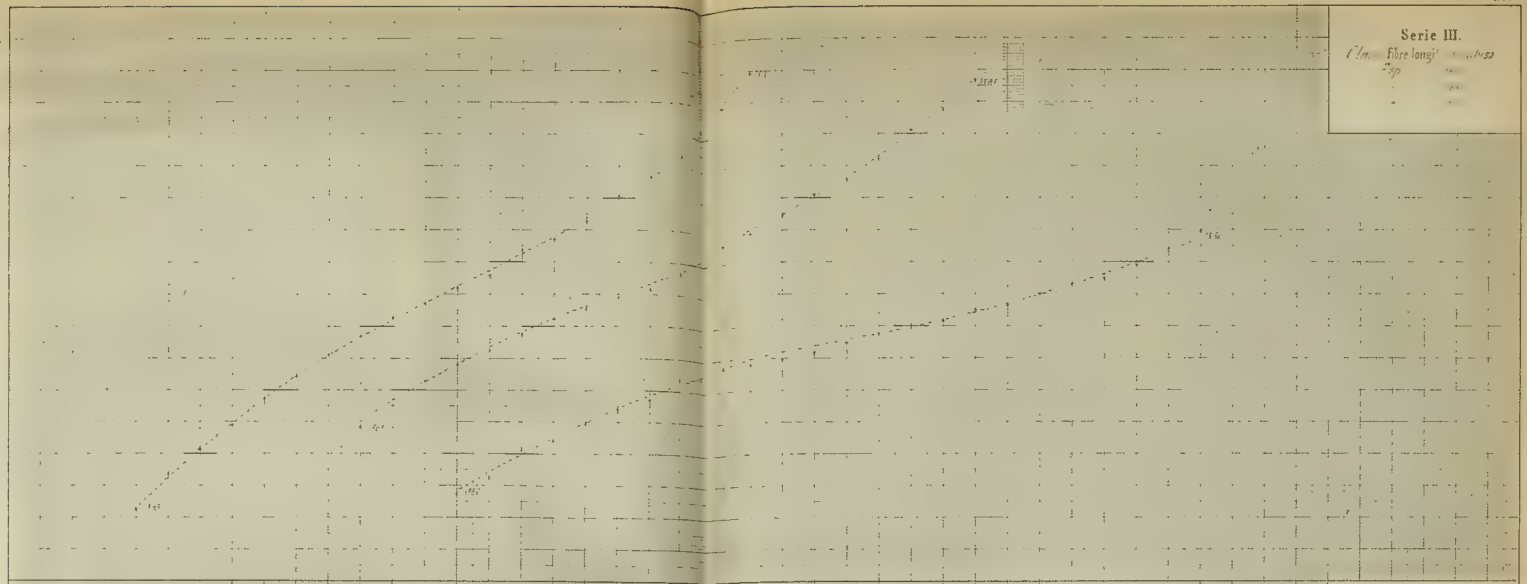
Lit. Martelli Roma

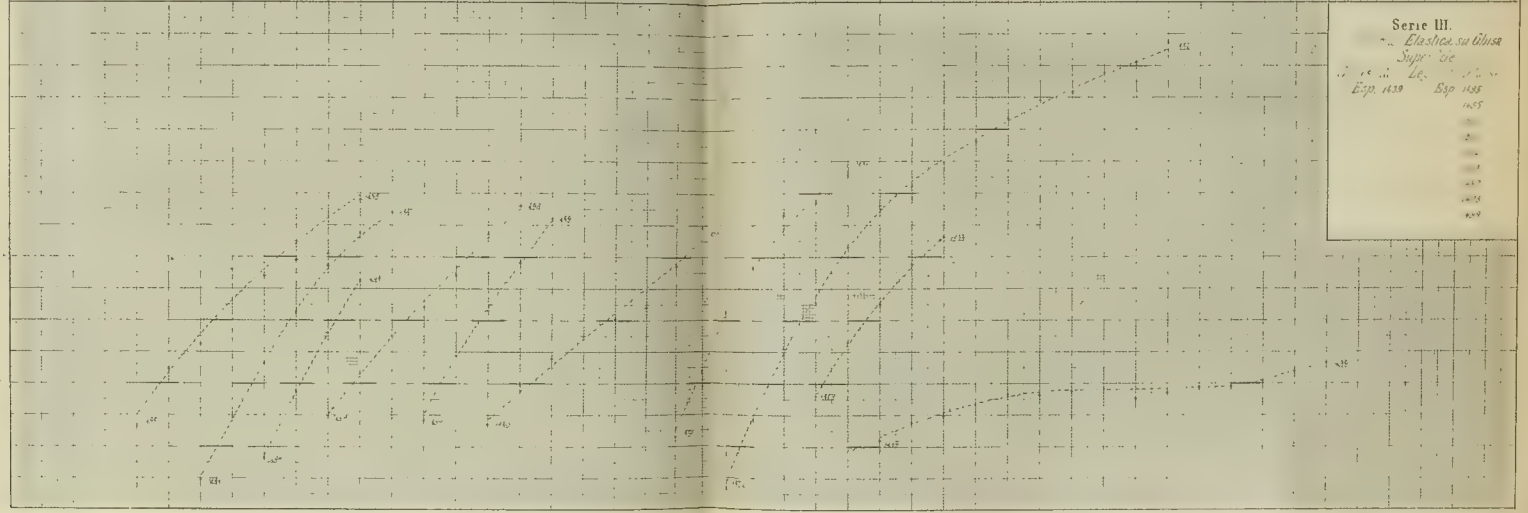




Lit. Marzi Roma







Lit. Martelli Roma

Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici

per LUIGI FEDERICO MENABREA.

Memoria letta il 3 Gennajo 1875.

I.

Sia dato un sistema in equilibrio costituito da punti ossia *Nodi* riuniti fra loro da vincoli elastici rettilinei, e sollecitato da forze esterne applicate a quei diversi nodi. Ogniqualvolta il numero de' vincoli oltrepassa quello strettamente necessario per stabilire la forma del sistema, le equazioni di equilibrio tra le forze esterne e le reazioni ossia forze interne, relative ai singoli nodi, sono in numero insufficiente per determinare le pressioni e le tensioni che nascono dalla azione delle forze esterne. I metodi ai quali è d'uopo ricorrere per le occorrenti determinazioni, si possono dedurre dalle condizioni geometriche ai quali debbono soddisfare i vincoli prima e dopo la deformazione prodotta dalle forze esterne.

Essendomi occupato di questo argomento, ho sviluppato in alcuni miei scritti un altro metodo semplice e generale che, al contrario, poggia principalmente, sopra considerazioni meccanico-fisiche.

La coincidenza de' risultati ottenuti con quel metodo e quelli ricavati dagli altri, mi ha condotto ad indagare i rapporti esistenti fra di essi ed a confermare in tal modo reciprocamente la loro esattezza. Io spero che questa discussione servirà a chiarire un argomento importante assai per la pratica e farà riconoscere quali fra questi metodi presentano ne' diversi casi, maggiori vantaggi per le applicazioni.

Tale è l' oggetto della presente memoria ; ma prima di entrare in materia io ravviso opportuno di ricordare alcuni antecedenti relativi alla questione di cui si tratta. — Io debbo avvertire anzitutto che si suppongono le tensioni o pressioni proporzionali alle variazioni di lunghezza de' rispettivi vincoli, per cui, quando siano dati la lunghezza , la sezione ed il coefficiente di elasticità di ogni vincolo supposto prismatico, le tensioni relative si deducono immediatamente dagli allungamenti dei medesimi.

Nella seduta del 31 Maggio 1858 dell'Accademia delle Scienze di Parigi *(Institut de France),* quindi nel 1868 all'Accademia delle Scienze di Torino (1) (Vedi

(1) *ÉTUDE DE STATIQUE PHYSIQUE: principe général pour déterminer les pressions et les tensions dans les Systémes Élastiques par LOUIS FREDERIC MÉNABRÉA — TURIN et FLORENCE* chez *BOCCA frères* — 1868.

Mem. Acc. Serie II tomo XV.) io esposi un principio generale di meccanica-fisica dal quale si deducono le pressioni e le tensioni ne' sistemi elastici. Questa esposizione era, nell'ultima precitata memoria, corredata da numerose applicazioni colle quali si poteva accertare l'esattezza delle deduzioni fatte da quel principio che può essere espresso ne' termini seguenti: *Quando un sistema di punti materiali collegati fra loro da vincoli elastici supposti rettilinei, è deformato dall'azione di forze esterioni alle quali fanno equilibrio le forze interne ossia le tensioni de' vincoli, il lavoro totale sviluppato dalla resistenza di que' vincoli per effetto della deformazione proveniente dalle forze esterne, è un minimo.* Tale principio si dovrebbe dire *principio del minimo lavoro elastico*; ma per brevità lo chiamai *principio di elasticità* e diedi il nome di *equazione di elasticità* alla formola che ne è la traduzione.

Non tralasciai nelle varie occasioni anzi ricordate di esporre la genesi di quella teoria che ebbe origine, per quanto mi consta, in una memoria del Sig. *Vène* uffiziale superiore del Genio Francese, il quale fin dal 1818 e quindi nel 1836 *(Mémoire sur les lois que suivent les pressions)* enunziava il seguente teorema per il caso speciale di pressioni esercitate da pesi sopra punti d'appoggio omogenei: *La somme des Quarrés des poids doit être un minimum.* Di questo nuovo principio si faceva cenno nel *Bulletin des Sciences Mathématiques de FERUSSAC tome neuviéme pag.* 7 in un articolo firmato S. In un'altro articolo che fa seguito al precedente, nello stesso tomo pag. 10 e firmato A. C. il principio anzidetto venne esteso al caso di punti d'appoggio non omogenei ed a quello di pressioni prodotte sopra i punti d'appoggio per mezzo di spranghe rigide. L'Autore A. C. di quell' articolo si supponeva essere Augustin Cauchy; ma ulteriormente desso venne con maggiore probabilità attribuito al S. *A. Cournot.* — *Pagani* trattava il caso speciale di cordoni elastici fissi rispettivamente in una delle loro estremità e riuniti nell'altra in un nodo al quale era applicata una forza. Il Mossotti trattò nella sua *Meccanica* gli argomenti precedenti. (1)

Come si scorge, quella nuova teoria era incompleta perchè ristretta ad alcuni casi speciali. Abbenchè così limitata, essa poteva però prestarsi alla soluzione di molti problemi interessanti; tuttavia essa venne quasi del tutto dimenticata e non se ne fa cenno ne' trattati più usuali sulla resistenza de' materiali dove, per la determinazione delle tensioni, si ricorre, ne' singoli casi, a considerazioni speciali. — Questo fatto deve attribuirsi parte alle dimostrazioni non del tutto appaganti che furono date di quel teorema, parte a che non si scorgeva il legame esistente tra le conseguenze del medesimo e le relazioni geometriche cui debbono soddisfare i vincoli del sistema.

Avendo io pigliato a trattare quel medesimo argomento, vidi che il principio anzi enunziato si poteva estendere a qualsiasi sistema elastico, e che il metodo che ne derivava per determinare le tensioni conduceva a risultati identici con quelli

(1) Tutte queste circostanze furono da me ricordate nel N.° di Ottobre 1873 del *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche del Principe Boncompagni.*

ottenuti dalle considerazioni geometriche speciali a ciascun problema. Le equazioni sussidiarie che si ricavano dalla applicazione del principio e che sono necessarie per la completa determinazione delle tensioni, esprimono le relazioni geometriche che debbono sussistere tra i vincoli ed i loro allungamenti o ristringimenti dopo la deformazione prodotta nel sistema dalle forze esterne. Questi allungamenti e ristringimenti si suppongono abbastanza piccoli perchè se ne possano trascurare le potenze superiori alla prima. — Si giunge a tali risultati senza che sia d'uopo la ricerca *a priori*, di veruna relazione tra le lunghezze de' vincoli ed i loro allungamenti.

Sebbene la coincidenza de'risultati ottenuti dalla applicazione del principio di elasticità, con quelli ricavati da altri metodi speciali e non contestati, fosse nella mia seconda memoria, confermata da moltiplici esempi, e dovesse indurre ad ammettere che il principio ed il metodo che ne derivava erano esatti, tuttavia l'uno e l'altro furono per parte di alcuni, oggetto di aspre e strane denegazioni, mentre parecchi fra i più eminenti matematici di nostra epoca accolsero il principio con maggiore benevolenza. Non ostante le opposizioni fatte, le applicazioni *del principio di elasticità* si sono propagate ed hanno vieppiù confermato l' esattezza, la semplicità e la generalità del metodo che ne deriva (1). Siccome questo racchiude sostanzialmente in sè tutti gli altri, credo di fare cosa utile cercando di togliere, circa la esattezza del medesimo, ogni dubbio che possa tuttora rimanere nelle menti più scrupolose in fatto di rigore matematico.

A questo fine io mi propongo di stabilire la legittimità del metodo col farne il paragone cogli altri direttamente dedotti da considerazioni geometriche; spogliando le demostrazioni date antecedentemente da ogni procedimento contestabile, appoggierò la nuova che sto per dare, alle nozioni più elementari della geometria della statica. Si vedrà come si giunge rigorosamente a risultati identici con quelli ottenuti cogli altri metodi.

Le cose che io sono per esporre si trovano già in parte, implicitamente contenute ne'miei scritti precedenti; ma in questa memoria, esse sono meglio chiarite e sono corredate da nuove considerazioni che mi sembrano non prive d' interesse.

(1) Vedi: 1° Sacheri: *estensione del principio di elasticità ad un qualsiasi sistema articolato complesso e non equilibrato* d. d. (Atti della società degl'ingegneri e degli industriali di Torino Anno VI-1872).

2° *Intorno ai sistemi elastici*, dissertazione presentata da Castiglione Alberto alla commissione esaminatrice della R. Scuola degli ingegneri in Torino 1873.

3° *Cenni sul principio di elasticità e talune sue applicazioni per* A. Gabba Maggiore del Genio militare - *Giornale d'Artiglieria e Genio* 1874 parte II puntata 3ª. Il *R. Istituto Lombardo-Veneto* accolse ultimamente una memoria dello stesso autore sul medesimo argomento, nella quale egli facendo uso de'*Determinanti* giunge a nuovi ed importanti risultati.

4° Il cav. *Rombaux* ingegnere capo delle ferrovie Romane, annunzia la pubblicazione, sulla tettoja di *Arezzo*, di una memoria dalla quale egli prende argomento per trattare colla massima ampiezza, la quistione del riparto delle pressioni e delle tensioni de'sistemi elastici. Egli per ragione di semplicità, si vale principalmente del *principio di elasticità*, e con numerosi esempi analitici e numerici, dimostra la coincidenza de'risultati che se ne deducono, con quelli ottenuti da altri metodi.

Intanto dirò in poche parole la via da me prescelta in questo scritto. Espongo anzi tutti i metodi geometrici dai quali si ricavono le equazioni complementari necessarie alla determinazione delle tensioni; questi si riducono in sostanza a due procedimenti che possono dirsi inversi. L'uno consiste nello stabilire *a priori* le relazioni geometriche che debbono sussistere fra le diverse rette ossia vincoli del sistema, quindi a supporne che queste medesime relazioni sussistono tuttora dopo la deformazione avvenuta nel sistema sotto l'azione delle forze esterne. Dalle formole che esprimono queste relazioni debbono essere eliminate tutte le funzioni circolari ossia le linee trigonometriche relative agli angoli delle varie rette fra loro; poscia prendendo le *differenze di primo ordine* delle equazioni che rappresentano tali relazioni, rispetto alle linee ossia vincoli del sistema, si ottengono fra gli allungamenti de' vincoli altrettante equazioni quante sono necessarie per la soluzione del problema.

Coll'altro procedimento si esprimono direttamente gli incrementi di lunghezza de'vincoli per mezzo di quelli delle coordinate de' relativi nodi; queste equazioni combinate con quelle di equilibrio, danno la soluzione completa del problema.

Gli indizii di questi due metodi esistono nella Meccanica analitica di Lagrange. Il primo venne recentemente esposto dal Sig. *Maurice Levy* nella nota 2ª del suo pregievole trattato di *Statique Graphique* (pag. 236 - Paris 1874); il secondo si trova accennato dal *Poisson* nella 2.ª edizione del suo *traité Mecanique* (1).

Io pigliero a base delle mie considerazioni, quest'ultimo procedimento siccome quello che non richiede la conoscenza *a priori* delle relazioni geometriche tra le linee del sistema. Anzi svolgendone il pensiero dimostrerò come desso conduca direttamente alle equazioni delle differenze quali si deducono dal primo metodo e che costituiscono le equazioni complementari cercate. Ottenute in tal modo queste equazioni delle differenze, si può da esse, mediante le integrazioni, risalire alle equazioni che esprimono le relazioni geometriche tra le rette del sistema. Dimostrerò successivamente che gli allungamenti de'vincoli ed in conseguenza i risultati conseguiti con questo metodo, coincidono con quelli dati dal *Principio di Elasticità* la di cui esattezza viene in tal modo convalidata.

Se in alcuni casi il primo procedimento si presenta come più naturale e facile, tuttavia esso generalmente richiede più complicate ricerche *non necessarie* per la soluzione del problema; l' altro al contrario, senza alcuna preliminare ricerca sui rapporti esistenti fra le linee del sistema, conduce al risultato domandato. L' applicazione poi del principio di Elasticità semplifica ancora maggiormente le operazioni anzi accennate e dà direttamente le equazioni complementari di quelle di equilibrio.

Io nutro fiducia di avere colla esposizione che sto per fare, messo in chiaro la questione della determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici, e di avere inoltre provato la esattezza di un metodo che per la sua generalità e la sua semplicità porge, specialmente alla scienza dell' ingegnere, un mezzo ana-

(1) Vedi anche *la Dissertazione* SUI SISTEMI ELASTICI presentata nel 1873 dal L. CERRUTI VALENTINO alla Commissione esaminatrice della R. Scuola di Applicazione degl'ingegneri di Torino.

latico efficace per la soluzione di complicatissimi problemi; io spero infine di essere riescito a rendere evidente la concordanza esistente fra i varii metodi che si riferiscono a quel medesimo argomento.

II.

Consideriamo un sistema di p punti ossia *nodi* collegati fra loro con vincoli elastici rettilinei, ed in equilibrio sotto l'azione di forze *estrinseche* ossia esterne, applicate ai singoli nodi e le di cui componenti secondo gli assi ortogonali (x, y, z) siano rispettivamente X, Y, Z.

Indicheremo cogli indici $1, 2 \ldots m, n \ldots p$ i diversi nodi del sistema e rispettivamente colle lettere $l_{1\,2}; \ldots l_{1\,m} \ldots l_{m\,n} \ldots$ le lunghezze de' vincoli che uniscono i punti 1 e 2; 1 ed m; m ed n ecc. Gli angoli cogli assi delle (x, y, z) della linea $l_{m\,n}$ saranno designati con $\varphi_{m\,n}$; $\theta_{m\,n}$; $\psi_{m\,n}$, essendo la direzione del vincolo $l_{m\,n}$ valutata da m verso n, mentre per la direzione contraria si avranno gli angoli $\varphi_{n\,m}$; $\theta_{n\,m}$; $\psi_{n\,m}$; per cui si avrà

$$(1) \ldots\ldots \; Cos\,\varphi_{m\,n} = -\,Cos\,\varphi_{n\,m};\; Cos.\;\theta_{m\,n} = -\,Cos\,\theta_{n\,m};\; Cos\,\psi_{m\,n} = -\,Cos\,\psi_{n\,m};$$

inoltre, essendo x_m, x_n; y_m, y_n; z_m, z_n, le coordinate dopo la deformazione de'punti m ed n, si avrà:

$$(2) \ldots\ldots \; Cos\,\varphi_{m\,n} = \frac{x_n - x_m}{l_{m\,n}};\; Cos\,\theta_{m\,n} = \frac{y_n - y_m}{l_{m\,n}};\; Cos\,\psi_{m\,n} = \frac{z_n - z_m}{l_{m\,n}}.$$

Gli allungamenti dei vincoli $l_{1\,2}$; $l_{m\,n}$ saranno rispettivamente rappresentati da $\lambda_{1\,2}; \ldots\ldots \lambda_{m\,n} \ldots\ldots$

Se vi è tensione l'allungamento λ è positivo; se vi ha *pressione* λ diventa negativo ed anzichè allungamento vi ha diminuzione di lunghezza del vincolo. Designiamo per $\alpha_m\,\beta_m\,\gamma_m$ gli incrementi delle coordinate di un qualsiasi punto m prodotti nell'atto di deformazione del sistema sotto l' azione delle forze esterne, si avrà ne'limiti di approssimazione stabiliti:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{1\,2} = (\alpha_2 - \alpha_1)\,Cos\,\varphi_{1\,2} + (\beta_2 - \beta_1)\,Cos\,\theta_{1\,2} + (\gamma_2 - \gamma_1\,Cos\,\psi_{1\,2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{m\,n} = (\alpha_n - \alpha_m)\,Cos\,\varphi_{m\,n} + (\beta_m - \beta_n)\,Cos\,\theta_{m\,n} + (\gamma_m - \gamma_n)\,Cos\,\psi_{m\,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

oppure in virtù delle equazioni (2)

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{m\,n} = (\alpha_n - \alpha_m)\,\dfrac{x_n - x_m}{l_{m\,n}} + (\beta_n - \beta_m)\,\dfrac{y_n - y_m}{l_{m\,n}} + (\gamma_n - \gamma_m)\,\dfrac{z_n - z_m}{l_{m\,n}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Le equazioni (3) e (4) esprimono implicatamente che i vincoli concorrono rispettivamente ne' medesimi nodi prima e dopo la deformazione.

Supponiamo che ciascun vincolo $l_{m\,n}$ sia omogeneo in tutta la sua estensione e di forma prismatica; siano $\Omega_{m\,n}$ la sua sezione, $E_{m\,n}$ il modulo di elasticita corrispondente; la resistenza all'allungamento $\lambda_{m\,n}$ sarà espresso da

$$\frac{E_{m\,n}\ \ \Omega_{m\,n}}{l_{m\,n}} \cdot \lambda_{m\,n}.$$

Designeremo per $\varepsilon_{m\,n}$ il coefficiente $\frac{E_{m\,n}\ \Omega_{m\,n}}{l_{m\,n}}$ di $\lambda_{m\,n}$ e lo chiameremo in generale *Coefficiente di resistenza* la quale denominazione si applicherà anche al caso in cui il vincolo non fosse prismatico ed omogeneo purchè le resistenze siano proporzionali agli allungamenti o ristringimenti supposti sempre piccolissimi. — Così $T_{m\,n}$ essendo la tensione del vincolo $l_{m\,n}$ si avrà

$$(5) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad T_{m\,n} = \varepsilon_{m\,n} \cdot \lambda_{m\,n}$$

Considerando separatamente ciascun nodo m, le forze estrinseche ed interne che vi sono applicate dovranno farsi equilibrio; in conseguenza si avranno per il sistema elastico in questione le $3\,p$ equazioni di equilibrio seguenti dove Σ indica la somma de'termini consimili;

$$(6) \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_m = \Sigma \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n} \cdot \mathit{Cos}\ \varphi_{m\,n} = \Sigma\ \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n}\ \dfrac{x_n - x_m}{l_{m\,n}} \\ Y_m = \Sigma\ \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n}\ \mathit{Cos}\ \theta_{m\,n} = \Sigma\ \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n}\ \dfrac{y_n - y_m}{l_{m\,n}} \\ Z_m = \Sigma\ \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n}\ \mathit{Cos.}\ \psi_{m\,n} = \Sigma\ \varepsilon_{m\,n}\ \lambda_{m\,n}\ \dfrac{z_m - z_n}{l_{m\,n}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Da queste equazioni, avendo riguardo alle precedenti (1) e (2), si ricavano facilmente tra le forze esterne, le seguenti equazioni d'equilibrio indipendenti dagli allungamenti λ ed, in conseguenza, dalle reazioni elastiche interne del sistema;

$$(7) \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{c} \Sigma\ X = o\ ;\ \Sigma\ Y = o\ ;\ \Sigma\ Z = o\ ; \\ \Sigma\ (X\,y - Y\,x) = o;\ \Sigma\ (Z\,x - X\,z) = o\ ; \\ \Sigma\ (Y\,z - Z\,y) = o\ ; \end{array} \right.$$

epperciò le equazioni dalle quali si possono ricavare i valori di λ si riducono effettivamente a $3\,p - 6$. Supponendo nel caso più generale, che tutti i nodi del sistema siano collegati due a due, il numero de' legami essendo $\frac{p\,(p-1)}{2}$, il problema della determinazione della tensione mediante le sole equazioni di equilibrio, rimarrebbe indeterminato quando si avesse

$$\frac{p\,(p-1)}{2} > 3\,p - 6 \;.\;.\;.\;.\;.\; (8)$$

Quando ha luogo questa disuguaglianza, ciò indica che il numero dei vincoli è più che sufficiente per stabilire la forma del sistema; tuttavia i vincoli eccedenti debbono soddisfare ad alcune condizioni speciali. Nel caso per esempio di un quadrilatero quando sono dati i quattro lati perimetrali ed una delle diagonali, l'altra diagonale è anche determinata da condizioni geometriche inerenti a quella figura. Tali condizioni geometriche possono in generale somministrare le equazioni complementari necessarie per determinare le tensioni di tutti i vincoli nel modo che si vedrà in appresso.

Ma in vece di cercare le espressioni di queste condizioni geometriche de'varii legami fra di loro, a noi basta di stabilire le relazioni che debbono sussistere tra la lunghezza di que' legami ed il loro allungamento dopo la deformazione del sistema. Ciò torna allo stesso che stabilire direttamente la equazione delle differenze di una funzione, anzichè fare la ricerca di questa funzione medesima. Per raggiungere questo scopo, sostituiremo nelle equazioni di equilibrio (6) i valori de' λ dedotti dalle equazioni (3) ed avremo le seguenti:

$$(9)\left\{\begin{array}{l}
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
X_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\left[(\alpha_n-\alpha_m)Cos^2\varphi_{m\,n} + (\beta_n-\beta_m)Cos\,\theta_{m\,n}\,Cos\varphi_{m\,n} + (\gamma_n-\gamma_m)Cos\psi_{m\,n}.\,Cos\varphi_{m\,n}\right] \\
Y_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\left[(\alpha_n-\alpha_m)Cos\,\varphi_{m\,n}.\,Cos\,\theta_{m\,n} + (\beta_n-\beta_m)Cos^2\theta_{m\,n} + (\gamma_n-\gamma_m)Cos\psi_{m\,n}.\,Cos\,\theta_{m\,n}\right] \\
Z_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\left[(\alpha_n-\alpha_m)Cos\,\varphi_{m\,n}.Cos\,\psi_{m\,n} + (\beta_n-\beta_m)Cos\,\theta_{m\,n}\,Cos\psi_{m\,n} + (\gamma_n-\gamma_m)Cos^2\psi_{m\,n}\right] \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}\right.$$

Le incognite di queste $3\,p$ equazioni sono gli incrementi α, β, γ anch' essi in numero di $3\,p$; ma le $3\,p$ equazioni (9) si riducono effettivamente a $3\,p - 6$ tra le diverse quantità α, β, γ. Così il problema rimarrebbe ancora indeterminato a meno che *sei* delle $3\,p$ quantità α, β, γ fossero conosciute o date a priori. — Quando ciò avesse luogo le equazioni (9) servirebbero a determinare le altre, e questi valori sostituiti nelle equazioni (3) darebbero le espressioni degli allungamenti λ ed in conseguenza i valori delle tensioni dei vincoli.

Ciò posto io dico che *sei* delle $3\,p$ quantità α, β, γ si possono dare *a priori*. senza che nulla sia tolto alla generalità della soluzione del problema. — In fatti notiamo che le equazioni (9) non contengono che le differenze degli incrementi di coordinate corrispondenti alle estremità di ciascun vincolo; queste differenze indicano adunque i movimenti relativi de' punti o nodi fra loro; tali movimenti re-

lativi sono i soli appunto dai quali nascono gli allungamenti λ de' vincoli; le equazioni (3) e (9) esprimono effettivamente che qualunque sia il movimento assoluto che ha provato il sistema, supposto piccolissimo, la determinazione de' λ non dipendono che dai movimenti relativi. — Se facciamo sparire dalle equazioni (9) le quantità che si riferiscono ai movimenti generali di traslazione e di rotazione del sistema, non vi resteranno che gli incrementi delle coordinate riguardanti i movimenti relativi; mediante questo procedimento potremo come si vedrà, determinare *sei* delle $3p$ quantità (α, β, γ) e così avere un numero d'equazioni pari a quello delle incognite da determinare.

Applicando queste considerazioni, si potranno trasportare paralellamente tutti i punti del sistema in modo da ricondurre uno di essi ad occupare la posizione che aveva prima della deformazione, e ciò avrà luogo senza che sieno mutate le condizioni interne del sistema, cioè gli allungamenti o restringimenti de' vincoli che hanno avuto luogo sotto l'azione delle forze esterne. — Se il punto prescelto è quello che porta l'indice 1 per esempio, si diminuiranno rispettivamente gli incrementi α_m, β_m, γ_m, delle coordinate relative agli altri punti, delle quantità α_1, β_1, γ_1; in conseguenza e poichè *sei* di detti incrementi sono arbitrarii, potremo fare

$$(10) \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha_1 = o;\ \beta_1 = o;\ \gamma_1 = o.$$

Con ciò avremo eliminato ogni movimento generale di traslazione e determinato TRE delle SEI indeterminate anziaccennate. Restano ancora da fare sparire i movimenti generali di rotazione. Il punto 1 essendo considerato come fisso, è chiaro che non sarebbero alterati i movimevti relativi ove una delle rette che concorrono al nodo (1), la retta $l_{1\,2}$ per esempio, fosse ricondotta nella sua primitiva direzione. Ciò fatto, avremo ridotto i movimenti di rotazione generali a quel solo che può avere luogo attorno la retta $l_{1\,2}$. Gli incrementi α_2, β_2, γ_2 delle rispettive coordinate primitive del punto (2) dovranno unitamente a queste, soddisfare alle equazioni della retta $l_{1\,2}$ che sono della forma seguente:

$$\left.\begin{array}{l} x = A_{1\,2}\, z + C_{1\cdot 2} \\ y = B_{1\,2}\, z + D_{1\cdot 2} \end{array}\right\} \ldots (11)$$

A queste equazioni soddisfanno adunque

$$x = x_2 - \alpha_2\ ;\ y = y_2 - \beta_2\ ;\ z = z_2 - \gamma_2\ ;$$

e

$$x = x_2\ ;\ y = y_2\ ;\ z = z_2\ .$$

Da ciò si deducono le equazioni

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_2 = A_{1\,2}\, \gamma_2 \\ \beta_2 = B_{1\,2}\, \gamma_2 \end{array}\right\} \ldots\ldots (11')$$

che daranno due altre delle indeterminate cercate.

Per trovare la sesta ed ultima indeterminata, notiamo anzitutto che essendo fissata come invariabile la posizione della retta cui corrisponde il vincolo $l_{1\ 2}$ gli allungamenti λ de'diversi vincoli non saranno alterati ove s'imprima a tutto il sistema un movimento di rotazione attorno la retta $l_{1\ 2}$ finchè un'altro punto, il *3* per esempio, sia ricondotto nel piano primitivo (1, 2, 3); così la retta $l_{1\ 3}$ che fa capo al nodo *1* da una parte ed al *3* dall'altro, non si moverà dal piano primitivo; ciò non impedisce che l' angolo delle due rette $l_{1\ 2}$, $l_{1\ 3}$ possa essere variato nella deformazione. In tal modo nessuno dei movimenti relativi del sistema sarà impedito, ed avremo una nuova equazione che ci somministrerà la *sesta* indeterminata. L'equazione del piano primitivo 1, 2, 3 essendo della forma

$$(12) \ldots\ldots A_{(1\ 2\ 3)} \cdot x + B_{(1\ 2\ 3)} \cdot y + C_{(1\ 2\ 3)} \cdot z = D_{(1\ 2\ 3)}$$

dovrà essere soddisfatta da $x = x_3$; $y = y_3$; $z = z_3$; e da

$$x = x_3 - \alpha_3 \ ; \ y = y_3 - \beta_3 \ ; \ z = z_3 - \gamma_3 \ ;$$

perciò si avrà

$$(12') \ldots\ldots\ldots A_{1\ 2\ 3} \cdot \alpha_3 + B_{1\ 2\ 3} \cdot \beta_3 + C_{1\ 2\ 3} \cdot \gamma_3 = o$$

che è la *sesta* relazione cercata.

I tre gruppi delle equazioni (10), (11′) e (12′) uniti al gruppo (9) daranno la soluzione del problema facendo conoscere tutti gli spostamenti relativi de'*nodi* ed in conseguenza gli allungamenti de' vincoli, quindi le tensioni corrispondenti. — Prendendo il punto *1* per origine delle coordinate ed il piano *1*, *2*, *3* per quello delle *x*, *y* le equazioni (11′) e (12′) si riducono alle seguenti

$$(11'') \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \beta_2 = o, \ \gamma_2 = o \ ;$$
$$(12'') \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \gamma_3 = o \ .$$

Ho scelto uno de'modi più evidenti per ridurre i movimenti del sistema ai soli relativi ; ma si possono concepire altre maniere di giungere allo stesso risultato purchè si badi bene o non introdurre condizioni che possano impedire gli allungamenti o restringimenti dei vincoli e le variazioni de'loro angoli. — Sarebbe un errore, per esempio, il darsi come nulli i sei incrementi $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1,)$ $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ appartenenti ad un medesimo vincolo $l_{1\ 2}$, poichè sarebbe lo stesso che dire che l'allungamento λ_3 corrispondente è nullo; inoltre con quelle sei condizioni non si sarebbe annullato che il movimento generale di traslazione mentre non si sarebbe impedito il moto di rotazione attorno la retta *1*, *2*.

Il problema sciolto nel modo anzi accennato dareb' e bensì le tensioni e le deformazioni del sistema, ma non si avrebbero le espressioni delle condizioni geometriche alle quali debbono soddisfare gli allungamenti de' vincoli in relazione colle lunghezze primitive de' vincoli stessi. — Tali condizioni che si riducono a dire che

ne' medesimi nodi convergono i medesimi vincoli prima e dopo la deformazione sono, si disse, comprese nelle equazioni (3) che danno i valori di $\lambda_{m\,n}$ in funzione degli incrementi (α_m, α_n; β_m, β_n; γ_m, γ_n) delle coordinate estreme de'vincoli $l_{m,\,n}$....

Eliminando fra le equazioni (3) gli incrementi anzi accennati, vi rimarrebbe un certo numero di equazioni risultanti che sarebbero appunto le equazioni di condizioni geometriche cercate; è essenziale di notare che queste sono del tutto indipendenti dai coefficienti di resistenza ε e non conterranno che i λ ed i coseni degli angoli φ, θ, ψ, de' vincoli cogli assi coordinati. — Sostituendo a questi coseni i loro valori espressi per mezzo delle lunghezze l, si avranno le relazioni geometriche tra questi ed i loro allungamenti; ma questa ricerca non è necessaria per la determinazione delle tensioni.

Per meglio chiarire questo procedimento supponiamo il caso più generale, quello cioè in cui tutti nodi del sistema sono due a due collegati fra loro; il numero dei vincoli sarà $\frac{p\,(p-1)}{2}$ e tale sarà anche il numero delle equazioni (3); quello delle equazioni di equilibrio tra le forze interne ed esterne si riduce effettivamente a $3\,p - 6$ contenenti le tensioni o per dire altrimenti gli allungamenti λ. In conseguenza il numero delle equazioni di condizioni geometriche necessarie per complementare le determinazioni delle tensioni sarebbe

$$(13) \ldots\ldots\ldots \frac{p\,(p-1)}{2} - (3\,p - 6 = \frac{p\,(p-7)}{2} + 6$$

Or bene abbiamo veduto precedentemente che sei delle $3\,p$ quantità (α, β, γ) possono, sotto certe condizioni, essere prese arbitrariamente *a priori;* quindi dalle $\frac{p\,(p-1)}{2}$ equazioni (3) non vi rimangono da eliminare che $3\,p - 6$ incrementi (α, β, γ). In conseguenza il numero delle equazioni di condizioni geometriche *risultanti* da tali eliminazioni sarà effettivamente di

$$\frac{p\,(p-1)}{2} - (3\,p - 6) = \frac{p\,(p-7)}{2} + 6$$

come è richiesto dalla equazione (13).

Qualora tutto il sistema fosse situato in un piano, quello delle (x, y) per esempio, e vi dovesse rimanere, tutti i γ sarebbero nulli ed il numero delle equazioni di equilibrio si ridurrebbe a $2\,p$ riducibili a $2\,p - 3$, tra le forze interne ed esterne. —

Quello delle equazioni di condizioni geometriche necessarie per la completa determinazione delle tensioni sarebbe

$$(14) \ldots\ldots\ldots \frac{p\,(p-1)}{2} - (2\,p - 3) = \frac{p\,(p-5)}{2} + 3,$$

Analogamente a quanto fu detto per il Caso più generale, il numero degli incrementi (α, β) che, sotto certe condizioni, si può prendere arbitrariamente, è di *tre*; quindi le quantità da eliminare dalle $\frac{p\,(p-1)}{2}$ equazioni (3) sono in numero di $2\,p - 3$; e così rimarranno

$$\frac{p\,(p-1)}{2} - (2\,p - 3) = \frac{p\,(p-5)}{2} + 3$$

equazioni *risultanti*, come lo richiede la equazione (14).

È facile di verificare l' esattezza di quel procedimento sopra qualche esempio, come fra altri, sopra un paralellogramma, colle due sue diagonoli, che si mantiene tale dopo la deformazione; si giungerà facilmente a risultati identici con quelli ottenuti in quel caso nella mia seconda memoria precedentemente citata.

Fin qui non ho considerato che il caso più *completo*, quello cioè in cui tutti i punti del sistema essendo collegati due a due, il numero de' vincoli è $\frac{p\,(p-1)}{2}$ Ma sia in generale n il numero de'vincoli, si ponga $n = 3\,p - 6 + k$, essendo k un numero intiero. — Se k è positivo le equazioni di equilibrio saranno in numero insufficiente per determinare tutte le tensioni e ci vorranno k altre equazioni di condizioni geometriche; in questo caso il numero de' vincoli sarà eccedente quello necessario per determinare la forma del sistema: se $k = o$ il numero de'vincoli è sufficiente per determinare la forma del sistema purchè in nessuna parte di esso il numero de' vincoli non sia eccedente, nel qual caso esso sarebbe deficiente nelle rimanenti parti. — Le equazioni di equilibrio saranno parimenti bastanti per la determinazione delle tensioni. — Se poi k è negativo, il numero de' legami è insufficiente per determinare la forma del sistema, per cui ci vorranno speciali *condizioni di equilibrio* per stabilirla. Può darsi anche in questo caso, che in alcune parti del sistema, il numero de'vincoli sia eccedente, mentre è deficiente nelle altre; in tali occorrenze sarà sempre facile di separare quelle varie parti e di applicare a ciascuna di esse le regole relative per determinare l'equilibrio del sistema e le tensioni de'vincoli. — Non mi estendo sopra queste particolarità che basta di avere accennato.

Fin da principio ho notato come il metodo testè svolto fosse l'inverso di quello che fa capo alle relazioni geometriche esistenti fra i vincoli rettilinei del sistema e che si suppongono le medesime prima e dopo la deformazione causata dalle forze esterne: per cui combinando le equazioni di equilibrio colle equazioni delle differenze derivate da quelle che esprimono le relazioni anzidette, si ottengono gli elementi necessari per la determinazione delle tensioni. — Il metodo anzi svolto dà al contrario immediatamente queste equazioni delle differenze, e da esse si può risalire alle relazioni geometriche tra le linee. Siccome questa quistione, offre un qualche interesse dal lato meramente geometrico, oltre l' importanza che ha per la statica

de' sistemi elastici, io credo di dover fermarvi per qualche istante l' attenzione del lettore.

Dati i vincoli che costituiscono il sistema, gli allungamenti che possono subire, (purchè ai medesimi nodi corrispondono sempre i medesimi vincoli), sono espressi dalle equazioni (3) ossia

$$(3)\left\{\begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{m\,n} = (\alpha_n - \alpha_m)\ Cos.\ \varphi_{m\,n} + (\beta_n - \beta_m)\ Cos.\ \theta_{m\,n} + (\gamma_n - \gamma_m)\ Cos.\ \psi_{m\,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Da queste eliminando gli incrementi (α, β, γ) colle avvertenze anzi espresse, si avrà un certo numero di relazioni tra i λ e le quantità trigonemetriche *Cos* φ, *Cos* θ, *Cos* ψ; le rappresenteremo per

$$(15)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} F_1\ (\lambda, \varphi, \theta, \psi) = o \\ F_2\ (\lambda, \varphi, \theta, \psi) = o \\ \ldots\ldots\ldots\ \text{ecc. ecc.} \end{array}\right.$$

In queste i λ sono tutti al primo grado e tali equazioni unite a quelle di equilibrio, basterebbero per determinare i valori individuali de' λ ed in conseguenza le tensioni. — Ma limitandosi a considerare la quistione geometrica per dedurre dalle relazioni (15) quelle che esistono fra le diverse rette del sistema, bisogna introdurre in queste equazioni (15) una trasformazione sostituendo ai valori de' *Cos* φ, *Cos* θ, *Cos* ψ, le loro espressioni in funzioni delle linee $l_{1\,2}$... $l_{1\,n}$... $l_{m\,n}$... ecc. per cui le espressioni (15) prenderanno le forme seguenti

$$(16)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ f_1\ (\lambda, l) = o;\quad f_2\ (\lambda, l) = o\ \ldots$$

Siccome i λ sono piccolissimi e possono essere considerati come gli incrementi differenziali de' l che designerò per $\Delta\, l$, le espressioni (16) si potranno mettere sotto la forma

$$(17)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ f_1\ (l, \Delta\, l) = o\ ,\ f_2\ (l, \Delta\, l) = o$$

dove i $\Delta\, l$ non entrano che al primo grado. — Integrando queste equazioni si otterranno le relazioni geometriche del sistema. —

III.

Avendo esposto in qual modo si scioglie il problema della determinazione delle tensioni ne' sistemi elastici partendo dalle sole considerazioni geometriche per ottenere le occorrenti equazioni complementari da aggiungere a quelle di equilibrio, ricercherò quale nesso esista tra il metodo proposto e quello che si deduce dal principio *di elasticità*. —

Anzitutto io credo di dovere ricordare alcune delle tante dimostrazioni che si possono dare di quel principio. — Se si considera un qualsiasi punto (m) del sistema che sia il *nodo* ossia punto di concorso di più di tre legami non collocati sullo stesso piano o più di due se giacenti nello stesso piano, si possono ideare una infinità di modi di distribuire le tensioni fra quei legami, in maniera che vi sia sempre equilibrio tra esse e la forza esterna, supposta costante, applicata a quel nodo, e le di lui componenti sono X_m, Y_m, Z_m; ciò ha luogo anche supponendo che *quei vincoli rettilinei mantengono sempre le loro direzioni primitive.*

Data una di quelle disposizioni d'equilibrio, se si suppone che il sistema passi gradatamente ad un'altra vicinissima, il complesso delle forze esterne $(X, Y, Z,)$ non dovrà cessare di essere in equilibrio per ognuna di queste disposizioni, indipendentemente dalle forze interne; e siccome questo stato di equilibrio non dipende soltanto dalle intensità e direzione rispettiva delle forze, ma anche dalle posizioni de'punti di applicazione, ne segue che ogni nodo deve mantenersi costantemente nella stessa posizione, malgrado le variazioni che possono succedere nelle tensioni de'legami che vi corrispondono. — Epperciò il lavoro delle forze esterne sarà nullo durante le variazioni avvenute nelle forze interne nel loro passare da una combinazione di equilibrio ad un'altra; — lo stesso avrà luogo anche per le forze interne. In conseguenza se rappresentiamo, come precedentemente, per T la tensione di un filo l, relativa ad un'allungamento λ corrispondente alla primitiva disposizione di equilibrio, e per $\delta\lambda$ la variazione di lunghezza corrispondente a quella di tensione che ha luogo nel filo col passare ad un altra posizione di equilibrio infinitamente vicina alla precedente, il lavoro elementare di ognuna delle tensioni T sarà $T\,\delta\lambda$; epperciò il lavoro elementare totale del sistema sarà $\Sigma\, T.\,\delta\lambda = \Sigma\,\varepsilon\,\lambda.\,\delta\lambda = 0$ .... (25); questa è *l'equazione di elasticità.* Ora siccome il lavoro totale delle forze interne quando i legami passano dalla tensione $T = o$ a quella $T = \varepsilon\,\lambda$ prodotta dalle forze esterne, è $= {}^1/_2\ \Sigma\,\varepsilon\,\lambda^2$.... si conchiude dalla equazione (25) che questo lavoro è un *minimo.* Per altra parte avendo riguardo alle considerazioni precedenti abbiamo

$$(26)\ \ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}\,(\lambda_{m\,n} + \delta\lambda_{m\,n})\ Cos\,\varphi_{m\,n} \\ Y_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}\,(\lambda_{m\,n} + \delta\lambda_{m\,n})\ Cos\,\theta_{m\,n} \\ Z_m = \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}\,(\lambda_{m\,n} + \delta\lambda_{m\,n})\ Cos\,\psi_{m\,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

D' onde in virtù delle equazioni (6) si conchiude

$$(27)\ \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\ Cos\,\varphi_{m\,n}.\ \delta\lambda_{m\,n} = o \\ \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\ Cos\,\theta_{m\,n}.\ \delta\lambda_{m\,n} = o \\ \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\ Cos\,\psi_{m\,n}.\ \delta\lambda_{m\,n} = o \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Per mezzo di queste $3\,p$ equazioni reducibili a $3\,p - 6$, si possono eliminare $3\,p - 6$ variazioni $\delta\,\lambda$ dalla *equazione di elasticità* (25). Uguagliando a *zero* i coefficienti delle altre variazioni rimaste nella equazione risultante, si avranno le equazioni di condizione complementari necessarie unitamente a quelle (6) per la determinazione delle tensioni di tutti i vincoli. —

Per dimostrare che le equazioni così ottenute sono identiche con quelle che si deducono dal procedimento geometrico precedentemente esposto nel § II, osserviamo che per eliminare i $\delta\,\lambda$ fra le equazioni (25) e (26) possiamo ricorrere al metodo dei coefficienti indeterminati. A tal fine moltiplicheremo rispettivamente le equazioni, (26) per i coefficienti indeterminati A_m, B_m, C_m; facendo la somma di queste equazioni così moltiplicate, colla equazione (25) e ricordandosi delle equazioni (1) in virtù delle quali si ha: $Cos\,\psi_{m\,n} = -\,Cos\,\psi_{n\,m}$ ecc. ecc. verrà:

$$(28)\quad \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\,\delta.\,\lambda_{m\,n}.\,[\lambda_{m\,n} - (A_n - A_m)\,Cos\,\varphi_{m\,n} - (B_n - B_m)\,Cos\,\theta_{m\,n} - (C_n - C_m\,Cos\,\psi_{m\,n}] = o$$

Uguagliando a zero il coefficiente di ciascuna variazione $\delta\,\lambda$ si avrà:

$$(29)\ldots\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_{m\,n} = (A_n - A_m)\,Cos\,\varphi_{m\,n} + (B_n - B_m)\,Cos\,\theta_{m\,n} + (C_n - C_m)\,Cos\,\psi_{m\,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Paragonando queste espressioni de λ con quelle (3) si vedrà che saranno identiche prendendo per valori de'coefficienti indeterminati, $A_m = \alpha_m$; $B_m = \beta_m$; $C_m = \gamma_m$... ec. Così tali espressioni condurranno agli identici risultati già ottenuti precedentemente. In tal modo resta dimostrata la esattezza del metodo dedotto dal principio di elasticità ed è perciò confermato il principio medesimo. —

A maggiore conferma della dimostrazione precedente si può anche dedurre il principio di elasticità dalle equazioni stesse (27) combinate colle equazioni (3). Perciò moltiplichiamo rispettivamente le equazioni (27) per α_m, β_m, γ_m, se ne faccia la somma avendo sempre riguardo alle equazioni (1), si avrà

$$(30)\quad \Sigma\,\varepsilon_{m\,n}\,\delta\,\lambda_{m\,n}.\,[(\alpha_n - \alpha_m)\,Cos\,\varphi_{m\,n} + (\beta_n - \beta_m)\,Cos\,\theta_{m\,n} + (\gamma_n - \gamma_m)\,Cos\,\psi_{m\,n}] = o$$

D'onde in virtù delle equazioni (3) si deduce

$$\Sigma\,\varepsilon_{m\,n}.\,\lambda_{m\,n}.\,\delta\,\lambda_{m\,n} = o$$

che è l'equazione di elasticità.

Riepilogando le cose fin qui esposte, si vede che la determinazione completa delle tensioni ne' sistemi elastici sottoposti a forze esterne, quali li abbiamo considerati, e per i quali il numero delle equazioni di equilibrio tra le forze interne e le forze esterne è insufficiente, può ottenersi mediante tre metodi generali diversi i quali però conducono a risultati identici. —

Il primo metodo consiste nello stabilire *a priori* le relazioni geometriche che esistono fra le linee ossia legami rettilinei componenti il sistema, per dedurre le equazioni delle differenze di primo ordine che stabiliscono le relazioni tra queste linee ed i loro allungamenti supposti piccolissimi, e dai quali si conchiudono le tensioni che si suppongono proporzionali a detti allungamenti. Col secondo metodo, senza ricorrere alle relazioni geometriche esistenti tra le linee del sistema, si ricorre direttamente agli incrementi che hanno luogo nelle coordinate ne' singoli punti o nodi del sistema per dedurne i valori degli allungamenti de' vincoli e quindi le tensioni. — Eliminando quest'incrementi per mezzo delle espressioni degli allungamenti, si ottengono relazioni tra questi allungamenti de' vincoli e le linee componenti il sistema, in numero necessario per la determinazione completa delle tensioni. — Queste relazioni così ottenute non sono altro che le equazioni delle differenze derivate dalle relazioni geometriche del primo metodo; esse sono le sole occorrenti per compiere la soluzione del problema. Da queste equazioni si può, mediante l'integrazione risalire alle relazioni geometriche tra le rette costituenti i vincoli. Il terzo metodo è quello poggiato sul *principio di elasticità*, che abbiamo veduto combinare in sostanza col secondo poichè desso conduce alle stesse relazioni tra gli allungamenti de'vincoli e questi vincoli medesimi. — Vi ha tuttavia una differenza essenziale nel modo di procedere, ed è che il principio di elasticità conduce immediatamente alle relazioni anzidette senza passare per gli incrementi delle coordinate de' nodi del sistema. — Il principio di elasticità si applica inoltre direttamente ai casi in cui le equazioni di equilibrio tra le forze interne ed esterne essendo semplificate, riesce talvolta più difficile di ricorrrre al secondo metodo. —

Ognuno degli anzi accennati metodi può secondo i casi essere applicato con vantaggio; ma quello poggiato sul principio di elasticità, ha il pregio di essere meno complicato, e di condurre ai risultati cercati col semplice meccanismo dell' analisi, quando sieno date le equazioni di equilibrio tra le forze interne e quelle esterne. (Vedi la nota A)

IV.

Prima di porre termine a questo scritto, io credo opportuno di dedurre dalle equazioni di equilbrio tra le forze interne ed esterne, alcune proprietà che talvolta possono essere utili nelle applicazioni.

Considerando un *nodo* qualunque m del sistema dopo che l'equilibrio sarà stabilito tra le forze interne ed esterne, nulla sarà cambiato a questo equilibrio se supponiamo che le estremità de'vincoli corrispondenti al nodo m sono sole mobili, mentre le altre rimangano fisse. Se la forza esterna applicata a quel nodo, che designeremo per P_m e le di lui componenti sono X_m, Y_m, Z_m, cessasse di agire, è chiaro che i distendimenti λ_{mn} de'vincoli convergenti nel nodo m verrebbero modificati per causa di quella cessazione di azione, e le coordinate del *nodo* che erano x_m, y_m, z_m, diverrebbero per effetto dello spostamento risultante: $x_m - \alpha'_m$; $y_m - \beta'_m$; $z_m - \gamma'_m$; dove α'_m, β'_m, γ'_m sono diversi da α_m, β_m, γ_m; e così l'allungamento che

prenderebbe il vincolo $l_{m\,n}$ se di nuovo la forza P_m fosse applicata al nodo m, sarebbe espresso da

$$(31) \ldots\ldots \lambda'_{m\,n} = \alpha'_m . \, Cos\, \varphi_{m\,n} + \beta' . \, Cos\, \theta_{m\,n} + \gamma' . \, Cos\, \psi_{m\,n}$$

Facendo per abbreviazione;

$$(32) \begin{cases} A'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n} . \, Cos^2\, \varphi_{m\,n} \, ; \; B'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n}\, Cos^2\, \theta_{m\,n} \, ; \; C'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n}\, Cos^2\, \psi_{m\,n} \\ D'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n} . \, Cos\, \varphi_{m\,n} . \, Cos\, \theta_{m\,n} \, ; \; E'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n}\, Cos\, \varphi_{m\,n}\, Cos\, \psi_{m\,n} \\ F'_m = \Sigma\, \varepsilon_{m\,n} . \, Cos\, \theta_{m\,n} . \, Cos\, \psi_{m\,n} . \end{cases}$$

Le equazioni di equilibrio relative al nodo m saranno

$$(32') \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} X_m = \alpha'_m\, A'_m + \beta'_m\, D'_m + \gamma'_m\, E'_m \\ Y_m = \beta'_m\, B'_m + \alpha'_m\, D'_m + \gamma'_m\, F'_m \\ Z_m = \gamma'_m\, C'_m + \beta'_m\, F'_m + \alpha'_m\, E'_m \end{cases}$$

Designando per a_m, b_m, c_m gli angoli della direzione della forza P_m cogli assi, s' avrà

$$(33) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} Cos.\, a_m = \dfrac{\alpha'_m\, A'_m + \beta'_m\, D'_m + \gamma'_m\, E'_m}{P_m}, \\ Cos.\, b_m = \dfrac{\beta'_m\, B'_m + \alpha'_m\, D'_m + \gamma'_m\, F'_m}{P_m}, \\ Cos.\, c^m = \dfrac{\gamma'_m\, C'_m + \beta'_m\, F'_m + \alpha'_m\, E_m}{P_m}. \end{cases}$$

Ciò posto essendo data un Elissoide la di cui equazione sia

$$(34) \; \alpha'^2_m\, A'_m + \beta'^2_m\, B'_m + \gamma'^2_m\, C'_m + 2\, \alpha'_m\, \beta'_m\, D'_m + 2\, \alpha'\, \gamma'_m\, E'_m + 2\, \beta'_m\, \gamma'_m\, F' = H'_m$$

dove α'_m, β'_m, γ'_m rappresentano le coordinate di un punto qualunque di quella superficie, si vede che i coseni degli angoli a_m, b_m, c_m, (33) sono quelli degli angoli coi medesimi assi, della normale all'Ellisoide nel detto punto; e siccome la risultante delle forze elastiche deve essere uguale e diretta in senso contrario della forza P_m che loro fa equilibrio, ne segue che le reazioni elastiche in un nodo qualunque, sono dirette nel senso della normale all' ellissoide anzidetto che è quello di *Elasticità*. Quando lo spostamente ha luogo nel senso degli assi dell'ellissoide, la risultante delle forze elastiche è in quei punti, anche diretta secondo questi assi. (a)

(a) Nella mia seconda memoria *principe Général pour déterminer le pression* ecc. è occorso un errore d' indicazione (pagina 32 linea 4), dove è detto *l'équation*

$$(15) \ldots\ldots\ldots\ldots S'^2 = \alpha'^2\, A'^2 + \beta'^2\, B'^2 + \gamma'^2\, C'^2$$

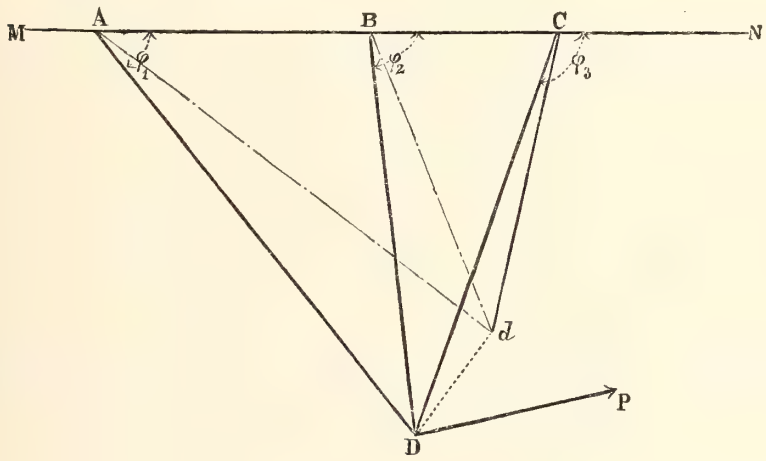
représentant un ellipsoide rapporté à ses axes, bisogna anzi leggere: *l'équation*

$$(15)\text{bis} \ldots\ldots H' = \alpha'^2\, A' + \beta'^2\, B' + \gamma'^2\, C' \; \textit{représentant ecc.}$$

Notiamo che i coefficienti A'_m, B'_m, C'_m, D'_m, E'_m, F'_m che determinano le direzioni de' tre assi dell' ellissoide di elasticità in un dato nodo, non dipendono che dalla costituzione del sistema elastico in quel punto; il solo parametro H'_m dipende dallo spostamento che si sarà dato al nodo per effetto della forza esterna. — Da ciò segue che se tutti i nodi sono composti in modo uniforme, gli ellissoidi di elasticità corrispondenti saranno simili. In questo caso potrà essere utile, per la semplicità de calcoli, di prendere gli assi coordinati del sistema nelle direzioni di quelli dell'ellissoide.

Ma non mi estendo maggiormente sopra queste speciali considerazioni, come non parlerò del caso in cui vi sono de'punti fissi nel sistema, caso che ho trattato distesamente nella mia memoria anzi citata. —

Sarò pago, se in questo scrittto, io sono riescito a porre in chiaro una teoria importante la quale scioglie in un modo semplice e generale il problema della distribuzione delle pressioni e delle tensioni ne' sistemi elastici, e se ho potuto mettere in evidenza la concordanza di esso coi vari altri metodi a tal fine escogitati. —



NOTA A

Un esempio semplice servirà a meglio fare intendere i differenti procedimenti anzi esposti e ad un tempo a dimostrare la coincidenza de'risultati che se ne deducono.

Siano tre spranghe prismatiche rettilinee elastiche situate in un piano, convergenti in un modo D, mentre le altre loro estremità sono rispettivamente fisse ai punti A, B, C, situati sopra una medesima retta $M\ N$; siano $A\ D = l_1$; $B\ D = l_2$; $C\ D = l_3$; $A\ B = m$; $B\ C = n$; φ_1, φ_2, φ_3 gli angoli di quelle rette colla retta $M\ N$ che supporremo essere quella delle ascisse; $\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3$ sono i coefficienti rispettivi di resistenza di dette spranghe.

Sia applicata nel punto D una forza P situata nel piano delle rette e le di lui componenti sono X ed Y; se x, y sono le coordinate del punto D prima dell'applicazione della forza P, dopo che questa avrà prodotto la sua azione, il punto D si sarà trasportato in d le di cui coordinate verranno rappresentate da $x + \alpha$ e $y + \beta$, α e β essendo i loro incrementi rispettivi. Le equazioni di equilibrio tra le forze esterne P le forze elastiche sono:

$$\text{(a)} \quad \ldots\ldots \begin{cases} X = \varepsilon_1 \lambda_1 \, Cos \, \varphi_1 + \varepsilon_2 \lambda_2 \, Cos \, \varphi_2 + \varepsilon_3 \lambda_3 \, Cos \, \varphi_3, \\ Y = \varepsilon_1 \lambda_1 \, sin \, \varphi_1 + \varepsilon_2 \lambda_2 \, sin \, \varphi_2 + \varepsilon_3 \lambda_3 \, sin \, \varphi_3, \end{cases}$$

e contengono le tre indeterminate $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ che rappresentano gli incrementi rispettivi de'vincoli. Le tensioni corrispondenti a questi incrementi sono $T = \varepsilon_1 \lambda_1$; $T_2 = \varepsilon_2 \lambda_2$; $T_3 = \varepsilon_3 \lambda_3$. Ora cerchiamo questi incrementi coi *tre metodi* sovra esposti.

Primo metodo. Bisogna anzitutto stabilire la relazione delle tre lunghezze l_1, l_2, l_3 fra loro affinchè partendo dai rispettivi punti A, B, C, convergano nel medesimo punto D. Considerando i due triangoli $A\,B\,D$ e $B\,C\,D$ si ha

$$\left.\begin{array}{ll} \text{nel primo.} \ldots\ldots & l_1^2 = m^2 + l_2^2 + 2\, m\, l_2 \, Cos \, \varphi_2 \\ \text{e nel secondo} \ldots & l_3^2 = n^2 + l_2^2 - 2\, n\, l_2 \, Cos \, \varphi_2 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(b)}$$

Eliminando $Cos \, \varphi_2$ si ha la risultante

$$n\, l_1^2 - (m + n)\, l_2^3 + m\, l_3^2 = m\, n\, (m + n) \ldots\ldots\ldots \text{(c)}$$

la quale esprime la relazione cercata. Prendendo l'equazioni delle differenze di primo ordine di questa equazione rispetto alle lunghezze l_1, l_n, l_3, e rappresentando come sopra per $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, le differenze corrispondenti, si avrà l'equazione seguente:

$$n\, l_1 \lambda_1 - (m + n)\, l_2 \lambda_2 + m\, l_3 \lambda_3 = o \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(d)}$$

che unita alle altre (a) darà i valori di $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ed in conseguenza le tensioni cercate per determinare le quali le due equazioni (a) sono in numero insufficiente,

Secondo metodo. Le variazioni delle coordinate x, y del punto D essendo α e β, le variazioni corrispondenti delle lunghezze de'vincoli saranno

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 = \alpha \, Cos \, \varphi_1 + \beta \, sin \, \varphi_1 \\ \lambda_2 = \alpha \, Cos \, \varphi_2 + \beta \, sin \, \varphi_2 \\ \lambda_3 = \alpha \, Cos \, \varphi_3 + \beta \, sin \, \varphi_3 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(e)}$$

Eliminando α e β fra queste tre equazioni, si avrà la risultante

$$(f) \ldots\ldots \lambda_1 \, Cos\,(\varphi_3 - \varphi_2) + \lambda_2 \, Cos\,(\varphi_1 - \varphi_3) + \lambda_3 \, Cos\,(\varphi_2 - \varphi_1) = o.$$

Notando che si ha

$$(g) \ldots\ldots \begin{cases} m = l_1 \, Cos\,\varphi_1 - l_2 \, Cos\,\varphi_2 \,;\; n = l_2 \, Cos\,\varphi_2 - l_3 \, Cos\,\varphi_3; \\ l_1 \, sin\,\varphi_1 = l_2 \, sin\,\varphi_2 = l_3 \, sin\,\varphi_3, \end{cases}$$

l' equazione (f) si trasformerà nella seguente

$$(d') \ldots\ldots\ldots\ldots n \, l_1 \, \lambda_1 - (m + n) \, l_2 \, \lambda_2 + m \, l_3 \, \lambda_3 = o$$

identica con quella (d) ottenuta col primo metodo. Scrivendo in questa ultima equazione $d\,l_1$, $d\,l_2$, $d\,l_3$, invece di λ_1, λ_2 e λ_3, si avrà l' equazione differenziale di primo ordine

$$(h) \ldots\ldots\ldots n \, l_1 \, d\,l_1 - (m + n) \, l_2 \, d\,l_2 + m \, l_3 \, d\,l_3 = o$$

la quale integrata da

$$(i) \ldots\ldots\ldots n \, l_1^2 - (m + n) \, l_2^2 + m \, l_3^2 = Costante.$$

La *costante* si determina dalla condizione che quando $l_2 = o$, si ha $l_1 = m$; $l_3 = n$; d'onde risulta: *costante* $= m\,n\,(m + n)$. . . (k). Così l'equazione (i) coincide colla (c) che stabilisce la relazione geometrica fra le lunghezze de'vincoli.

Si possono anche introdurre direttamente i valori di λ (equazioni (c)) nelle equazioni di equilibrio (a); così si avrà

$$X = \alpha \, \Sigma \varepsilon \, Cos^2 \varphi + \beta \, \Sigma \varepsilon \, sin\,\varphi \, Cos\,\varphi \,;\; Y = \beta \, \Sigma \varepsilon \, sin^2 \varphi + \alpha \, \Sigma \varepsilon \, sin\,\varphi \, Cos\,\varphi \,;\; \ldots. \; (k)$$

Da queste equazioni si ricavano i valori assoluti de' λ che sono

$$(l) . \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{[X \Sigma \varepsilon \, sin^2 \varphi - . \, Y \Sigma \varepsilon \, sin\,\varphi \, Cos\,\varphi] \, Cos\,\varphi_1 + [Y \Sigma \varepsilon \, Cos^2 \varphi - X \Sigma \varepsilon \, sin\,\varphi \, Cos\,\varphi] \, sin\,\varphi_1}{\Sigma \varepsilon \, sin^2 \varphi . \; \Sigma \varepsilon \, Cos^2 \varphi - (\Sigma \varepsilon \, sin\,\varphi \, Cos\,\varphi .)^2} \,; \\ \lambda_2 = \text{ecc.} \\ \lambda_3 = \text{ecc.} \end{cases}$$

Terzo metodo. — Principio di elasticità. — Prendendo le variazioni delle equazioni (a) rispetto ai vincoli si ha

$$(m) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} o = \varepsilon_1 \delta \lambda_1 \, Cos\, \varphi_1 + \varepsilon_2 \delta \lambda_2 \, Cos\, \varphi_2 + \varepsilon_3 \delta \lambda_3 \, Cos\, \varphi_3 \\ o = \varepsilon_1 \delta \lambda_2 \, sin\, \varphi_1 + \varepsilon_2 \delta \lambda_2 \, sin\, \varphi_2 + \varepsilon_3 \delta \lambda_3 \, sin\, \varphi_3 \end{cases}$$

L'equazioni di elasticità

$$(n) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Sigma \varepsilon \lambda \delta \lambda = o$$

applicata al caso presente diventa

$$(o) \ldots\ldots\ldots\ldots \varepsilon_1 \lambda_1 \delta \lambda_1 + \varepsilon_2 \lambda_2 \delta \lambda_2 + \varepsilon_3 \lambda_3 \delta \lambda_3 = o$$

Eliminando per mezzo delle due equazioni (m) due delle tre variazioni $\delta \lambda$ nella equazione (o) ed uguagliando a *zero* il coefficiente della terza variazione che ne risulta, si troverà la equazione (f) precedente ottenuta col secondo metodo; così si giunge allo stesso risultato che con due primi metodi. Per accertare maggiormente tale identità ne' risultati di que' procedimenti, si ricorra per la eliminazione, al metodo de'coefficienti indeterminati, moltiplicando la prima equazione (m) per A e la seconda per B ambedue indeterminati; sottraendo dalla equazione (n) ed uguagliando a *zero* i coefficienti delle variazioni si avrà

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 = A \, Cos\, \varphi_1 + B \, sen\, \varphi_1 \\ \lambda_2 = A \, Cos\, \varphi_2 + B \, sen\, \varphi_2 \\ \lambda_3 = A \, Cos\, \varphi_3 + B \, sen\, \varphi_3 \end{array}\right\} \ldots\ldots (p)$$

questi valori diverranno identici con quelli (e) del 2° metodo, prendendo come valori de'coefficenti arbitrari

$$\begin{cases} A = \alpha \, ; \\ B = \beta \, ; \end{cases}$$

oppure eliminando A e B fra le tre equazioni (p), si giungerà alla equazione (f) ottenuta precedentemente.

La globolina considerata come reattivo per gli acidi, ricerche

pel Prof. A. MORIGGIA
e pel D.re A. Battistini, assistente alla scuola di Istologia e Fisiologia sperimentale.

Lettura fatta in seduta del 7 settembre 1873.

Facendo diverse sperienze nel Laboratorio, spesso ebbimo a lamentarci, che a constatare negli umori e ne'tessuti fisiologici o patologici la reazione acida, non ci soccorresse abbastanza la carta comune con tornasole, per quanto questa venisse abilmente preparata e sensibilizzata al massimo: indi venne l'impulso al presente nostro lavoro.

Conoscendo l' oscurarsi del sangue per lieve aggiunta di carbonico e il precipitarsi della condrina in soluzioni concentrate e limpide per l' azione di liquidi leggerissimamente acidi, tentammo di dosare il grado di acidità necessario per ottenere questi effetti, ma allora ci convincemmo di non aver ancora guadagnato nulla sulla sensibilità della carta comune reattoria (1).

Dopo altri tentativi venimmo finalmente alla globolina, e qui toccammo il desiderato intento. (2)

Ecco il nostro processo: si pigliano da 4 a 5 lenti d'occhio umano o di altro animale, si pestano in 20 a 30 cent. cub. d'acqua distillata; si lascia il tutto in un cilindretto per qualche ora (molte ore, 15 o 20 non nuocono) avendo cura di tener il recipiente coperto e difeso almeno in parte dall' azione dell' acido carbonico dell'ambiente.

Invece di molte lenti di animali adulti può bastare anche una sola, purchè si diminuisca la proporzione del menstruo riducendolo da 5 a 10 cent. cubici: l'essenziale è di aver una soluzione assai concentrata di globolina: la soluzione in seguito vien filtrata per filtro semplice o doppio ove occorra, per ottenerla perfettamente limpida, come abbisogna per la sperimentazione.

(1) Con un galvanometro sensibilissimo (32000 giri), sebbene con non molta speranza si tentò pure di sperimentare le minime traccie acide di tessuti ed umori, ma non si potè riuscire praticamente con questo mezzo a nulla di concludente e ben certo, troppi e vari essendo i fattori capaci ad influenzare le minime deviazioni dell' ago.

(2) Il nostro scopo è sempre nei limiti della fisiologia e della medicina, non sapendo quanto il nostro reagente globolinico possa servire al puro chimico, il quale se talora può esser sicuro di aver a fare con menstrui contenenti soltanto degli acidi, ben sovente ha alla mano liquidi che possono contener variate sostanze pur capaci di precipitar la globolina dalle sue soluzioni; così per es. tentammo il solfato di rame, e questo anche alla diluzione di 1 per 120000 induceva ancora una opalescenza nella soluzione di globolina.

Qualche rara volta a cagione dello stato particolare, in cui si trovano le lenti da usare, non riesce di ottener la soluzione perfettamente limpida; ove l'opalescenza sia lieve, l'ostacolo alla reazione può non essere assoluto, altrimenti bisogna procedere a confezionare altra soluzione globolinica.

Sebbene la soluzione della globolina debba esser fatta molto concentrata perchè sia più sensibile, non bisogna poi nemanco spingere agli eccessi la concentrazione, perchè allora la filtrazione ne diventa lunghissima e non solo l' operazione vien troppo protratta ma a cagione del tempo lungo d'azione dell'aria, si può correrrischio (salvo a ricorrer a particolar difesa o filtrazione) di opalinare qualche poco la soluzione.

Un' altra precauzione da pigliare nell' allestire la soluzione, si è di attenersi alla massima polizia negli utensili e schivare in ogni modo di toccar le lenti o la soluzione colle dita, da cui a cagione del sudore, degli acidi grassi e del carbonico ne può venir offesa alla limpidezza della soluzione medesima.

Le lenti posson esser fresche, come da diverse ore, purchè sien limpide, rimaste chiuse nella loro sede naturale dell' occhio: nulla osta che provengano da animal morto di morte violenta o per malattia sempre riescon nella sperienza: però talora con qualche differenza nel grado di sensibilità reattoria, che ora non si saprebbe nemmen bene apprezzare da quali circostanze più specialmente possa provenire (1), essendosi questa variabilità reattiva mostrata anche in casi, che pareano identici: avrà influenza l'età del soggetto, da cui si presero le lenti, la malattia di cui morì, il tempo dalla morte, le lesioni morbose locali alle lenti, il modo e il grado della stritolazione di queste, pigliando forse diverse proporzioni tra la parte periferica e la nucleare centrale che sembrano di diversa composizione e solubilità nell'acqua, oppure dipenderà da leggiere differenze di concentrazione della soluzione globolinica?

La soluzione di globolina per se alla carta si mostra affatto neutra, e cogli alcali a qualunque diluzione non dà opalescenza: si tentò perciò la soluzione potassica da 1 per 1000 fino ad 1 per 576000, nel qual grado ultimo di diluzione si avea alla carta una traccia quasi impercettibile di alcalinità.

La soluzione globolinica deve servire solo nei casi, in cui si tratta di constatare minimissime traccie di acidità, sia perchè per le proporzioni acide maggiori si ha più facile espediente nella carta reattoria, sia perchè la globolina mentre si opalina e tende a precipitarsi in nubecole biancheggianti dalla sua soluzione, quando succeda il contatto di un liquido leggerissimamente acido, la colorazione e il precipitato spariscono o a meglio dire non si formano, quando il liquido aggiunto alla soluzione di globolina possiede già un certo grado di acidità; essendo la globolina solubile nell'eccesso dell'acido, quando anche questo sia scarsissimo, stante l' immensa sensibilità della globolina all'acido. A ricercare la reazione acida in un liquido si procede in questo modo: si ponga in un tubetto d' assaggio assai stretto per uno o due dita traverse del liquido esaminando, poscia con una bacchettina di vetro, tenendo il tubetto all'altezza degli occhi e a buona luce per veder distinta-

(1) Così qualche volta l'esperienza riusciva quasi con diminuzione della metà dell'abituale sensibilità, quando la globolina proveniva da lenti umane con nucleo molto duro e già per se piuttosto gialle: quasi lo stesso è da dire delle lenti di feti e di neonati.

mente a trasparenza, nel tubetto stesso si lascia cader una goccia della soluzione di globolina il più che si possa nel mezzo del liquido tubarico, riuscendo meno distinta e pronta la reazione, quando la globolina si lascia calare lungo la parete del tubetto: il liquido esaminando neutro alle carte esploratorie, se possederà abbastanza acidità, reagirà sulla goccia immessa di globolina e dal livello del liquido nel tubetto si vedrà calar abbasso lentamente e percorrer l'altezza del liquido medesimo una nubecola sottile opalescente, che indicherà la coagulazione della globolina.

Talora occorrerà anche di dover aggiungere invece di una goccia di globolina, due o più per ottenere il medesimo effetto o più marcato. L'effetto il più sagliente della reazione è precisamente il veder per trasparenza trascorrere la nubecola globolinosa dalla superficie al fondo del liquido del tubetto. Nè si creda che aggiungendo molta globolina al liquido in esame si raggiunga finalmente nn forte grado di opalescenza generale del liquido medesimo, e che la reazione acida perciò ne debba spiccar più forte: l'opalescenza generale e finale del liquido in taluni di questi casi appariva anzi così sbiadita da metterci quasi in forse sulla sua esistenza, perciò è da ritenere, che a constatare la reazione, dapprima sarà meglio tener dietro al calare della citata nubecola, che in piccolo si comporta quasi come i filamenti della mucina precipitata dagli acidi in vasi alti e stretti: fallito questo primo assaggio a poche e diradate goccie, allora si potrà tentare di aver la nubecola di precitazione od anche l'opalescenza generale del liquido con aggiunta di una certa proporzione della soluzione globolinica, che in alcuni casi va spinta fino a parti uguali del liquido, di cui si va cercando l'acidità. La reazione talor si tentò pure a rovescio cioè gittando in poca quantità di soluzione di globolina alcune goccie del liquido acidificato: ma il primo modo in generale è assai più preferibile.

Quando si avrà ad esaminare del siero di sangue, di chilo, liquidi cistici, da versamenti, linfa, umor acqueo, sinoviale, cefalo-rachideo, amniotico, allantoideo, il sugo pancreatico, enterico, la saliva, l'urina, il sudore, ecc. occorrerà sempre di filtrar questi umori diligentemente, perchè quanto più scolorato e limpido è il liquido e tanto meglio riesce la reazione: e da questo lato, almeno finora, abbiamo un ostacolo insormontabile per la bile, pel pus, come per tutti gli umori non bene rischiarabili.

Per il muco, l'albume d'ovo, l'umor vitreo, le cartilagini, gli sputi catarrali ecc. occorrerà pestare diluire o triturare queste parti in poca acqua distillata, e lasciarle qualche tempo in contatto, filtrare e quindi procedere all'esame del filtrato.

Gli umori od i tessuti bisogna tenerli più al fresco che si possa ed esaminarli il più presto possibile, a cagione delle facili metamorfosi che vi possono sopravenire, adducendo in iscena reazioni o gradi che nello stato naturale e fresco non avean luogo: e ciò tanto più quando si tratti di liquido o tessuti, che normalmente o patologicamente possano tener presenti in diversa copia del glucogeno e e del glucosio facilmente metamorfosabili in acido lattico.

Per alcune parti abbiamo una difficoltà a raggiungere sincera e chiara la reazione colla globolina, perchè appunto certi umori, come il sangue, il chilo, importano lungo tempo innanzichè si possano bene esaminare, salvo a non attendere la sepa-

razione del siero dal grumo, ma tosto riporre il tutto sul filtro; senonchè allora sorge nuova difficoltà attinente alla colorazione più o men grande del filtrato medesimo; nè scolorire il liquido colla bollitura o col carbone animale parrebbe modo troppo sicuro, a cagione di nuove fonti di errori, che la bollitura, o qualche grado di acidità del carbone vi possono far nascere.

Lasciando stare per ora consimili difficoltà, che forse si potrà trovar modo (1) a superare, non si vuol però tacere che quando s'abbia a fare per caso con globolina già per se un po opalescente (qualora non si ami di farne un'altra provvigione) sempre allora si dovrà instituire un esame di confronto colla semplice acqua distillata nelle medesime proporzioni del liquido da esaminare, cercando se la globolina in questo liquido dii una o più nubecole più o meno intense, che nella semplice acqua distillata.

Per esaminar poi il succo di certi visceri piuttosto infarti di sangue, prima di pestarli in mortaio, sarà bene farli a grossi pezzi e lavarli diverse volte grossolanamente con acqua distillata, perchè il filtrato riesca il meno possibile colorato, anche a costo di perder nella lavatura qualche traccia di acido, sebbene questo si conosca quanto sia tenacemente infisso nelle parti.

Venendo ora a specificare più dettagliatamente il grado comparativo di sensibilità agli acidi tra la carta tornasole e la globolina, possiam dire in generale che la soluzione di globolina supera in sensibilità la carta da $^1/_3$ a 1 o 2 volte, e talora eccezionalmente anche di più, senza che però si possano recare ragioni a giustificazione della oscillazione della sensibilità reattoria in questi limiti.

Noi sperimentammo l'acido lattico, l'acetico, il tartarico, l'ossalico, il fosforico, cloridrico, nitrico, solforico, cromico e fenico.

La carta di tornasole la preparammo noi medesimi per averla al massimo della sensibilità, ed altra ci procurammo per maggior sicurezza ancora dall'Istituto chi-

(1) Così a questo scopo ed anche per render l'esperienza in genere più alla mano, (applicabile per es. anche al pus, al sugo di muscoli, di nervi, al chimo, alle feccie, più o men diluite all'occorrenza) già ebbimo a tentare con profitto le lenti intiere messe in contatto col liquido colorato da esaminare intorno al grado di sua acidità: a tall' uopo si piglia una lente intatta, cioè ancora chiusa nella sua capsula cristallina e preferibilmente della rana che l'ha limpidissima, si mette sul fondo d' un tubetto d'assaggio e quindi notando il tempo, vi si versa sopra un paio di dita trasverse del liquido colorato esplorando e si lascerà in contatto da 20 a 30 minuti primi, quindi tolto il liquido colorato si osserverà se la lente si sia fatta o non opalescente: quando i residui colorati del menstruo non permettono di veder bene l'opalescenza, allora si lava la lente in acqua distillata, aggiungendo questa alla lente nel tubetto, in modo che essa venga a pescarvi e mostrarsi bene per trasparenza nel tubetto medesimo: l'esperienza fatta con latte acescente riuscì bene: altre esperienze si fecero con acido cloridrico nella soluzione di 1 per 16000 e di 1 per 32000 (proporzioni ambedue a cui la carta si mostrava insensibile), dopo 20 minuti, si osservò nella parte periferica della lente un lieve grado di opalescenza, anzi nel liquido medesimo in cui essa pescava. Bisogna però stare in guardia contro un possibile errore; la semplice acqua distillata, vale a indurre nella lente un certo grado di opalescenza nella sua periferia; l'opalescenza però in questi casi è un pò minore, non appare nel liquido medesimo, e quel che più importa per quando si tratti di liquidi colorati, l' acqua sola mette più minuti assai ad opacar la lente, cioè da 35 a 60 minuti: in ogni evento in simili esami converrà sempre far correre due sperienze parallele, una coll'acqua semplice e l'altra col liquido esaminando.

mico del Senator Cannizzaro: la soluzione di globolina veniva sempre fatta di fresco, ed il più possibile nelle medesime circostanze volta per volta.

A furia di assaggi si trovava l'estremo limite di diluzione di ciascun acido, in cui la carta tornasole era ancora capace a segnarla: a seconda della natura degli acidi, del grado loro di purezza e concentrazione, trovammo varii i confini estremi, a cui potea esser sensibile la *medesima* provvigione di carta: per l'idroclorico che ebbimo noi per es. pel quale la serie delle sperimentazioni è stata più larga e variata, trovammo che la carta ancora segnava sebbene in grado appena percettibile l'acidità nelle diluzioni fatte in proporzione di 1. C. C. di cloridrico (densità 1170) per 4000 C. C. d'acqua distillata, mentre la globolina dava ancora le nubecole opalescenti di coagulamento anche in soluzioni di acido 1 per 16000 e talora di 1 per 20000; con cloridrico di altra provenienza si riuscì a constatarne colla carta l'acidità perfino nella diluzione di 1 per 36000: ma anche in questo caso la globolina andava oltre alla carta per rilevare l'acidità, cioè questa si manifestava anche in diluzioni maggiori di 1 per 36000 di 1 a 2 volte.

Qui v'ha un'avvertenza da fare e molto importante per riscontrare gli estremi limiti di sensibilità della carta: non basta che questa sia preparata a dovere, ma occorre di metterla in contatto con molto liquido acido, cioè che vi peschi addirittura in piccola capsuletta di porcellana nè ciò solo, ma fa d'uopo che il contatto si prolunghi per 10, 15, 50, 60, minuti primi. Bagnata la carta nel liquido da assaggiare, come pur troppo spesso si fa da medici per le urine ed altri umori, e subito tolta od anche lasciata in contatto per brevi istanti e con poco liquido, essa non segnava traccia di acidità, la quale appariva invece, quando si attendeva con pazienza e facendo l'esperienza nel modo suriferito, perciò da questo lato lo esame a vapore della reazione delle sostanze, massime quando riesca negativo, è assolutamente da condannare.

Anzi in questa tarda colorazione della carta di tornasole si potrebbe forse avere uno de'buoni mezzi per dosare l'acidità medesima delle urine, essendo troppo incerto il dedurne il grado, dalla semplice ispezione della carta stata immessa nella sola urina: a tall'uopo si dovrebbero diluire date quantità di urina in date proporzioni di acqua distillata da raggiungere colla carta la colorazione minima non solo ma la più tarda possibile; il grado d'acidità sarebbe misurato dalla quantità di acqua aggiunta all'urina per toccare l'estremo limite di acidità.

Acido fosforico.

La carta di tornasole coll'acido fosforico nella diluzione di 1 per 16000 si arrossò, ma solo dopo 12 minuti dall'immersione della carta in molto liquido, in modo che essa ne rimanesse coperta per un buon strato; nella soluzione di 1 per 32000 la carta si arrossò poco e solo dopo 35′: nella soluzione di 1 per 48000 anche dopo un'ora non s'ebbe traccia di acidità nella carta.

La soluzione di globolina fatta in 40 C.C. d'acqua con 4 lenti umane nè gialle nè a nucleo duro, messa nella quantità di poche goccie in due dita trasverse di fo-

sforico in soluzione di 1 per 32000 diede assai buona opalescenza: globolina e fosforico 1 per 64000, a parti uguali, leggerissima opalescenza.

Acido tartarico.

L'acido tartarico nella diluzione di 1 per 16000 arrossò la carta dopo 2′; nella diluzione di 1 per 32000, dopo 5′: in quella di 1 per 64000 dopo 20′: finalmente nella soluzione di 1 per 96000 diede appena una traccia di arrossamento, che non crebbe dopo 30′.

La soluzione di globolina umana, usata in buona quantità offerse opalescenza sebbene leggiera col tartarico nella diluzione di 1 per 124000·

Acido ossalico.

La carta di tornasole si arrossò dopo 2′ nell'acido ossalico alla diluzione di 1 per 16000: dopo 5′ nel 1 per 32000: nell' acido 1 per 48000 anche dopo un' ora non diede più segno di reazione.

La soluzione di globolina umana nella proporzione di circa $^1/_3$ con $^2/_3$ di soluzione di acido 1 per 64000 diede ancora buona opalescenza.

Acido acetico.

L'acido nella diluzione di 1 per 8000 dopo pochi minuti arrossava la carta; l'arrossava pure dopo 18′ nel grado di 1 per 16000: l' ultima traccia di arrossamento era dato dopo 45′ dalla soluzione di 1 per 32000.

La globolina umana in poche goccie diede marcatissima opalescenza colla soluzione acida 1 per 32000: usando molta globolina si ebbe buona opalescenza anche colle diluzioni acide di 1 per 48000 e sebbene assai più lieve, si ottenne pure opalescenza coll'acido 1 per 64000.

Acido solforico.

La carta segnò reazione in pochi minuti nella soluzione acida di 1 per 16000: nel 1 per 32000 dopo 20′: nel 1 per 64000 dopo 30′: colla soluzione 1 per 96000 solo dopo 59′ si ebbe una reazione appena visibile.

La globolina umana in poche goccie diede ancor discreta opalescenza colla soluzione di acido 1 per 128000.

Acido nitrico.

La carta s'arrossò dopo 20′ in contatto con soluzione acida 1 per 32000: colla diluzione di 1 per 40000 anche dopo un'ora nessuna traccia di reazione.

La globolina umana in molta copia offerse discreta opalescenza coll' acido 1 per 48000, e leggerissima coll'acido 1 per 64000.

Sebbene quì per brevità si adducono poche sperienze e diressimo quasi quelle solo che parlarono un linguaggio medio per riguardo ai risultamenti, pure la sperimentazione fu variata per ciascun acido e per rispetto anche a diverse concentrazioni, e provenienze di globolina.

Un fatto occorre qui di notare, che bisogna pur sempre tener presente quando si istituiscono di consimili sperimentazioni ed è che l'acidità delle diluzioni varie acide conservate pur in bottiglie ben chiuse, va scemando col tempo e massime col formarsi e col crescere delle muffe nei liquidi medesimi: cosicchè stando diversi giorni talora da una sperienza all'altra, ci occorreva di trovare colla medesima diluzione dello stesso acido, ma non fatta di fresco, un grado minore di sensibilità. La diminuzione del grado di acidità sopraveniva più specialmente in quelle diluzioni in cui si riusciva a trovar maggior sviluppo di muffe. In qual modo si altera l'acido? a quali nuovi prodotti si dà luogo? Le muffe vegetando consumano dell'acido, o lo neutralizzano? O sarà l'acqua distillata medesima che col tempo indurrà nell'acido delle modificazioni? (1)

L'acido tartarico offriva maggior copia di muffe, quindi succedea il cloridrico, l'ossalico e l'acetico, il fosforico, nitrico, solforico; è singolare che nelle diluzioni di solforico quasi non ve n'era. Sarà questo un fatto costante? E quando lo fosse si dovrebbe mai ripetere da un influenza dello zolfo contraria ai protorganismi? È pur da notare però che nelle diluzioni del solforico le muffe erano scarsissime tanto al grado di 1 per $^0/_{00}$ quanto nel 1 per 128000: anzi nelle massime diluzioni le muffe erano ancor più scarse.

Il grado di diluzione de' varî acidi e pare perfino la quantità del liquido in isperimento rispetto alla capacità del vaso contenente, senza contare la durata del tempo, la più o men perfetta chiusura del recipiente, purezza della diluzione ecc., ha influenza sulle quantità delle muffe sviluppantisi e fors'anco sulla qualità: così per l'acido tartarico per es. trovammo il massimo di muffe dall'acido in diluzione 1 per $^0/_0$ al 1 per 2000, poi sempre in gradazione decrescente fino al 1 per 4 milioni: lo stesso fu dell'ossalico.

Nell'acetico invece le muffe si mostrarono anche nelle diluzioni di 1 $^0/_0$, ma il più fu nel 1 per 2000 ad 1 per 8000, quindi sempre meno nelle diluzioni ulteriori.

Nell'idroclorico vi erano ancora muffe nella diluzione di 4 per 1000, ma il più si era nel 1, 2, 4, 5, per $^0/_{00}$: oltre queste diluzioni le muffe andavano abba-

(1) Gli acidi organici più alterabili in generale ed in cui pigliano più facilmente a lussureggiare le muffe, offersero coll'andar del tempo un maggior decremento d'acidità nelle loro soluzioni: così per es: l'acido tartarico 1 per 64000 che dopo venti minuti primi dava distinta reazione acida, assaggiato dopo 45 giorni cioè dopo sviluppo copioso di muffe, non offriva più reazione acida nemanco col contatto di un'ora con medesima provvigione di carta di tornasole; nelle stesse circostanze l'acido ossalico 1 per 32000 che dava reazione dopo 6′, in seguito non ne offrì più nemmeno dopo 50′: l'acetico si comportò pure quasi identicamente: le diluzioni, che soffersero meno nell'acidità furono quelle del fosforico e del nitrico: quelle poi del solforico anzi ci parvero crescere la loro acidità di qualche punto colorando il tornasole un pò più rapidamente, che le medesime soluzioni fresche, benchè le più vecchie portassero qualche traccia di muffa.

stanza rapidamente decrescendo col crescere ulteriore della diluzione. Pel nitrico e pel fosforico si trovò discreta quantità di muffe nelle diluzioni di 1 per 2000 a 4000; nelle diluzioni 1 per 64000 le muffe si presentavano scarsissime, cosicchè in massima benchè la cosa varii per ciascun acido, si può affermare che a circostanze uguali, mentre nei liquidi a mezzana acidità, lo sviluppo delle muffe è assai più forte e rapido che nell' acqua semplice, il soverchio grado di acidità come il minimo sono sfavorevoli alla produzione delle muffe.

A rendere ancora più sensibile la soluzione di globolina agli acidi tentammo per menstruo della globolina un liquido acidificato in un grado, tanto debole che per se non desse opalescenza: la soluzione di globolina così operata guadagnava qualche cosa in sensibilità per constatare gli acidi, rispettivamente alla semplice soluzione acquosa, ma il guadagno era quasi insensibile.

Conchiudendo possiam riassumere in breve i risultati del nostro lavoro nelle seguenti proposizioni.

1° A diminuire specialmente nel nostro organismo la non troppo significante categoria delle parti neutre, a metter un po' più di concordia nelle affermate reazioni diverse per medesimi liquidi animali in circostanze apparentemente identiche, a constatare specialmente i minimi gradi di acidità, che pur tanto interessano in fisiologia ed in patologia, stante la grandissima nocevolezza degli acidi sui nervi, muscoli, cigli vibranti, spermatozoidi, moti amiboidi, ecc. era sentito il bisogno di un reattivo che per sensibilità andasse oltre a quella della comune carta esploratoria per gli acidi.

2° A tall'uopo tentammo la soluzione concentrata di condrina che sapevamo sensibilissima all'azione degli acidi: ma la precipitazione non ci venne dato di ottenerla che a gradi di acidità pur rivelabili dalla carta.

3° Tentammo con galvanometro sensibilissimo delle soluzioni debolissime acide (acido idroclorico per es. nella diluzione di 1 per 32000), per aver nel senso e nel grado della deviazione dell'ago un segno diagnostico di acido per quantunque presente in *minima* quantità: i risultati furono tali da non poterci far confidare per nulla in cotesto stromento fisico per simile bisogno.

4° Finalmente venimmo alla soluzione di lente cristallina d'occhio e qui ottenemmo il desiderato effetto; una soluzione assai concentrata di globolina (per ogni lente cristallina da 5 a 10 cent. cubici d'acqua distillata) filtrata limpida, opportunamente cimentata con debolissime soluzioni acide per lattico, acetico, ossalico, tartarico, fosforico, nitrico, cloridrico, solforico ecc. dà opalescenza rapida e più o men marcata, secondo diverse e non sempre tutte apprezzabili circostanze, tanto che si possa stabilir da questo lato che la reazione della globolina agli acidi è sensibile da $^1/_3$ di volta a 2 volte ed anche in modo eccezionale da 3 a 5 volte maggiormente che la carta del tornasole la più sensibilizzata.

In confronto della carta tornasole la globolina è più sensibile all'acido cloridrico dapprima e quindi gradatamente al fosforico, ossalico ed acetico e per ultimo al solforico, nitrico e tartarico.

5° Per aver la sperienza più alla mano, o quando si tratta di umori naturalmente colorati o provenienti da tessuti a bella posta pestati, invece della solu-

zione di globolina, si può usar una lente cristallina intatta e limpida, tenendola in contatto col liquido da esaminare, essa perifericamente si rende opalina in *breve* opportuno tempo, ove sia quistione di acido presente nel liquido in esame.

6° La soluzione globolinica si può rendere qualche poco più sensibile instituendola invecechè con acqua semplice distillata, con acqua acidulata in un grado tanto minimo, che per se non valga a farla opalescente.

7° In consimili esami, in quello delle urine ed in qualunque altro per constatare l'acidità, bisogna aver sempre presente l'avvertenza *essenziale* che la carta del tornasole, quando si tratta di gradi minimi di acidità non arrossa assolutamente che a condizione di essere assai imbevuta di liquido, e di stare in contatto col liquido medesimo per 10, 15, 20, 30, 40 e perfino talora 60 minuti primi !!

8° Le muffe si svilupparono dopo vario tempo in tutte le gradazioni acide a cominciare per es. dal cloridrico 4 per 1000 fino a 1 per 4 milioni: ma le più abbondanti furono nelle diluzioni di 1, 2, 3 per 1000; sopra e sotto questi gradi esse decrescevano rapidamente. Nel solforico a qualunque diluzione le muffe quasi non nacquero punto. L' acidità in generale andava scemando nelle diluzioni collo svilupparvisi e crescere delle muffe.

Galileo e i Matematici del Collegio Romano nel 1611.

Lettura del prof. G. GOVI

nella seduta del 7 dicembre 1873.

Sin dall'aprile del 1609 gli occhialaj di Parigi vendevano cannocchiali, che si dicevano inventati a Middelburg in Zelanda nel settembre del 1608, e presentati dall'inventore al principe Maurizio. (1) Galileo ne ebbe avviso a Venezia alla fin di giugno o sui primi di luglio del 1609 (intorno all'aprile o al maggio se si crede al Viviani), e dopo d'aver riprodotto e migliorato lo stromento Olandese, lo adoperò in diverse osservazioni, lo presentò al Doge il 23 d'agosto, ne fece dono alla Repubblica il 25, e n'ebbe in ricambio la conferma a vita della cattedra di Padova. Messosi allora a esami-

(1) Le Mercure François, etc. a Paris M.DC.XI. in 8°, a carte 244 vers. 245 rect.

» En ce mesme mois d'Avril (1609) à Paris, il se vid aux boutiques des Lunetiers une nouvelle façon de Lunettes. Aux deux bouts d'un tuyau de fer blanc rond et long d'un pied, il y a deux verrieres, toutes deux dissemblables: Pour regarder ce que l'on veut voir on ferme un œil, et à l'autre on en approche la Lunette, avec laquelle on recognoit une personne de demie lieuë: il y a des ouvriers qui en font de meilleures les unes que les autres. Ils disent que ceste invention est venue de Midelbourg en Zelande, où un Lunetier pauvre homme fit présent d'une paire de Lunettes qu'il avoit faites au Prince Maurice, environ le mois de Septembre de l'an dernier passé (1608), avec lesquelles on voyoit distinctement iusques à trois et quatre lieuës loin, comme si on eust esté à cent pas pres, Le Prince envoya ces Lunettes au Conseil des Estats, durant que l'on traictoit de la Trefve à longues annees avec l'Espagnol et les Archiducs: la lettre qui les accompagnoit portoit, *Par ces Lunettes vous verrez les tromperies de notre ennemi.* Le prince Henri frere du Prince Maurice les monstra au Marquis Spinola, lequel les ayant esprouvées, lui dit, *Je ne sçaurois plus estre en seureté, car vous me verrez de loin:* et le Prince lui respondit, *Nous defendrons à nos gens de ne point tirer sur vous.* Le conseil des Estats donna trois cents escus à l'inventeur de ces Lunettes, à la charge de n'aprendre à personne du monde son invention, aussi ie pense que celles que l'on vend à Paris, avec lesquelles on ne sçauroit voir une demie lieuë au plus, ne sont comme celles-la de l'ouvrier de Midelbourg: car de la Haye on voyoit clairement l'horloge de Delft, et les fenestres de l'Eglise de Leiden, bien que l'une desdites villes soit esloignée d'une heure et demie de chemin de la Haye, et l'autre de trois. Roger Baccon Anglois, en son Traicté de la merueilleuse puissance de l'art et de la Nature, dit, que Cesar, du riuage de la Gaule Belgique, front à front de l'Angleterre, avec certains grands Miroirs ardents, reconut l'assiette et disposition du camp des Anglois, et de toute la coste de la mer où ils l'attendoyent en armes. Beaucoup de belles inventions se sont perdues, mais ce n'est le sujet de notre Histoire de les rapporter ici.

« IV. Il eust falu avoir en ceste année beaucoup de ces Lunettes pour voir toutes les fraudes des Banqueroutiers et de leurs banqueroutes. Une pour toute en ceste Histoire, et la punition qui en fut faite.....

Suit l'histoire de la Banqueroute de *Pingré.*

nare il cielo con quello stromento che avea ridotto a ingrandire prima dieci, poi venti, e infine 32 volte il diametro degli oggetti; scoperse le montuosità della luna, le innumerabili stelle della via lattea, quelle della Nebulosa del Cancro, le molte delle Pleiadi e d'Orione, e qua e là pel firmamento un gran numero di nuove stelle affatto ignote agli antichi. Il *giovedì* 7 di gennaio del 1610, vide per la prima volta tre satelliti di *Giove*; il mercoledì seguente (13) scoperse il quarto, e continuò ad osservarli e a notarne le configurazioni sino al 2 dì marzo (martedì) per pubblicarle, come fece, nel suo *Sidereus Nuncius,* uscito il 12 di quello stesso mese dai torchi del Baglioni di Venezia. Durante la stampa del *Nuncius* però Galileo non avea smesso d'osservare, nè smise in seguito, anzi nel luglio dello stesso anno, avvertì la forma singolare di Saturno, che prima gli sembrò ellittico, poi tricorporeo, come se fosse composto di due stelline minori aderenti ai fianchi d'una centrale più grossa, e sulla fine del settembre s'accorse delle fasi di Venere e delle variazioni sensibilissime del suo diametro apparente, d'onde trasse una prima conferma della ipotesi copernicana, la cui difesa dovea poi scontare così amaramente nel 1633.

Nell' anno seguente (1611) Galileo andò a Roma per mostrare ai dotti di quella città le sue scoperte; vi giunse il 29 di marzo, pigliando stanza nel palazzo dell' ambasciatore Niccolini; il 23 d' aprile fu presentato al Pontefice Paolo V (Borghese) e, dopo d'essere stato aggregato il 25 dello stesso mese all'Accademia dei *Lincei* (fondata nel 1603 da Federico Cesi) partì il 4 di giugno per restituirsi in Toscana.

Nel tempo della dimora di Galileo in Roma, i Gesuiti del Collegio Romano avevano tenuto un'adunanza accademica, nella quale un Padre della compagnia trattando in un discorso latino delle novità celesti, aveva onorato Galileo col dirlo degno di essere ascritto fra i più celebri e i più fortunati astronomi del suo tempo, e ne avea confermato le scoperte colle osservazioni degli Astronomi suoi Colleghi. Di questo discorso, non pubblicato allora nè poi, s'era perduta ogni traccia, e ne restava appena qualche indizio nelle corrispondenze del tempo e negli scritti del P. Grassi e di Galileo, quando il 13 di novembre del 1873, nella preziosa libreria di casa Barberini, mi accadde di trovarne una copia sincrona, che la gentilezza del Bibliotecario, abate Sante Pieralisi, mi permise di trascrivere. Presentando all'Accademia dei Lincei questo documento relativo al più illustre de' suoi membri, io non ho avuto altra mira se non quella di far conoscere l'omaggio che gli rendevano dapprincipio quegli stessi che più tardi lo attaccarono direttamente, o di nascosto aiutarono i suoi nemici.

Il manoscritto dal quale è tratto il *Nuncius sidereus Collegii Romani,* (chè così s' intitola il Discorso del Padre Gesuita), è del XVII secolo, e faceva parte di una miscellanea da cui è stato separato. Si compone di otto carte numerate dalla 177 alla 184. La 182 *verso* e le 183 e 184 son bianche. Mancano le figure citate; come pure manca ogni indizio relativo alla data precisa della lettura e al nome del lettore. Dal contesto però si ricava che dovette esser fatta nel mese di maggio 1611, e dopo il giorno 10 dello stesso mese.

In quel tempo, come si è detto, i Padri del Collegio Romano erano piuttosto favorevoli a Galileo, tanto che monsignor Piero Dini gli scriveva a' 17 di maggio

di quello stesso anno che, interrogati dal cardinale Bellarmino sulla verità delle scoperte Galileane « i detti Padri hanno risposto una delle (*più*) favorite lettere che « si possa, e son grandi amici suoi. » La lettera v'era infatti, ed era stata spedita il 24 d'aprile in risposta ad una del cardinale dei 19 dello stesso mese, ma monsignor Dini esagerava involontariamente, attribuendo agli altri quell' entusiasmo che era soltanto in lui, amicissimo del Galilei. I quattro Padri matematici: Cristoforo Clavio, Cristoforo Griemberger, Odo van Maelcote e Giovanni Paolo Lembo confermavano con quella lettera al Bellarmino tutte le scoperte propalate dal *Nuncius Sidereus,* ma il nome di Galileo non era mai rammentato nella loro relazione, e vi lasciavano incerte le montuosità della Luna, per non dispiacere al Clavio il quale voleva attribuire le macchie non alle ombre dei monti, ma alla diversa densità parziale del corpo lunare traslucido!!..

Il padre Griemberger però, e forse anche il van Maelcote (*Malcotius*) erano più sinceramente amici e ammiratori del genio di Galileo; ma stretti dalle regole dell'ordine bisognava che subissero le opinioni dei superiori, e appena alla sfuggita osavano lasciar trasparire i loro veri sentimenti.

In un manoscritto autografo del Porta (forse del 1611, o 1612) posseduto da D. Baldassarre Boncompagni trovo, parlando dei satelliti di Giove, che: « Retulit « tamen R. Paulus Lembus jesuita, de mathematica (cum quo mihi cara intercessit « necessitudo) et mechanica bene meritus, eorum motus observasse, non a Galileo « absonos, quae mihi facile persuadeo. » Il P. Biancani matematico a Parma professava pure grandissima stima pel Galilei; così che poteva dirsi veramente, che in allora i Gesuiti non gli si mostrassero tutti contrari.

Chi fosse il Lettore del *Nuntius* non si sà, ma supponendo che tale ufficio spettasse ai giovani anzichè ai più maturi, saremmo tentati d'attribuirlo al van Maelcote, od al Lembo. Durante la Lezione, l'espositore fece vedere all'uditorio il *Cannocchiale del padre Clavio,* col quale si eran ripetute in Roma le osservazioni celesti, e mostrò disegnate in grande le configurazioni dei Satelliti di Giove durante gli ultimi mesi, e quelle di alcuni gruppi di stelle risoluti col telescopio.

Il discorso del Padre Astronomo non doveva esser lungo, perchè altri oratori avevano a parlare dopo di lui; in men di mezz' ora bisognava finire la lettura: e non pare che infatti essa abbia potuto durar di più.

Il titolo stesso del lavoro costringea l'Oratore a nominar Galileo, ed esso vi è infatti nominato e vi si aggiunge: *doversi meritamente annoverare fra i più celebri e i più fortunati astronomi di quel tempo.* Segue poscia un elogio iperbolico alla famiglia de' Medici, il cui nome veniva a essere inscritto nel cielo a caratteri di stelle, e il Lettore conchiude l'esordio assomigliando sè al *Corriere* zoppo, che arriva tardi, ma opportuno per confermar gli avvisi recati innanzi da più solleciti *Nunzii.* Finito l'esordio passa egli a parlar del Cannocchiale, ripetendo ciò che Galileo avea già detto in proposito nel suo libro; doversene cioè adoprar uno buono e che ingrandisca almeno 500 volte in superficie (22,4 in diametro), per poter vedere distintamente tutte le meraviglie annunciate; e lì espone i pregi di quello del Clavio, che ingrandiva da 40 a 50 volte in diametro, cioè da 1600 a 2500 volte in superficie. Spiega il modo di Galileo per misurar gl'ingrandimenti, senza dir di chi sia, poi entra in ma-

teria trattando delle scoperte fatte nella Luna, ripetendo in breve le cose dette nel *Nuncius* del Galilei, senza aggiungervi altro di suo, se non che il dubbio sulla realtà dei monti lunari non accettati da alcuni (fra questi *alcuni* primeggiava il Clavio) a proposito de' quali monti: « *io*, dice il lettore, *non mi opporrò a chi voglia* « *pensare altrimenti, perchè nella mia qualità di Corriere, mi basta di raccon-* « *tarvi quel che ho visto e recato dal cielo intorno alle macchie lunari; a voi il* « *dedurne le conseguenze che vi parranno migliori.* » Così passa alle stelle che gli antichi (numerandole a occhio nudo) avean trovato essere 1022 di 6 grandezze diverse (Il padre Griemberger in un catalogo (1) scritto in quel medesimo anno e dato in luce nel 1612 ne conta 1225), mentre il Cannocchiale ne mostrava altre moltissime al disotto della 6ª grandezza per lo innanzi invisibili. Assicura d'aver noverato 36 stelle nella *Pleiadi* (tante proprio, quante ne avea notate Galileo) e più di trenta (Galileo ne contava 38) nella Nebulosa del *Presepio*, e quindi conchiude potersene contare parecchie migliaia nel cielo.

Quanto ai Satelliti di Giove, dopo d'aver narrato la scoperta fattane da Galileo il 7 e il 13 di gennaio dell'anno antecedente, aggiugne alle osservazioni Galileane quelle del Collegio Romano dal 4 di gennaio al 10 di maggio del 1611, delle quali mostra le configurazioni, che mancano nel manoscritto, ma che trovansi in parte nella collezione Galileana della Biblioteca nazionale di Firenze, e furono pubblicate nell' ultima Edizione Fiorentina (2) delle opere di Galileo.

Confermata così la verità della scoperta dei 4 pianetini Medicei, il Lettore annuncia all'uditorio, la novella inattesa, che Venere è una specie di Luna, multiforme come la nostra, riferendo su tal proposito alcuni brani d'una lettera scritta da Galileo al P. Clavio il 30 dicembre del 1610, colla qual lettera il filosofo Fiorentino avvisava il matematico Romano della meravigliosa novità da lui osservata. Nel riferire però la lettera del Galilei, l'Oratore ne omette diversi brani, quantunque nel seguito del discorso parli delle cose in essi contenute. Così, per esempio, egli non cita il passo in cui Galileo dice di aver veduto coll' occhiale Venere grande quanto la luna a occhio nudo; tace la critica del vecchio sistema planetario, e quella delle misure delle stelle e de' pianeti sino allora ammesse dagli astronomi, e un pò più in giù trattando di Saturno trasforma *Cinque mesi* in *menses aliquot*, per cui in seguito lascia supporre che quelli della Compagnia l'abbiano veduto prima di Galileo olivale od oblungo, e non separato in tre corpi come era parso ultimamente all' astronomo Fiorentino. Tace in seguito quanto si riferisce alle montuosità della Luna, intorno alle quali Galileo dice al Clavio di non aver dubbio alcuno: « *per-* « *chè* (soggiugne) *a chi avrà buona vista, e intenderà un poco di prospettiva e di* « *ragione di ombre e di chiari, lo farò così manifestamente toccar con mano,* « *quanto manifestamente siamo certi delle montagne e delle valli terrestri, e niente* « *meno.* » (3)

(1) Catalogus veteres affixarum Longitudines, ac Latitudines conferens cum novis etc.... Christophori Griembergeri Oeni Halensis, è Societate Jesu, calculo ac Delineatione, elaborata. - Romae, apud Bartholomaeum Zannettnm. MDCXII., 1 vol. in 4°.

(2) Gal. Op. T. V. pag. 37-38.

(3) Gal. Op. T. VI. pag. 132.

Termina poi il discorso pungendo in forma scherzosa Galileo, il quale nella lettera al Clavio avea tentato di predire le apparenze successive di Venere, mentre il Lettore del Collegio Romano conchiude: « *Che poi s'abbia da veder tonda come* « *la luna piena, e che tal varietà nasca dal suo moto circolare intorno al Sole o* « *da altra cagione, come il definire o l'investigare altre cose di tal fatta, non ho* « *il tempo, nè l'ufficio di trattarne, chè non son Profeta* (Vatem) *nè arbitro di sì* « *grandi cose, ma son qui venuto soltanto come Nuncio delle stelle* » e lì fatto un complimento agli uditori, chiude la Lettura col solito: *Dixi.*

Codesto scritto, che invece di *Nuncius Sydereus Collegii Romani* avrebbe potuto più propriamente intitolarsi *Nuncius sydereus Galilaei de Galilaeis ad majorem Collegii Romani gloriam concinnatus*; sebbene non aggiunga molto alla fama del grande Astronomo, nè alla storia delle scoperte fatte in quei tempi, pure, considerandolo come un omaggio reso ad esso da quelli che più tardi gli furono apertamente nemici, merita d'essere conosciuto e divulgato. Per più d'un secolo, dopo la famosa condanna del 1633, i Trattati d'Astronomia o di Fisica sottoposti alla censura religiosa taciono quasi sempre studiatamente il nome di Lui, ogniqualvolta debbono ragionare delle sue scoperte, e citano invece il Clavio, il Porta, lo Scheiner, il Mayer (Marius), il Fontana ecc. che furono senza dubbio uomini di merito, ma non ebbero certamente quello di essere stati i primi scopritori d'alcuna grande novità, nè di aver osato combattere apertamente i vecchi dogmi delle scuole d'allora.

Mentre l'anonimo Gesuita leggeva in Roma questo Elogio abbastanza esplicito del Galilei, un altro Padre della stessa Compagnia, del quale s'ignora parimenti il nome, trattava in Mantova, durante una solenne Congregazione Provinciale dell'Ordine: *dell' altezza dei monti lunari* (1), e ne trattava non solo copiando di pianta Galileo, senza dirlo, ma accusandolo per di più di fallaci ragionamenti nel voler dimostrare le montuosità sul lembo esterno del nostro satellite, e soggiungeva: « *sub Galilaei demonstratione tortuosum fallaciae anguem latitare.* »

Intorno all'autore del *Problema* esposto in Mantova sappiamo soltanto che i Padri Gesuiti l'avevano fatto venire di Parma, e una lettera del P. Biancano che vi dettava allora le Matematiche ci assicura che egli ne fu *piuttosto revisore ed assistente, che autore.* Il Biancano stesso soggiunge che l'autor vero *è Padre, et aetatem habet.* Ora, scorrendo le opere del P. Niccolò Cabei, da Ferrara (che visse dal 1586 al 1650), il quale appunto (Padre fin dal 1602) nel 1611, a 25 anni, era allievo ed ajuto del padre Biancani a Parma, e vedendolo favorito assai dai Gonzaga, avversissimo a Galileo, che ne'suoi: *Commentaria in quatuor libros Meteorologicorum Aristotelis,* attacca violentemente; nasce spontaneo e facile il sospetto che l'autore della dissertazione: *De lunarium montium altitudine,* fosse il Cabeo stesso, e tanto più che nell'Opera di lui citata poc'anzi si legge questo passo (T. IV. tex. 14, quaes. I. pag. 264, vol. 2). « *Praeterea Luna, sive in extrema superficie sit aspera,* « *et habeat montes, et valles, ut sibi videntur videre lyncaei, et demonstrare; sive* « *extrema superficies sit plana, et levis, certe non potest hoc negari, partes opacas* « *et sistentes lumen, non esse in lunae superficie aequaliter fusas, sed est evidens*

(1) Gal. Op. T. III, pag. 138-146.

« *in illo globo eminere aliquas partes alicubi, magis opacas, et remotiores a centro* « *illius globi etc.* », che riproduce esattamente le idee espresse nel *Problema* trattato a Mantova tre volte (nella Chiesa della Trinità, in corte davanti al Duca, e nelle stanze del Cardinal Gonzaga), nel quale *Problema* si legge: « *Ut quid enim, ut* « *cum philosophis loquar, sine vera necessitate entia tanquam certa multiplices?* « *In hoc lapsus est, ni nos ipsi labimur, doctissimus vir Galileus; quod nullis* « *rationum momentis coactus, lunarem sphaeram montuosa superficie undequaque* « *circumambiri voluerit.* » dopo di che segue la pretesa dimostrazione della levigatezza del contorno lunare, e la conclusione: « *Galilei .... demonstrationem ... prorsus inanem videri.* »

Galileo rispose al *Problema* con una lunga lettera del 1° settembre 1611, diretta al P. Griemberger, mentre il padre Biancano, maestro dell'Anonimo, (o del Cabeo), gliene avea già fatto amplissime scuse in un'altra scritta al Griemberger stesso, de' 14 di giugno del medesimo anno.

Sembra però che la condotta de' Padri Gesuiti in questo affare non piacesse a Galileo, il quale aveva già avuto a lagnarsene in altri incontri; e forse il *Discorso delle Comete,* e il *Saggiatore* germogliarono da questo risentimento.

Quanto ai Gesuiti, s' intende facilmente come poco dovessero gustare il nuovo Filosofo della Natura, sia perchè loro dolesse di saper ecclissata dall'Astronomo fiorentino, la riputazione del P. Clavio, che la Compagnia avrebbe voluto veder accolto dovunque come il più valente matematico ed astronomo d'allora, sia perchè li indisponesse l' amicizia di Galileo con fra Paolo Sarpi, o la dottrina Copernicana già vagheggiata dal Galilei, o forse più di tutto la guerra che egli andava movendo da un pezzo alle idee e ai metodi della scuola aristotelica, sui quali i teologi di quei giorni, e più di tutti i Padri della Compagnia di Gesù aveano fondato i loro insegnamenti, e tutto l'edifizio delle loro Dottrine.

NUNTIUS SYDEREUS COLLEGII ROMANI.

« Pervenisse jam pridem ad multorum vestrum existimo. A. nuntium quem » ante annum emisit in nostrum hunc orbem Galileus Patritius Florentinus inter » Astronomos nostri temporis et celeberrimos, et felicissimos merito numerandus, » ut magna longeque admirabilia spectacula palam faceret, suspiciendaque propo- » neret unicuique, praesertim vero philosophis et Astronomis, novi cujusdam per- » spicilli beneficio observata in Lunae facie, fixis innumeris stellis ac nebulosis, » apprime vero in quatuor Planetis circa Jovis stellam disparibus intervallis atque » periodis, celeritate mirabili circumvolutis, quos nemini in illam usque diem co- » gnitos, novissime auctor deprehendit primus atque Medicea Sydera nuncupavit, ut » serenissimae Familiae Medicaeae nomen, terris jam pridem celebris, novis a se » repertis astris inter sydera transcriberet, et illustribus ipsius coeli litteris sub » auspiciis Cosmi Magni Hetruriae Ducis immortalitati commendaret. At vero quia » ea mortalium conditio, ut primis rerum magnarum nunciis fidem vix habere so-

» leant nisi eadem a posteriori , et claudo, ut ajunt, Tabellario confirmari animad
» vertant , non defuerunt qui ea omnia , aut dubia et incerta suspicarentur , aut
» tamquam aegri somnia passim irriderent.

» Quare ut tantarum rerum veritas et sibi constet et vobis, adsum ego posterior
» tandem Nuntius Sydereus , ut certis ex ipso coelo petita observationibus, et ab
» oculatis praesentibus hic accepta testibus, ipsiusque Clavii perspicillo quod hic
» palam cernitis conspecta, de luna deque stellis fixis, de novo Jovis satellitio ,
» hoc est de quatuor visis mihi planetis, ea referam, quibus non solum illa, quae
» prior attulit ille nuntius, confirmaturus, sed novo et lunae alterius nuncio vos, uti
» spero beaturus sum : Et quia mihi alio properanti vix mediae horulae spatio vo-
» biscum commorari licebit, omissis iis, quae dici possent de perspicilli admirando
» sane usu, et de variis in hominum genus terra marique allatis commodis , illud
» in observatione rerum coelestium (quod maxime ad rem nostram facit) novisse
» sufficiat, eum, qui in explorandis, e coelo ipso iis, quae hodie in medium proferam,
» oleum et operam perditum iri nolit, necesse esse ut organum habeat ita elabora-
» tum, ut objecta etiam utcumque remota saltem quingentis vicibus majora, quam
» in se ipsis sunt, oculo exhibeat, quod perspicillum hoc C. D. quo observationes quas
» referam factae sunt egregie praestat multiplicat, nam superficiem visam in distantia
» palmorum octodecim bis millies et quingenties, in distantia vero palmorum trecento-
» rum millies et sexcenties, quod vel hac experientia exploratum habetur. Constitui
» facere circulos duos, circulus A et circulus B, quorum minoris diameter ad diametrum
» majoris proportionem habebat quam unum ad quinquaginta, et proinde circulus ad
» circulum habebat quam unum ad duo millia et *quinquaginta* , per secundam
» duodecimi elementorum Euclidis, hoc est circulus major continebat minorem bis
» millies et quingenties, et tamen visus minor per perspicillum aequalem apparebat
» majori, viso ab oculo libero , et absque perspicillo. Perspicillum ergo objectum
» circulum minorem bis millies et quingenties reddebat majorem, quam in se esset,
» posita ut antea diximus, oculi ab objecto distantia palmorum octodecim. Similiter,
» descriptis duobis circulis A. et C. quorum minoris A. diameter, ad diametrum
» majoris C. proportionem habeat, quam habet unum ad quadraginta; idest circulus A.
» ad circulum C. quam unum ad mille et sexcenta, per eandem secundam duode-
» cimi Euclidis, visus minor circulus in distantia palmorum trecentorum, beneficio
» perspicilli aequalis apparebat majori, viso ab oculo libero, et absque perspicillo.
» Perspicillum ergo hoc nostrum circulum minorem reddidit respectu visus seu in
» apparentia millies et sexcenties majorem, quam in se esset, posita distantia ipsius
» ab oculo palmorum trecentorum.

» His praemissis, ut totius rei exordium ab ipsa Luna sumamus, certiores vos
» primo facio , in ea Lunae facie, quae ad aspectum nostrum vergit , nuper hoc
» perspicillo perspecta et deprehensa fuisse, et quidem saepius visa esse ea, quae
» jam pridem Sydereus ille Nuncius hisce fere verbis nunciarat. Ultra maculas illas
» majores , et antiquas etiam ab omni aevo cognitas , videri in ea alias plurimas
» per universam Lunae superficiem dispersas. Et quidem quarta aut quinta post
» conjunctionem die, cum splendida nobis suis offert se se cornibus terminus partem
» obscuram a tenebrosa (*luminosa*) dividens non ovata aliqua aut uniformi, sed ad-

» modum sinuosa linea designatur, ita ut ultra lucis tenebrarumque confinia com-
» plures veluti lucentes colles, hinc in partem obscuram, et contra tenebrosae veluti
» valles, inde lucentem partem excurrunt. Quinimo et maculas nonnullas nigri-
» cantes, plane a reliqua parte obscura avulsas in illuminatae Lunae parte depre-
» hendes, sed quod majorem affert admirationem, permultae apparent perlucidae
» cuspides aut quasi stellulae intra tenebrosam Lunae partem dispersae omnino ab
» illuminata plaga divisae et avulsae longoque spatio ab ea dissitae, quae paulatim,
» aliqua interjecta mora, magnitudine et lumine augentur, et post tres, aut quatuor
» pluresve horas, aliae citius aliae tardius reliquae parti lucidae conjunguntur. In-
» terim vero rursus aliae atque aliae similes lucidae cuspides aut stellae hinc
» atque hinc in tenebrosa parte emicant, crescuntque paulatim ut priores, donec in
» unam tandem et ipsae cum tota lucida parte superficiem coeant.

» Prae caeteris vero minoribus hisce Lunae maculis et varietatibus maxime
» spectabiles sunt duae. Prima circa priorem Lunae quadraturam prope inferius
» cornu ingens illa quidem, et quae instar tenebricosi cujusdam sinus depressique
» hyatus late luminosam ejus partem occupat, in cujus medio illustris quidam
» vertex omnino a reliqua luminosa parte avulsus, aliique deinde atque alii lucentes
» apices paulatim existere cernuntur, donec tandem in unum coeuntes, instar longi
» cujusdam promontorii longe lateque protendantur. Quo etiam tempore in extremis
» lunae cornibus splendidi quidam apices seu potius globuli, et quasi lucentia
» Rosarii granula, partim inter se nonnihil dissita, partim veluti filo copulata cer-
» nuntur, simulque maxime circa cornu inferius plurimae maculae bullarum instar
» clarissime videntur, quibus pars illa faciei lunaris ad modum caudae pavonis
» quibusdam quasi oculis distinguitur ac variatur.

» Altera vero Lunae varietas, non minus quam prior admiranda circa utramque
» quadraturam versus mediam ipsius faciem videndam se offert, reliquis et magni-
» tudine sua et figura perfecte rotunda spectabilior exhibetque quoad obumbrationem
» et illuminationem prospectum eundem quem in terris regio aliqua rotunda, altis-
» simis undique montibus a sole illuminatis conclusa exhiberet; non secus enim at-
» que si haec Lunae pars vallis foret aliqua profundior praealtis undique vallata
» jugis extremi ipsius termini prius quam partes mediae Solis radiis illustrantur.

» Ex quibus omnibus prior ille Nuncius firmissimum asserebat duci argumen-
» tum, lunare corpus figura nequaquam perfecte spherica, sed aspera admodum inae-
» qualique superficie circumscribi; praesertim eo quod dictae maculae partem quae
» solis locum respicit nigricantem habeant ex adverso a solis lucidioribus terminis
» quasi candentibus jugis coronentur. Quod si quis vestrum hujus aspectus causam
» densitatem raritatemque variam corporis lunaris, vel quid simile afferri posse putet,
» ego judicium meum non interpono, mihi enim utpote Nuncio, quae vidi et e coelo
» accepi de Lunae maculis narrasse sufficiat, vos de rerum consequentiis judicate;
» sed haec de Luna, ad stellas propero.

» Asserebat prior Nuncius detectas, hoc instrumento, stellas fixas poene innu-
» meras ab hominum memoria nec visas nec cognitas: ita profecto est. A. nemo
» vestrum ambigat aut dubitet. Veteres stellas numerarunt mille viginti duas,
» visu notabiles, eo quod plures intueri aut numerare non esset obvium, plures

» vero in Coelo delitescere non negarunt, immo id probabiliter (et Clavius in
» sua sphera diserte) suspicati sunt sicuti a Deo dictum est Abrahamo: *Nu-*
» *mera stellas si potes:* et ipso Tycho Brahe Astronomus incomparabilis centum
» facile, minimas licet, veterum stellis adjecit, ex quo sita et plus quam vulgari
» diligentia observationibusque assiduis a se deprehensas et quasi a latebris extra-
» ctas, reliquas vero, quae et diligentissimi observatoris aciem fugiunt, quis nisi
» hujus perspicilli, aliave simili adjutus industria videre, ac numerare queat? ita-
» que etsi veteres stellas numerare soliti sint mille viginti duas naturali oculorum
» acie notabiles, eo quod minores infra sextam magnitudinem cerni non possent,
» attamen hujus organi opportunitate sexcentas alias, immo multa earum millia et
» pene innumeras plerasque sexta magnitudine minores intueri licebit, quarum
» majores, quas magnitudinis septimae seu primae invisibilium (quarum etiam fa-
» cile sex differentiae deprehendentur) appellare possumus, ope perspicilli majores,
» clarioresque apparent, quam astra magnitudinis tertiae acie naturali visa. Ex uno
» hoc aut altero exemplo de reliquis conjecturam facite.

» In primo sex stellas tauri, quas plejádas vocant depinximus, quibus aliae
» plures quam quadraginta invisibiles adjacent, quarum vix ulla a praedictis sex
» ultra dimidiatum gradum elongatur. Harum nos hic triginta annotavimus, cum
» interstitiis magnitudinibusque novarum ac veterum. 2.^{m} exemplum, sit nebulosa
» inter duos asellos in constellatione Cancri quam praesepe vocant, haec non est
» unica stella nebulosa, ut primo aspectu apparet, sed (et idem judicium sit de aliis
» nebulosis) conferta stellarum plurimarum congeries. Ex quibus praeter asellos ul-
» tra triginta numeravimus hunc quem hic cernitis situm obtinentes. Cum ergo et
» illic loco sex septemve stellarum, et hic loco unius stellae numerare liceat stellas
» triginta aut quadraginta, et simile quid accidat in plerisque aliis Coeli partibus,
» quis dubitet loco stellarum mille viginti duarum ope perspicilli sexcentas alias
» immo, et plurima stellarum millia et videri et numerari posse?

» De Luna stellisque fixis hactenus festinanti mihi ad tertium et praecipuum
» caput, in quo maxime hominum laborat fides, idest ad quatuor novos Planetas
» veniendum est. Credo equidem non deesse, qui nisi aliquem dictorum Jovis Sa-
» tellitum, aut asseclarum ab ipso Jove sibi demissum in terras videant credituri
» vix sint, sed non vacat exiguis rebus adesse Jovi; interim tamen dum certiores
» e Coelo nunciis expediuntur, me, si placet, inde demissum creditote.

» Multa de his retulit prior Nuncius Sydereus, nimirum tres ex ipsis primum
» ab hominum memoria visos a Galileo circa Jovem septima Januarii die anni su-
» perioris, hoc situ
» in linea recta secundum Eclypticam. Quartum deinde die 13 Januarii deprehensum
» cum Jove tribus prioribus hoc ordine

» Et rursus die 15 omnes quatuor ante Jovem versus occidentem clarissime
» visos hoc ordine

» Denique postmodum saepius Januario reliquo, et Februario, eosdem fuisse
» notatos, varium et inter se, et cum Jove situm obtinentes. Similia ego hisce re-
» centioribus observationibus hujus anni (ut de praecedenti taceam) hoc perspicillo,
» hic habitas confirmo.

» Itaque anno hoc 1611 ineunte quarta Januarii, respectu Jovis ipsiusque
» diametri visualis hunc et inter se et cum Jove situm obtinebant..... reliquis
» vero hic annotatis diebus in ista conspiciuntur distantia ..... ita et mense
» Februario, Martio, Aprili. Denique et ipsius Maji, in quo jam versamur die 10ª
» hoc ordine visi sunt..... Quare et varium haec astra, et inter se et cum Jove situm
» saepius tenuisse manifestum omnino evadit, ut nequaquam fixas esse stellas sed
» erraticas plane, variasque omnino affirmandum sit. Habetis quaecumque ille prior
» Sydereus ad vos attulit Nuncius novis me internuncio confirmata observationibus
» Romanis.

» Verum tandem aliquando postquam jam altera illa stabilivi, et a me
» novi aliquid accipite, alteram, inquam, novamque in Veneris astro lunam. Sed an-
» tequam nostra proferam, ipsas primum hac de re quas affero Galilei ad Clavium
» datas litteras accipite.

» Aggressus fui, inquit, ante menses circiter tres Planetam Veneris statimatque
» coepit esse Hesperus, vespertinaeque apparitionis observare, vidique illum figurae
» rotundae at tamen exiguae; paulatim deinde recedens a sole major majorque ap-
» paruit, circularis tamen figurae permanens donec, a sole maxime digressus cepit,
» in parte a Sole aversa, a rotunda figura ita deficere, ut paucis post diebus ad figu-
» ram devenerit semicircularem, in qua aliquandiu permansit, donec rursus solem
» tendere cepit. Jam incipit apparere faciei manifeste corniculatae indiesque magis
» ac magis circumcidetur, quamdiu manebit Hesperus. Dum vero fiet Lucifer, vide-
» bimus subtilissima ipsius cornua aversa a Sole, et iterum circa maximam digres-
» sionem fiet semicircularis, talisque multis diebus apparebit, tandem a semicirculari
» figura transibit iterum celerrime ad circularem, eumque ita rotundum videbimus
» pluribus mensibus, sed ita exiguum, ut diameter ipsius, vix sextam diametri jam
» apparentis partem adaequet.

» En tibi jam certum Venerem moveri circa solem (et idem, procul dubio, di-
» cendum de Mercurio) tamquam centrum maximarum revolutionum omnium plane-
» tarum. Sed et illud indubitatum Planetas non nisi mutuato a Sole lumine illustratos
» splendescere, quod tamen non existimo verum esse in stellis fixis.

» Quod vero ad Saturnum attinet, vidi eum saepius, praesentibus plurimis, me-
» dium inter duas stellas sibi a latere utrinque affixas hac figura o⌒o praesertim
» vero ante menses aliquot cum major appareret, ex quo tempore jam multum est
» imminutus, stellis tamen collateralibus eundem situm obtinentibus, quae non zo-
» diaco sed aequinoctiali circulo parallelae esse videntur. Haec Galileus in litteris
» ad Clavium datis sub initium hujus anni.

» Quae vero a nobis circa haec observata sunt ita se habent. Multo ante quam
» hae litterae aut datae, aut scriptae forent, jam tum a mense Novembri, Mathematici
» nostri observandis suo perspicillo Jovialibus Planetis, eorumque et inter se et a
» Jove tum visuales Jovis diametros notandis intervallis intenti, cum subinde ex
» hac occasione, ut fieri solet, etiam Veneris astrum eodem perspicillo contemplaren-
» tur, nescio quid defectus in ejus corpore animadverterunt quod et si principio ipsi
» perspicillo, aut intermedio potius quam astro adscribendum quis suspicari potuis-
» set, non multo tamen post clarissime observatum fuit, non perspicilli fuisse de-

» fectum sed astri, Venerisque continuo decrescentis instar Lunae dum Soli appropin-
» quat; sed et circa idem fere tempus ipse Saturnus ad perspicilli examen revocatus
» deprehensus est figurae oblongioris fere hujuscemodi ⬭: stellulas vero laterales
» (ut quod res est ingenue fatear) distinctas et separatas, sive ab organi defectu,
» sive alia de causa videre nequaquam licuit. Interim prioribus circa astrum Veneris
» repetitis observationibus, ipsum in dies magis magisque deficere et constanter et
» liquido notatum fuit, non solum in principio, cum ejus diameter visa, ope perspi-
» cilli dimidiam Lunae diametrum adaequaret, sed etiam postea clarius cum certa
» quadam industria temperato perspicillo effectum est, ut et ipsam Lunae adaequaret
» diametrum. Quod deinde certius prae ceteris, illa quae ad vesperam Divi Antonii
» facta est observatio confirmavit. Venus ope perspicilli altero oculo visa ita aequalis
» apparuit Lunae altero oculo absque perspicillo visae, ut omnes quicumque utraque
» haec viderent astra (viderunt autem plurimi hic praesentes) aequalia inter se ea
» videre affirmarent. Successu deinde temporis altera haec Veneris luna conjunctione
» cum sole non solum novilunium passa est, sed et paulo post solem versus occi-
» dentem progressa, paulatim in cornua ad occidentem conversa, crescentis instar
» Lunae curvari visa est, indiesque conspicitur incrementa sumere et ad semicircu-
» larem paulatim figuram tendere, qualem Luna in quadraturis obtinere solet.

» An vero deinde circularis plenae instar Lunae videnda sit, et an haec varietas ex
» ipsius circulari motu circa centrum Solis, an vero aliunde proveniat, et id genus alia
» definire, aut investigare, nec hujus temporis, quod mihi jam elapsum sentio, nec
» mei est muneris qui non Vatem, aut arbitrum tantarum rerum, sed sydereum nun-
» cium acturus huc adveni, idque si ex animi vestri sententia praestiti agnosco be-
» nevolentiam vestram, sin minus imploro benignitatem vel ipso rerum inventarum
» prodigio. Dixi ».

In quale delle due strutture nervose dell'uomo prevalga la proporzione dell'Urea.

Memoria del socio ordinario S. CADET

letta nella seduta del 14 febbraio 1875.

Fra i prodotti della denutrizione fisiologica del corpo umano il più notabile è certamente l' *Urea* come quello in cui massima è la proporzione dell' azoto, risultando 100 parti di esso costituite da carbonio, idrogeno, azoto e ossigeno, di 46 6 di azoto cioè dire, di quasi la metà del composto. Il che la fa considerare come il principio organico più ossidato o, se piace meglio, il più decarbonizzato fra gli organici decompositivi *(Cours de Physiologie par* E. Küss, *Paris* 1872 *p.* 494. *Compendium de Physiologie humaine par* Julius Budge. *Paris* 1874 *p.* 302*)*.

Ma poichè dal corpo umano possono uscirne da 15 a 53 grammi in 24 ore secondo che il cibo che lo alimenta sia tutto vegetabile o tutto animale (Budge ivi p. 552), era da vedere donde provenissero i 15 grammi di azoto che escono sempre dalla nostra organazione , anche quando è alimentata dal solo vitto vegetabile.

Ora, dacchè i risultati delle sperienze escludevano che l'*Urea* provenisse tutta dai reni, pel crescere la proporzione di essa nel sangue quando questi non possono più adempiere il loro ufficio per morbo, per legatura o per sottrazione di essi; — poichè le analisi aveano escluso che provenisse apprezzabilmente da segrezioni che non fossero escretive e che provenisse avvertibilmente dalla scomposizione fisiologica del sistema de'muscoli (*Traité de Chimie anatomique et physiologique par* Ch. Robin *et* F. Verdeil, *Paris* 1854 *T. ij. p.* 506*; Elements d'Histologie humaine par* A. Koelliker , *Paris* 1856 *p.* 215; il De Liebig nel *Compendium* citat. *p.* 506*)*, — mi parve dal 1854 poterla meglio attribuire alla scomposizione fisiologica di un'altro sistema le cui funzioni fossero molto vive, qual'è il sistema nervoso *(Corrispondenza scientifica in Roma vol. vj a.* 1864 *p.* 423*)*.

Ma tale ipotesi non era convalidata da alcuna risultanza sperimentale.

Nel 1868 il sig. dott. Domenico Colapietro per incarico avutone, dal sig. prof. Guido Baccelli, analizzando l' urina di più infermi della nostra Clinica medica avvertì, essere notabile la proporzione dell'*Urea* in quella « di coloro in cui « l'organico logorio del sistema nervoso in ispecie centrale era aumentato. » Dal che avendolo io eccitato ad analizzare l'encefalo, gli occorse di scoprirvela *(Corrispond. scientif.* cit. *Vol. vij a.* 1868 *p.* 337 e *Giornale medico di Roma a.* 1869*, p.* 196*)*.

Successivamente il dott. Giuseppe Caroselli, per isventura poco appresso defunto, ricordò come il sig. dott. Samuele Haughton avesse trovato che in seguito a protratto lavoro cerebrale viene escreta più *Urea* che non in seguito a protratto lavoro muscolare corrispondentemente a quanto esso Caroselli aveva spe-

rimentato in se medesimo *(Giornale medico* cit. *ann.* cit. *p.* 545*)*. E il sig. STAEDELER ebbe estratto questo stesso principio dal cervello del cane *(Traitè d'Histologie et d'Histochymie par* H. FREY, *Paris* 1871, *p.* 43*)*.

Ma poichè il rispettabile mio collega sig. prof. ALIPRANDO MORIGGIA da quando era segretario dell'Accademia R. Medica di Torino avea tenuto in conto la mia ipotesi relativa a ciò e le osservazioni degli anzidetti signori dottori COLAPIETRO e HAUGHTON e del dott. CAROSELLI *(Giornale della* detta *Accademia, a.* 1870 *p.* 8*)*, avendolo io invitato a cercare se questo principio prevalesse nella struttura cinerea o non piuttosto nella bianca encefalica, gentilmente vi si era accinto con l'aiuto del sig. dott. ATTILIO BATTISTINI assistente del nostro Gabinetto di Fisiologia sperimentale nell'ottobre del 1873, tornò a farlo nel cominciar dell'ottobre prossimo decorso. E furono messi questa volta alla pruova quattro encefali e mezzo provegnenti dal prossimo Spedale, avendo cura di separarvi quanto si poteva la struttura grigia dalla struttura bianca, se non che, oppositamente a quello che era occorso l'altra volta con assai minore quantità di sostanza encefalica e che io credeva dovesse essere, la quantità dell'*Urea* invece di prevalere nella struttura cinerea prevalse nella bianca *(Atti di questa Accademia Serie ij. vol. j. p. xjv.)*.

Meditando su tale risultanza si trova, come questa appunto escluda che il detto principio possa provenire dal molto sangue che concorre nella struttura grigia in cui concorrono assai vasi, comprovando invece che proviene specialmente dalla bianca.

I cristalli di *nitrato di Urea* che ne derivarono veduti da noi tre, furono veduti anche dal sig. dott. COLAPIETRO succitato, da alcuni studenti come il sig. FRANCESCO LEGGE il sig. CARLO BAGNIS ch' ebbe ritratto le forme d' alcuni di essi e da altri.

Adunque, il principio denutritizio più notabile, se occorre nella struttura encefalica del cane, occorre di preferenza, nella struttura bianca encefalica dell' uomo, donde si può credere che occorra in ogni altra struttura nervosa.

Possiamo quindi tenere oggimai per ipotesi non certo arrischiata che l'*Urea* del sangue provenga, se non proprio in tutto, in massima parte dal sistema dei nervi e che dal sangue vada alle ghiandole p. e. salivari secondo il Sig. PETTENKOFER (FREY op. cit. p. 45) e agli umori degli occhi secondo il Sig. MILLON (ROBIN e VERDEIL op. cit. *T. ij. p.* 409). Che se la molto scarsa *Urea* primitiva dal solo sangue embrionale, pei corpi del WOLF passi nel liquido allantoidico *(Nouveaux éléments d'Anatomie descriptive et d'Embryologie par* H. BEAUNIS *et* A. BOUCHARD, *Paris* 1868 *p.* 955) l'*Urea amniotica,* è forse da attribuire in parte al sangue della pregnante perciò che, nella vita entrouterina prevalendo di gran lunga il processo nutritizio, al denutritizio, il sangue del portato non possa raccogliere molte molecole di tal principio dagli apparecchi e dagli organi da scevrarsene per la cute e per la vescica urinaria di esso. Il che per opposito ha luogo per le ghiandole sudoripare secondo il FAVRE il PICARD e il FUNKE (FREY op. e l. cit.) e per la vescica com'è noto, a misura che procedendo la vita estrauterina, vengono crescendo le funzioni dei nervi e in ispecie del cervello, per decrescere nella estrema vecchiezza quando decresce l' operosità in particolare di quest' organo. Non sembra

quindi assurdo proporre che, siccome dal contenuto del canale digestivo degli erbivori alquanta glucosa perviene al chilo e al sangue delle vene mesenteriche però a quello della vena porta, - così appunto ne' carnivori, dal contenuto del loro canale digestivo, se il loro cibo consti in molta parte di struttura nervosa, alquanta *Urea* possa pervenire ai loro vasi chiliferi e alle loro vene mesenteriche e porta. Ma quella pervenuta dal canale digestivo nel fegato, parrebbe dovesse occorrervi consociata con l'altra procedente dal sistema nervoso dello stesso carnivoro, proprio come la glucosa digestiva si consocia con l'epatica nel fegato dello stesso erbivoro in cui fu proceduta.

La quale proposta acquisterebbe un grado notabile di probabilità se il Wurtz avesse affermato d'aver tratto la sua *petite quantité d'*urée dai vasi chiliferi maggiori da qualche carnivoro (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences* di Parigi *T. xxjx a.* 1859 *p.* 52) e se constasse che parimenti dal fegato di qualche carnivoro il Sig. Meissner avesse tratto la sua *epatica Urea* (Budge op. cit. *p.* 302).

Ma se possiam credere che il menzionato principio denutritizio provenga solo o massimamente da altri nervei albuminosi privati dello zolfo e di molta parte del loro carbonio per ossidazione successiva di questo; non perciò siam pervenuti a conoscere il come que' principî albuminosi nutritizj cessino dall' essere tali, dando luogo alla formazione di altri, la cui successione ignoriamo, l' ultimo de' quali o soltanto, o in massima parte nel sistema de' nervi divenga l'*Urea* cioè il derivato albuminoso quadernario più decarbonizzato fra quanti ne occorrono nell' animale organazione.

Intanto egli sembra che l'avere adoperato a determinare donde provenga l'*Urea* o in tutto o in massima parte, possa giovare per la diagnosi di condizioni morbose che travagliano o direttamente o indirettamente il più cospicuo d'ogni altro nostro organico sistema.

Nota intorno ad una Superficie di 8.° Ordine
per G. BATTAGLINI

comunicata nella Sessione 3ª del 14 febbraio 1875.

L'oggetto di questa breve Nota si è d'indicare un modo di generazione della superficie di Potenziale nullo, relativamente a tre centri di forze, attrattive o ripulsive, che agiscono proporzionalmente alle masse, ed in ragione reciproca dei quadrati delle distanze.

1. Essendo r_1, r_2, r_3 le distanze di un punto p dello spazio da tre punti $\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2, \mathrm{p}_3$, appartenenti al piano P, e k_1, k_2, k_3 tre coefficienti costanti, consideriamo la superficie F rappresentata dall'equazione

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{k_1}{r_1} + \frac{k_2}{r_2} + \frac{k_3}{r_3} = 0.$$

Ponendo

$$\frac{r_1}{u_1} = \frac{r_2}{u_2} = \frac{r_3}{u_3},$$

e fra i parametri u_1, u_2, u_3 la relazione

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{k_1}{u_1} + \frac{k_2}{u_2} + \frac{k_3}{u_3} = 0,$$

le tre superficie S_u rappresentate dalle equazioni

$$\frac{r_2}{u_2} - \frac{r_3}{u_3} = 0, \quad \frac{r_3}{u_3} - \frac{r_1}{u_1} = 0, \quad \frac{r_1}{u_1} - \frac{r_2}{u_2} = 0,$$

avranno una stessa curva s_u d'intersezione, la quale apparterrà alla superficie F.

Ciascuna delle superficie S_u è una sfera, locale dei punti p, di cui le distanze r_i, r_j da due punti fissi $\mathrm{p}_i, \mathrm{p}_j$ $(i, j = 1, 2, 3)$ sono tra loro nel rapporto $u_i : u_j$. Il centro π di S_u appartiene alla retta $\mathrm{p}_i\,\mathrm{p}_j$, ed indicando con $\mathrm{p}', \mathrm{p}''$ i punti d'incontro di questa retta con S_u, si avrà, come è noto,

$$(3) \quad \ldots \quad \pi\,\mathrm{p}_i \cdot \pi\,\mathrm{p}_j = \frac{1}{4}\,\overline{\mathrm{p}'\,\mathrm{p}''}^2, \qquad \pi\,\mathrm{p}_i : \pi\,\mathrm{p}_j = u_i^2 : u_j^2.$$

Dalla prima di queste relazioni si deduce evidentemente che le sfere S_u tagliano ortogonalmente la sfera S, che ha per centro e per raggio il centro p_o ed il raggio R del circolo S_o circoscritto al triangolo $p_1\ p_2\ p_3$; sicchè s_u è il circolo comune a tutte le sfere che avendo, insieme con le tre sfere S_u, i centri sopra una retta R_u di P, tagliano ortogonalmente la sfera S. Il piano P_u di s_u passa per la retta perpendicolare al piano P in p_o, sulla quale i due punti immaginarii π', π'' definiti da $p_o\ \pi' = R\sqrt{-1}$, e $p_o\ \pi'' = -R\sqrt{-1}$, sono comuni a tutti i circoli s_u. Se pel punto p_o si tiri nel piano P_u una retta r, i suoi punti d'incontro p', p'' col circolo s_u danno la relazione $p_o\ p' .\ p_o\ p'' = R^2$; i punti di F si corrispondono quindi a due a due sulle rette r che passano per p_o, formando coppie p', p'' di punti coniugati rispetto alla sfera S. Segue da ciò che la superficie F è *annallagmatica* rispetto al punto p_o, col modulo R, o sia è inversa di se stessa rispetto alla sfera S. I punti p'_o, p''_o, nei quali il circolo s_u incontra il piano P, appartengono alla curva F_o d'intersezione di questo piano con la superficie F; essi sono per dritto con p_o, coniugati rispetto al circolo S_o, e sono i punti comuni a tutti i circoli che, avendo i centri sulla retta R_u, tagliano il circolo S_o ortogonalmente. La curva F_o è inversa di se stessa rispetto al circolo S_o; descritta questa curva, se sulla retta $p_o'\ p_o''$, che unisce due suoi punti coniugati rispetto ad S_o, come diametro, e nel piano P_u perpendicolare a P, si descrive il circolo s_u, questo apparterrà alla superficie S.

Nel piano P_u il circolo s_u ed il circolo massimo della sfera S si tagliano ortogonalmente in due punti p_u', p_u'', appartenenti alla curva d'intersezione della superficie F con la sfera S; la congiungente di quei due punti incontra il piano P nel punto p_u, che è il polo della retta R_u rispetto al circolo S_o, sicchè variando i parametri u_1, u_2, u_3 in (2), la locale del punto p_u, o sia la proiezione ortogonale sul piano P della curva d'intersezione della superficie F con la sfera S, sarà la curva polare reciproca dell'inviluppo delle rette R_u, rispetto al circolo S_o.

2. Cerchiamo ora l'inviluppo delle rette R_u. Siano v_1, v_2, v_3 le coordinate triangolari di un punto v del piano P rispetto al triangolo fondamentale $p_1\ p_2\ p_3$; le coordinate V_1, V_2, V_3 della retta V rappresentata dall'equazione

$$V_1\, v_1 + V_2\, v_2 + V_3\, v_3 = o,$$

saranno proporzionali alle distanze di questa retta dai vertici del triangolo fondamentale.

Ciò posto, per la seconda delle relazioni (3) del numero precedente, l'equazione della retta R_u sarà

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u_1^2\, v_1 + u_2^2\, v_2 + u_3^2\, v_3 = o,$$

sicchè per le coordinate di questa retta si avrà

$$\frac{V_1}{u_1^2} = \frac{V_2}{u_2^2} = \frac{V_3}{u_3^2};$$

adunque eliminando dall'equazione di condizione

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{k_1}{u_1} + \frac{k_2}{u_2} + \frac{k_3}{u_3} = o,$$

i parametri u_1, u_2, u_3, si avrà per equazione tangenziale dell'inviluppo cercato

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{k_1}{\sqrt{V_1}} + \frac{k_2}{\sqrt{V_2}} + \frac{k_3}{\sqrt{V_3}} = o,$$

o sia

$$\frac{k_1^4}{V_1^2} + \frac{k_2^4}{V_2^2} + \frac{k_3^4}{V_3^2} - 2\,\frac{k_2^2\,k_3^2}{V_2\,V_3} - 2\,\frac{k_3^2\,k_1^2}{V_3\,V_1} - 2\,\frac{k_1^2\,k_2^2}{V_1\,V_2} = o.$$

Cercando poi con i noti metodi l'equazione di questo inviluppo in coordinate del punto, si troverà

$$(4) \quad \ldots\ldots \quad \sqrt[3]{k_1^2\,v_1} + \sqrt[3]{k_2^2\,v_2} + \sqrt[3]{k_3^2\,v_3} = o,$$

o sia

$$(k_1^2\,v_1 + k_2^2\,v_2 + k_3^2\,v_3)^3 - 27\,k_1^2\,k_2^2\,k_3^2\,v_1\,v_2\,v_3 = o.$$

Adunque l'inviluppo delle rette R_u è una curva di 3° ordine, e di 4ª classe; il punto doppio è determinato dalle equazioni

$$k_1^2\,v_1 = k_2^2\,v_2 = k_3^2\,v_3,$$

le tre tangenti d'inflessione sono i lati del triangolo fondamentale, ed i tre flessi appartengono alla retta

$$k_1^2\,v_1 + k_2^2\,v_2 + k_3^2\,v_3 = o,$$

o sia alla polare del punto doppio rispetto al triangolo fondamentale.

Essendo l'inviluppo delle rette R_u di quarta classe, vi saranno quattro rette R_u che passano per un punto assegnato v; ad ognuna di queste rette corrisponde un circolo s_u di F, e questi quattro circoli apparterranno alla sfera di centro v, ed ortogonale ad S; se il punto v è all'infinito in una data direzione, i circoli corrispondenti s_u di F apparterranno al piano P_u condotto per p_o, e perpendicolare alla data direzione. Adunque la superficie F è di 8° ordine, ed ha per punti quadrupli i due punti immaginarii π', π'' comuni a tutti i circoli s_u, e per linea quadrupla il circolo immaginario all'infinito.

3. Consideriamo i parametri u_1, u_2, u_3 come coordinate di un punto u, del pari che v_1, v_2, v_3 sono coordinate di un punto v, e poniamo fra questi due punti u e v la dipendenza espressa dalle relazioni

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u_1 v_1 = u_2 v_2 = u_3 v_3 ;$$

similmente poniamo fra due rette U e V di coordinate U_1, U_2, U_3 e V_1, V_2, V_3 la dipendenza espressa dalle relazioni

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad U_1 V_1 = U_2 V_2 = U_3 V_3 :$$

se i punti u e v sono nella dipendeuza (1), le loro rette polari U e V rispetto al triangolo fondamentale $\mathrm{p}_1 \mathrm{p}_2 \mathrm{p}_3$ saranno nella dipendenza (2); le congiungenti dei punti *corrispondenti* u e v con ciascun vertice del triangolo fondamentale incontrano il lato opposto in due punti equidistanti dal suo punto medio, e lo stesso ha luogo per i punti d'incontro del medesimo lato con le rette *corrispondenti* U e V.

In queste dipendenze, se il punto v appartiene ad una retta V, il punto corrispondente u apparterrà alla conica circoscritta al triangolo fondamentale, che ha per polo della retta U, corrispondente a V, il polo di U rispetto allo stesso triangolo: similmente se la retta V appartiene ad un punto v, la retta corrispondente U apparterrà alla conica inscritta nel triangolo fondamentale, che ha per polare del punto u, corrispondente a v, la polare di u rispetto allo stesso triangolo.

Ciò posto: per costruire i circoli s_u della superficie F, si prenda ad arbitrio un punto v della retta V rappresentata dall'equazione

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad k_1 v_1 + k_2 v_2 + k_3 v_3 = 0,$$

che è la corrispondente della retta U, polare del punto di coordinate k_1, k_2, k_3 rispetto al triangolo fondamentale: le coordinate u_1, u_2, u_3 del punto u corrispondente di v, soddisferanno allora alla condizione

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{k_1}{u_1} + \frac{k_2}{u_2} + \frac{k_3}{u_3} = 0;$$

le tre sfere S_u corrispondenti a questi valori dei parametri u_1, u_2, u_3 avranno per diametri, in grandezza e posizione, i segmenti determinati su ciascun lato del triangolo fondamentale dalle congiungenti del punto v con i vertici di questo triangolo, e dalla retta polare di v rispetto al medesimo triangolo; costruite le suddette tre sfere S_u, il loro circolo comune s_u apparterrà ad F.

Per determinare i quattro circoli s_u di F che appartengono alla sfera ortogo-

nale ad S, col centro in un punto qualunque v del piano P, si determineranno i punti u comuni alle due coniche

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \begin{cases} \dfrac{k_1}{u_1} + \dfrac{k_2}{u_2} + \dfrac{k_3}{u_3} = o, \\ v_1 u_1^2 + v_2 u_2^2 + v_3 u_3^2 = o, \end{cases}$$

e passando da questi ai quattro punti corrispondenti v della retta (3), si costruiranno come sopra i circoli richiesti s_u. O pure altrimenti, si determinino le rette U tangenti comuni delle coniche

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \begin{cases} k_1\sqrt{U_1} + k_2\sqrt{U_2} + k_3\sqrt{U_3} = o, \\ \dfrac{v_1}{U_1} + \dfrac{v_2}{U_2} + \dfrac{v_3}{U_3} = o, \end{cases}$$

le loro quattro rette corrispondenti V saranno le rette R_u che passano pel punto dato v, per mezzo delle quali si costruiranno poi facilmente i circoli richiesti s_u.

La prima delle equazioni (6) è l'equazione tangenziale della conica circoscritta al triangolo fondamentale, per la quale la polare del punto di coordinate k_1^2, k_2^2, k_3^2 è la polare dello stesso punto rispetto al triangolo fondamentale. La seconda poi delle equazioni (6) è l'equazione tangenziale della conica inscritta nel triangolo fondamentale, inviluppo delle rette U, di cui le rette corrispondenti V passano pel punto di coordinate v_1, v_2, v_3.

Se il punto v del piano P è all'infinito in una data direzione, procedendo come sopra si otterranno i circoli s_u di F, che appartengono al piano P_u condotto per p_o, e perpendicolare alla data direzione.

Indichiamo con Σ la curva di 3° ordine e di 4ª classe, inviluppo delle rette R_u; se da un punto v del piano P si tirano a Σ le tangenti, queste sono le rette R_u corrispondenti ai quattro circoli s_u di F, che appartengono alla sfera S_v di centro v, ed ortogonale ad S; ora se il punto v appartiene a Σ, due dei circoli s_u coincidono in un solo, secondo il quale S_v tocca F, sicchè la superficie F può considerarsi come l'inviluppo delle sfere S_v, che avendo i centri sulla curva Σ, tagliano la sfera S ortogonalmente, ovvero passano tutte per l'uno, e perciò per l'altro, dei due punti fissi π', π''; se v è uno dei tre flessi di Σ, tre dei circoli s_u coincidono in un solo, che sarà perciò un circolo *cuspidale* di F, e le tre sfere corrispondenti S_v, che passano rispettivamente per questi circoli cuspidali, avranno uno stesso circolo di comune, per essere quei tre flessi in linea retta; se v è il punto doppio (punto isolato, essendo i tre flessi reali) di Σ, la sfera S_v toccherà F secondo due circoli (immaginarii) s_u; finalmente se v è uno dei tre punti all'infinito di Σ, due dei quattro circoli s_u di F, appartenenti al piano P_u condotto per p_o, e perpendicolare

ad un assintoto di Σ, coincidono in un solo, sicchè P_u toccherà F secondo questo circolo. — Un circolo s_u di F è reale o immaginario, secondo che la retta corrispondente R_u incontra il circolo S_o in due punti immaginarii o reali, e quel circolo s_u si riduce ad un punto (o altrimenti a due rette immaginarie) se R_u è tangente di S_o; questi circoli infinitamente piccoli s_u di F sono gli otto punti di contatto di S_o con le tangenti comuni di S_o e Σ, i quali sono ancora i punti d'incontro di S_o con la curva di 4° ordine, proiezione ortogonale sul piano P della curva d'intersezione di F ed S.

Se p', p'' sono due punti di F, coniugati rispetto ad S, si può osservare che il punto medio π del segmento $p'p''$ apparterrà ad una superficie Φ, la quale è segata da ogni piano P_u condotto per p_o, e perpendicolare a Φ, secondo quattro circoli; questi circoli toccano tutti in p_o la perpendicolare al piano P, ed hanno per diametri i segmenti terminati in p_o, e nei centri dei circoli s_u di F. La superficie Φ è di 8° ordine; essa ha il circolo immaginario all'infinito per linea quadrupla, ed il punto p_o per punto quadruplo, col cono tangente corrispondente ridotto ad una linea retta; la sezione Φ_o di Φ con P (locale dei centri dei circoli s_u) è la curva *pedale* di Σ rispetto al punto p_o.

Sulla coincidenza di perturbazioni del magnetismo terrestre e di attacchi nervosi.

Sui dati fisiologici della trasfusione del sangue.

Comunicazioni del Prof. MAGGIORANI

lette nella seduta del 5 aprile 1874.

Partecipo all'Accademia due osservazioni, i cui soggetti, comunque attinti a sale di clinica medica, han pure un carattere scientifico da potersi presentare a questa nostra Adunanza.

La prima si riferisce a modalità occorse nell'andamento di malattie del genere nervoso in quella notte tempestosa e nevosa che precedè l' undici marzo, e nella mattina dello stesso giorno. Avvenne cioè che epilettici, paralitici ed isteriche offrissero contemporaneamente attacchi di nervi a cui da lungo tempo non andavano più soggetti. Il fatto fu in ispecie notevole per i due giovani già affetti da epilessia a frequenti accessi, e che sottomessi alla cura crescente del famigerato bromuro di potassio se n'erano liberati in modo che da più di un mese non se ne vedesse più traccia, e se permettevasi loro di occupar tuttavia un letto di clinica, gli era solo per meglio accertare la stabilità della guarigione. Or bene que' due supposti guariti di età assai diversa, poichè l' uno fanciullo e l' altro adolescente, e di cui l' uno non poteva essere spettatore delle convulsioni dell'altro, provarono in quella notte, e nella mattina successiva ripetuti attacchi di epilessia, come non glie n'erano mai incolti con tale frequenza dacchè erano stati ammessi nella nostra Sala. Così pure un emiplegico in quella stessa circostanza soffrì movimenti involontarî molestissimi agli arti affetti ad un grado più intenso che in qualunque altra volta, e nella sala delle donne una isterica che da molti giorni aveva i nervi in perfetta calma ebbe a patire ambascia e difficoltà di respiro per gran parte di quella notte. Questa coincidenza di attacchi nervosi è troppo solenne per sospettarla fortuita, e volendo quindi cercarle una causa, la più probabile che ci si offra è la perturbazione del magnetismo terrestre, indicata dagli stromenti destinati ad esplorarne le vicende negli Osservatorî Astronomici, e che incominciata fin dai primi di Marzo, fra il decimo e l'undecimo raggiunse elevatissimo grado.

Ho detto la *causa più probabile,* non dissimulando come lo squilibrio barometrico, il termometrico, l' igrometrico, le variazioni dei venti e le mutate condizioni dell'elettricità atmosferica potrebbero anch'esse chiamarsi in colpa dei ridetti fenomeni nervosi. Peraltro sulla maniera di agire di simiglianti alterazioni siamo in qualche modo ammaestrati dalla esperienza, per credere poco verisimile che

alcuna di esse potesse essere stata così potente da indurre in breve intervallo ripetuti accessi epilettici in chi ne era libero da lungo tempo. Ed infatti si mantiene che gli sbilanci barometrici inducano maggiori molestie ai cardiaci e favoriscano le emorragie, in ispecie le cerebrali: ed insegnaci che le rapide vicende di temperatura siano piuttosto infeste alla respirazione rendendo l'uomo più proclive alle infiammazioni della trachea, de' bronchi e del polmone, come pure che l'aumento notevole della umidità agevoli lo sviluppo delle febbri intermittenti e dei reumatismi. Mi sono trovato più volte a fronte col noto scirocco che a quando a quando infuria a Palermo, nè vidi mai quali effetti di esso gli attacchi nervosi. E quanto all'azione della elettricità, se le correnti dirette di questo agente non sogliono produrre assalti convulsivi negli epilettici e nelle isteriche, non si avrebbe ragione sufficiente a sospettare che tali manifestazioni venissero provocate dallo squilibrio della elettricità atmosferica. Rimarrebbe adunque alla disordinata circolazione del magnetismo terrestre il privilegio di turbare le funzioni del sistema nervoso nei suscettivi a provarne la influenza. Del resto non è questa la prima volta che vien segnalata la corrispondenza fra le perturbazioni dei magneti registrate nelle tabelle delle specule e la maggiore agitazione dei mentecatti. Al manicomio di Roma se n'è già raccolto qualche esempio, e fatto di pubblico diritto.

Pertanto, senza avventurar giudizii che sarebbero tuttora immaturi io credo che la scienza debba prender nota di questa corrispondenza fra le ridette perturbazioni del magnetismo terrestre e le recrudescenze delle affezioni nervose, aspettando che un maggior numero di osservazioni, ed una saggia critica esercitatavi intorno, ci autorizzino a trarne corollari, che assumano veste di verità irrecusabili.

La seconda notizia riguarda la trasfusione del sangue. Questa operazione praticata già dai Maggiori e dimenticata per tanto tempo risorse oggi a nuova vita, e fondata su più saldi principii di fisiologia e di patologia si circonda di liete speranze. Noi l'abbiamo usata tre volte, in individui di diverse età, di sesso diverso e sempre in casi di profonda anemia cagionata da perdite di sangue o da inanizione. Ci siamo serviti del metodo da braccio a braccio e da vena a vena, attuato coll'ingegnoso ordigno imaginato da un allievo di questa scuola romana, il Signor P. Postenski, che ebbe pure la cortesia di incaricarsi della esecuzione. È uno stromento di facile e pronta applicazione, che scansa la introduzione dell'aria, che non sottopone il sangue ad alcun processo preventivo, ma lo trasfonde nel malato tale e quale circolava nel sano.

Dei tre casi in cui fu praticata la trasfusione il più meritevole di menzione è quello di una sessagenaria affetta da carcinoma dell'utero e quindi soggetta di tempo in tempo a metrorragie, la quale avendo sofferto durante l'operazione assai maggiore conturbamento degli altri, fu poi quella che ne risentì a preferenza il vantaggio. A somiglianza di quell'Arburo, di cui ci ha lasciata la storia Devis, che sottoposto per la terza volta alla trasfusione del sangue di pecora il 20 Novembre del 1667 e cominciato appena il gittamento del fluido entro la vena cominciò a lagnarsi di grave oppressione, gridando « *arretes: je me meurs, je suffoque.* » la nostra inferma esclamò parimenti: « *io soffoco, io muoio* »; lagnandosi

in pari tempo di oscuramento della vista e di vivi dolori lungo lo speco vertebrale e alla regione del sacro; ma mentre il Francese ebbe realmente a morire nell'atto della trasfusione la Fiorentina passò presto dallo stato di turbamento a quello di quiete e poco dopo di ben essere di tutta la macchina.

Ho voluto rammentarvi il fatto narrato dal Devis, dappoichè esso è un punto rilevante nella storia della trasfusione del sangue, essendo appunto quell' avvenimento che motivò la famosa sentenza della Corte dello Chastelet che proibiva di procedere a detta operazione, senza che fosse stata antecedentemente approvata dai medici della facoltà di Parigi.

Tornando alla nostra inferma, nei primi giorni successivi alla trasfusione essa dichiarava apertamente di sentirsi rinforzata, e toscana com' è, esprimeva in bei modi la sua gratitudine allo studente generoso che le aveva somministrato il suo sangue. È decorso omai un tempo a bastanza lungo (100 giorni) dopo l'operazione e se non poteva aver migliorato nel processo morboso, trovasi però in condizioni men tristi quanto all'universale. Si è confermato in questo esempio quel che già trovasi avvertito nei documenti della medica letteratura: cioè che la malattia in cui la trasfusione del sangue ha fatto migliori prove gli è appunto la metrorragia.

Negli altri due; cioè nella sarta torinese di 33 anni affetta da stenosi pilorica con dilatazione ed ulcerazione dello stomaco, e nel giovane trilustre segatore di pietre ammalato di porpora emorragica, l' una e l' altro grandemente deperiti per continue perdite di sangue, e per difficoltà di ripararlo col cibo: la trasfusione del sangue non indusse altro mutamento che un lieve rubore sulle gote, e sulle labbra conservatosi per breve tempo, due o tre decimi di aumento della temperatura e qualche maggior frequenza del polso, e del respiro durata pure per breve tempo.

La donna sopravvisse all'operazione 15 giorni e il giovane 26, e nell'esercizio clinico furono esposti gli argomenti comprovanti che la trasfusione non aveva avuto la più piccola parte nel triste esito; il quale nella sarta rendevasi inevitabile per la natura e per la complicazione del processo morboso; e nel segatore fu determinato da un rammollimento cerebrale in seguito di un focolare emorragico: circostanza che non è inusitata nella porpora, indipendentemente da qualunque intervento dell'arte.

Dal complesso dei fatti osservati io credo che sarà nata in voi la persuasione che se dalla trasfusione del sangue non sono da aspettarsi i miracoli vaticinati dai troppo caldi proseliti di tale operazione, essa intanto difficilmente potrà recar danno ovunque circondisi delle dovute cautele, e in molti casi è destinata a recar benefizio non solo nell'anemia primaria ma ben anco nella consecutiva ad infermità che han portato gran detrimento al processo di nutrizione.

Le nostre osservazioni erano in acconcio di confermare i postulati fisiologici già dedotti dallo studio di altri casi e degli sperimenti sugli animali: cioè

1° Che l'onda pulsativa del sangue è più cospicua negli adulti che nei giovani, e nei primi tanto maggiormente li quanto più si approssimano alla vecchiezza: e ciò attesa la diminuzione della elasticità delle pareti arteriose e la crescente rigidità delle medesime.

2° Che il sangue venoso, comunque abbondante di gas carbonico e di materiali regressivi, nondimeno per la facilità e prontezza ond'esso se ne spoglia colla

respirazione e con alcune secrezioni, e per ciò che è ad un tempo a bastanza ricco di materiali formativi attinti alle vie dell'assorbimento, non riesce di danno all'organismo; specialmente se tratto da un giovane sano, vigoroso e che respirava liberamente allorchè offrì la sua vena ad incidersi.

3° Che l' aumento della pressione intra-vasale determinato dall' ingresso del nuovo sangue trasfuso nel torrente della circolazione si esercita principalmente sul sistema capillare, come lo mostrano il vermiglio delle gote e l' imporporarsi delle labbra pochi istanti dopo la trasfusione: che peraltro la brevissima durata di tali arrossamenti li significa originati da meccanica distensione dei piccoli vasi, più che paralisi vasomotrice, come alcuni opinarono. La dilatazione delle reti capillari si verifica senza sconcerto immediato, ancorchè si trattasse di malattia emorragica.

Scoperta di minerali d' Argento in Sardegna
Nota dell'Ing. EUGENIO MARCHESE
comunicata dal socio Q. SELLA
nella seduta del 14 febbraio 1875.

Solo chi ha minutamente visitato e studiato quei tratti dell'isola di Sardegna nei quali si presenta al giorno il terreno siluriano può farsi un concetto della ricchezza realmente eccezionale in giacimenti metalliferi che il medesimo presenta.

Le ricerche minerarie che quà e là si vanno facendo nei limiti di esso, sebbene in iscala ancora di gran lunga inferiore all'importanza, e al numero delle giaciture metallifere che tutt'ora rimangono completamente inesplorate, mettono nonpertanto continuamente allo scoperto nuovi modi di giacimento metallifori, e nuovi minerali industrialmente coltivabili.

Una delle più recenti scoperte, si è quella di minerali d' argento in quantità industriale e ricchezza notevolissima; fatta nello scorso mese di Gennaio in filone regolare del distretto d' Iglesias, presso Fluminimaggiore. L' argento si trova sempre nel distretto d' Iglesias in maggiori o minori proporzioni coi minerali di piombo, dei quali sono, per così esprimermi, innumerevoli le giaciture. Esso accompagna la galena nei filoni regolari che attraversano la formazione scistosa, come accompagna la galena e il carbonato di piombo nelle giaciture che s'incontrano nella formazione calcarea. Queste ultime possono distinguersi in due grandi classi rispetto alla loro ricchezza in argento; i giacimenti concordanti colla stratificazione del calcare; ordinariamente poco ricchi in argento: e quelli che attraversano la formazione stessa, sotto forma di filoni regolari di spaccatura e caratterizzati da matrice quarzosa, ordinariamente meno ricchi in piombo ma molto più ricchi in argento. Egli è su codesti filoni regolari di spaccatura che i lavori antichi si trovano più sviluppati, ed hanno raggiunto più considerevoli profondità dalla superficie (fino 100-150 metri). Ma in tutte queste giaciture fra loro diverse e per la formazione che le contiene e per la natura del vano in cui si sono deposte, e più ancora per differenza di matrici, e differenza di direzione e di età geologica, sebbene varia sia del pari la ricchezza in argento dei minerali di piombo che ne contengono, l'argento si trovò però sempre mascherato dalla galena, e veri minerali d'argento, sui quali non cada dubbio, non si sono mai rinvenuti; o per lo meno non così ripetutamente da poter ritenere la loro presenza come un fatto d' importanza industriale o anche solo un fatto geologico, caratterizzante una data classe di giaciture.

Così stavano le cose fino a tutto il 1870, ed infatti il Sella nella sua relazione sulle miniere della Sardegna (1) parla della scoperta di esemplari, ma solo di campioni, di Argento nativo e di Pirargirite con minerali di Nichelio e Cobalto ne' filoni a matrice

(1) Quintino Sella. Sulle condizioni dell'industria mineraria dell'Isola di Sardegna. Relazione alla Commissione parlamentare d'inchiesta. Camera dei deputati tornata del 3 Maggio 1871.

di fluorite, nella miniera di Nieddoris e cita esemplari di Argento nativo a Monte Narba nel Sarrabus (pag. 49). Però più innanzi a pag. 52 egli aggiunge: « Gli » antichi che lavorarono nel distretto di Iglesias menzionarono delle *vene argen-* » *tifere* nelle giaciture..... Però nei filoni ai quali abbiam accennato se trovansi » minerali di piombo molto argentifero, non venne ancora constatato si trovino » veri minerali (nel senso industriale) d' argento, e ci resta così il dubbio sulla » vera natura dei minerali da cui quegli antichi estraevano l'argento, che pare fosse » l'oggetto principale delle loro ricerche, e di cui realmente giunsero ad ottenere » una produzione assai ragguardevole che lasciò al paese la fama di argentifero. » Ciò nondimeno essendo vero il fatto essenziale dell' esistenza di minerali molto » ricchi di questo metallo, ci resta la fondata speranza che col proseguire i lavori » se ne possano rintracciare cospicue vene. »

Il pronostico non tardò ad avverarsi. Importanti quantità di minerali argentiferi si scoprirono nel Sarrabus, nella zona orientale dell'isola. Quivi un filone regolare che attraversa dall'est all'ovest la formazione scistosa e che è stato esplorato sopra parecchi chilometri presenta importanti arricchimenti di minerali d'argento propriamente detti, ed ha dato luogo ad importanti coltivazioni. Negli anni 1872-73 e 1873-74 si estrassero 432 tonnellate di minerale che, diedero 120 tonnellate di piombo e 5605 chilogrammi di Argento, locchè cerrisponde ad una ricchezza media di 13 chilogrammi d'Argento per tonnellata di minerale, e di 4, 7 per cento di piombo estratto dal minerale.

I minerali che formano la base di questa produzione sono l'Argentite (solfuro d'Argento) e l'Argento nativo: accidentalmente il Kerato (cloruro d'argento) e la Pirargite (Argento rosso, ovvero solfoantimoniuro d'Argento) oltre Galena, Blenda e raramente Nichelina e Cobaltina. Le matrici ordinarie sono la Fluorite, il Calcare, la Baritina, il Quarzo.

Ma nel distretto di Iglesias i filoni regolari di spaccatura che attraversano la formazione scistosa dei terreni siluriani non avevano sinora, al pari dei giacimenti della formazione calcare, fornito che minerali di piombo variamente argentiferi; senza presentare minerali d'argento propriamente detti.

Solo alcuni esemplari (d'interesse esclusivamente mineralogico) d'Argento nativo, erano stati rinvenuti parecchi anni or sono nell'interessante filone di Nieddoris, nel distretto di Flumini maggiore indicato col N° 224 nella Carta mineraria della Sardegna annessa alla Relazione di Sella. In esso si presentavano contemporaneamente, lenti di minerali assai ricchi di Nichelio e Cobalto, cioè Cobaltina e Nichelina (arsenio-solfuro di Cobalto, e arseniuro di Nichelio).

Una prima lente d'importanza realmente industriale venne scoperta in questi ultimi tempi, nel distretto di Iglesia nella miniera di *Perda S'Oliu* situata una mezz'ora a greco del villaggio di Fluminimaggiore, e segnata col numero 225 nella carta mineraria annessa alla sovracitata relazione del Sella. A pochi passi a nord-ovest dell'abitato di Flumini si scorge emergere dal terreno la testata quarzosa di un filone, denominato, dalla natura stessa della sostanza che lo compone, *Perdas de Fogu* (pietra da fuoco): in questo punto precisamente lo scisto dal quale emerge la testata del filone è completamente impregnato di fossili: è questa la principale

località (e si può dire quasi l'unica per la sua importanza) in cui la formazione siluriana di Sardegna, presenti in quantità importanti le impronte fossili che hanno servito a caratterizzarla. — Da questa località provengono quasi esclusivamente i fossili siluriani, illustrati nell' opera geologica del La Marmora per le cure del Meneghini.

In questa stessa località alli scisti silurii si trova intercalato qualche piccolo banco subordinato di calcare compatto di color bruno, ricco del pari in fossili dell'epoca siluria, specialmente ortoceri. La presenza di questi piccoli banchi calcari subordinati nella massa della formazione scistosa, non è ancora stata segnalata in altro punto di detta formazione.

Si è pertanto in un terreno perfettamente caratterizzato geologicamente dalli studî del La Marmora e del Meneghini: sul quale non mi occorre arrestarmi.

Il filone di Perdas de Fogu comincia a mostrarsi coi suoi affioramenti come un filone di spaccatura fra li scisti dell' epoca siluria; questo affioramento, procede regolarmente da ponente verso levante; qualche volta emerge in testate sullo scisto circostante, talora invece non appare. Questo vario modo in presentarsi è probabilmente dovuto alla materia delle sostanze delle quali il filone è principalmente composto che sono il quarzo e la fluorite: secondo il predominio dell' una o dell' altra sostanza, presenta il filone maggiore o minore resistenza alla decomposizione per gli agenti esterni, in confronto del terreno incassante. Il filone traversa così, procedendo verso levante, la regione *Perda S'Oliu*, formando un percorso totale, sul quale si può seguire con certezza, di quasi quattro chilometri. Nella regione *Perda S'Oliu*, un piccolo scavo fatto nel letto di un rigagnolo, discendente dal monte che il filone percorre a mezza costa, aveva messo a scoperto una piccola lente di minerali di Nichelio e Cobalto di grande ricchezza. La nichelina, e la cobaltina vi si trovavano frammiste irregolarmente, sotto forma di piccolissimi arnioni, in un quarzo compatto formante una vena secondo la direzione del filone, costantemente accompagnata ai due lati di vene di Siderite (carbonato di ferro.)

Nella regione *Perdas de Fogu* si erano trovati nel filone minerali di piombo nella matrice fluoritica; e si sono recentissimamente scoperti minerali di Nichelio e Cobalto nella matrice quarzosa come a *Perda S'Oliu.* — Questo filone principale con direzione spiccata da levante a ponente, è intersecato da numerosi altri filoni secondarî ancora imperfettissimamente conosciuti.

La direzione di questi filoni secondarî è varia, ma pare che in generale tagli quella del filone principale ad angoli assai forti. — Tale almeno è la direzione del filone secondario, nel quale la lente di minerali di Argento è stata scoperta. — Questo filone è diretto circa N. N. O., — e la galleria stata aperta secondo la sua direzione ha il duplice scopo di esplorare il medesimo e di servire di galleria di ribasso per la esplorazione ulteriore del filone principale, senza andare incontro ad un' esaurimento di acque per via di pozzo.

Nella parte sinora seguitata dalla galleria, il filone si mantiene costante in natura e potenza; il suo spessore saggiato con qualche traversa è di cinque a sei metri; esso è composto esclusivamente di fluorite; in questa si presentano più o meno irregolarmente arnioni di galena a grandi faccie, pura, non accompagnata da altri

solfuri metallici, povera in argento. — (Venti grammi per quintale di minerale) — Col raggiungere la zona argentifera, la natura del filone cambia sensibilmente. La massa fluoritica prima amorfa e compatta, sebbene facile a disaggregarsi, presenta delle fenditure nel senso della direzione; in queste fenditure a forma di druse la fluorite si presenta spesso in piccoli cristalli; sopra qualcuna di esse si vedono deposte numerose tavolette di Baritina; nei vani della fluorite, si presenta l'argento nativo a laminette, a filamenti, a impregnazioni. Finalmente colla fluorite si alternano vene di ocra che indicano la pirite di ferro, come uno degli originarî componenti del riempimento argentifero; e in mezzo a queste ocre di ferro si trovano ancora impregnazioni di argento nativo di ricchezza eccezionale. La pirite che ha dato luogo per decomposizione a queste ocre, è stata ancora da me osservata in qualche pezzo alla miniera nel suo stato primitivo; essa è compatta, a grano finissimo, molto simile ai piccoli nocciuoli di pirite che si trovano spesso isolati in mezzo alla galena della formazione calcare, i quali pare abbiano sfuggito alle azioni decomponenti che han prodotto le abbondanti ocre che ordinariamente accompagnano simili galene.

Qualche cristallino di Cerusite (carbonato di piombo) e qualche piccola vena di galena trovansi ancora in questa fluorite argentifera; ma l'aspetto di questa galena è differente da quello delli arnioni che si trovano nel resto del filone, e probabilmente si otterrà dal saggio una ben differente ricchezza in argento.

Al di là della lente o zona argentifera che ha proseguito in direzione per circa dieci metri, e continua in corona ed ai piedi della galleria di esplorazione, comparve la pirite di ferro, della quale non fu dato ancora riconoscere se sia o non sia argentifera.

Questi dati sono certamente incompletissimi, ma chi conosce il lavoro delle miniere, sa che occorre tempo perchè i lavori stessi procedano innanzi e forniscano i dati geologici che possono essere sufficienti a stabilire le leggi d'andamento di un filone, e quelle del suo arricchimento metallifero. Così pure dal lato mineralogico occorrono mezzi e tempo per esami e per saggi che fanno completamente difetto in una miniera appena iniziata, e non si possono avere che col tempo. In alcuni pezzi dei minerali dei quali si tratta si scorgono, oltre l'argento nativo, leggere impregnazioni di Pirargirite, nella fluorite; è probabile che si riconosca anche l'Argentite, come altresì impregnazioni di Kerato fra quelle abbondanti d'argento nativo che sono accompagnate dalle ocre.

Così pel rispetto geologico, è tuttora dubbioso su questi minerali argentiferi siano unicamente proprî al filone secondario nel quale sono stati incontrati, o se non siano dovuti alla influenza di un filone o vena paralella al filone principale E. O.; della quale si vedono tracce alla superficie, e che incontrerebbe il primo all'incirca nei pressi della zona argentifera.

Tutte queste interessantissime questioni non potranno essere schiarite che fra alcuni mesi, quando la esplorazione e del filone argentifero, e della vena diretta Est-Ovest siano abbastanza complete da far conoscere se, e quali, relazioni passino fra le due fenditure metallifere.

La funzione del nervo spinale illustrata da un caso clinico.

Comunicazione del Prof. MAGGIORANI

letta nella seduta del 3 maggio 1874.

A provare sempre meglio come alcuni fatti patologici ben delineati possano concorrere mirabilmente a dimostrare l'uso delle parti, cioè ad illustrare la fisiologia, ho creduto espediente di comunicare all'Accademia un caso clinico, in cui l'officio del nervo spinale di servire alla funzione della voce, e la sua indipendenza dal pneumo-gastrico, col quale nella nostra specie come in parecchi altri animali quel nervo è anatomicamente confuso, manifestavansi colla più gran precisione e chiarezza.

Mi si permetta innanzi tratto di rammemorare la dottrina fisiologica dell'XI° pajo de' nervi cerebrali ossia dello spinale.

Da ben condotte esperienze l'illustre Bernard deduceva che nella paralisi dei nervi spinali, e in quelle dei pneumo-gâstrici non vi ha che un effetto commune, ed è l'abolizione della voce, quantunque poi la paralisi del laringe derivante dall'avulsione dell'XI° pajo abbia un carattere affatto diverso da quella che conseguita alla sezione del X.° Ed in fatti, tolti via gli spinali l'afonìa coesiste con una dilatazione persistente della glottide, e colla impossibilità di riavvicinare le corde vocali; e per converso recisi i pneumo-gastrici o i nervi laringei, l'abolizione della voce coincide colla chiusura della rima, e colla impotenza a divaricare le corde.

E continuando le sue esperienze il lodato Fisiologo dimostrava come col portar via gli spinali venga paralizzato il laringe in quanto è organo vocale, ma rimanga illeso come stromento della respirazione. E forte delle costanti risultanze sperimentali egli sosteneva « che nel laringe si debbono distinguere due ordini di movimenti: gli uni che presiedono alla funzione della voce, e che si aboliscono distruggendo i nervi spinali; gli altri che provvedono all'esercizio della respirazione e che si paralizzano tagliando i pneumo-gastrici o i loro rami laringei. Pertanto il vago possiede una potenza motrice propria e indipendente dall'accessorio di Willis. Gli è questa potenza motrice appartenente al vago che viene partecipata agli organi della circolazione, della digestione e del respiro, permettendo a questi ordigni di compiere le loro funzioni organiche, ed agli animali di sopravvivere allorchè la voce fu abolita strappando via gli spinali.

L'autore succitato concludeva che « quantunque nel laringe la funzione del respiro e quella della voce sembrino anatomicamente confuse, dappoichè l'una e l'altra si compiono in uno stesso apparato organico, pure esse vi rimangono fisiologicamente indipendenti, esercitandosi sotto influenze essenzialmente distinte ».

« I muscoli del laringe sono indivisibili nella loro azione: essi costituiscono un solo sistema motore che intanto può attuare due funzioni distinte, perchè le due influenze nervose che l'animano sono separate nella loro origine, e perciò indipendenti nella trasmissione della loro influenza. Pertanto dopo lo strappamento degli spinali non è la paralisi di un muscolo laringeo speciale alla funzione della voce o dell'altro che s'ha da cercare, ma si ha piuttosto da verificare la perdita di una delle influenze nervose dell'ordigno motore del laringe ».

« In somma negli animali a laringe unico l'apparato muscolare laringeo è un ordigno vocale quando lo eccita il nervo spinale, ed è solo un organo respiratorio allorchè lo domina il vago. Tolti via gli spinali la voce è abolita, ma il laringe non continua meno per questa perdita di soddisfare all'officio di stromento respiratorio, perchè i suoi muscoli obbediscono sempre al perenne eccitamento del vago. La glottide rimasta patula, si conserva nelle stesse condizioni di attività onde trovasi in un animale integro che non faccia che respirare; ma sdoppiato per dir così e ridotto a questa sola funzione il laringe, quale organo vocale, è condannato ad un assoluto riposo, perchè ha perduto i filamenti nervosi che accommodano la glottide all'esercizio della funzione vocale. Dopo la sezione dei nervi laringei, le due influenze nervose sono distrutte ad un tempo; il laringe è allora paralizzato completamente in ambedue le funzioni; la glottide non può servir più nè alla voce nè al respiro ».

Oltre a ciò l'anatomia ne insegna come il nervo spinale mandi un suo ramoscello al faringe; e la fisiologia ne apprende che nella deglutizione il faringe eseguisce due atti: con l'uno agevola l'apertura dell'esofago, con l'altro chiude il laringe. Ora i dati sperimentali mostrarono al Bernard che levati gli spinali i muscoli faringei conservano la facoltà di favorire il passaggio del bolo alimentare nell'esofago, ma han perduto il potere di occludere il laringe: donde la difficoltà e i pericoli della deglutizione, e donde pure la conseguenza che le due operazioni del faringe si compiono sotto l'impero di potenze motrici diverse, e che l'occlusione della glottide sia operata esclusivamente dalla influenza nervosa recata dal ramo faringeo dello spinale.

Finalmente se la distruzione del ramo interno dell'11° pajo attenta direttamente all'esercizio della voce e alla deglutizione, lo strappamento della branca esterna fa si che i trapezi e gli sterno-mastoidei non possano più arrestare i moti respiratorî del torace, e per conseguenza divengano inetti a far servire il petto come punto fisso nello sforzo, e come portavento nell'esercizio vocale.

Richiamata alla memoria la dottrina fisiologica dello spinale vengo al caso clinico, in cui le forme morbose esprimevano nettamente il turbato officio di questo nervo, sembrando nate fatte per comprovare i dati sperimentali raccolti sul medesimo, e mostrarne la indipendenza del pneumo-gastrico.

Un giovanetto tredicenne per nome *Zaccaria Mauri* nato a Capranica e dimorante in Roma, serviva da fattorino in una bottega di astucciajo, ove attendendo un giorno a raccogliere oggetti minuti dispersi sul pavimento, nel riprendere la positura verticale fu assalito ad un tratto da tosse, stringimento alle fauci, conati al vomito, dispnea e impedimento della loquela; poco dopo sopraggiunsero convulsioni generali: la notte fu tranquilla; il dì seguente, chinandosi di nuovo per raccattare astucci ca-

duti, andò incontro agli stessi sintomi del giorno prima, se non che l'afonìa fu completa. Allora fu recato in clinica, ove risapemmo che il paziente, un anno prima, era stato rovesciato da cavallo, cadendo capovolto in terra con sequela di commozione, che lo privò di conoscenza per due intieri giorni. Ivi ci venne pure a notizia che un mese in circa prima di andar soggetto ai parosismi attuali, stando in bottega fu abbrancato per le tempia da un insolente, e sollevato di peso dal suolo: brutto giuoco che costò la vita a qualche fanciullo, ma da cui il nostro giovanetto non ebbe a patir sull'istante alcun male sensibile.

Il Mauri ci si offrì quale un giovanetto vivace e svegliato di statura piuttosto bassa, con testa grande dolicocefalica, di costituzione nè gracile, nè al tutto robusta ma ben nutrito e senza alcuna imperfezione nei precipui apparati organici. Ricercato in ogni regione del corpo non si trovò che il segmento corrispondente alla terza vertebra cervicale che mostrasse una leggiera tumefazione e fosse dolente assai sotto la pigiatura.

In clinica il Mauri patì una sola volta convulsioni generali, quali ci fu riferito averle sofferte in casa; in seguito ci offrì sempre spasmi speciali espressi con tre forme distinte. In una di queste i convellimenti manifestavansi nel distretto dei trapezi e degli sterno-cleido-mastoidei, con afonìa completa, e impedimento alla deglutizione; in una seconda, la nevropatìa limitavasi alle contrazioni convulsive dei ridetti muscoli senza l'abolizione della voce e con piena libertà ad inghiottire; nella terza l'accesso offendeva unicamente il laringe e il faringe rispettando del tutto i muscoli della spalla e del collo. In altri termini in una forma ambedue i rami: l'esterno cioè o midollare, e l'interno o bulbare dell'accessorio erano turbati nella loro funzione; nelle altre due una sola delle due branche mostrava irritazione col disordine del suo officio.

Ed in fatti le due forme parziali rappresentavano fedelmente gli effetti sperimentali che si ottengono galvanizzando il ramo esterno e l'interno del nervo spinale; il primo con sequela di contrazione del trapezio e dello sterno-cleido-mastoideo; il secondo con effetto di spasmodia nei muscoli delle corde vocali e nei costrittori del laringe. Del quale spasmo nel caso nostro si avevano documenti non solo nell'impedito esercizio della voce e nella difficile deglutizione, ma sippure in una esagerata irritabilità di tutta la regione anteriore del collo, sicchè il paziente non potesse tollerarvi il più lieve toccamento.

Nei 24 giorni in che il nostro infermo dimorò in clinica si contarono più di 40 accessi, alcuni dei quali interessavano ambedue i rami del nervo e questi solevano essere i più lunghi; altri limitati all'una delle sue branche di minor durata. Molti di tali parosismi si suscitarono senza causa estrinseca apparente, il minor numero fu provocato o pigiando un pò forte sulla vertebra dolente, o coll'approssimar la magnete. Si vide pure che la forma convulsiva, e talvolta anche l'afonica manifestavansi, facendo metter boccone sul letto il paziente. Si notò anche un accesso per collera.

Adunque una irritazione portata sui filamenti midollari dell'XI° pajo de' nervi per accresciuta eccitabilità della sezione cervicale del midollo spinale, ora determinava in via periferica accessi di convulsioni cloniche nei muscoli animati dal ramo

medesimo, ed ora pel tramite della sensibilità ricorrente trasmetteva lo stimolo alla origine bulbare del nervo o inducendo per azione riflessa spasmodie nei muscoli governati da questo solo ramo (quelli cioè del laringe e del faringe), o diffondendo il morboso eccitamento in tutta la sfera del nervo. Nè dee recar meraviglia che la irritazione trasmessa ai muscoli animati dal ramo bulbare, (origine di spasmo tonico delle corde vocali e dei costrittori laringei) si manifestasse collo stesso effetto di afonìa, come occorre nella paralisi degli stessi muscoli cagionata dalla sezione del nervo: imperocchè è chiaro come questa contrazione spasmodica sottraendoli all'impero della volontà equivalga perfettamente alla totale mancanza di innervazione per mancanza dello stesso nervo.

Il perchè nei primi accessi le convulsioni del Mauri assumessero una forma diffusa e si accompagnassero colla dispnea, collo stringimento alle fauci e colla tendenza al vomito s'intende a bastanza ove si pensi all'origine bulbare del nervo accessorio. Par chiaro come il midollo allungato in sullo scoppiare del male fosse sede di eccitamento accresciuto, donde la generosità dei moti convulsivi e gli altri fenomeni sopraccitati.

Così parecchi fatti importanti dell'ordine fisiologico: quello p. e. stabilito da Bell; cioè che quando un organo riceve nervi da più sorgenti non è per accumularci la forza nervosa, ma per arrecargli influenze diverse; e l'altro concorde, che uno stesso muscolo può servire a due atti fisiologici opposti secondo l'influsso nerveo che l'anima: fatto esemplificato nei muscoli del laringe e nello sterno-mastoideo; così la dottrina dello spinale fondata dal Bernard, che lo considera come un nervo motore destinato a governare laringe e torace, quante volte tali organi debbano adempire alle funzioni della voce, o accommodarsi ad atti che trascorrano lo scopo della *semplice respirazione* come il canto e lo sforzo: così finalmente l'influenza di questo nervo col suo ramo interno sul laringe e sul faringe, coll'esterno sul trapezio e sullo sterno-mastoideo venivano limpidamente illustrati dal caso clinico, e quel che ai fisiologi aveva costato tanto studio e tanti sperimenti, e il sagrifizio di tanti animali la forma di nevropatìa del giovanetto Mauri valeva a dimostrar pienamente. Dopo essere stati presenti ad alcuni de' suoi accessi si applaudiva volentieri alla conclusione del Fisiologo francese: *Dans le larynx, le spinal est nerf moteur vocal, et le pneumo-gastrique nerf moteur respiratoire.*

Sopra la funzione potenziale di una Ellisse omogenea.

Nota di ENRICO BETTI

comunicata nella sessione del 7 marzo 1875.

La funzione potenziale di un Ellissoide eterogeneo, la cui densità è costante in ogni strato elementare omotetico alla superficie, e variabile da uno strato all'altro con una legge determinata, come ho dimostrato nella *Teorica delle forze che agiscono secondo la legge di Newton,* è data dalla formula:

$$(1) \ldots V = 2\pi a b c \int_0^1 F(h)\, h\, d h \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(\lambda + a^2)(\lambda + b^2)(\lambda + c^2)}},$$

essendo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

la equazione della superficie,

$$h^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$$

l'equazioni delle ellissoidi omotetiche tra loro e alla superficie; denotando λ_0 la massima radice della equazione

$$\frac{x^2}{\lambda + a^2} + \frac{y^2}{\lambda + b^2} + \frac{z^2}{\lambda + c^2} = h^2$$

ed $F(h)$ esprimendo la densità.

La materia $d m$ contenuta in un cilindro elementare la cui base è un elemento $d u$ della sezione principale normale all'asse z, e che termina alla superficie, sarà:

$$d m = d u \int_0^1 F(h)\, d z = d u \int_0^1 F\left(\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}\right) d z.$$

Se:

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F(h) = \frac{\sigma}{\sqrt{1-h^2}},$$

avremo:

$$dm = \pi \sigma c \, du,$$

e quindi in ogni cilindro elementare la quantità di materia sarà proporzionale direttamente alla base.

Sostituendo nella (1) il valore (2), integrando per parti ed osservando che ad $h = o$ corrisponde $\lambda_0 = \infty$, abbiamo per la funzione potenziale di questo ellissoide

$$V = 2\pi abc\sigma \int_{\lambda_0}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\lambda + a^2} - \frac{y^3}{\lambda + b^2} - \frac{z^2}{\lambda + c^2}} \; \frac{d\lambda}{\sqrt{(\lambda + a^2)(\lambda + b^2)(\lambda + c^2)}}$$

Poniamo

$$c\sigma = \delta$$

e facciamo crescere indefinitamente σ e diminuire c in modo che rimanga costante δ; l'Ellissoide conservando la stessa massa diverrà un Ellisse omogenea, e il suo potenziale sarà:

$$V = 2\pi ab\delta \int_{\lambda_0}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\lambda + a^2} - \frac{y^2}{\lambda + b^2} - \frac{z^2}{\lambda}} \cdot \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda(\lambda + a^2)(\lambda + b^2)}}$$

dove λ_0 è la massima radice della equazione

$$\frac{x^2}{\lambda + a^2} + \frac{y^2}{\lambda + b^2} + \frac{z^2}{\lambda} = 1.$$

Sulle variazioni del diametro del sole in corrispondenza al vario stato di attività della sua superficie

Nota IIª del Prof. L. RESPIGHI

letta nella sessione del 2 decembre 1873.

Sulla grandezza del diametro solare certamente esiste tuttora una qualche incertezza, e quindi i valori per esso adottati dagli astronomi si debbono considerare soltanto come dati approssimativi, destinati a ricevere da ulteriori e più precise osservazioni una qualche correzione presumibilmente ristretta entro molto angusti limiti.

Ma la causa di questa incertezza deve ripetersi dagli errori di osservazione non ancora convenientemente compensati, o da una reale variabilità di questo importante elemento astronomico? La diversità dei valori trovati pel diametro solare, sia nelle giornaliere o singole osservazioni, sia nei loro medii ricavati da lunghe serie di osservazioni, deve attribuirsi alle imperfezioni degli strumenti e dei metodi usati nella sua misura, alle varie influenze della temperatura e dell'atmosfera terrestre, agli errori personali dei varî osservatorî, oppure ad una causa inerente al sole stesso, e cioè ad una specie di gigantesche maree, che più o meno irregolarmente si succedono nello strato superficiale del sole, o finalmente alla variabilità dell'altezza e dello splendore di quegli inviluppi di gas e di vapori incandescenti che costituiscono la così detta cromosfera?

Sino a questi ultimi tempi la generalità degli astronomi conveniva nello spiegare queste incertezze o differenze, come effetti delle molte cause di errore che possono più o meno efficacemente concorrere a falsare la difficile misura di questa grandezza: ma recentemente, in mezzo alla grande varietà e direi quasi confusione d' idee ingenerate dalle recenti scoperte sulle condizioni e lo stato della superficie solare, si è fatto strada il sospetto e l'opinione della reale variabilità del diametro solare in corrispondenza al vario stato di attività, manifestato per le eruzioni o protuberanze nelle varie parti del bordo; e in questo vario stato del bordo si è creduto di intravedere, non solo la causa delle differenze trovate nei valori medi di questo diametro misurato nelle varie epoche, ma eziandio la causa delle differenze che di giorno in giorno si riscontrano nella sua grandezza, dedotta principalmente dalla durata del suo passaggio al meridiano.

E già l' osservazione sembrava appoggiare questa ipotesi o congettura, risultando dalla medesima il diametro del sole maggiore in quei giorni, nei quali era più marcato il suo stato di attività, e cioè maggiore la frequenza delle protuberanze od eruzioni, maggiore il numero delle macchie e delle facole: ma dal seguito delle osservazioni non veniva punto confermata la supposta corrispondenza.

La questione fu allora notevolmente modificata colla ipotesi o congettura, che la grandezza del diametro solare, indipendentemente dal tempo, fosse variabile invece in riguardo allo spazio, e cioè in corrispondenza alle varie latitudini o zone solari, e le ricerche fatte a questo scopo condussero a risultati diametralmente opposti a quelli che sembravano appoggiare la prima ipotesi; poichè si trovò che in corrispondenza alle zone di maggiore frequenza di macchie, di facole e di protuberanze od eruzioni, il diametro solare presentava un minimo di grandezza, mentre secondo la prima ipotesi avrebbe dovuto presentare un massimo, perchè coincideva colle parti della superficie solare soggette al massimo grado di attività o di perturbazione.

Malgrado questa discrepanza o contrarietà di risultati si ritenne però come indubbiamente accennata una qualche relazione fra il diametro e l'attività solare, e si credette la medesima pienamente confermata dai risultati di alcune speciali osservazioni spettroscopiche, dai quali sembrava dimostrato che l'immagine del vero disco solare, quello cioè costituito dalla fotosfera, è notevolmente ingrandita nel cannocchiale semplice dalla luce della cromosfera, la quale costituirebbe attorno alla immagine solare una specie di orlo più o meno rilevato sul bordo, a seconda dell'altezza, composizione e vivacità della cromosfera stessa.

Allo scopo di verificare la realtà di queste relazioni, o corrispondenze fra la grandezza del diametro del sole e il vario stato di attività della sua superficie, e così allo scopo di verificare l'ipotesi o congettura fatta sulla causa della variabilità del diametro solare, mentre per una parte ho ponderatamente esaminato i risultati delle osservazioni, dai quali eransi conchiuse quelle corrispondenze, per l'altra ho cercato di ripetere colla massima accuratezza le osservazioni spettroscopiche, per le quali non solo sembravano confermate tali corrispondenze, ma eziandìo svelata la loro origine.

I risultati delle mie ricerche a questo riguardo vennero da me esposte in una nota intitolata « *Sulle variazioni del diametro del Sole in corrispondenza al vario stato di attività della sua superficie* », letta nella Sessione II del 5 Gennajo 1873 della R. Accademia dei Lincei, pubblicata soltanto nello scorso Luglio per cause da me indipendenti: e in base a questi risultati venni alle seguenti conclusioni.

1° Dalle osservazioni della durata del passaggio meridiano del diametro solare, fatte all'Osservatorio del Collegio Romano dal chiarissimo P. Rosa, non può ragionevolmente dedursi, nè la variabilità del diametro del sole in corrispondenza al vario stato di attività della sua superficie, nè la diversità o variabilità di grandezza nel diametro solare in corrispondenza alle varie latitudini, od alle zone di maggiore o minore attività.

2° Delle osservazioni dei passaggi delle immagini spettrali o monocromatiche dol sole sulle varie righe spettrali non risulta fra la durata del passaggio di queste immagini e quella data del Nautical Almanac di Londra la differenza in meno di 5 o 6 decimi di secondo, quale fu trovata dall'Illustre P. Secchi, ma bensì differenze molto minori, dovute in gran parte agli inevitabili errori di osservazione: per cui non può ammettersi che il diametro delle immagini monocromatiche del sole sia minore di 8″ circa di quello dell'immagine data dal cannocchiale semplice, essendo invece le due specie di immagini sensibilmente di eguale grandezza.

3° La luce della cromosfera non può sensibilmente aumentare il diametro del corpo solare ossia della fotosfera.

Io sono ben contento di vedere che il sullodato P. Secchi abbia trovato questa mia Nota abbastanza importante per prenderla in esame in alcune sue Note, fra le quali una pubblicata nei Comptes Rendus dell'accademia delle scienze di Parigi del 28 Luglio 1873, e l'altra nel N.° 7, Vol. XII 31 Luglio 1873 del Bullettino meteorologico del Collegio Romano. Soltanto io avrei desiderato che i miei argomenti e le mie obbiezioni fossero state più direttamente combattute, e che la supposta inesattezza delle mie osservazioni fosse stata attribuita piuttosto alla mia incapacità o negligenza, anzichè alla imperfezione dello strumento da me usato, il quale venne a torto dichiarato come incompetente per questo genere di osservazioni.

Trattandosi di una questione molto importante non solamente in riguardo alla fisica solare, ma eziandio per la sua stretta connessione con altre questioni astronomiche, ritengo opportuno e necessario nell'interesse della scienza di ritornare sulla questione stessa colla presente Nota, per confermare meglio le conseguenze da me dedotte, dando ai miei argomenti un maggiore sviluppo e l'appoggio di nuove osservazioni, e cercando di ridurre al loro vero valore le obbiezioni fattemi.

Le risposte alla mia antecedente Nota cominciano col dichiarare che l'opinione della variabilità del diametro solare a brevi intervalli di tempo è stata accolta dagli astronomi pratici di queste osservazioni in maniera assai lusinghiera: ed io non chiederò certamente chi siano gli astronomi che convennero in tale opinione, solo domanderò per quali ragioni si deve ammettere questa variabilità, e quale causa od origine potrebbe alla medesima assegnarsi.

A questo riguardo farò solo notare che fra gli astronomi, che dividerebbero questa opinione, viene annoverato l'illustre astronomo italiano Carlini, ma stando alle sue dichiarazioni si rileva soltanto che egli, ritenendo non del tutto spiegabili le differenze risultanti nelle varie misure del diametro solare coi pretesi errori di osservazione, prudentemente ne considera la causa come tuttora ignota, senza escludere però la probabilità della sua esistenza nella nostra atmosfera, e cioè precisamente in quello stesso elemento nel quale io ho sostenuto trovarsi la principale influenza, alla quale sono dovute le variazioni giornaliere della grandezza apparente del diametro solare.

La nostra atmosfera in due modi principalmente può influire sulla durata del passaggio meridiano del disco solare, e cioè pel diverso grado d'illuminazione del campo su cui questo si proietta, e per lo stato di ondulazione da essa prodotto nel bordo solare, influenze variabili da un giorno all'altro anche per uno stesso osservatore.

Come feci già rimarcare nella mia prima Nota, le condizioni ottiche, nelle quali si osservano gli appulsi dei due bordi solari, occidentale, ed orientale coi fili del reticolo, sono notevolmente diverse, osservandosi nel primo caso il contatto di un bordo luminosissimo con un filo oscuro, proiettato in un campo talora quasi oscuro, talora più o meno illuminato; nel secondo caso invece il distacco o l'escita del filo oscuro da un campo luminosissimo, ossia il suo passaggio dalla luce all'oscurità: per cui le due osservazioni, non essendo rigorosamente della stessa natura, possono o debbono dar luogo ad un errore personale sulla vera durata del passaggio del disco.

Se questo errore personale fosse costante, la sua influenza nella grandezza del diametro solare sarebbe pure costante in tutte le osservazioni fatte dallo stesso osservatore e collo stesso strumento, e perciò non potrebbe ad esso attribuirsi alcuna parte delle differenze di misura trovate nei vari giorni. Ma ciò non è ammissibile, perchè di giorno in giorno, od almeno di epoca in epoca variando lo stato di trasparenza della nostra atmosfera, il contrasto fra lo splendore dell' immagine solare e quello del campo, su cui essa e i fili del reticolo si projettano, può riescire sensibilmente diverso, e quindi risultarne più o meno marcata ed influente la diversità delle due specie di appulsi, e per conseguenza variabile anche l'errore personale da essa dipendente.

Per convincersi della realtà di questa influenza e della sua variabilità nei varî tempi, o nelle varie condizioni atmosferiche, basta che si paragoni l'osservazione del passaggio meridiano del disco solare col passaggio di due stelle prossimamente sullo stesso parallelo, di ascensioni rette poco differenti e prossimamente dello stesso splendore. Nell' ultimo caso le osservazioni degli appulsi ai fili si potrebbero ritenere come sensibilmente identiche, e quindi realmente misurata la differenza delle loro ascensioni rette dall'intervallo di tempo compreso fra gli appulsi delle due stelle ai medesimi fili; ma nel primo caso a cagione della diversità degli appulsi dei due bordi, l'osservazione non potrebbe certamente considerarsi come rigorosamente differenziale.

Nè ad escludere questa sorgente di errore giova invocare la piccolezza degli errori probabili dei singoli appulsi rispetto al loro medio su ciascun bordo, poichè l' influenza dell'atmosfera in questo caso può ritenersi in ogni passaggio come costante per gli appulsi dello stesso bordo solare a tutti i fili, e soltanto diversa da un bordo all'altro.

In riguardo alla entità di questa influenza, cioè alla grandezza degli errori o delle differenze che ne possono risultare nella durata del passaggio del diametro solare, quantunque non si possa stabilire alcun dato, alcun limite probabile, non credo però esagerato l'ammettere che essa possa variare entro i limiti di qualche decimo di secondo in tempo, e che ad ogni modo non piccolo o trascurabile debba riescire il suo effetto sulle differenze complessive, che di giorno in giorno si riscontrano nelle durate del passaggio del disco solare.

Se dalle osservazioni di questi passaggi si dovessero escludere tutte quelle, nelle quali si è trovato il bordo solare mal definito od oscillante, certamente assai ristretto sarebbe il numero delle osservazioni raccolte in ogni anno, essendo piuttosto rari i giorni nei quali il bordo solare si presenta e si mantiene ben terminato e tranquillo durante l'osservazione.

Questo stato di ondulazione quasi abituale nel bordo solare, ora più ora meno marcato, costituisce a mio modo di vedere il principale ostacolo all'esatta misura del diametro solare, ed è certamente la principale sorgente delle differenze che si riscontrano, non solo nei singoli risultati delle giornaliere osservazioni, ma eziandio nei risultati medi ottenuti per le varie epoche dell' anno.

Questa continua deformazione od agitazione del bordo solare ordinariamente è assai marcata, e non rare volte raggiunge notevoli proporzioni, estendendosi le on-

dulazioni ad altezze di parecchi secondi in arco. Ciò viene manifestamente provato anche dallo spettroscopio, applicato al cannocchiale nel modo usato per le osservazioni delle protuberanze; poichè disposta la fessura alquanto allargata tangenzialmente al bordo solare o sulla base della cromosfera, ordinariamente noi vediamo projettati sullo spettro atmosferico e sulle righe lucide della cromosfera dei gruppi di spettri solari quasi lineari, variabili di posto e di larghezza, prodotti appunto dalle sommità delle ondulazioni del bordo solare salienti sul bordo o labbro inferiore della fessura stessa; e non rare volte questo fenomeno persiste anche quando portiamo la fessura alla distanza di parecchi secondi dal vero bordo del sole; e spesso anzi si incontra in questo fenomeno un grave ostacolo al rilievo della cromosfera e delle protuberanze; ed è certamente questa ondulazione del bordo solare più o meno marcata, ma sempre sensibile, che rende difficilissimo per non dire impossile lo studio della vera costituzione dell'infima base della cromosfera stessa, e la visibilità delle righe lucide spettrali dei molti gas e vapori incandescenti ivi esistenti; perchè esse sono sempre o quasi sempre immerse nelle ondulazioni del bordo solare ben più elevate dei sottilissimi strati, in cui sono confinati quei gas o vapori.

Lo spettroscopio ci può fornire il criterio più sicuro per giudicare dei momenti più favorevoli per la misura del diametro solare, poichè è certo che l'ondulazione del bordo è quasi insensibile, quando si possono vedere distinti e tranquilli i minuti dettagli della cromosfera e principalmente le righe lucide del magnesio, la riga della corona e qualche altra riga spettrale di gas o vapori ristretti alla base infima di essa cromosfera.

Questo strumento poi serve opportunamente per determinare la grandezza delle ondulazioni solari, poichè portata la fessura tangenzialmente al bordo, a piccole distanze dai punti Nord e Sud, determinando il tempo compreso fra la scomparsa dello spettro continuo del sole, ossia la prima apparizione degli spettri mobili, e la loro totale scomparsa, essendo rimasto nell'intervallo immobile il cannocchiale e la fessura, da questo tempo col noto angolo di posizione del luogo di contatto e colla declinazione del sole si può calcolare l'altezza delle ondulazioni del bordo solare con molta precisione, essendo anche per le piccole altezze il tempo della loro scomparsa molto grande, quando si stabilisca il punto di contatto alla distanza di pochi gradi del Nord o Sud. È appunto con questo mezzo che io ho potuto frequentemente misurare l'altezza di queste ondulazioni, e verificare che esse ordinariamente si estendono a parecchi secondi e talora anche a 10″ e 15″.

Lo spettroscopio poi mostra che queste ondulazioni spesso non sono di eguali dimensioni nelle varie parti del bordo solare, e che la loro grandezza varia non solo da un giorno all'altro, ma talora anche d'ora in ora e quasi di minuto in minuto.

Queste ondulazioni del bordo solare sono certamente dovute a quella stessa causa che rende nei nostri cannocchiali oscillanti le immagini delle stelle e quelle degli oggetti terrestri, specialmente durante il giorno; sono dovute cioè a rifrazioni straordinarie quasi istantanee ed intermittenti, prodotte dallo stato di eterogeneità e di variabilità della atmosfera terrestre, in causa dei continui disquilibri di temperatura e

del movimento continuo delle masse atmosferiche attraversate dai raggi luminosi provenienti dai vari punti solari, dalle stelle e dagli oggetti terrestri.

Queste rifrazioni anormali agiscono, almeno nelle grandi altezze sull'orizzonte, egualmente sopra tutti i raggi luminosi provenienti da ogni punto, e perciò le oscillazioni ad esse corrispondenti si rimarcano anche nelle imagini monocromatiche degli oggetti celesti, come sono i piccoli getti della cromosfera solare e le protuberanze, di che sono manifesta prova le ondulazioni, gli spostamenti e le deformazioni di questi getti, le quali, come in altre circostanze ho dimostrato, vennero a torto considerati come reali variazioni e spostamenti avvenuti in questi oggetti.

Il disco solare, quale noi l'osserviamo attraverso la nostra atmosfera, si presenta ordinariamente nei nostri cannocchiali più o meno alterato nel suo contorno da queste ondulazioni, e perciò gli appulsi coi fili dei reticoli o le collimazioni coi fili dei micrometri si portano spesso non sul vero bordo solare, ma sopra un bordo fittizio, che ciascun osservatore arbitrariamente si forma su questo irregolare contorno, senza alcun criterio di certezza per farlo coincidere col vero posto del bordo solare; e di quì la sorgente di un grave errore personale, variabile anche nello stesso osservatore secondo la natura e la grandezza di queste ondulazioni.

È ben difficile il prevedere, se questo errore personale tenderà ad aumentare o a diminuire il diametro solare, dipendendo ciò, non solamente dall'attitudine e dalle disposizioni speciali di ciascun osservatore, ma eziandio dalla varia natura e grandezza di quelle ondulazioni o deformazioni del bordo solare: e non credo accettabile l'opinione di coloro che vorrebbero considerare l'ondulazione del bordo solare, come una causa costantemente tendente ad aumentarne apparentemente il diametro.

Quello che è certo si è che in una osservazione, ordinariamente tanto incerta, non si può pretendere di ottenere misure esatte o ristrette in limiti di errori molto piccoli, mentre invece debbono ritenersi come naturali ed inevitabili quelle discordanze o differenze di pochi secondi di arco, che si riscontrano nei risultati delle osservazioni fatte da uno stesso osservatore in giorni diversi, nelle osservazioni fatte da vari osservatori e in condizioni atmosferiche differenti.

È soltanto dal complesso dei risultati ottenuti con buoni strumenti per lunghe serie di osservazioni e da varî ed abili osservatori, che noi possiamo sperare un valore, se non esattissimo, almeno convenientemente approssimato di questo importantissimo elemento astronomico.

Nella mia Nota del 5 gennaio 1873, discutendo le osservazioni dei passaggi meridiani del disco solare fatte all'Osservatorio del Collegio Romano, io riportava appunto a questa principale sorgente di errore quelle differenze che si volevano attribuire a reali variazioni del diametro solare, confermando le mie conclusioni con quello stesso confronto delle osservazioni fatte negli stessi giorni a Roma e Palermo, dal quale si pretendeva comprovato che tali differenze non potevano spiegarsi coi soli errori di osservazione.

Senza ripetere quì le ragioni per le quali io veniva a questa conclusione, mi limiterò a richiamare il fatto incontestabile, che fra le osservazioni di Roma e di Palermo, fatte negli stessi giorni e nell'intervallo di pochi minuti, si trovano delle

discordanze dello stesso ordine di grandezza di quelle presentate dalle osservazioni di Roma fatte nei diversi giorni.

Infatti confrontando giorno per giorno le grandezze del diametro solare trovate a Roma con quelle ottenute a Palermo, si trovano spesso assai discordanti, e tanto la loro differenza media, quanto le differenze estreme riescono sensibilmente della stessa grandezza di quelle verificate nelle osservazioni di Roma da un giorno all'altro. E da ciò era manifestamente provato che nello stesso modo che le differenze fra le osservazioni di Roma e di Palermo non si potevano spiegare altro che per mezzo degli errori di osservazione, perchè fatte quasi nello stesso istante e quindi nel medesimo stato di attività nella superficie solare, così anche le differenze verificate nelle osservazioni giornaliere di Roma dovevano spiegarsi coi soli errori di osservazione, e principalmente per le influenze della nostra atmosfera variabili nello stesso luogo da un giorno all'altro, e variabili nello stesso istante da luogo a luogo.

Determinando la grandezza del diametro solare per mezzo della durata del suo passaggio meridiano, in causa della obbliquità dell' eclittica sull' equatore, succede che i diametri misurati nelle varie epoche dell'anno corrispondono a paralleli diversi nella superficie solare, e cioè dall'equatore sin verso i 28° di latitudine, in cui sono comprese le zone solari di massima attività della superficie solare, o della massima frequenza di macchie. Dalle osservazioni fatte all'Osservatorio del Collegio Romano risultava, che prendendo i valori medi trovati pel diametro solare in corrispondenza alle varie latitudini eliocentriche, il diametro solare riesciva minimo nella zona di maggiore attività, o di massima frequenza di macchie.

Analizzando i risultati delle osservazioni dalle quali erasi dedotta questa conseguenza, io mostrava nella citata Nota come il numero delle osservazioni fosse troppo piccolo, e il loro accordo non abbastanza soddisfacente per giustificare questa conclusione, facendo poi rimarcare che le osservazioni da cui erano stati dedotti quei medi erano state fatte in epoche diverse e in condizioni istrumentali ed atmosferiche diversissime, alle quali si dovevano più ragionevolmente attribuire le piccole differenze presentate dai medi stessi. (1)

Soggiungeva poi che senza bisogno di ricorrere ad altra causa che quella degli errori di osservazione si poteva benissimo spiegare il fatto verificatosi nelle osservazioni di Roma, cioè che per qualche tempo i risultati delle singole osservazioni si mantengono in conveniente accordo col medio generale, mentre in altre epoche essi si mantengono sensibilmente discordanti, e cioè costantemente elevati o depressi rispetto al medio stesso; facendo rimarcare che lo stesso fatto si verifica non rare volte nelle lunghe serie di osservazioni sopra quantità che possono ritenersi come invariabili,

(1) Alcuni mesi dopo la pubblicazione di quella Nota ho ricevuto una Memoria letta li 8 maggio 1873 dal prof. Anwers all'Accademia delle Scienze di Berlino « *Uber einvangebliche Veränderlichkeit des Sonnen-Durchmessers* » nella quale discutendo le osservazioni fatte all' Osservatorio del Collegio Romano perviene a conclusioni identiche a quelle della mia Nota del 5 gennaio 1873, confermandole inoltre col confronto di osservazioni fatte nelle stesse epoche in varî altri Osservatorî, i cui risultati non si accordano punto colle supposte relazioni del diametro solare colle varie zone del sole e col vario stato di attività della sua superficie.

almeno nella durata delle osservazioni, come sono le osservazioni sulle declinazioni delle stelle, sulla latitudine ecc. ecc.

Ed a questo proposito faceva osservare che questa specie di regolarità nell'andamento degli errori di osservazione dipende da questo, che quelle cause che noi consideriamo come accidentali, quali sono le condizioni atmosferiche e certe condizioni istrumentali ecc. ecc., sono in realtà soggette nelle loro influenze ad una specie di periodicità, dipendente dalla stabilità od instabilità della stagione, della regolarità od irregolarità di temperatura ecc. ecc., onde può accadere che tali influenze contribuiscano quasi sistematicamente ad esagerare, o a diminuire i valori delle quantità ricercate nelle varie epoche di osservazione, in modo da far apparire i valori delle quantità stesse come soggette a periodiche variazioni.

Nelle Risposte alla mia Nota, l'Illustre P. Secchi, anzichè difendere da queste obbiezioni i risultati delle osservazioni dell'Osservatorio del Collegio Romano, e mostrare come realmente da essi fosse comprovata la corrispondenza fra la grandezza del diametro del sole ed il vario stato d'attività della sua superficie, ha preferito invece di portare la questione su di un altro campo, cercando di mostrare come assai probabile la minore grandezza del diametro solare nella zona di maggior frequenza delle macchie, ammettendo come assai probabile che nella località delle macchie possano spesso presentarsi dei piccoli avvallamenti, depressioni od ammaccature sopra grandi estensioni, e perciò difficilmente avvertibili, ma che ciò non pertanto potrebbero produrre la trovata anomalia o differenza della grandezza del diametro solare.

Questa congettura o conclusione è appoggiata sopra un fenomeno straordinario osservato dal chiarissimo P. Ferrari nel bordo occidentale del sole nella mattina dell'8 Luglio 1873, e cioè una depressione od avvallamento molto sensibile del bordo solare nel luogo dove era tramontata nel giorno avanti una bella macchia, e cioè fra i 20° e 29° contati da Ovest verso Nord.

Nel pomeriggio del 7 Luglio 1373 verso $3^h\frac{1}{2}$, esaminando collo spettroscopio il bordo solare, rimarcai due macchie vicine all'orlo, una distante circa 20″ da esso bordo ed a 7° dal punto Ovest contati verso N, l'altra a 13° distante circa 40″ dall'orlo, con getti vivissimi a forma di spada, alti circa 1′ a 12° dal punto Ovest. Nella mattina seguente verso le 9^h mi diedi premura di esaminare collo spettroscopio questa località, e trovai già scomparsa la macchia a 7° del punto Ovest, ma ancora visibile presso al bordo la larga macchia a 13.° La cromosfera presentava un gruppo di getti lucidissimi nella località della prima macchia già scomparsa con piccoli getti al posto della seconda, essendo ivi la cromosfera stessa molto lucida e bassa. Alle $9^h\ 25^m$, mentre la macchia a 13° era vicinissima all'orlo colla cromosfera sempre bassa, sul lato Nord della medesima sorgeva un gruppo di getti lucidissimi inclinati verso il Nord e sovrastanti ad un'altra macchia un poco più lontana dal bordo, a 15° dal punto Ovest. Contemporaneamente si vedeva a 18° dal punto Ovest una bellissima protuberanza composta alla base di varii getti lucidissimi un poco inclinati verso l'Ovest, con getti turbinosi e continuamente variabili che portavano l'idrogeno a più di 2′ 30″ di altezza. Più tardi furono fatti altri rilievi sulla cromosfera sin verso le 5^h pom., quando la grande macchia sembrava proprio all'orlo colla cromosfera sempre bassa,

fiancheggiata al Nord da una massa rilevata di idrogeno, e con un getto metallico alto circa 10″ nella parte centrale del tratto basso di cromosfera.

In tutti questi rilievi ho sempre trovata nella località delle due macchie regolarmente conformata la base infima della cromosfera; per cui ritengo di poter conchiudere che la depressione del bordo solare osservata all'Osservatorio del Collegio Romano col cannocchiale nell'immagine diretta e nell'immagine vista per projezione, non corrispondesse ad una reale depressione della superficie o del disco solare, ma ad una sensibile diminuzione di splendore nella parte del medesimo in vicinanza al bordo e principalmente sul posto della grande macchia o di altre vicine; poichè se il bordo solare e quindi la cromosfera in quella località fosse stata depressa di 7″ od 8″, certamente ciò sarebbe stato indicato dallo spettroscopio, la cui fissura comprende un arco solare maggiore della estensione assegnata alla depressione od avallamento. La posizione che io ho assegnato alle due macchie è stata fissata più volte, e perciò la ritengo vicinissima al vero, quantunque non corrisponda esattamente colla posizione assegnata dal P. Secchi alla depressione del bordo; e credo risultare questa differenza da qualche equivoco di lettura o di misura: mentre la coincidenza della parte di cromosfera, da me accuratamente esaminata, colla depressione del bordo solare avvertita dal P. Ferrari è pienamente confermata dalla grande protuberanza vorticosa osservata al Collegio Romano ed al Campidoglio, che il P. Secchi colloca nel lato N. della depressione, e che dalle mie osservazioni risulta distante al Nord di 5° dalla grande macchia, che doveva trovarsi nella parte centrale della depressione.

Con queste considerazioni, che io faccio sopra la natura dello schiacciamento o depressione osservato al Collegio Romano, non intendo di negare che in questo caso straordinario ed in altri consimili, che io ritengo però assai rari, misurando la durata del passaggio del diametro solare in tali località, non possa questa riescire di qualche cosa minore: che anzi ammettendo pure questo fatto, non credo si possa per questo conchiudere che nelle zone di maggiore frequenza delle macchie il diametro solare debba riuscire più piccolo che nelle altre zone. — Le zone solari di maggiore frequenza di macchie sono pur anche quelle di maggiore frequenza di facole; e perciò come in queste regioni si possono ritenere più probabili e più frequenti le depressioni, o reali od apparenti del bordo solare, così pure in queste regioni debbonsi ritenere come più probabili e più frequenti dei sollevamenti o sporgenze apparenti della fotosfera o del bordo, dovuti secondo l'opinione di alcuni ad una reale sporgenza della facola sulla superficie di livello generale della fotosfera, o secondo l'opinione di altri ad un disvello apparente prodotto da contrasto di luce pel forte splendore delle facole.

Posta la questione in questi termini mi sembra che la conclusione, tratta dal P. Secchi sulla probabilità d'un minimo di grandezza del diametro solare in coincidenza colle zone di maggior frequenza delle macchie, non sia per ora accettabile, e che perciò debba aspettarsi la sua conferma dalla discussione a ciò diretta di un ricco materiale di osservazione; non potendosi ritenere a ciò sufficiente il piccolo numero delle osservazioni fatte dal P. Rosa e la discordanza dei loro risultati con quelle fatte da altri abili osservatori, discordanze dovute alle varie

cause di errori accidentali e sistematici che possono influire sulla misura del diametro solare.

Venendo ora alla seconda parte delle Risposte del P. Secchi, a quella cioè che risguarda la spiegazione di queste supposte variazioni del diametro solare, rammenterò come questa spiegazione fosse stata basata sui risultati di speciali osservazioni spettroscopiche, dai quali si riteneva provato che il diametro dell' immagine monocromatica del sole è sensibilmente minore di quello dell' immagine a luce composta, data dal cannocchiale ordinario coi vetri colorati, e sulla supposizione che la luce della parte inferiore della cromosfera, per un'altezza di parecchi secondi, si unisca alla luce della fotosfera, in modo da allargare di altrettanto l'immagine o il disco solare, quale si osserva al semplice cannocchiale.

Nella mia Nota del 5 gennaio 1873 dichiarava, come essendomi proposto di verificare per mezzo delle combinazioni spettroscopiche, scoperte dal P. Secchi, i risultati da esso ottenuti, le mie osservazioni mi conducevano a risultati diversi, e cioè ad un valore pel diametro delle immagini monocromatiche del sole sensibilmente eguale a quello trovato per l'immagine a luce composta, quale viene misurata nei comuni cannocchiali.

Il copioso numero delle mie osservazioni, il conveniente accordo dei loro risultati, tuttochè ottenuti con due diversi apparati spettroscopici e con mutate condizioni, e la coscienza di aver prese le cure necessarie per eliminare le varie sorgenti di errore, non mi lasciavano alcun dubbio sulla verità della mia conclusione; e perciò dichiarando come non accettabile il risultato ottenuto dal P. Secchi, mi faceva ad accennare le varie circostanze, alle quali potevasi attribuire la grande differenza da esso trovata fra le due specie di diametro.

Le osservazioni, dalle quali si era dedotto che il diametro dell'immagine monocromatica del sole è di circa 8″ più piccolo di quello dell' immagine a luce composta, si riducevano a 28 passaggi dell'immagine monocromatica del sole, presi parte sulla riga spettrale lucida *C*, e parte sulla riga *B*, osservati nei giorni 7 e 9 nov. 1872 in condizioni atmosferiche non del tutto favorevoli, come dichiara lo stesso P. Secchi nella sua Nota all'Accademia delle Scienze di Parigi, *Comptes Rendus* del 9 dicembre 1872, nella quale parlando di queste osservazioni dice: *bien que l'erreur probable soit assez forte à cause de l'agitation de l'air.....*

Un numero così ristretto di osservazioni non poteva certo garantire l'esattezza del risultato che se ne voleva dedurre sul valore del diametro solare, e si aveva ragione di sospettare che la differenza trovata dipendesse non solamente da qualche errore sistematico, ma eziandio dall' influenza di cause accidentali, quali sono l' instabilità dello strumento nell' intervallo di ogni osservazione, la rettificazione imperfetta del medesimo, l'influenza della nostra atmosfera ecc., delle quali forse non sarebbe stato necessario di tener conto nella discussione di una lunghissima serie di osservazioni.

Il P. Secchi mi fa rimprovero di avere sospettato nelle sue osservazioni delle sorgenti di errore, alcune delle quali sono troppo ovvie, perchè egli non avesse prese le precauzioni necessarie per eliminarle, altre troppo deboli per produrre la trovata differenza, altre finalmente impossibili nel suo apparato.

Io non entrerò nella disamina degli argomenti oppostimi a questo riguardo dal P. Secchi, lasciandone alle persone competenti il giudizio, dirò soltanto che le sorgenti di errore, alle quali io riteneva potersi attribuire l'inesattezza del risultato ottenuto per la grandezza del diametro solare, non sono poi tanto facili ad eliminarsi ed anche a ridursi entro tali limiti da rendere insensibile la loro influenza. Trattandosi di una osservazione tanto delicata, fatta con uno strumento, che per le sue dimensioni, la sua montatura e la sua ubicazione, non presenta certo per se stesso una grande stabilità, con uno strumento il cui apparato micrometrico è assai complesso e di difficilissima rettificazione, e di più soggetto durante l'osservazione ad enormi variazioni di temperatura, non sarebbe stato certamente superfluo, che anche in questa circostanza si facesse ciò che ordinariamente si pratica nella discussione di osservazioni di precisione, e cioè descrivere minutamente il metodo seguìto nelle osservazioni e le cautele usate per eliminare, od almeno diminuire le influenze delle varie cause di errore; ciò era in questo caso tanto più necessario, perchè trattavasi di un nnovo modo di osservazione, e di un risultato tanto importante e tanto impreveduto.

In seguito alle dichiarazioni fatte dal P. Secchi sulle cure prese nella rettificazione dello strumento, sulla circostanza di essersi fatte le osservazioni in vicinanza al meridiano, di buon grado convengo nell'escludere fra le cause di errore quelle relative a tali condizioni, ma non posso egualmente convenire nel considerare come insensibile l'influenza dovuta alle variazioni di temperatura del prisma posto avanti alla fessura, allo stato di agitazione dell'aria ed anche alla imperfetta stabilità dello stromento.

Concedendo pure che il prisma a visione diretta fosse fissato colla massima stabilità al tubo del cannocchiale, in modo che durante il passaggio dell'immagine solare esso non subisse alcuno spostamento, non resta però esclusa una delle principali sorgenti di errore da me indicate, e cioè quella delle grandi variazioni di temperatura nelle varie parti del prisma durante ogni passaggio, per le quali poteva variare la rifrazione assoluta e la dispersione di esso prisma, e quindi produrre un sensibile spostamento nell'immagine spettrale del sole rispetto alle righe spettrali fisse, usate per gli appulsi in luogo dei fili del micrometro o del reticolo. Dalle belle esperienze dell'illustre prof. Blaserna e di altri è provato, come una moderata variazione di temperatura nei prismi sia sufficiente a produrre un sensibile spostamento nelle righe spettrali, spostamento che in base alle stesse esperienze diventerebbe assai forte per grandi variazioni di temperatura; e posto questo si troverà ben ragionevole il sospettare, che per le grandi variazioni di temperatura, cui è soggetto il prisma nell'apparato del P. Secchi durante il passaggio, l'immagine spettrale projettata sulla fessura possa andar soggetta ad un sensibile spostamento rispetto a questa, e quindi rispetto alle righe spettrali su cui si prendono gli appulsi.

È ben vero che lo spostamento angolare dato dal prisma, dovendosi ridurre all'unità angolare dell'obbiettivo del cannocchiale, e quindi moltiplicarsi pel rapporto della distanza del prisma alla fessura colla distanza dell'obbiettivo alla fessura stessa, viene notevolmente diminuita; ma ciò non ostante in base alle indicate esperienze

si trova, che non sarebbero certamente necessarie variazioni enormi di temperatura per ottenere degli spostamenti di pochi secondi.

Il prisma a visione diretta, posto avanti alla fessura nel grande cannocchiale dell'Osservatorio del Collegio Romano, trovavasi a circa 30 centimetri di distanza dal fuoco, e perciò esposto ad un enorme condensamento di calore sufficiente a produrre, come dichiara il P. Secchi, in esso prisma delle avarie, cioè grandi alterazioni, per cui durante le osservazioni poteva sensibilmente variare nel suo potere rifrattivo e dispersivo.

A questo proposito il P. Secchi dice, che la temperatura arriva assai presto ad uno stato di equilibrio per dare dei risultati costanti, senza di che le differenze sarebbero progressive e non mai costanti come quelle che fornisce l' osservazione. Questa conclusione sarebbe accettabile, se il prisma fosse permanentemente esposto nello stesso modo ai raggi solari; ma ciò non avviene nelle osservazioni del passaggio del sole, durante le quali, indipendentemente dalla sua temperatura assoluta, il prisma deve essere soggetto a delle variazioni assai sensibili e diverse nelle sue diverse parti, e riproducentisi con una certa periodicità e regolarità nei successivi passaggi del sole; per cui è a ritenersi inevitabile una qualche influenza nella durata del passaggio, specialmente in un grande cannocchiale come quello dell'Osservatorio del Collegio Romano, con un prisma molto dispersivo e perciò molto assorbente, e fissato in una montatura metallica, senza che sia stato usato alcun mezzo opportuno per rendere meno sensibile l' enorme quantità di calore contro di esso irraggiato. Nelle osservazioni da me fatte col prisma avanti la fessura questo inconveniente era molto meno temibile, perchè molto minore l'apertura dell'obbiettivo ristretto anche con opportuno diaframma, perchè molto trasparente il prisma, il quale era isolato con pezzi di sughero dalla sua armatura metallica difesa da conveniente diaframma dall'irraggiamento solare.

È un fatto incontestabile che lo stato di agitazione dell'aria, o l' ondulazione da essa prodotta nel bordo solare, può notevolmente influire sulla durata del passaggio del diametro solare, e produrre in questo delle differenze di parecchi secondi sul suo valore medio; e ciò non solamente nella immagine data dal cannocchiale, ma anche nelle immagini monocromatriche o spettrali; ed ammettendo pure questa sorgente di errore come puramente accidentale, non è certamente da ritenersi che nel medio delle poche osservazioni fatte dal P. Secchi, le quali prese insieme valgono poco più di tre o quattro osservazioni meridiane del passaggio stesso, fatte di più in condizioni atmosferiche non favorevoli, siasi potuto ottenere quel compenso di errori, che appena potrebbe sperarsi da una lunghissima serie di osservazioni.

Il P. Secchi si meraviglia che io abbia potuto annoverare fra le varie sorgenti di errore anche quella dell'instabilità del cannocchiale in causa di tremiti prodotti dal continuo passaggio nelle circostanti strade di carri e di vetture ecc., ma io ritengo che tale meraviglia non sarà condivisa da coloro che in queste delicate osservazioni richieggono degli strumenti di una stabilità quasi assoluta, che certo non può sperarsi in un grande cannocchiale montato equatorialmente, come quello del Collegio Romano, e mantenuto nelle condizioni di mobilità necessarie per obbedire ad un debole moto di orologeria: ed io sono pienamente convinto che assoggettando ad

opportune esperienze un tale stromento nelle ore di gran movimento, si verificherebbero in esso piuttosto frequenti degli spostamenti angolari od oscillazioni non del tutto trascurabili. Consideriamo pure queste oscillazioni, questi tremiti come sorgenti di errori accidentali, ma non sarà certo ragionevole il supporli totalmente compensati nel piccol numero di 26 osservazioni.

In queste osservazioni, come in quelle dei passaggi meridiani, non è poi esclusa l'influenza di un qualche errore personale nell' osservazione dei due appulsi del bordo solare colle righe spettrali, in causa della diversa natura dei due appulsi: e non si potrebbero con probabilità ritenere i risultati delle osservazioni come esenti da questa influenza, se non quando essi venissero confermati da varî osservatori.

A questo riguardo farò da ultimo osservare, che allora quando io ho enumerato le varie sorgenti di errore, dalle quali si potevano ritenere influenzati i risultati ottenuti dal P. Secchi sulla grandezza del diametro delle immagini monocromatiche o spettrali del sole, non ho certo preteso, e non poteva pretendere che ognuna di esse fosse sufficiente a produrre errori o differenze eguali a quelle trovate fra la immagine monocromatica del sole e quella a luce composta; mentre io intendeva soltanto di indicare le varie cause che potevano avere influito sul risultato ottenuto dell'enorme differenza fra i diametri delle due diverse immagini.

Il P. Secchi nelle sue Risposte dice: « Non ci aspettavamo quindi che i nostri risultati fossero tacciati duramente di erronei, perchè non concordavano coll'Almanacco Nautico » con che si potrebbe credere che io avessi tacciati di erroneità i suoi risultati, solo perchè non concordavano coll'Almanacco Nautico; ma la cosa e ben diversa, poichè se io ho dichiarato non accettabile il risultato delle sue osservazioni, l'ho fatto per la ragione che questo risultato era contradetto dalle mie osservazioni, che io riteneva e ritengo meritevoli di maggiore fiducia, perchè molto più numerose, perchè fatte con due diversi apparati e nelle condizioni più variate e più proprie ad assicurare l'esattezza dei risultati. L'Almanacco Nautico e i dati da esso somministrati furono da me invocati ed usati, come l'unico mezzo col quale si potevano rendere le mie osservazioni paragonabili colle sue; ed indipendentemente da quelle piccole incertezze che tuttora si possono supporre nella durata dei passaggi meridiani del diametro solare date dal Nautical Almanac, e indipendentemente anche dal valore del diametro solare misurato nel cannocchiale semplice, la mia conclusione poteva essere formulata nei seguenti termini, e cioè che il diametro delle immagini monocromatiche o spettrali del sole trovato dal P. Secchi è sensibilmente minore del vero, e cioè di parecchi secondi.

Le osservazioni dalle quali io era condotto a questa conclusione erano più di 300, fatte in 8 giorni diversi, mentre quelle del P. Secchi erano soltanto 28, fatte in due soli giorni.

Con queste osservazioni io non aveva certo la pretensione di stabilire la vera durata del passaggio del diametro solare, e quindi la conferma dell' esattezza del valore dato dal Nautical Almanac, o le correzioni da applicarsi al medesimo, non potendosi ciò sperare che da una lunghissima serie di osservazioni fatte in condizioni atmosferiche favorevoli; io le presentava soltanto come sufficienti a mostrare non accettabile la differenza trovata dal P. Secchi di circa 0,56 di secondo fra la durata

del passaggio dell'immagine spettrale del sole e quella data dal Nautical Almanac, che corrisponderebbe alla immagine solare data dal cannocchiale semplice.

Avendo io in quella Nota ed in altre anteriori mostrato, che fra le due combinazioni spettroscopiche del P. Secchi è per varie ragioni preferibile quella del prisma obbiettivo, sono stato ben contento di vedere che il P. Secchi abbia fatto anche con questa combinazione spettroscopica delle nuove osservazioni sulla durata del passaggio del diametro solare, i cui risultati sono riportati nelle sue risposte.

Sono però dispiacente nel vedere che le sue osservazioni sono molto scarse di numero e fatte sempre colle due righe *C* e *B*, sulle quali, come già faceva rimarcare nella mia Nota, possono riescire molto incerti gli appulsi dell'immagine solare.

Nel seguente specchio sono contenuti i risultati di queste osservazioni.

DIAMETRO SOLARE COL PRISMA OBBIETTIVO AVANTI ALLO SPETTROSCOPIO

A dì 7 *Luglio* 1873, *dalle ore* 10 *alle* 11

COLLA RIGA *C*		RIGA *B*	
Diam.° . . .	2.^{m}16^s,70	Diam.°	16^s,30
»	17,00	»	16,55
»	16,65	»	16,40
»	16,20	»	16,40
»	16,80	»	16,45
»	16,65	»	16,55
»	16,90	»	16,65
»	16,85	»	16,45
»	16,30	»	16,65
»	16,65	»	16,75
»	16,70	»	16,45
»	16,45	»	16,75
»	17,00	»	16,70
Medio . . .	2.^{m}16,68	Medio	16,542
Alm. naut. .	2.^{m}17,00	Alm. naut. . .	17,000
Differenza . .	0^s,32	Differenza . . .	0^s,458
Errore probabile	0,184	Errore probabile	0,099

In questo stesso giorno il P. Rosa trovò al passaggio meridiano il diametro dell'Almanacco Nautico 2^m.17^s,00, da cui se ne inferiva che le differenze non erano di quelle dipendenti dalle variazioni proprie del sole, ma dal diverso modo di misurare: dal che rimaneva confermato che il diametro solare, misurato sulle sue imma-

gini spettrali o monocromatiche, è realmente più piccolo di quello delle immagini a luce composta misurato col cannocchiale semplice.

Questa conclusione, considerata anche per se stessa, indipendentemente dalla questione delle variazioni del diametro solare, si presenta assai grave, perchè tenderebbe a provare che il diametro o l'immagine solare nel cannocchiale semplice è notevolmente ingrandita dalle aberrazioni di refrangibilità dell'obbiettivo, o che l'immagine solare data dal cannocchiale si estende non solamente alla fotosfera, ma eziandio ad una parte della cromosfera, la quale potrebbe variare secondo la forza del cannocchiale e secondo la qualità del vetro colorato usato nelle osservazioni e nelle misure. Questa questione pertanto è del massimo interesse, non solamente in riguardo alla fisica solare, ma anche in riguardo a questioni puramente astronomiche.

Se per la misura del diametro solare si ritengono non del tutto sufficienti anche i risultati di lunghissime serie di osservazioni fatte al cannocchiale, non veggo come si possa pretendere come incontestabilmente dimostrata la differenza fra questo diametro e quello misurato sulle immagini spettrali con un numero tanto scarso di osservazioni, quale è quello delle osservazioni fatte dal P. Secchi nei giorni 7 e 9 Novembre 1872, e nel 7 Luglio 1873, che in complesso si riducono a 54 misure della durata del passaggio del diametro solare, prese ciascuna ad un solo filo o ad una sola riga spettrale, e con differenze dello stesso ordine di grandezza di quelle che si riscontrano nelle durate di questo passaggio prese al meridiano per ogni filo del reticolo: cosicchè credo che al complesso di queste osservazioni non si possa accordare maggiore fiducia di quella accordabile al risultato medio di 8 passaggi completi osservati al meridiano con un reticolo di 7 fili.

Prendendo a considerare le sole osservazioni del 7 Luglio 1873, come quelle meritevoli di maggiore fiducia, sia per la migliore combinazione spettrale usata, sia per le migliori condizioni atmosferiche in cui furono fatte, si trovano fra le durate del passaggio sulla riga *C* delle notevoli differenze fino a 0^s, 8, tali cioè da togliere qualunque fiducia al risultato medio ottenuto, prescindendo anche da qualunque sospetto di cause di errori sistematici o costanti. Nelle osservazioni sulla riga *B*, se le differenze fra le varie misure non sono così sensibili, non per questo però sono tali da assicurare l'esattezza del risultato medio da esse dedotto, poichè esaminando queste osservazioni, si vede che la durata del passaggio va quasi regolarmente crescendo dalla prima all'ultima osservazione, il che accennerebbe all'esistenza di qualche errore sistematico, istrumentale o personale.

Se poi si considera che nelle durate del passaggio del diametro solare non rare volte si trovano differenze di alcuni decimi di secondo, e ciò in causa principalmente delle condizioni atmosferiche dominanti durante le osservazioni, non resta escluso che una parte almeno delle differenze trovate dal P. Secchi non sia dovuta a questa circostanza. È ben vero che nello stesso giorno il P. Rosa ha trovato al meridiano la durata del passaggio di 2^m. 17^s, 00, identica a quella data dal Nautical Almanac, ma siccome questa osservazione è almeno di un'ora posteriore a quella del P. Secchi, così essa non basta a garantire l'identità delle condizioni atmosferiche, la cui influenza varia spesso con molta rapidità, come ci viene confermato

tanto dalle osservazioni fatte al cannocchiale, come da quelle fatte collo spettroscopio.

Dalle osservazioni, fatte col prisma avanti alla fessura nel Novembre 1872, risultava fra la durata del passaggio dell'immagine spettrale del sole e la durata data dal Nautical Almanac la differenza media — 0^s, 655, che ridotta in arco diventa 9″, 41, quantità di cui il diametro apparente dell'immagine monocromatica sarebbe stato minore del diametro adottato dal Nautical Almanac. Dalle osservazioni del Luglio fatte col prisma obbiettivo si trova invece tale differenza ridotta soltanto a 5″, 39, e cioè a poco più della metà della prima; e ciò solo basterebbe a dimostrare, o la poca sicurezza di questo apparato nella misura del diametro solare, o l'insufficienza di un piccol numero di osservazioni per dedurne un risultato esatto, od almeno convenientemente approssimativo.

Il P. Secchi per rendere ragione di questa differenza fa osservare, che mentre col prisma avanti la fessura, per la grande dispersione, i due bordi solari riescono egualmente netti e precisi, col prisma obbiettivo ciò si ottiene in un solo lembo, mentre l'altro riesce meno distinto ed oscillante: e con ciò sarebbe dichiarata come più meritevole di fiducia e più sicura la prima combinazione spettroscopica, e quindi anche tali i risultati da essa ottenuti.

Nelle osservazioni da me fatte nel Decembre 1872 e Gennajo 1873 mi sono servito tanto dell'una come dell'altra combinazione spettroscopica, e mi è risultato, come mostrai nella mia Nota del 5 Gennajo 1873, che le durate del passaggio delle immagini spettrali, osservate su varie righe dello spettro, non presentano nelle due diverse combinazioni spettroscopiche differenze sensibili, mentre poi le durate medie ottenute da entrambe danno colla durata del Nautical Almanac piccole differenze, dovute in parte agli errori di osservazione, e in parte anche a qualche incertezza del valore del diametro solare medio, su cui sono calcolate quelle durate.

Infatti da 154 passaggi osservati col prisma obbiettivo risultò la differenza media in più 0^s, 11; da 121 passaggi osservati col prisma avanti la fessura si ebbe la differenza in più 0^s, 08.

Se queste osservazioni pel loro limitato numero e principalmente per le circostanze atmosferiche, non sempre favorevoli nei giorni in cui furono fatte, non erano sufficienti a stabilire il vero valore della durata del passaggio meridiano del diametro solare nelle immagini monocromatiche, erano però sufficienti a provare non accettabili le grandi differenze trovate dal P. Secchi.

Nel pubblicare questo risultato io prevedeva già che si sarebbe cercato di togliere al medesimo qualunque autorità e fiducia, attribuendone la inesattezza alla piccolezza del cannocchiale, alla poca dispersione ed alla imperfezione degli apparati spettroscopici da me usati, nè io mi sono certo ingannato in questa previsione, poichè dichiarandosi come incompetente per queste osservazioni lo strumento da me usato, se n'è addotta come prova l'aver io dichiarato « che le righe lucide della cromosfera » e delle protuberanze sono assai deboli, principalmente per la viva luce dello spet- » tro solare su cui si projettano, onde il più leggero strato di nebbia basta a ve- » larle; che io veggo al mio strumento il bordo agitato come d'ordinario, e che » non veggo le macchie certamente tanto bene quanto con un vetro colorato ».

Che io abbia verificato col mio stromento nell'apparato spettroscopico del P. Secchi questi ed altri inconvenienti è un fatto, ma esso non costituisce già una prova della imperfezione dello strumento da me adoperato, poichè questi inconvenienti sono pienamente confermati dalla teoria applicata a questo apparato: ma prima di trattare questa questione, credo opportuno di confermare il risultato da me dedotto coll'appoggio di nuove osservazioni, fatte posteriormente alle Note del P. Secchi per rimovere qualunque dubbio di inesattezza in causa delle condizioni atmosferiche o della stagione in cui furono fatte le mie prime osservazioni.

Dal 26 Agosto fino al 4 Ottobre 1873 furono fatte in 16 diversi giorni varie serie di osservazioni, tanto col prisma obbiettivo, quanto col prisma a visione diretta avanti la fessura, usando le cure necessarie ad assicurare l'esattezza dei risultati; e nel seguente specchio sono riportate le differenze trovate in ciascun giorno fra la media durata data dalle osservazioni e la corrispondente del Nautical Almanac, unitamente al numero delle osservazioni fatte in ciascun giorno ed al relativo errore probabile.

OSSERVAZIONI
SULLA DURATA DEL PASSAGGIO DEL DIAMETRO SOLARE

Data			Durata osservata-calcolata	Numero delle osservazioni	Errore probabile
1873	Agosto	26	— 0ˢ,012	25	0ˢ,094
»	»	29	— 0,008	16	0,130
»	»	30	— 0,013	18	0,106
»	Settembre	1	— 0,047	18	0,074
»	»	3	— 0,116	35	0,091
»	»	8	— 0,097	20	0,090
»	»	9	— 0,011	27	0,116
»	»	10	— 0,125	11	0,118
»	»	11	— 0,008	20	0,099
»	»	14	+ 0,020	14	0,111
»	»	18	+ 0,012	32	0,115
»	»	20	— 0,044	26	0,110
»	»	23	— 0,019	18	0,134
»	Ottobre	2	— 0,111	19	0,082
»	»	3	— 0,103	20	0,084
»	»	4	+ 0,027	21	0,123
			Medio — 0,041	Somma 340	Medio 0,105

I passaggi furono presi su varie righe spettrali ben definite, e in varie regioni dello spettro, come nelle antecedenti osservazioni, per variare le condizioni d'illuminazione del campo, e di più furono alternativamente prese colle due diverse po-

sizioni dei prismi, per osservare i contatti o gli appulsi tanto col moto diretto come retrogrado dell' immagine spettrale del sole, per eliminare qualunque errore personale, che avesse potuto essere prodotto da queste circostanze.

Da queste osservazioni risulterebbe che la durata del passaggio del diametro delle immagini monocromatiche del sole è realmente in media minore di quella data del Nautical Almanac, ma soltanto di 0^s, 041, mentre nelle prime osservazioni del P. Secchi la differenza era di — 0^s, 655 e nelle ultime — 0^s, 389.

Senza pretendere che le mie osservazioni siano sufficienti a stabilire il vero valore del diametro solare, farò per altro osservare che prendendo le sole osservazioni fatte col prisma obbiettivo, che io ritengo più sicure, si avrebbe la differenza — 0^s, 06, la quale poco diversifica dalla correzione — 0^s, 08, che gli Astronomi di Greenwich hanno creduto di dover apportare alla durata del passaggio del diametro solare data dal Nautical Almanac, per renderla convenientemente concordante coi risultati delle osservazioni di molti anni fatte in quell'Osservatorio; correzione o differenza dedotta dalle osservazioni fatte al cannocchiale semplice, e che perciò non può considerarsi come una differenza speciale fra il diametro dell' immagine spettrale del sole e quella a luce composta data dal cannocchiale.

Il soddisfacente accordo presentato non solamente dai risultati medii di ogni giorno di osservazione, ma eziandio dalle singole osservazioni, mi ha condotto nella persuasione, che la combinazione spettroscopica del P. Secchi col prisma obbiettivo possa utilmente applicarsi alla misura del diametro solare per mezzo della durata del suo passaggio, quando però sia bene assicurata la stabilità dello stromento. I veri vantaggi da essa procurati mi sembrano i seguenti, e cioè quello di presentare il bordo solare ben definito sotto un ingrandimento comparativamente maggiore di quello, che potrebbe ottenersi con un cannocchiale semplice, e quello di procurare colle righe spettrali una specie di reticolo molto più perfetto di quello a fili di tela di ragno; perchè le righe fraunhoferiane per la loro finezza, uniformità e stabilità si prestano molto meglio agli appulsi, senza il timore di nocivi effetti d' illuminazione e di diffrazione; e finalmente quello di potersi diminuire la grande disparità delle condizioni in cui al cannocchiale semplice si effettuano i contatti dei due bordi, scegliendo per gli appulsi righe ben definite e corrispondenti alla parte centrale dello spettro, dove maggiore è l' illuminazione del campo.

In riguardo alla differenza di circa 0^s, 4 fra le osservazioni del P. Secchi, fatte col prisma obbiettivo, e la durata assegnata dal Nautical Almanac, ossia alla differenza di circa 0^s, 3 fra il risultato del P. Secchi e il mio, io ritengo che si possa spiegare attribuendolo al troppo scarso numero delle osservazioni fatte dallo stesso P. Secchi, alla circostanza di avere egli scelto per gli appulsi le due righe C e B, la prima delle quali può dar luogo a qualche incertezza sull' istante reale dell'appulso, pel suo passaggio dallo stato oscuro allo stato lucido, la seconda invece per la sua sensibile larghezza; non essendo poi escluso che a produrre questa differenza abbia potuto concorrere lo stato di agitazione dell' atmosfera, un qualche errore personale nell' osservazione degli appulsi dei due bordi, e fors'anche una qualche instabilità nello strumento nell' intervallo di ogni passaggio, cosa certo non impossibile in uno strumento equatoriale di grandi dimensioni come quello del Collegio Romano,

sopracaricato alle estremità del cannocchiale da masse assai pesanti, quale deve essere quella del prisma obbiettivo di 6 pollici di apertura colla rispettiva armatura, e dall'altra parte quella dell'apparato spettroscopico, e probabilmente quella dei contrappesi speciali destinati a far equilibrio al peso del prisma suddetto.

Se alle nostre osservazioni non si può fare un simile rimprovero in riguardo ai due primi inconvenienti, perchè esse sono abbastanza numerose, e perchè gli appulsi furono presi su varie righe spettrali ben definite, non intendo però di dichiararle del tutto esenti dalle altre sorgenti di errore, quantunque, con molta probabilità io possa ritenerne l'influenza ristretta in limiti molto angusti.

Infatti le mie osservazioni essendo state fatte in 16 giorni diversi, sparsi in un intervallo di più di 40 giorni, si ha ragione di ritenere che in gran parte almeno si sia ottenuto il compenso delle influenze atmosferiche: le osservazioni essendo state fatte in parte da me e in parte dall'Assistente S.r D.r Di Legge, abilissimo osservatore, e con risultati pressochè identici, e fatte anche in condizioni variate, non credo irragionevole il supporre che ben limitata debba essere l'influenza dell'errore personale: mentre poi dal notevole accordo nei risultati delle singole osservazioni sembra comprovata una conveniente stabilità, più facile ad ottenersi in uno strumento di piccole dimensioni, come il nostro equatoriale di 4 $^1/_3$ pollici di apertura, fissato solidamente e in una località abbastanza isolata dalle strade di grande movimento e passaggio.

Ad ogni modo io sono ben contento di vedere che gli ultimi risultati, ottenuti dal P. Secchi e da me, si sono notevolmente ravvicinati, e sono intimamente convinto, che continuando le osservazioni finiremo col trovarci in conveniente accordo, fornendo utili risultati per meglio definire il valore del diametro solare.

Dopo di avere esposti i risultati delle mie osservazioni ben volentieri lascierei alle persone competenti il compito di farne la critica, e di giudicare del grado di fiducia da esse meritato in confronto di quelle del P. Secchi, esprimendo soltanto il vivo desiderio, che tali osservazioni venissero ripetute da autorevoli osservatori, per potere in modo decisivo risolvere le questioni sollevate in riguardo al diametro solare: ma siccome le mie osservazioni vengono dal P. Secchi recisamente dichiarate come immeritevoli di fiducia, in causa delle imperfezioni dello strumento da me usato, così mi trovo nella necessità di dare a questo riguardo alcuni schiarimenti atti a mostrare, se i difetti ad esso strumento rimproverati siano reali e tali da doverlo giudicare come inetto a questo genere di osservazioni.

Nella mia Nota sull'osservazione dell'ecclisse totale del 12 Decembre 1871 a Poodoocottah nell'Indostan, letta nella nostra Sessione del 3 Marzo 1872, parlando della opportunità della combinazione spettroscopica del P. Secchi nell'osservazione degli eclissi solari, ebbi occasione di mostrare il principio ottico sul quale è la medesima fondata, e il giuoco di luce pel quale si ottiene l'immagine spettrale del sole, tanto col prisma avanti all'obbiettivo del cannocchiale, quanto col prisma posto avanti alla fessura dello spettroscopio applicato al cannocchiale, facendo rimarcare le prerogative e i difetti di questo apparato, che nello stesso tempo agisce come cannocchiale e come spettroscopio. Quantunque in quella nota e più dettagliatamente nell'altra letta nella Sessione del 7 aprile 1872, in risposta a quella del P. Sec-

chi « Sull'ultima ecclisse del 12 Decembre 1871 » pubblicata negli Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei, Sessione III del 18 Febbrajo 1872, io abbia mostrato come la debolezza delle righe spettrali della cromosfera e delle protuberanze, la deformazione o l' indecisione delle immagini specialmente col prisma avanti la fessura, l'ondulazione od agitazione del bordo solare ec. ec.; siano necessariamente dipendenti dalla natura stessa di questo apparato telespettroscopico, e non già dalla imperfetta costruzione o composizione del medesimo, pure in seguito alle obbiezioni del P. Secchi mi trovo nella necessità di trattare questa questione con maggiore dettaglio e sviluppo, per dimostrare che le mie conclusioni non erano semplicemente basate sulle apparenze e sui risultati ottenuti sperimentalmente collo strumento da me adoperato, ma bensì fondate sulla teoria dello strumento stesso.

Cominciando coll' esaminare la prima combinazione spettroscopica, e cioè quella col prisma obbiettivo, farò primieramente rimarcare, che se avanti all' obbiettivo di un cannocchiale astronomico venga collocato un prisma a larga superficie ed a piccolo angolo rifrangente, p. e. di 13°, o 14°, colla sua sezione principale parallela all' asse del cannocchiale, i raggi luminosi provenienti da ciascun punto del sole, i quali raggi si possono ritenere come paralleli, attraverso al prisma si rifrangono e si disperdono, e quindi rifratti dall'obbiettivo, invece di concorrere nel piano focale in un punto a fuoco unico, convergono invece in tanti fuochi distinti quante sono le qualità di raggi, producendo uno spettro lineare, la cui lunghezza dipende soltanto dalla dispersione totale del prisma, quando esso sia girato in modo da produrre la minima rifrazione.

Se ora si immagina il sole diviso in tante sezioni infinitesime o lineari, perpendicolari al piano di dispersione del prisma, è facile di vedere che ognuna di queste linee solari produrrebbe nel piano focale uno spettro puro, avente la larghezza apparente della sezione stessa, e solcato secondo la sua lunghezza da striscie o bande più lucide od oscure, in corrispondenza a quei tratti di facole, o di macchie, che per avventura si trovassero sotto quella sezione.

Il complesso degli spettri puri dati dalle singole sezioni viene poi a formare nel piano focale uno spettro impuro dell' immagine solare, nel quale i raggi delle varie refrangibilità sono sovrapposti o confusi gli uni cogli altri, eccetto chè nell'estremo rosso e nell' estremo violetto, dove lo spettro è realmente puro: ed osservando questo spettro per mezzo di un oculare ordinario munito di vetro offuscante, esso ci presenta l'immagine solare allungata e coi colori dell' iride, ben decisi alla estremità e confusi in una striscia biancastra nella parte centrale, dove si hanno sovrapposti i raggi di tutte o di quasi tutte le refrangibilità.

Ma se noi mettiamo nel piano focale la fessura di uno spettroscopio diretta perpendicolarmente al piano di dispersione del prisma obbiettivo, e portiamo sulla medesima una parte qualunque dell' immagine spettrale del sole, allora tutte le sezioni o linee solari, che trovansi dalla parte meno refrangibile dello spettro, ossia dalla parte del rosso, portano la loro rispettiva immagine sulla fessura, e quivi costituiscono una linea luminosa composta di tutti i raggi corrispondenti a quella stessa parte dello spettro; cosicchè su questa linea lucida trovasi schiacciata o linear-

mente condensata tutta la porzione dell'immagine solare coincidente con quel tratto di spettro.

Questa linea luminosa, ricevuta dal collimatore dello spettroscopio e quindi dispersa dai prismi, viene trasformata in uno spettro puro, costituito dalle immagini monocromatiche delle infinite sezioni o righe solari di cui essa è composta, le quali perciò vengono dispiegate o sviluppate in una zona spettrale rappresentante la corrispondente parte dell' immagine del sole, con tutte quelle particolarità che erano su di esse improntate, e quindi coll' impronta delle facole, delle macchie ec.; e questa immagine spettrale sarebbe cospersa delle righe fraunhoferiane, se esse non si confondessero colle righe dello spettro fisso della luce solare portata sulla fessura dalla nostra atmosfera, le quali si estendono a tutta la larghezza della fessura stessa.

Questa specie d' immagine solare, restando immobile il cannocchiale, sembra spostarsi intatta sulle righe fisse dello spettro atmosferico, obbedendo al moto diurno apparente del sole; ma in realtà essa subisce una continua trasformazione, un continuo rinnovamento, essendo successivamente formata dalle varie righe luminose che gli spettri delle sezioni o linee solari portano sulla fessura in causa del moto generale dell' immagine del sole. Ed è appunto in questo modo, che diretto il prisma obbiettivo col suo piano di dispersione parallelamente all'equatore, noi vediamo il bordo occidentale dell' immagine del sole scorrere successivamente sulle varie righe nere dello spettro atmosferico, come sui fili di un reticolo, trasportando seco il disco e finalmente il bordo orientale, come negli ordinarii passaggi nel campo e sui reticoli dei cannocchiali.

Nello spettro impuro, formato dall' immagine solare sul piano della fessura, sono confuse e velate le immagini monocromatiche della cromosfera e delle protuberanze nella loro reale forma e dimensioni, e perciò quando una di esse trovasi trasportata sulla fessura, essa viene avvertita nel campo dello spettroscopio per l' inversione o illuminazione della riga corrispondente dello spettro atmosferico pel tratto della fessura da essa occupato; cosicchè lo strumento compie allora l'ufficio di vero spettroscopio per l' analisi della luce della cromosfera e delle protuberanze.

In questo modo l' apparato del P. Secchi agisce nello stesso tempo come cannocchiale e come spettroscopio, presentando insieme l' immagine della superficie solare colle sue particolarità, e cioè colle facole, colle macchie ec., e le righe spettrali lucide della cromosfera e delle protuberanze: resta però a vedersi, se riunendo in uno stesso apparato i due strumenti, essi conservino intatte le loro preziose prerogative e la loro efficacia.

Considerando lo strumento come cannocchiale, destinato a rilevare esattamente le particolarità della superficie solare, e cioè la forma, la grandezza, la posizione delle facole e delle macchie, e la struttura della fotosfera, sarebbe necessario che esso presentasse con fedeltà e distinzione l'immagine delle varie parti di essa superficie, ciò che non potrebbe ottenersi altro che col soddisfare alle seguenti condizioni.

Primieramente si richiede che i bordi della fessura siano lavorati con esattezza quasi geometrica, che l'apertura di essa fessura possa ridursi ad una sottigliezza quasi lineare, che il piano di dispersione del prisma obbiettivo sia esattamente parallelo a quello del prisma o da prismi dello spettroscopio, e finalmente

che la dispersione apparente del prisma obbiettivo sia esattamente eguale alla dispersione del prisma dello spettroscopio.

Se la fessura dello spettroscopio è irregolare, o non molto ristretta, è evidente che ogni sezione solare porterà sulla medesima più righe spettrali, o una sottile falda di spettro, la quale sovrapponendosi con quelle delle sezioni vicine, renderà la sua immagine diffusa e indecisa.

Se i piani di dispersione non saranno fra loro paralleli e perpendicolari alla fessura, l'immagine del bordo e degli oggetti contenuti nel disco solare, riesciranno più o meno sensibilmente distorte o deformate, secondo che maggiore o minore sarà l'inclinazione dei due piani fra loro e colla fessura. Il modo più sicuro, per ottenere e verificare questo parallelismo, è quello di disporre la fessura perpendicolarmente all'equatore, e di girare il prisma obbiettivo sino a che si ottenga di vedere l'immagine di una piccola macchia o di una facola scorrere il campo del canocchiale parallelamente al bordo della fessura, o mantenersi coincidente con una di quelle righe oscure, che le piccole scabrosità dei bordi della fessura, o i granelli di polvere, nella medesima infiltrati, projettano sullo spettro perpendicolarmente alle righe spettrali.

Se il prisma obbiettivo produce una dispersione angolare d, quando i raggi luminosi hanno attraversato il collimatore dello spettroscopio, questa dispersione diventa $d \times \frac{\delta}{\delta'}$, chiamate δ e δ' le distanze focali dell'obbiettivo del canocchiale e del collimatore, cosicchè essa apparisce nello spettroscopio ingrandita nel rapporto δ a δ', e perciò io la chiamo dispersione apparente: e questo ingrandimento è quello stesso che il collimatore produce nella imagine del sole e delle sue diverse parti, portate sul piano focale o sulla fessura dall'obbiettivo del cannocchiale.

Se ora chiamiamo D la dispersione angolare del prisma o dei prismi dello spettroscopio, è facile di vedere che queste immagini non potranno riescire fedeli o regolari, se non si verifica la condizione

$$D = d \times \frac{\delta}{\delta'}$$

ossia se la dispersione apparente del prisma obbiettivo non sia eguale alla dispersione effettiva del prisma dello spettroscopio.

Infatti se noi supponiamo che sulla fessura venga portata dal prisma obbiettivo per le righe spettrali l'immagine di una zona solare p. e. di 5′ di spessezza, sarà pure di 5′ la dispersione corrispondente; e siccome questa immagine è ridotta pel collimatore ad una semplice linea luminosa, così per mezzo soltanto della dispersione del prisma dello spettroscopio essa deve essere sviluppata nuovamente in una zona di 5′. Siccome poi per l'azione del collimatore questa riga lucida, o piuttosto le varie righe lucide, che la compongono, sono ingrandite secondo la loro lunghezza nel

rapporto $\delta : \delta'$, così la dispersione di questo prisma dovrà sviluppare la riga stessa in una zona estesa a $5' \times \frac{\delta}{\delta'}$, altrimenti l'immagine solare e quelle degli oggetti portati sulla medesima andrebbero soggetti a due ingrandimenti distinti, uno $\frac{\delta}{\delta'}$ nel senso delle righe spettrali, l'altro perpendicolarmente alle righe stesse e dipendente semplicemente dalla dispersione del prisma dello spettroscopio, e perciò questi due ingradimenti non potranno riuscire eguali, se non si abbia

$$D = d \times \frac{\delta}{\delta'} \text{ ossia } \frac{D}{d} = \frac{\delta}{\delta'}$$

Se si abbia invece $D > d \times \frac{\delta}{\delta'}$, allora il primo ingrandimento sarà minore del secondo, e perciò l'immagine spettrale del disco solare, delle facole e delle macchie riescirà allungata nel senso longitudinale dello spettro, mentre invece queste immagini appariranno schiacciate, quando si abbia $D < d \times \frac{\delta}{\delta'}$.

Affinchè le immagini non siano alterate richiedendosi che almeno approssimativamente sia verificata l'indicata condizione, in atto pratico riescirà ben difficile di ottenere nella combinazione spettroscopica del P. Secchi le immagini esatte del bordo solare, delle facole e delle macchie, a meno che non si cercassero appositamente prismi a ciò opportuni, o non si scegliesse un collimatore di speciale distanza focale; e sarebbe un caso veramente eccezionale se si giungesse a questo scopo con una casuale o quasi casuale combinazione di prismi.

Per mancanza dei necessarii dati non posso dedurre positivamente, se nello strumento usato dal P. Secchi sia o no verificata questa condizione, ma non avendo egli dichiarato di avere fatto a questo proposito speciali ricerche, credo assai probabile, per non dir certo, che tale condizione non sia verificata, e che quindi anche in esso strumento le immagini del bordo solare, delle facole e delle macchie non siano del tutto fedeli. Che anzi avuto riguardo alla limitata dispersione del prisma obbiettivo ed alla forte dispersione dei prismi dello spettroscopio dal P. Secchi usati, ritengo come assai probabile che le immagini riescissero sensibilmente allungate.

Nello strumento da me adoperato per l'osservazione della durata del diametro solare si aveva prossimamente

$$D = \frac{3}{2} \times \frac{\delta}{\delta'} d,$$

e perciò l'imagine solare, e così quelle delle macchie e delle facole riescivano sensibilmente allungate: ma se questa circostanza avrebbe costituito un grave ostacolo per rilevare la vera forma e posizione delle facole e delle macchie, essa però diventava molto utile per le misure del diametro solare; perchè rimanendo simmetrico il bordo solare nei luoghi di contatto colle righe spettrali, non sono punto

alterati gli appulsi, e rimanendo costante la durata del passaggio del disco, la sua immagine è nella direzione del diametro a misurarsi soggetta ad un ingrandimento molto maggiore di quello che si avrebbe coll'immagine regolare, e per conseguenza soggetto ad un più rapido moto apparente, pel quale è resa più sicura la stima dell'istante del passaggio dei bordi sulle righe fraunhoferiane.

Infatti se noi chiamiamo m l'ingrandimento prodotto dal cannocchialetto dello spettroscopio, il totale ingrandimento M subìto dagli oggetti attraverso al canocchiale ed allo spettroscopio diventa

$$M = m \times \frac{\delta}{\delta'}$$

e tale è appunto l'ingrandimento dell'immagine solare nel senso trasversale allo spettro, mentre l'ingrandimento nel senso longitudinale, in causa della dispersione dello spettroscopio, risulta prossimamente

$$M^1 = m \times \frac{\delta}{\delta'} \times \frac{D\delta'}{d\,\delta} = m \times \frac{D}{d} = \frac{3}{2} m \times \frac{\delta}{\delta'} = \frac{3}{2} M$$

e siccome nel nostro strumento si aveva $M = 110$ circa, così ne risultava approssimativamente $M^1 = 165$.

Nello strumento del P. Secchi si hanno quindi due ingrandimenti distinti, uno nel senso traversale allo spettro, che dipende dal rapporto della distanza focale dell' obbiettivo a quella del collimatore, l'altro nel senso longitudinale, dipendente soltanto dal rapporto della dispersione del prisma dello spettroscopio con quella dal prisma obbiettivo.

Questa diversità d' ingrandimenti non esiste però nelle immagini monocromatiche della cromosfera e delle protuberanze, sulle quali i due prismi non hanno altra influenza che quella di separarle e di portarle al posto delle relative righe spettrali , e ciascuna immagine si presenta in tutti i sensi soggetta all'ingrandimento $M = m \times \frac{\delta}{\delta'}$, come può verificarsi coll'allargamento della fessura.

Da questa prerogativa dello strumento risulta che quando l' immagine è per effetto di dispersione allungata, portando la fessura sopra una delle immagini monocromatiche della cromosfera, p. e. sull' immagine della riga C, la base della cromosfera stessa toccando la riga in un punto o piccola parte del bordo dell' immagine solare, si presenta poi sensibilmente staccata o separata dal medesimo nelle parti più lontane; mentre, quando l'immagine solare è schiacciata, la cromosfera sembra immergersi o seppellirsi sotto il bordo solare nelle parti distaccate dal punto di contatto colla riga C. Queste apparenze dipendono precisamente da questo, che nel primo caso la base della cromosfera rappresenta un arco di circolo a contatto di una specie di ellisse, avente l'asse minore eguale al diametro del circolo e l'asse maggiore più grande del medesimo , col punto di contatto ad una delle estremità

dell'asse maggiore: nel secondo caso invece il contatto ha luogo all'estremità dell'asse minore.

Finora non si è fatta alcuna supposizione relativamente alla disposizione dei prismi in riguardo al senso della dispersione da essi prodotta, mentre dipendentemente dalla medesima si possono ottenere varie apparenze nella immagine spettrale del sole, della cromosfera e delle protuberanze, sia in riguardo alla loro posizione che al loro moto apparente.

Supponendo per maggiore semplicità i piani di dispersione disposti secondo l'equatore, si possono combinare i due prismi in quattro modi diversi, e cioè:

1.° Prisma obbiettivo colla dispersione verso oriente, e prisma dello spettroscopio colla dispersione verso occidente.

2.° Prisma obbiettivo colla dispersione verso oriente, e prisma dello spettroscopio colla dispersione ad oriente.

3.° Prisma obbiettivo colla dispersione ad occidente, e prisma dello spettroscopio colla dispersione ad oriente.

4.° Prisma obbiettivo colla dispersione ad occidente, e prisma dello spettroscopio colla dispersione ad occidente.

Supponiamo lo spettro dell'immagine solare projettato dal prisma obbiettivo verso oriente, e supponiamo la fessura dello spettroscopio portata sull'immagine spettrale del sole verso occidente ad una certa distanza dal rosso estremo, p. e. alla distanza di 8′: in questo caso la sezione, o linea dell'immagine solare distante di 8′ dal bordo orientale, darà sulla fessura la sua immagine colla riga spettrale del rosso estremo, mentre le sezioni successivamente più all'occidente porteranno sulla fessura stessa le loro immagini rispettive con righe spettrali successivamente più refrangibili, sino alla sezione estrema o al bordo orientale, la cui immagine sarà formata sulla fessura da una certa riga spettrale, che supporemo p. e. la D', alla quale perciò competerà la dispersione di 8′. Di modo che sulla fessura saranno condensate o sovrapposte in una linea luminosa tutte le immagini delle sezioni comprese nella zona o segmento solare di 8′, e rappresentate ciascuna con una delle righe spettrali comprese dall'estremo rosso sino alla D'.

Ciò posto facilmente si comprenderà come lo spettroscopio, sviluppando quella linea lucida data dalla fessura nelle singole linee spettrali delle varie sezioni o linee solari, presenterà l'immagine del segmento, la quale occuperà sullo spettro la parte compresa dal rosso estremo fino alla riga D^1, su cui cadrà il bordo orientale; e questa immagine apparirà diretta, se la dispersione del prisma dello spettroscopio si effettuerà verso occidente, poichè in questo caso nel rovesciamento prodotto dal cannocchialetto lo spettro e quindi l'immagine del segmento si presenterà rovesciata e cioè colla riga D e col bordo orientale verso l'est.

Restando immobile il cannocchiale, mentre lo spettro o immagine solare si muoverà apparentemente verso oriente, le sezioni solari più vicine alla base del segmento oltrepasseranno successivamente la fessura, e quindi il segmento solare condensato su di questa andrà successivamente diminuendo, e la sua sommità, ossia il lembo orientale, accostandosi alla medesima, darà la sua immagine con righe spettrali successivamente meno refrangibili; e perciò allo spettroscopio sembrerà

spostarsi verso l' estremo rosso e cioè di oriente in occidente, onde si avrà l'immagine spettrale del sole diretta, e diretto pure il suo movimento.

Lasciato intatto il prisma obbiettivo, se ora gireremo di 180° lo spettroscopio, dimodochè il suo prisma disperda anch'esso di occidente in oriente, l'immagine del segmento solare sarà invertita, e cioè col bordo orientale all'ovest, ed apparentemente mobile d' occidente in oriente. In questo caso l' immagine solare non è realmente rovesciata che nel senso dell'equatore, rimanendo diretta nel senso del circolo di declinazione, od in altri termini essa diventa semplicemente simmetrica all'immagine ottenuta nel caso antecedente, ed apparentemente dotata di movimento retrogrado.

Le immagini monocromatiche della cromosfera e delle protuberanze, non subendo per parte dei prismi altro effetto che quello di essere separate le une dalle altre, così nella loro forma, nella loro grandezza e nella loro disposizione sono semplicemente soggette all' influenza del sistema lenticolare; e perciò qualunque siasi il modo con cui sono combinate le posizioni del prisma obbiettivo e del prisma dello spettroscopio, esse appariscono sempre dirette e dotate di movimento apparente egualmente diretto.

Perciò, quando l'immagine spettrale del sole è diretta, la cromosfera e le protuberanze si presentano rispetto al bordo solare nelle loro reali posizioni; ma quando quella immagine è invertita, siccome la cromosfera e le protuberanze si mantengono dirette, così si ha la singolare apparenza, che nei due lembi est ed ovest la cromosfera, invece di adattarsi colla sua base concava sulla convessità del lembo, sembra volgere contro di essa la sua convessità, coi getti e colle protuberanze dirette contro il lembo, mentre in realtà sono diretti in senso opposto; e così la cromosfera, i getti e le protuberanze, invece di seguire il moto del bordo solare, sembrano allontanarsi dal medesimo.

In atto pratico però non è così facile di rilevare e definire queste apparenze, questi giuochi di luce, specialmente per la circostanza che la cromosfera e le protuberanze non sono presentate nel campo dello strumento da vere immagini, ma semplicemente da sezioni la cui larghezza dipende da quella della fessura; ed è soltanto cogli opportuni spostamenti della fessura stessa sulle varie parti di queste immagini, oppure coll' attenta osservazione delle varie sezioni che si succedono sulla medesima, che possiamo giungere a rilevare e comprendere questi effetti ottici curiosissimi.

La ristrettezza di una nota non mi permette di entrare a questo proposito in ulteriori dettagli, ma il già detto mi sembra sufficiente a mostrare, quanto sia complessa la teoria di questo strumento, e quanto debba essere circospetto il suo uso e assai ponderata e giudiziosa l' interpretazione dei risultati da esso forniti.

Farò soltanto rimarcare che nella misura della durata del passaggio del diametro solare non è certo conveniente di scegliere per gli appulsi le righe lucide della cromosfera, come la *C*; poichè oltre all' inconveniente di osservare l' appulso ad una riga o filo soggetto nell'atto dell'appulso ad una grande trasformazione, quale è quella di diventare di nero lucido e viceversa, si ha poi l'altro inconveniente di vedere questo passaggio preceduto o seguìto da apparenze od effetti ottici, che possono disturbare notevolmente l'osservazione dell'appulso.

Resterebbe ora a considerare il caso in cui la dispersione del prisma obbiettivo è prodotta sull' immagine solare verso occidente, per dedurre le apparenze che si hanno nell'immagine spettrale del sole, della cromosfera e delle protuberanze, secondo che la dispersione del prisma dello spettroscopio si produce verso occidente o verso oriente : ma tali apparenze possono facilmente dedursi da quelle del caso antecedente, prendendo in considerazione l'immagine di un segmento occidentale del sole condensato sulla fessura, posta ad una certa distanza dall'estremo rosso dello spettro impuro formato sulla medesima, poichè con un ragionamento simile a quello del caso antecedente si trova, che se il prisma dello spettroscopio disperde verso occidente, in causa del rovesciamento del cannocchialetto l'immagine solare apparisce invertita, e il suo moto apparente retrogrado; mentre col prisma diretto in senso opposto l'immagine e il suo moto diventano diretti; producendosi poi in riguardo alla cromosfera ed alle protuberanze quelle stesse apparenze e quegli stessi giuochi di luce in corrispondenza all' immagine diretta od invertita.

Restringendoci ora a trattare dell' osservazione degli appulsi dell' immagine spettrale colle righe fraunhoferiane fisse, date dallo spettro atmosferico, supponiamo i due prismi combinati nel primo modo, e cioè dispersione del prisma obbiettivo verso oriente e dispersione del prisma dello spettroscopio verso occidente: se noi portiamo la fessura verso l'ovest al di là del rosso estremo, ossia fuori dello spettro solare, avremo sulla fessura una riga lucida bianca data dall'atmosfera, come se non esistesse il prisma, a cagione della estensione dell'atmosfera stessa: questa riga bianca, dispersa dal prisma dello spettroscopio, produce nel campo del cannocchialetto uno spettro colle righe fraunhoferiane fisse, come nel caso del cannocchiale munito del semplice spettroscopio; e questo spettro, che diremo atmosferico, si ottiene sempre anche quando portiamo la fessura sulla immagine o spettro del sole; soltanto varia il suo splendore, secondo il vario grado di intensità dei raggi condensati nelle varie parti di questa imagine: e ciò avviene non già per effetto dei raggi diretti del sole, i quali vengono dal prisma dello spettroscopio portati al rispettivo posto, per formare l'immagine sviluppata del segmento solare condensato sulla fessura, ma bensì dal maggiore o minore grado d'illuminazione che subisce l'atmosfera in quelle direzioni. Se la fessura viene portata sull' immagine dispersa del sole ad una distanza di circa 32′ dall'estremo rosso, o più esattamente ad una distanza eguale al diametro del sole, allora sulla fessura coincidendo il lembo ovest, esso vi è rappresentato dalla riga dell'estremo rosso, mentre le successive sezioni o righe solari vi sono rappresentate da righe spettrali successivamente più refrangibili; le quali poi disperse dallo spettroscopio presentano l'immagine solare invertita col lembo ovest nel rosso estremo, mentre il resto dell'immagine solare è data dalle righe successivamente più refrangibili.

Se invece portiamo la fessura più verso l'est, p. e. sino al posto della riga *C* sullo spettro del bordo occidentale, allora l'immagine solare comincerà colla riga spettrale *C*, estendendosi poi verso il giallo, il verde ec.; e la stessa riga *C* diventerà per un tratto lucida, se sposteremo leggermente la fessura verso l'ovest, in modo da farla cadere sull'immagine monocromatica *C* della cromosfera. Siccome in questo caso al posto della riga lucida *C* lo spettro atmosferico è molto splendente e cosperso

anche di luce diffusa, per la forte illuminazione dei corpuscoli o pulviscoli nuotanti nell'atmosfera, nell'interno del cannocchiale e presso la fessura, ed anche per la forte illuminazione delle masse di vetro attraversate dai raggi solari, così per effetto di contrasto la riga lucida *C* apparisce piuttosto debole. Fissato ora il cannocchiale, lasciando che l'immagine si vada perdendo nel rosso estremo, verso cui è spinta dal moto apparente del sole, dopo qualche tempo apparirà il lembo occidentale, il quale avvicinandosi successivamente alla riga *C*, finirà per passare sopra la medesima, seguìto immediatamente dalla cromosfera, la quale renderà per un tratto lucida la stessa riga *C*.

E siccome ciò avviene quando la fessura è vicina all'estremo rosso, nella parte meno illuminata dello spettro solare, dove lo spettro atmosferico e la luce diffusa sul medesimo è assai debole, così la riga *C* per effetto di contrasto sembra molto più viva che nell'altro bordo. Combinati i prismi in questo modo nell'osservazione dei passaggi del disco solare sulla riga *C*, questa apparisce meno distinta nel bordo occidentale e più viva invece nel bordo orientale; invertendo invece o il prisma obbiettivo o quello dello spettroscopio, avviene l'opposto.

Il P. Secchi ritiene questa differenza di distinzione nei due bordi o nella riga *C*, come una delle principali cause di errore nelle osservazioni fatte col prisma obbiettivo, che per la sua poca dispersione presenta uno dei bordi meno netto e meno preciso, e affetto da quella ondulazione, che presenta il lembo solare osservato al cannocchiale coi vetri colorati, mentre l'altro lembo riesce ben terminato, nitido e tranquillo.

Quantunque nelle osservazioni, che io ho fatto sulla riga *C*, abbia cercato di eliminare od almeno notevolmente diminuire l'effetto di contrasto, usando un vetro rosso pochissimo assorbente la luce *C*, per cui vedeva egualmente distinti e nitidi i due bordi, pure io voglio concedere che oltre alle altre cause di incertezza, che presenta l'osservazione fatta sulla riga *C*, anche questa circostanza del vario splendore possa avere una qualche influenza sfavorevole all'esattezza dei risultati, influenza che io ritengo estendibile anche alle osservazioni fatte sulle righe vicine alla *C*, come sarebbe la *B*.

Ma fortunatamente questa obbiezione, fatta dal P. Secchi contro le mie osservazioni, non ha alcuna forza; poichè la maggior parte delle mie osservazioni è stata fatta sopra righe fraunhoferiane, che corrispondevano a parti dello spettro tali da non presentare questa differenza di splendore, mentre le sue osservazioni sono state precisamente limitate alle due righe *C* e *B*, per le quali questo inconveniente si ha nel massimo grado: per cui, se a questo riguardo vi ha qualche incertezza, essa dovrebbe portarsi piuttosto sulle sue osservazioni che sulle mie: poichè le osservazioni da me fatte sulla *C* mi hanno dato risultati quasi identici a quelli ottenuti colle altre righe.

Quello poi che io non posso assolutamente accordare al P. Secchi si è, che lo stato di ondulazione o i tremiti del bordo solare possano essere prodotti da questa causa, e che questa apparenza o difetto sia eliminato nei grandi strumenti e coll'uso di prismi a grande dispersione; mentre questo fenomeno è indipendente dallo strumento, perchè prodotto dalle continue variabilità della rifrazione dei raggi luminosi attraverso alla nostra atmosfera, la cui influenza si esercita egual-

mente sui raggi di tutte le refrangibilità, e quindi anche nelle immagini spettrali o monocromatiche date dallo strumento dal P. Secchi.

È un fatto incontestabile che i raggi luminosi, provenienti dai singoli punti dei corpi celesti, attraversando la nostra atmosfera, subiscono per rifrazione delle continue diviazioni, in causa delle continue variazioni che avvengono nella densità e forma delle varie parti della massa stessa, specialmente durante il giorno, in corrispondenza delle differenze e delle variabilità di temperatura, sia nella massa massa stessa, sia e maggiormente nelle sottostanti parti del suolo; ed è appunto perciò che le loro immagini nei cannocchiali appariscono continuamente e più o meno sensibilmente oscillanti. Siccome poi, osservando un punto luminoso ad una conveniente altezza sull' orizzonte, la dispersione atmosferica è sensibilmente nulla, per cui i raggi arrivano al cannocchiale sensibilmente paralleli e indecomposti, così le deviazioni angolari, prodotte dalla rifrazione atmosferica, debbono effettuarsi contemporaneamente ed egualmente sopra tutte le varie qualità di raggi; e perciò le oscillazioni delle immagini sarebbero le stesse, anche quando la luce proveniente dai punti luminosi fosse monocromatica.

Che le ondulazioni del bordo del sole siano simultaneamente costituite da tutti i raggi componenti la luce solare, come ho già indicato, si può sperimentalmente dimostrare in varî modi, e molto facilmente per mezzo dello spettroscopio applicato al cannocchiale; poichè disposta la fessura tangenzialmente al bordo sulla base della cromosfera, le sommità di queste ondulazioni, portate sulla fessura stessa, projettano sullo spettro atmosferico dei fasci di spettri lineari o quasi lineari ed istantanei, i quali si estendono a tutta la lunghezza dello spettro solare; il che non avverrebbe se quelle ondulazioni non fossero costituite da tutti quanti i raggi dello spettro.

Che queste ondulazioni o tremiti si producano anche nelle immagini monocromatiche, si rileva facilmente allo spettroscopio a fessura alquanto allargata, poichè spessissimo e principalmente nelle condizioni anormali dell' atmosfera si veggono i piccoli getti o fili lucidi della cromosfera, i grandi getti ben definiti e le parti marginali delle protuberanze continuamente oscillanti e deformati, e ciò costituisce uno dei principali ostacoli all' esatto rilievo dei dettagli della cromosfera stessa.

Ciò posto, è facile di comprendere che allorquando il bordo solare nei cannocchiali apparisce ondulato e tremolante, tale pure deve presentarsi anche nelle immagini monocromatiche o spettrali date dallo strumento del P. Secchi. Queste ondulazioni costituiscono una parte integrante dell' immagine solare, quale possiamo averla attraverso alla nostra atmosfera, e perciò se uno stromento la mostrasse spoglia di questo carattere, dovrebbe considerarsi come difettoso.

Non è poi a ritenersi che usando prismi molto dispersivi si possano distruggere queste ondulazioni, come non è possibile di distruggere anche con prismi molto dispersivi quegli spettri lineari e nobili, che si osservano allo spettroscopio semplice colla fessura tangente al bordo solare.

La sola differenza che a questo riguardo si ha nei due diversi strumenti è la seguente, cioè che mentre allo spettroscopio semplice le ondulazioni sono riprodotte per uno spettro completo, nello strumento del P. Secchi, e cioè coll' aggiunta del prisma avanti l'obbiettivo del cannocchiale, esse sono riprodotte invece da una

sola porzione dello spettro, e cioè da quel piccolo tratto che corrisponde alla loro altezza.

Da ciò manifestamente risulta che lo stato di ondulazione, che io ho riscontrato nelle immagini spettrali del bordo solare, non dipendeva da imperfezioni dello strumento, e come sostenevasi dal P. Secchi da insufficienza di dispersione, ma bensì dall' influenza della nostra atmosfera, dalla quale non potrà mai riescire indipendente l'immagine solare in qualunque strumento non viziato, fintantochè noi saremo costretti ad osservare il sole dal fondo di questo mare gassoso, le cui masse trovansi sempre in uno stato più o meno agitato.

Che il P. Secchi abbia nelle sue osservazioni trovato il bordo solare tranquillo nell' immagine spettrale, lo credo benissimo, ma sono convinto che ciò non dipendeva da una speciale prerogativa del suo strumento, ma bensì dalle condizioni atmosferiche molto favorevoli, che probabilmente dominavano nel tempo delle osservazioni stesse; nelle quali circostanze anche al cannocchiale semplice il lembo solare apparisce nettamente terminato e tranquillo.

E ciò mi sembra indirettamente confermato dello stesso P. Secchi, quando nel Bullettino Meteorologico del 31 Luglio 1873 pag. 52 per giustificare il numero troppo ristretto di osservazioni fatte col prisma obbiettivo per la misura del diametro solare, dice « Si dirà che le osservazioni sono poche. Noi lo conosciamo ma non è così facile con un grande strumento trovar sempre condizioni atmosferiche sufficienti ».

Il P. Secchi, per ispiegare la mancanza di queste ondulazioni nell' immagine spettrale del sole ottenuta nel suo strumento, dice che « la vibrazione del « bordo solare è paragonabile alla scintillazione delle stelle, ma in quest' ultimo « fenomeno si veggono le ondulazioni propagarsi, a guisa d' onde isolate, sullo « spettro, rinforzando i colori senza spostare i raggi; e quando si è ottenuto uno « spettro puro del bordo solare, queste ondulazioni, formate da un colore semplice, « passano senza sturbare l' immagine ».

Questo confronto fra l' ondulazione del bordo solare e la scintillazione cromatica delle stelle non è sostenibile, perchè i due fenomeni sono sostanzialmente diversi, concorrendo nella loro produzione elementi differenti.

La scintillazione cromatica nelle immagini delle stelle poco elevate sull' orizzonte dipende principalmente dalla dispersione atmosferica, per la quale i raggi dei diversi colori concorrono sull' obbiettivo dei cannocchiali descrivendo trajettorie distinte, le quali a grandi distanze da questo sono sensibilmente fra loro distanti nel senso verticale, in modo che le onde o masse atmosferiche condensate o rarefatte, portate successivamente sui raggi stessi, o dal moto rotativo della terra, o dai moti intestini dell' atmosfera a grandi distanze dell' osservatore, possono produrre delle rifrazioni straordinarie separatamente sui raggi dei diversi colori, e sottrarli momentaneamente alla massa luminosa destinata a formare l'immagine della stella.

E siccome queste rifrazioni o deviazioni angolari durante la notte sono ordinariamente molto piccole, così non è che in causa delle grandi distanze alle quali esse agiscono sui raggi luminosi, che la loro influenza è sufficiente a portare i raggi stessi fuori dell'obbiettivo del cannocchiale, senza produrre d'ordinario un sensibile

spostamento nell'immagine delle stelle, il quale però in condizioni anormali può diventare sensibilissimo.

Ma quando noi osserviamo durante il giorno le stelle o il sole a notevole altezza sull'orizzonte, mancando la dispersione atmosferica, od essendo la medesima assai piccola, le rifrazioni straordinarie, agendo simultaneamente su tutti i raggi dello spettro, non possono dar luogo a cambiamento di colore o ad effetti cromatici, ma semplicemente produrre dei moti oscillatorî nelle immagini, i quali riescono spesso assai sensibili per la grande eterogeneità e variabilità della massa atmosferica, specialmente nelle ore di maggiore variazione di temperatura. In conclusione la scintillazione cromatica delle stelle è prodotta dalla dispersione e da piccolissime rifrazioni atmosferiche irregolari e straordinarie, mentre l'oscillazione del bordo solare e delle stelle durante il giorno è prodotta da semplici, ma più sensibili rifrazioni atmosferiche.

I fenomeni o le apparenze, osservate collo spettroscopio negli spettri delle stelle poco elevate sull'orizzonte, non dipendono dalla dispersione dei prismi dei nostri strumenti, ma dalla dispersione atmosferica, e perciò essi non possono presentarsi nelle osservazioni spettroscopiche del bordo solare fatte a notevoli altezze sull'orizzonte, perchè allora è nulla o quasi nulla la dispersione atmosferica.

Venendo ora a parlare della seconda combinazione spettroscopica del P. Secchi, quella cioè del prisma a visione diretta posto avanti alla fessura dello spettroscopio, farò primieramente notare, che questo prisma non solamente disperde l'immagine del sole, trasformandola in tante immagini monocromatiche, quante sono le qualità di raggi componenti la luce bianca o solare, ma di più produce necessariamente una deformazione in ognuna di queste immagini e nelle sue diverse parti.

Se noi supponiamo, che da un punto lontanissimo vengano trasmessi sull'obbiettivo del cannocchiale dei raggi omogenei o della stessa refrangibilità, essi saranno dall'obbiettivo stesso resi convergenti in un fuoco comune, per formare ivi l'immagine del punto luminoso; ma se noi interponiamo all'obbiettivo e al piano focale un prisma a visione diretta, i raggi luminosi, in causa delle rifrazioni cui sono soggetti, non escono dal prisma convergenti in un nuovo ed unico foco, ma prossimamente concorrenti prima sopra una linea focale parallela al piano di dispersione, e poscia sopra una seconda linea focale perpendicolare a questo piano e la distanza di queste linee focali dall'obbiettivo o dal prisma, dipende dalla distanza focale dell'obbiettivo, dalla distanza del prisma dal fuoco dell'obbiettivo stesso, dalla spessezza o lunghezza del prisma, dagli indici di refrazione dei vetri che lo compongono, e dalle inclinazioni rispettive delle faccie del prisma stesso.

Da ciò proviene l'impossibilità d'ottenere l'immagine esatta del punto luminoso, poichè se noi riceviamo i raggi emergenti dal prisma sopra un piano posto sulla prima linea focale, l'immagine del punto è trasformata in una lineetta parallela al piano di dispersione del prisma: collocando invece il piano al posto della seconda linea focale, l'immagine del punto è trasformata in una linea perpendicolare allo stesso piano di dispersione, ossia parallela alla direzione delle linee spettrali.

E se invece di ricevere queste linee o immagini lineari sopra un piano, le osserveremo direttamente per mezzo di un oculare, noi potremo vedere l'imma-

gine del punto trasformata o nell'una o nell'altra linea, procurando all'oculare stesso i relativi accomodamenti.

La prima linea focale è portata al di là del foco dell'obbiettivo, ad una distanza H, prossimamente data dalla relazione

$$H = \frac{(n-1)\,d}{n},$$

ossendo d la spessezza o lunghezza del prisma nella sua parte centrale, n l'indice medio di refrazione dei vetri: mentre la seconda linea focale dista da questa di una quantità h, data prossimamente da

$$h = \frac{d}{n} - \frac{nd\,\cos^2 J}{n^2 - sen^2 J}$$

nella quale J rappresenta l'angolo di incidenza del raggio centrale del cono luminoso sulla faccia anteriore del prisma.

Le due linee focali l ed l' possono poi ritenersi prossimamente della stessa lunghezza, ed eguali prossimamente ad $l = 2h$ tang. α, essendo α l'angolo formato dall'asse del cono colla sua apotema, quando però tutto il cono luminoso sia ricevuto dal prisma.

Diminuendo l'apertura dell'obbiettivo per mezzo di un diaframma circolare, e diminuendo perciò il valore di α, la lunghezza di queste linee focali diminuirà nella stessa proporzione.

Quando la faccia del prisma non abbraccia tutta la sezione del cono luminoso, allora queste linee focali diventano più corte, ed esse possono riescire di lunghezze sensibilmente differenti, se si applichino, o all'obbiettivo, od al prisma dei diaframmi rettangolari, coi quali si potrà a piacimento diminuire o l'una, o l'altra.

L'immagine del punto essendo così trasformata in una linea, il suo splendore sarà notevolmente diminuito, rimanendo però quasi costante col diminuire la sezione del fascio luminoso nel senso perpendicolare alla linea stessa.

Se ora invece di un punto luminoso supponiamo una fiamma a luce monocromatica, essendo ogni punto della medesima trasformato in una linea luminosa, la sua immagine complessiva riescirà tanto più deformata, quanto più grande sarà il valore di l, o di l'; e volendone diminuire la deformazione, se accorcieremo con opportuni diaframmi o l'una, o l'altra di queste linee, l'immagine riescirà ognora più debole.

Volendo valutare convenientemente questo grado di deformazione, è necessario di passare dalle grandezze lineari l ed l' alle loro grandezze apparenti od angolari, il che si ottiene dividendo l ed l' per le loro rispettive distanze dall'obbiettivo, le quali si possono ritenere prossimamente eguali fra loro, e misurate dalla distanza focale dell'obbiettivo δ, quando però questa sia molto grande in confronto della

lunghezza del prisma a visione diretta; per cui, chiamate ω ed ω' queste grandezze apparenti od angolari di l ed l', avremo prossimamente in secondi di arco;

$$\omega = \omega' = \frac{l}{\delta \, sen \, 1''} = \frac{2h \, tang \, \alpha}{\delta \, sen \, 1''} = \frac{2h \, \alpha''}{\delta}$$

quando però tutti i raggi, che cadono sull' obbiettivo, sono ricevuti dal prisma, e quando l' angolo α sia di pochi gradi, come ordinariamente si verifica per gli obbiettivi de' cannocchiali.

Supponendo p. e. $h = 0^m,02$, $\delta = 3^m,60$ e $2\alpha = 3^o$, si avrebbe

$$\omega = \frac{0,02 \times 1080''}{3,60} = 60'',0$$

e cioè l' immagine di un punto sarebbe trasformata in un'immagine lineare, la cui grandezza apparente sarebbe di $60''$.

Applicando le formole allo strumento del P. Secchi, sono certo che anche supponendo ristretta l'apertura del prisma o dell' obbiettivo, il valore di ω riescirebbe però di non pochi secondi.

Questa trasformazione dell' immagine di un punto, od oggetto piccolissimo luminoso di luce monocromatica, nelle due immagini lineari per l' interposizione di un prisma a visione diretta fra l' obbiettivo e l'oculare del cannocchiale, si può provare sperimentalmente nel modo seguente.

Si prenda una fiamma a luce monocromatica, p. e. quella data dall'alcool diluito con acqua salata, e posto davanti alla medesima a piccolissima distanza un diaframma con un piccolissimo foro circolare, si diriga sul medesimo da una notevole distanza un cannocchiale astronomico, con un prisma a visione diretta posto avanti l'oculare; movendo opportunamente l'oculare stesso, allontanandolo cioè, od avvicinandolo all'obbiettivo ed al prisma, si troverà una posizione nella quale il piccolo foro luminoso apparirà trasformato in una linea, o piuttosto in una striscia luminosa ben definita e parallela al piano di dispersione del prisma: poscia allontanandolo maggiormente dall'obbiettivo, si troverà una seconda posizione, nella quale l' immagine del piccolo foro, dopo aver presentato varie forme, riprenderà l'apparenza di una linea o piuttosto di una striscia perpendicolare al piano di dispersione del prisma.

Se ora supponiamo che il punto risplenda di luce composta, come quella del sole, è facile di vedere che per effetto della rifrazione e dispersione del prisma ogni qualità di raggi darà prima una linea focale parallela al piano di dispersione del prisma stesso, e poscia una seconda linea focale perpendicolare a questo piano; le linee focali corrispondenti alle varie qualità di raggi saranno poi, a cagione della dispersione del prisma, disposte in questo modo, le prime cioè quelle parallele al piano di dispersione saranno tutte prossimamente situate sulla medesima linea, o scaglionate, od in parte sovrapposte le une alle altre, in modo da formare uno spettro lineare impuro; le seconde invece, e cioè quelle perpendicolari al piano di dispersione, si schiereranno sopra un piano, o piuttosto sopra una superficie cilindrica, in modo da co-

stituire uno spettro puro del punto luminoso, di larghezza eguale a quelle delle linee focali. Perciò applicando un oculare sulla direzione del fascio luminoso, e portandolo alle relative distanze, potremo vedere l'immagine del punto luminoso, trasformata prima in uno spettro lineare impuro, e cioè coi colori parzialmente sovrapposti, e poi in uno spettro puro, la cui larghezza apparente sarà eguale a quella della seconda linea focale.

Questi giuochi di luce si possono verificare sperimentalmente osservando una stella col prisma a visione diretta, ed anche con un prisma semplice, poichè movendo l'oculare si trova una posizione, nella quale l'immagine della stella è trasformata in uno spettro lineare, ma impuro; perchè allargandolo con una lente cilindrica, posta avanti l'oculare col suo asse parallelo allo spettro, non si possono vedere le righe spettrali appartenenti alla luce della stella; allontanando poscia l'oculare si troverà una posizione, nella quale lo spettro della stella apparirà notevolmente allargato e puro, in modo da presentare ben distinte le righe spettrali senza bisogno di lente cilindrica, come già da molto tempo aveva verificato il Prof. Lamont di Monaco.

Tornando ora alla combinazione spettroscopica per l'osservazione del sole, si rileverà facilmente, che ricevendo sul piano della fessura l'immagine solare dispersa dal prisma, colla fessura perpendicolare al piano di dispersione e col suo piano coincidente con quello delle linee focali, siccome in questo caso ogni linea o sezione solare è trasformata in uno spettro impuro, così ogni sezione porterà sulla fessura la sua immagine con più righe spettrali, cioè con un tratto dello spettro, e perciò nello sviluppo del segmento dell'immagine solare condensato sulla fessura, si avranno le immagini delle successive sezioni dilatate, e quindi le une parzialmente sovrapposte e confuse colle altre; e perciò il bordo solare nella parte cui è tangente la fessura, e così le facole e le macchie appariranno più o meno diffuse e più o meno indecise, e così pure le righe della cromosfera e delle protuberanze riesciranno non ben decise e deboli.

Se invece fissiamo il piano della fessura sulle linee focali perpendicolari al piano di dispersione del prisma, allora lo spettro di ogni sezione o linea solare diventa puro, ma la sua immagine data da ogni riga spettrale è alterata, essendo sopra di essa l'immagine dei varii punti trasformati in tante lineette, le une parzialmente sovrapposte alle altre.

Il bordo o lembo solare parallelo alla fessura riesce nettamente terminato, se esso è tranquillo; ma se è oscillante, allora nell'immagine spettrale le ondulazioni luminose sono allargate e quasi livellate in un bordo o lembo artificiale apparentemente regolare, ma che non è più il vero bordo solare, bensì un bordo fittizio più o meno lontano dal vero, secondo la larghezza, l'altezza e l'intensità delle ondulazioni. Che se lo stato di ondulazione o di agitazione del bordo solare è assai pronunciato, allora anche il bordo dell'immagine spettrale necessariamente si presenta affetto da queste ondulazioni, allargate però e deformate.

In riguardo poi alle apparenze dipendenti dalle diverse disposizioni che possono darsi al prisma posto avanti alla fessura ed al prisma dello spettroscopio, si trova che esse sono identiche a quelle ottenute col prisma obbiettivo.

Anche in questa combinazione spettroscopica l'immagine spettrale del sole, delle macchie, delle facole ecc. sono soggette a due distinti e diversi ingrandimenti M ed M', il primo nel senso trasversale allo spettro, dipendente dal sistema lenticolare dello strumento, dato dalla relazione

$$M = m \times \frac{\delta}{\delta'}$$

nella quale m è l'ingrandimento prodotto dal cannocchialetto dello spettroscopio, δ la distanza focale dell'obbiettivo del cannocchiale e δ' quella del collimatore.

Il secondo ingrandimento nel senso longitudinale dello spettro dipende dalle dispersioni d e D dei due prismi, dalla distanza q del primo prisma dalla fessura e dalla distanza focale del collimatore, ed è dato dalla relazione

$$M' = m \frac{D}{d \times \frac{q}{\delta'}} = m \frac{D}{d} \times \frac{\delta'}{q}$$

In fatti la dispersione angolare d del prisma posto avanti alla fessura, essendo il prisma alla distanza q, ridotta in quantità lineare sul piano della fessura stessa, diventa prossimamente $q.\ d$; e perciò se vogliamo ridurla alla stessa unità con cui è data l'immagine solare, presa su di un circolo che ha per raggio la distanza focale δ dell'obbiettivo, dovremo dividerla per la stessa quantità δ, e si ridurrà quindi a $\frac{q\,d.}{\delta}$

Ciò posto, siccome il secondo ingrandimento, come nel caso del prisma obbiettivo, è dato dal rapporto della dispersione D del prisma dello spettroscopio alla dispersione dell'altro prisma, ridotta però alla stessa unità con cui è data l'immagine solare, così ne risulta appunto l'indicata relazione.

Affinchè l'immagine del bordo solare, delle macchie, delle facole ecc. non riesca deformata, dovranno riescire eguali i due ingrandimenti, e quindi aversi

$$M = M' \text{ ossia } m \frac{\delta}{\delta'} = m \frac{D}{d} \times \frac{\delta'}{q}, \text{ da cui si ha } \frac{D}{d} = \frac{q}{\delta'}.$$

e cioè il rapporto della dispersione del prisma dello spettroscopio alla dispersione del prisma posto avanti alla fessura, deve essere eguale al rapporto della distanza fra la fessura e questo secondo prisma colla distanza focale del collimatore dello spettroscopio, ossia colla sua distanza dalla fessura stessa.

Non verificandosi questa condizione, le immagini riesciranno nel senso longitudinale dello spettro allungate, o schiacciate; e saranno allungate, quando si abbia

$$M' > M \text{ ossia } \frac{D}{d} > \frac{q}{\delta'}$$

e invece schiacciate, quando si abbia

$$M' < M, \text{ ossia } \frac{D}{d} < \frac{q}{\delta'}$$

A questo riguardo si potrebbe in questa combinazione spettroscopica ottenere la regolarità delle immagini in tre modi diversi, e cioè scegliendo opportunamente i prismi, o collocando il prisma ad una determinata distanza dalla fessura, o fissata questa distanza, applicando allo spettroscopio un collimatore di determinata distanza focale.

Combinando però questi varii elementi a caso, o senza precisione di misura, difficilmente potrebbe verificarsi con esattezza l'indicata condizione, e quindi le immagini riescirebbero od allungate o schiacciate.

Ma per le osservazioni della durata del passaggio del disco solare, poco importa che le immagini siano o no regolari, ed anzi per quello che fu stabilito per la prima combinazione spettroscopica, si avrà invece un vantaggio preferendo fino ad un certo limite la forma allungata.

Questa combinazione spettroscopica, tuttochè più semplice di struttura, più facile di maneggio e molto meno costosa di quella del prisma obbiettivo, pure essa ne è di gran lunga inferiore, in causa principalmente delle alterazioni ed avarìe cui può andar soggetto il prisma posto avanti alla fessura pel forte calore solare in cui trovasi immerso, e più ancora per la deformazione prodotta dalla rifrazione di questo prisma nelle immagini del bordo solare, della cromosfera, delle protuberanze e delle facole.

Nel caso speciale dell'osservazione del passaggio del disco solare questa combinazione spettroscopica, come ho già indicato, è soggetta ad altre sorgenti di errori, fra le quali sono assai temibili i cambiamenti di rifrazione e di dispersione del prisma per le grandi variazioni di temperatura, onde può accadere che durante il passaggio avvenga un qualche spostamento dell'immagine solare rispetto alla fessura, e quindi un acceleramento od un ritardo nell'apparente moto diurno del sole.

Nella mia citata Nota del 7 aprile 1872 io mostrava, come per questi difetti la combinazione spettroscopica col prisma avanti la fessura non avrebbe potuto utilmente applicarsi all'osservazione dei contatti negli eclissi solari e nei passaggi dei pianeti inferiori sul disco del sole; per le quali osservazioni sarebbe stato più opportuno invece l'uso del prisma obbiettivo: ed ora sono ben contento di vedere che anche il P. Secchi, dopo di avere esperimentato il prisma avanti la fessura nell'osservazione dell'eclisse solare del 26 maggio 1873, sia venuto nella stessa opinione, raccomandando per l'osservazione del prossimo passaggio di Venere di dare la preferenza al prisma obbiettivo.

Se non che mi sembra che in atto pratico anche questo apparato riescirà di uso assai più complicato, e di riuscita molto meno sicura che non lo spettroscopio semplice, quale si usa per l'osservazione della cromosfera e delle proturberanze. Infatti, mentre con questo strumento, potendosi osservare colla fessura alquanto allar-

gata, riesce più facile l'avvertire la presenza del disco oscuro sulla cromosfera anche alla distanza di parecchi secondi dal bordo solare, e girare speditamente lo spettroscopio in modo di mantenere la fessura parallela alla parte del bordo solare più vicina al disco della luna o del pianeta, fino al luogo esatto dove avverrà il contatto; ciò non può ottenersi coll'apparato del P. Secchi, dovendosi tenere la fessura più ristetta per vedere distinto è ben terminato il lembo solare, e sempre orientata nello stesso modo durante l'osservazione; perchè il prisma obbiettivo, essendo indipendente dallo spettroscopio, difficilmente può essere girato e più difficilmente orientato in modo che il suo piano di dispersione si mantenga perpendicolare alla fessura. Cosicchè, se prima dell'osservazione l'apparato spettroscopico non è orientato in modo, che la fessura riesca esattamente tangente al bordo nel punto del contatto, è impossibile di osservare la base infima della cromosfera e la rottura del filetto lucido della medesima, e perciò può mancare l'osservazione spettroscopica del contatto. È ben vero che essendo visibile nel campo del cannocchiale un gran tratto del bordo solare, si potrà avvertire l'intaccatura od incisione fatta dal disco oscuro della luna o del pianeta sul disco solare, ma soltanto dopo il contatto, e cioè nel modo stesso, col quale ciò viene osservato nel cannocchiale semplice.

Non intendo con queste critiche fatte allo strumento del P. Secchi di togliere al medesimo qualunque pregio, e di dichiararlo inetto a qualunque osservazione, mentre anzi io ritengo che esso in alcune speciali ricerche potrà riescire vantaggioso; come certamente può esserlo nella osservazione della durata del passaggio del diametro solare, quando però venga assicurata al medesimo la necessaria invariabilità e stabilità, e quando gli appulsi vengano presi sopra righe spettrali non lucide, ma nere, ben definite ed isolate.

Il fin quì detto mi sembra sufficiente a mostrare che se io ho fatto degli appunti contro le combinazioni spettroscopiche del P. Secchi, e contro i risultati delle sue osservazioni, l'ho fatto appoggiato alla teorìa, e non già colla semplice scorta dei fatti e delle apparenze osservate nel mio strumento; nel quale si volevano considerare, come dovuti a deficienza od imperfezione dei prismi, certi inconvenienti da me notati, i quali dipendono in parte dalla natura stessa di questi apparati spettroscopici, e in parte dalla inevitabile influenza della nostra atmosfera.

In riguardo alla differenza nella durata del passaggio del diametro solare che si riscontra fra i risultati delle mie osservazioni e quelli ottenuti dal P. Secchi, io desidero vivamente che altri ripetano queste osservazioni, dalle quali si potranno ottenere dati non solamente utili per decidere in modo definitivo, se le immagini monocromatiche del disco solare siano o no più piccole di quella data dal cannocchiale semplice, ma eziandio dati utilissimi per meglio fissare il vero valore del diametro apparente del sole.

Nella mia Nota 5 Gennajo 1873, trattando della causa alla quale potrebbe attribuirsi la supposta differenza fra il diametro dell'immagine monocromatica o spettrale del sole e quello dell'immagine a luce composta, dopo di aver accennato come una tale differenza di 8″ circa non possa attribuirsi alle aberrazioni di refrangibilità, perchè già abbastanza piccole per se stesse nei buoni connocchiali, vengono poi di molto ridotte coll'uso di buoni vetri colorati, di modo che a

questo riguardo esistendo una qualche differenza fra le due immagini, essa dovrebbe essere assai piccola, mostrava poi come anche la luce della cromosfera non poteva produrre una tale differenza; perchè ai nostri cannocchiali coll'uso dei vetri colorati la luce di essa cromosfera deve riuscire assolutamente insensibile nelle parti più elevate di essa cromosfera, essendo ivi pochissime le righe spettrali lucide, e molto probabilmente insensibile anche nello strato infimo della medesima; perchè, malgrado il maggior numero di esse righe lucide, il loro complessivo splendore non può raggiungere che nna piccola frazione della luce totale dello spettro solare.

A questo proposito non ho nulla da aggiungere o da rettificare su quello che esposi nella indicata Nota, ed in una più recente pubblicata nei Comptes Rendus dell'Accademia delle scienze di Parigi del 6 Ottobre 1873, tanto più che il P. Secchi nella sua Nota « *Nouvelles recherches sur le diamètre solaire* », conviene nel considerare la luce della cromosfera come causa secondaria dell'ingrandimento del diametro solare nell'immagine data dal cannocchiale, accordando invece la maggiore influenza all' oscillazione atmosferica ed alla vibrazione del bordo solare, la quale sarebbe eliminata, od almeno in gran parte soppressa nelle immagini monocromatiche. Che lo stato di ondulazione del bordo solare sia la causa principale delle variazioni o differenze, che noi riscontriamo nella misura del diametro solare, è sicuramente incontestabile; ed è principalmente questa la causa, alla quale ho dichiarato doversi attribuire quelle differenze, che si volevano considerare come prodotte da reali variazioni del diametro stesso: ma questa influenza non può certamente considerarsi come la causa della differenza di 6″ od 8″, trovata dal P. Secchi fra il diametro dell'immagine solare nello spettroscopio e nel cannocchiale semplice.

A questo riguardo farò primieramente esservare che, nè la teorìa, nè l'esperienza provano che l'ondulazione del bordo solare debba costantemente produrre l'effetto di un ingrandimento apparente nel diametro o disco del sole, dipendendo principalmente dalla forma, estensione e movimento di queste ondulazioni il nostro gudizio sul luogo o sul bordo pel quale stabiliamo il contatto dei fili micrometici, o l' appulso dei fili del reticolo: mentre poi è un fatto incontestabile, che confrontando le misure del diametro solare, prese durante le grandi agitazioni atmosferiche, o col valor medio dedotto da una lunga serie di osservazioni, o col valore medio assegnato a questo diametro, troviamo che le differenze si presentano più o meno sensibili, tanto in più quanto in meno.

Questa influenza poi non può rendere ragione della differenza trovata dal P. Secchi fra i diametri dell'immagine monocromatica e dell'immagine a luce composta, perchè anche nelle combinazioni spettroscopiche del P. Secchi l'ondulazione del bordo solare non è soppressa, ma fedelmente riprodotta nella combinazione del prisma obbiettivo, e soltanto svisata o deformata nella combinazione del prisma a visione diretta posto avanti la fessura dello spettroscopio.

Come causa, atta a produrre un ingrandimento apparente nel diametro dell'immagine solare nel cannocchiale semplice, viene anche invocata l'irradiazione prodotta nel contorno di essa immagine, sia per difetto dello strumento, sia per difetto dell'occhio dell'osservatore; ma ridotta questa influenza nelle sue vere proporzioni,

quali cioè si possono ragionevolmente valutare nelle osservazioni fatte con buoni strumenti e da buoni osservatori, facilmente si può dimostrare che il suo effetto deve essere assai piccolo, e molto minore della supposta differenza di 6″ od 8″.

È certo che le aberrazioni di sfericità e di refrangibilità delle lenti possono presentare l'immagine solare sensibilmente ingrandita; ma negli obbiettivi, quali ora si costituiscono nelle più rinomate fabbriche, questo difetto può ritenersi totalmente o quasi totalmente eliminato; e di ciò ne è manifesta prova la nitidezza colla quale, anche con cannocchiali di mediocre apertura ed ingrandimento, si possono vedere i minuti dettagli della superficie solare e principalmente i pori e le granulazioni della fotosfera, i filamenti delle penombre delle macchie, a velare i quali sarebbero sufficienti anche ristrettissime frangie di aberrazione; mentre poi è provato sperimentalmente che nei forti ingrandimenti, quali si usano ordinariamente nella misura della durata del passaggio del diametro solare, l' irradiazione oculare può ritenersi come insensibile.

Il Prof. Mazzola in una sua pregievole Memoria « Sulla determinazione del diametro solare, pubblicata negli Atti della R. Accademia di Torino Vol. VIII », ritiene necessario di applicare al diametro solare, misurato coi passaggi meridiani, alcune correzioni per togliere l' influenza dell'oscillazione e diffusione atmosferica, per togliere l' influenza delle aberrazioni dell' obbiettivo del cannocchiale e dell' irradiazione oculare; ma ritengo ben difficile che gli astronomi, pur convenendo nella necessità di tener conto di tali influenze, accettino i metodi di valutarle da lui proposti; perchè appoggiati in parte sopra dati arbitrari, e in parte sopra dati e norme dedotte da confronti e da esperimenti od osservazioni di natura sostanzialmente diversa da quella delle osservazioni del diametro solare. In altra circostanza ritornerò su questa questione, e per ora mi limiterò a far notare che se il Prof. Mazzola ha ricavato dalle sue osservazioni un valore pel diametro solare molto prossimo a quello trovato dal P. Secchi sull'immagine monocromatica, egli vi è giunto appunto coll'applicare ai risultati diretti dalle sue osservazioni delle correzioni, i cui valori non si possono ritenere convenientemente giustificati nè dalla teorìa, nè dalla osservazione, nè dall'esperienza; per cui il valore del diametro medio del Sole, quale egli lo deduce, non può accertarsi nè anche come un dato convenientemente approssimativo.

Alla domanda del socio Govi sulla elettrica tensione
Risposta del socio P. VOLPICELLI
letta nella sessione del 3 gennaio 1875.

... si quid novisti rectius istis
Candidius imperti; si non, his utere mecum.
ORAZIO. *Epis.* 6, *lib.* I.°

§ I.

Nella tornata del 6 dicembre 1874, il signor professore G. Govi domandò al prof. Volpicelli:

1.° Cosa intenda egli per elettrica tensione.

2.° Quali sieno i caratteri essenziali di essa.

3.° Come possa questa conoscersi, e sperimentalmente misurarsi.

4.° Disse inoltre il prof. medesimo, che i fisici non sono tutti d'accordo sul significato della voce *tensione* in elettricità.

5.° Da ultimo egli manifestò la speranza, che dopo essersi perfettamente intesi, riguardo al significato della voce tensione in elettricità, sarebbe stato facile riconoscere il pieno accordo delle moltissime ed interessantissime sperienze del prof. Volpicelli, colla teorica delle azioni elettriche, ammessa fin qui, più o meno esplicitamente, dalla maggior parte dei fisici.

Colla presente memoria mi propongo soddisfare alle cinque indicate parti, dalle quali risulta la domanda indirizzatami dal mio dotto collega il prof. Govi.

Primieramente osservo, che se, a chiunque abbia pubblicato un corso di fisica, od un trattato di elettricità, si domandasse: cosa intenda egli per elettrica tensione, questo avrebbe diritto a rispondere, che consultando quel suo corso, o quel suo trattato, la risposta sarebbe fatta. Imperocchè in una qualunque di tali pubblicazioni, non può mancare, od esplicitamente, od implicitamente, il significato della elettrica tensione. Con maggior diritto potrei rispondere lo stesso ancor io, per avere pubblicato una memoria sulla elettrica tensione nei *Comptes rendus,* t. 61, p. 548; ed anche nel giornale *Les mondes,* t. 9, p. 216 et p. 238; e nel giornale *L'Institut,* Num. 1611, an. 1865, p. 347, sotto il titolo *Observations sur la tension tant en électrostatique qu'en électrodynamique,* questi essendo tre periodici scientifici assaissimo diffusi. Dico tutto questo anche per mostrare, che nel sostenere la nuova teorica del celebre fisico italiano Melloni sulla elettrica influenza, non ho trascurato preparare colle stampe, fin dall'ottobre del 1865, quanto faceva d'uopo a rispondere

alla domanda, che già prevedevo mi si potesse dirigere, sulla tensione in elettricità, e che oggi di fatto mi viene diretta.

Non ostante ciò, mi associo volontieri al prof. Govi, nel riconoscere la utilità di tornare, in questa occasione, sul significato della voce tensione.

§ 2.

Premettiamo come base, dell'attuale risposta, che qualunque sia la ipotesi abbracciata, o cioè quella di Symmer, detta dei dualisti, o l'altra di Franklin detta degli unitari, per assegnare ipoteticamente la natura dell'elettrico, in ogni caso deve ammettersi come qualità essenziale di questo agente, *allorchè sia libero*, essere le sue molecole fra loro a vicenda respinte in ogni senso, quando sieno della stessa natura, cioè o tutte positive o tutte negative, ed essere le medesime attratte a vicenda, quando sieno di natura fra loro contraria.

Per conseguenza si deve pure ammettere, che fra le molecole dell'elettrico libero, sia positivo sia negativo, si manifesta una forza *repulsiva*, cui ciascun fisico attribuisce, o implicitamente od esplicitamente, il nome di *tensione*, ossia tendenza, e questo vocabolo trovasi assai bene appropriato. Per tanto siamo condotti, dalle ipotesi sulla natura dell'elettrico, ad introdurre a buon diritto nella scienza questa voce; il significato della quale si trova espresso chiaramente nelle ipotesi medesime, senza bisogno d'altro. Da ciò deriva, che in quasi tutti gli autori di fisica, vediamo introdotta nelle dottrine di elettricità la voce tensione, senza molto dichiararne il significato; perchè, lo ripetono essi, dalla supposta natura dell'elettrico. Non mancano però moltissimi fisici, che attribuiscono alla stessa voce, anche un significato più complesso di quello che ora dichiarammo; attribuiscono essi cioè, con ragione, questo nome anche alla *risultante* delle repulsioni elettriche *intramolecolari*, senza però negarlo a queste; perchè anche lo esige qualunque delle due riferite ipotesi sulla natura dell'elettrico. Ma tutto ciò sarà posto in maggior luce appresso.

§ 3.

Sembra essere stato Beccaria il primo, nel 1772, ad introdurre in elettrostatica la voce tensione. Egli dice in fatti « I. il fuoco eccessivo, che si sta dispiegato « sulla faccia della canna *C*, attua nell'aria ambiente un' atmosfera, eccita una par- « ticolare *tensione*, o forza qualunque nel fuoco naturale, ec. (*Elettricismo artifi-* « *ciale, Torino* 1772, *edizione* 2ª, §§ 436, 469, 470, 497, 503, 510, 517, 808, 817).

Nel 1778 Volta esso pure accolse in elettrostatica la voce *tensione;* in fatti, egli dice: (*Collezione delle opere di Volta, t. I, parte I, p.* 185, 186, *e* 250) « Non ci è « altra energia che quella che chiamo *tensione di elettricità*, che è poi lo stesso « che lo sforzo di spingersi fuori, il quale sforzo o *tensione*, ecc. Ed alla p. 250, (opera citata) dice ... « denoto col nome di *tensione* (che volontieri sostituisco a quello d'in- « tensità) lo sforzo che fa ciascun punto del corpo elettrizzato, per dissiparsi della « sua elettricità, e comunicarla ad altri corpi: al quale sforzo corrispondono gene- « ralmente in energia i segni di attrazione, ripulsione, ecc., e particolarmente il « grado a cui viene teso l'elettrometro. »

Biot fisico matematico dice « che le attrazioni, e le repulsioni hanno realmente « luogo fra le particelle elettriche, e che fu designato col nome vago di *tensione* « il potere, che le medesime particelle hanno, di trasmettere queste forze alle mole- « cole dei corpi » *(Traité de phys. exper. et mathém., Paris* 1816, *t.* 2.° *pag.* 326).

Belli fisico matematico servendosi della parola tensione, attribuisce a questa diversi epiteti, secondo i diversi effetti da essa prodotti. Egli però dice « molti fisici « definiscono la *tensione* per la tendenza che hanno i corpi elettrizzati a disfarsi « della propria elettricità, ed a comunicarla o all'aria circostante, o ai corpi vicini » *(Corso elem. di fis. sper. Milano* 1838, *vol.* 3°, *pag.* 108, *e seg.)*

Cantoni adopera esso pure la voce *tensione;* ma dice « che chiamasi tensione « elettrica, lo sforzo col quale un corpo od una sua parte, tende a neutralizzare coi « corpi circostanti la propria carica elettrica ». In questa definizione si comprende coll'idea della forza, ossia colla proprietà meccanica dell'elettrico, pure la sua proprietà fisica neutralizzante *(Elementi di fisica. Milano* 1838, *p.* 586.*)*

Luvini adopera esso pure la parola tensione in elettricità, e la riguarda come una forza repulsiva *(Saggio di un corso di fisica sperimentale, edizione* 4.ª; *Torino* 1868, *pag.* 483, 484, 508).

Anche il p. F. S. Provenzali ritiene la parola tensione, per esprimere la forza repulsiva dell'elettrico *(Elementi di fisico-chimica, Roma* 1865, *p.* 29, *e p.* 32).

Il p. A. Secchi esprime il significato della parola *tensione* con questo periodo: « La elettricità che si manifesta sotto due modi ben distinti, uno chiamato di *ten-* « *sione*, che si rende sensibile per azione di attrazione o repulsione su i corpi « leggieri, l'altro di corrente ecc. » *(Unità delle forze fisiche*; *Roma* 1864, *p.* 226). Egli riguarda la elettricità quale agente d'indole repulsiva; ma noi soltanto a questa indole applichiamo la parola tensione, non però all'attrazione.

Il p. Pianciani dice *(Elementi di fisico-chimica; Roma* 1844, *vol.* 2°, *p.* 9) « I corpi elettrizzati hanno una *tensione*, proporzionale all'attrazione ed alla repul- « sione che esercitano, ed una carica elettrica. L'attrazione e gli altri effetti elet- « trici, rispondono allo sforzo dell'elettrico o del corpo, tendente a stabilire l'*equi-* « *librio rispettivo,* cioè la egualità di pressione elettrica fra corpi comunicanti. « Questo sforzo dicesi *tensione elettrica,* o *tensione elettroscopica,* e indica il mag- « giore o minore sbilancio dell'elettrico: però i vari fenomeni elettrici *e. g.* la scin- « tilla, la repulsione o l'attrazione, misurano la tensione; dacchè dalla distanza a « cui il corpo lancia la scintilla, si arguisce la maggiore o minore tensione: ma « questo meglio misurasi colla repulsione negl' indicati elettrometri. La tensione di « un corpo è positiva se quello è elettrico in più, è negativa se è elettrico in meno. « Quanto è maggiore la tensione $+^a$ di *A*, e la $-^a$ di *B*, tanto meglio l'elettrico « passa da *A* in *B*. » Per altro, come appresso ampiamente dichiarerò, attribuisco il nome di *tensione,* soltanto alla forza repulsiva; e se due elettricità libere, ma di segno contrario, si trovino in presenza, dovranno avvicinarsi fra loro, parte per attrazione, parte per *tensione.*

La parola tensione, viene adoperata in elettricità pure da Pouillet, quando esso parla dello sforzo che impiega l'elettrico alla produzione della luce *(Elém. de phys. exp.; Paris* 1856, *t.* 1°, *p.* 479).

Gaugain dice nella sua traduzione dal tedesco in francese della teorica matematica delle correnti elettriche di Ohm, (*Paris* 1860, *pag.* 12) « Ho chiamato *ten-* « *sione,* ciò che Ohm il più sovente, chiama forza elettroscopica. »

Jamin dice « La *tensione* dell' elettrico, è lo sforzo esercitato dal medesimo « contro l'aria » (*Petit traité de physique; Paris* 1870, *p.* 269).

Daguin così esprimesi rapporto alla tensione (*Traité élém. de phys; Paris* 1861, *t.* 3, *pag.* 143). « Lo strato elettrico, presenta due superficie, una è quella del « corpo, l' altra è situata sotto questa, e non è parallela alla prima, fuorchè nel « caso di una sfera. Del resto la elettricità accumulata in un punto della superficie « di un corpo, è sempre respinta da quella dei punti sottoposti; cosicchè essa eser- « cita sull' aria uno sforzo, cui l' aria deve resistere, affinchè la elettricità non si « disperda. Questo sforzo ineguale nei diversi punti dei corpi non isferici, è quello che « costituisce ciò che dicesi *tensione* o *densità* dell'elettrico. Allorchè questa tensione « giunge a tale, da vincere la resistenza dell'aria, produce le scintille elettriche ». Quindi egli conclude, che la elettrica tensione in un punto, è proporzionale al quadrato della ertezza dello strato elettrico nel punto stesso. Noi daremo in appresso la dimostrazione di questo teorema, che si accorda colle dottrine di Laplace e di Poisson su tale argomento.

Il sig. Quet afferma, che anche Laplace e Poisson hanno adoperato in elettricità la parola *tensione,* dicendo egli « mi sembra essere buono, che si adoperi la parola « *tensione,* come l' hanno adoperata i nostri due grandi geometri » (*Revue de l'instruction publique,* 14 *année, n.* 18, *du* 3 *août* 1854, *p.* 276, *troisième colonne*).

Il De La Rive pur esso adopera la parola *tensione* in elettricità, dicendo che « la elettricità nello stato di equilibrio, trovasi nello stato di tensione. Questo equi- « librio consiste nella eguaglianza fra la resistenza che l'elettrico incontra, e la sua « forza repulsiva ovvero *tensione* » l' autore medesimo adopera molte volte questa voce (*Traité d'électricité; Paris vol.* 1, *p.* 15 *e* 16; *vol.* 2, *p.* 3; *vol.* 3, *p.* 684).

Becquerel nel suo *Traité de l'électricité et du magnetisme; Paris t.* 1, *p.* 55; *t.* 2, *p.* 11, 207, 210; *t.* 3, *p.* 122, 123, 124, 127, adopera spesse volte la voce tensione, a denotare la elettrica repulsione. Egli dice (*t.* 1, *p.* 55). « Pochi anni « dopo scoperta la bottiglia di Leida, si conobbe il bisogno di avere istromenti « adatti a misurare la intensità della carica, ed in generale la forza repulsiva, che « le molecole di ciascuna delle due elettricità esercitano le une sulle altre, secondo « la loro *tensione* ». Qui è da riflettere che questi strumenti, non altro, essendo fuorchè i cogniti elettroscopi ed elettrometri, essi non misurano *la forza repulsiva che le molecole di ciascuna delle due elettricità esercitano le une sulle altre, per la loro tensione;* ma bensì misurano prossimamente e limitatamente l' effetto *complessivo,* cioè *risultante* delle tensioni intramolecorari, le quali debbono in questo caso, ed in tutti gli altri simili, riguardarsi *componenti* dell'effetto risultante stesso, manifestato dagli elettrometri.

Ganot adopera la voce tensione dicendo « Nell'equilibrio la elettricità vi si man- « tiene allo stato di tensione, la quale si manifesta per mezzo di attrazioni, e re- « pulsioni ». La tensione risulta proporzionale al quadrato della spessezza dello

strato elettrico; ed egli pure dice, che anche Coulomb adoperò questa parola. Lo sforzo della elettricità per separarsi dai corpi si chiama *tensione;* ma siccome lo sforzo medesimo è detto pressione da taluni fisici matematici, fra i quali Poisson, così viene confermato che pressione, in questo caso, per essi è sinonimo di tensione (*Traité élém. de phy.* 14 *édition. Paris* 1870, *p.* 612, 627, 628, *e seg*).

Il sig. Desains egli pure adopera la parola tensione, come l'hanno adoperata in elettricità gli altri fisici (*Leçons de phys.*, *t.* 1; *Paris* 1857, *p.* 435 *e* 450).

La parola tensione in tedesco si esprime col nome Spannung, che viene adoperato in elettricità da quasi ognuno dei fisici tedeschi. In tal guisa lo adopera Ettingshausen (*Anfangsgründe der physik, edizione* 4, *Vienna* 1860, *p.* 349). Nella traduzione italiana di questa opera, esponendosi la pila di Volta, troviamo usata la parola tensione (*Elem. di fis. del dott. Andrea d'Ettingshausen. Milano* 1854, *p.* 477).

Anche Wiedemann si serve della *voce tensione*, applicandovi l'epiteto *elettroscopica*, nella sua opera intitolata, *Die Lehre vom Galvanismus Braunschweig* 1863, *t.* 1, *p.* 26.

Nel trattato di fisica sperimentale di Wüllner, si fa uso della parola tensione; ma solo in elettrodinamica (*Lehrbuch der Experimentalphysik. Leipzig* 1863, *vol.* 2, *p.* 810).

Trovasi praticato lo stesso da Zöllner (*Berichte der sächsischen Gesellschaft der Wissenschaflen, classe matematico-fisica, seduta del* 6 *maggio* 1871, *p.* 212).

Kohlrausch, fece una serie molto estesa di sperienze sulla forza elettromotrice, e sugli effetti di essa, nei diversi punti del filo di congiunzione della pila chiusa. Egli determinò, mediante il condensatore a pile secche, il valore numerico di questi effetti, servendosi nell'esporli sempre della parola tensione, anche aggiuntovi l'aggettivo *elettroscopica* (*Annalen der physik von Poggendorff* 1848, *vol.* 78, *p.* 1).

Quetelet fisico matematico, si serve della parola tensione in elettricità (*Mémoires couronés, publiés par l'académie royale de Bruxelles, t.* 16, *p.* 84).

Nel vocabolario fisico di Gehler (*vol.* 4, *p.* 749) si fa comunemente uso di questa parola in elettricità. Lo stesso dicasi dell'altro vocabolario fisico di Mahrbach (*vol.* 6, *p.* 34).

Il sig. Gavarret chiama tensione di una parte della superficie appartenente ad un corpo elettrizzato, l'azione attrattiva o repulsiva, che la parte medesima esercita sopra un altro corpo elettrizzato, posto fuori di essa. Le sperienze di Coulomb, continua egli a dire, si accordano col calcolo, per dimostrare che tale azione, risulta direttamente proporzionale alla spessezza dello strato elettrico, sulla indicata porzione della superficie stessa. Queste due espressioni *tensione elettrica*, e *spessezza dello strato elettrico,* egli dice, rappresentano delle quantità esattamente proporzionali. Il medesimo fisico, termina dicendo: che la parola *tensione*, ha per altra parte il grande vantaggio, tanto di tradurre nettamente il fatto dell'azione, che si esercita da un corpo elettrizzato sopra i corpi circostanti, quanto di essere indipendente da qualunque ipotesi sulla natura delle forze elettriche. Il Gavarret si serve moltissime volte della parola tensione (*Traité d'électricité, Paris* 1857, *vol.* 1, *p.* 38).

§ 4.

Dopo veduto che i fisici, anche matematici, riconoscono essere *forza repulsiva* il significato della voce *tensione*, passiamo ad esporre come i fisici stessi determinarono, con formule algebriche, le forze elettriche repulsive, ossia la elettrica tensione. E primieramente Coulomb concluse dalle sue sperienze, che la elettrica elementare tensione, ovvero intramolecolare, agisce in ragion diretta della massa, ed inversa del quadrato della distanza. Questa formula è adottata dalla maggior parte dei fisici, ma non da tutti; e si vegga in proposito una mia memoria pubblicata nei *Comptes rendus*, *t.* 76, *an.* 1873, *p.* 1296. Tanto da Laplace, da Poisson, da Lamé, quanto da vari altri fisici matematici, si attribuisce, od implicitamente od esplicitamente, il nome di tensione anche alla pressione, che un punto qualunque, posto in superficie di uno strato elettrico, da cui viene un corpo inviluppato, esercita contro la resistenza opposta da qualsiasi mezzo coibente, alla dispersione dell'elettrico stesso. Adottando il concetto di Poisson, seguito da molti, cioè che la elettrica influenza traversa i conduttori, concetto che però noi con Faraday non ammettiamo; vedremo (§ 5) in qual modo algebricamente si assegna in generale, non solo la pressione o tensione dell'indicato punto, ma eziandio di un qualunque altro nella ertezza, che appartiene all'elettrico strato.

Fu Laplace il primo ad assegnare questo valore, comunicandolo a Poisson, che fu il primo a pubblicarlo (1), deducendolo per corollario da un caso più generale. Credono taluni che la dimostrazione del valore medesimo, pubblicato da Poisson (luogo citato) non sia bastantemente rigorosa, e perciò nel seguente § 5 ne daremo un'altra, seguendo in parte le tracce di quella data in proposito dal sig. Carlo Briot, nella sua pregevolissima opera intitolata « *Théorie mécanique de la chaleur; Paris* 1869, *p.* 189, *e seg.* ». Dimostreremo altresì nel paragrafo stesso, che la forza repulsiva, esercitata da tutte le molecole di uno strato elettrico, sopra ogni punto della *esterna superficie sua*, risulta proporzionale alla ertezza ρ dello strato stesso in quel medesimo punto; ed ancora, che questa proporzionalità, si verifica eziandio per un punto qualunque nella indicata ertezza; però ci varremo fin da ora di tale proporzionalità più generale.

Immaginiamo per tanto un cilindretto di sezione ω infinitesima, di cui l'asse ρ deve intendersi normale alla *esterna* superficie dello strato elettrico, in un qualunque punto di essa; cosicchè rappresenti ρ la ertezza dello strato medesimo in quel punto. La forza repulsiva esercitata da tutte le molecole dello strato elettrico, sopra ogni punto dell'elemento α qualunque del cilindretto indicato, dev'essere per ciò che (§ 5) dimostreremo, proporzionale alla ertezza z di quella porzione della ertezza totale ρ, che si trova sottoposta immediatamente all'indicato elemento α, ed avente ω per sezione. Quindi è chiaro, che la massa di questo elemento, sarà espressa da $\delta\,\omega\,dz$, essendo δ la densità, supposta *costante*, dell'elettrico; e siccome la forza impressa è proporzionale alla massa cui s'imprime, perciò rispettando l'altra indicata pro-

(1) Mém. de l'Institut impérial de France, année 1811, p. 5 et p. 30, § 9 et p. 34, li. 14 — Gotting Gelehrse Anzeigen 1840, p. 402.

porzionalità, riconosciuta prima d'ogni altro da Laplace, e poi da Poisson, come già fu avvertito, ne discende, che la repulsione o tensione del solo elemento in proposito, sarà espressa con $k\,\delta\,\omega\,z\,dz$, essendo k una costante.

Quindi è chiaro, che la pressione di tutti gli elementi, contenuti nella parte z della ertezza totale ρ, sarà espressa da $k\,\delta\,\omega \int_0^z z\,dz = \frac{k\,\delta\,\omega}{2} z^2$. Ciò vuol dire, che quando anche l'elemento premuto, non si trovi sulla esterna superficie dello strato elettrico, sempre la sua repulsione od elettrica tensione, sarà proporzionale al quadrato della ertezza o distanza fra l'elemento α, e la *interna* superficie dello strato. Estendendo il precedente integrale a tutta la ertezza ρ dello strato, la repulsione o tensione di tutto il cilindretto, cioè di tutta la ertezza dello strato, contro il mezzo coibente, per es. contro l'aria, sarà espressa dalla

$$k\,\delta\,\omega \int_0^\rho z\,dz = \frac{k\,\delta\,\omega}{2}\,\rho^2,$$

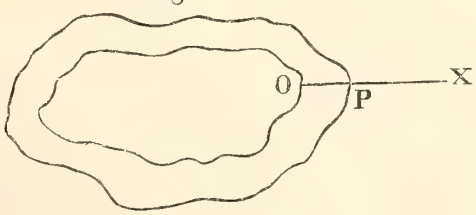
similmente al caso precedente.

Il fisico matematico Lamé dichiara, che la pressione del fluido elettrico sull'aria, risulta proporzionale al quadrato della spessezza, che lo strato di questo fluido possiede in quel punto, in cui si considera la indicata pressione. Termina egli dicendo che questa forza si chiama *tensione* della elettricità libera (*Cours de phys.* 2 *édition; Paris* 1840, *t.* 3, *p.* 24).

Un altro fisico matematico il sig. Maxwell, adopera la voce tensione, così dicendo: « La parola tensione si è usata dagli elettricisti in vari e vaghi significati, « e fu abbracciata nel matematico linguaggio, come sinonimo di *Potenziale.* Ma esa- « minando questi vari modi, nei quali venne usata la parola medesima, credo che « sarà più conforme all' uso, ed all' analogia meccanica, intendere per tensione una « forza repellente, riferita alla unità di superficie del conduttore, su cui l'elettrico « è distribuito » (*A. Treatise on electricity and magnetism, vol.* 1, *Oxford* 1873, *p.* 47).

Per dimostrare la sinonimia, da Maxwell asserita, fra il potenziale, e la tensione, rappresentiamo colla presente figura uno strato elettrico in equilibrio, sopra un con-

Fig.ª 1ª



duttore isolato. Dicasi F la forza, che il medesimo strato esercita, sopra qualunque punto di massa elettrica uguale alla unità, e riferito a tre assi ortogonali. Dicasi V,

come al solito, il potenziale dello strato elettrico rispetto all'indicato punto; avremo la seguente formula

$$\left(\frac{d.\,V}{d\,x}\right)^2 + \left(\frac{d.\,V}{d\,y}\right)^2 + \left(\frac{d.\,V}{d\,z}\right)^2 = F^2;$$

giacchè sappiamo, che la derivata di V riguardo ad ognuna delle coordinate, rappresenta la componente di F, parallela rispettivamente ad ognuno dei tre assi. Questa formula rispetto al sistema ortogonale delle coordinate, si riferisce ad una situazione qualunque di esso; ma collocando tale sistema in guisa, che l'asse delle x coincida colla normale $O\,P$ alla esterna superficie del medesimo strato elettrico nel punto P, allora l'equazione generale precedente, si ridurrà nella

$$\frac{d\,V}{d\,x} = F, \text{ donde } d\,V = F\,d\,x.$$

Imperocchè in tale caso le due componenti, una $\frac{d\,V}{d\,y}$ parallela all'asse della y, l'altra $\frac{d\,V}{d\,z}$ parallela all' asse delle z, ed ambedue normali a quello delle x, non possono aver luogo, trattandosi di un sistema ortogonale; perciò dall'ultima equazione, integrando, avremo

$$V = \int F\,d\,x.$$

Ora poniamo, che la origine del sistema sia collocata in O, dove la normale al punto P, interseca la interna superficie dello strato elettrico, ed estendiamo l'integrale a tutta la ertezza ρ del medesimo, avremo

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V = \int_0^\rho F\,d\,x.$$

Qui è da riflettere, che il potenziale V, si riferisce sempre ad un punto, avente la unità di massa. Però nel caso concreto, quel punto cui si riferisce il potenziale, non possiede realmente la unità di massa; perchè se la possedesse, avrebbe una densità infinita, lo che non può verificarsi. Adunque nel caso concreto il punto in proposito dovrà possedere una massa diversa dalla unità, laonde invece della (1) dovremo avere la

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V' = q\int_0^\rho F\,d\,x,$$

essendo q una costante, dipendente dalla massa del punto stesso. Quindi possiamo immaginare che i diversi punti, cui si riferiscono i diversi V', sieno tanti cubetti collocati lungo la normale OX, in guisa da formare un prisma di altezza ρ, e di base ω, l'una e l'altra infinitesima. Paragonando fra loro le (1) e (2), si avrà l'altra seguente

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V' = q\,V.$$

Dopo ciò chiaro apparisce che $q\int_0^\rho F\,dx$ rappresenta la forza, colla quale la base superiore dello stesso prisma, spinge contro l'aria. Dunque la (3) stabilisce quanto volevamo dimostrare: cioè che il potenziale, relativo ad un punto della superficie superiore dello strato elettrico, è proporzionale alla repulsione, ovvero alla spinta o pressione, che dal prisma medesimo si esercita contro l'aria. Questa pressione viene denominata tensione, tanto da Maxwell, quanto da Lamé, ambedue fisici matematici; e nella dimostrata proporzionalità consiste, l'essere il potenziale sinonimo di tensione. Inoltre poichè fu dichiarato da Laplace, e pubblicato da Poisson, come già dicemmo, cioè che la forza F risulta proporzionale alla ertezza dello strato sottoposto all'elemento spinto, proposizione che noi dimostreremo nel seguente paragrafo, perciò sarà

$$F = h\,x,$$

essendo h una costante; quindi dalla (2) avremo

$$V' = H\int_0^\rho x\,dx = \frac{H}{2}\,\rho^2,$$

rappresentando H un'altra costante. Dunque torniamo a concludere che la repulsione V', posseduta da un punto della esterna superficie dello strato elettrico, ossia la elettrica tensione in questo medesimo punto, è proporzionale al quadrato della ertezza dello strato medesimo nel punto stesso.

Il Briot, pur esso determina la pressione (*v. Théorie mécanique de la chaleur; Paris* 1869, *p.* 210), che ciascun punto di uno strato elettrico esercita contro un mezzo isolante, trovandola proporzionale al quadrato della carica corrispondente a quel punto.

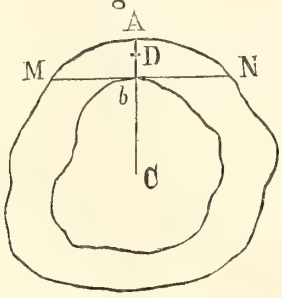
Murphy non usa la parola tensione, ma bensì *pressione* (pressure), contro l'aria; ed egli pure dimostra essere questa proporzionale al quadrato della indicata ertezza (*Elementary principales of the theories of electricity, ecc. Parte* 1, *Cambridge* 1833, *pag.* 66), e già vedemmo, che secondo il fisico matematico Lamé, in questa pressione consiste la elettrica tensione.

§ 5.

Per giungere a valutare generalmente la tensione, che tutto uno strato elettrico esercita su qualsiasi punto D della sua spessezza Ab (fig. 2ª), incominciamo dal

determinare, nulla supponendo, la tensione sopra un punto qualunque A della esterna superficie dello strato medesimo, equilibrato sopra qualunque conduttore, posto nell' isolamento.

Fig.ª 2ª



Per questo primo caso, cioè nel quale il punto considerato A, è posto nella esterna superficie dell' elettrico strato, ricorriamo alla formula di Green, la quale per se stessa è astratta del tutto, ed esprime una proprietà di certe funzioni, senza che queste necessariamente abbiano un fisico significato. Ma introducendo in esse alcune particolarità, la medesima formula diviene allora di grande importanza per la elettrostatica. Sieno U e V due funzioni qualunque, finite e continue, delle coordinate x, y, z, e pongasi

$$(4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \Delta V = \frac{d^2 V}{d x^2} + \frac{d^2 V}{d y^2} + \frac{d^2 V}{d z^2}.$$

Il simbolo ΔV che qui fu introdotto, non indica una differenza finita, ma bensì la somma delle tre derivate seconde della funzione V. Il chiarissimo Betti scrive Δ^2 invece di ΔV (*Teorica delle forze, che agiscono secondo la legge di Newton; Pisa* 1865, *p.* 7).

Si consideri l' integrale

$$\int\int\int U \Delta V \, dx \, dy \, dz,$$

il quale s'intende appartenere ad una superficie chiusa, e convessa in ogni sua parte. Introducendo in questa espressione per ΔV il suo valore dato precedentemente, avremo

$$(5) \ldots \int\int\int U \Delta V \, dx \, dy \, dz = \int\int\int \left(\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2}\right) U \, dx \, dy \, dz$$

$$= \int\int\int U \frac{d^2 V}{dx^2} dx \, dy \, dz + \int\int\int U \frac{d^2 V}{dy^2} dx \, dy \, dz + \int\int\int U \frac{d^2 V}{dz^2} dx \, dy \, dz.$$

Prima di procedere innanzi, richiamo alla memoria, ma in modo più significativo dell'ordinario, la pratica della integrazione per parti. A questo fine abbiasi una funzione della x, espressa dal prodotto NP, avremo

$$dNP = NdP + PdN,$$

ed integrando sarà $\quad NP = \int NdP + \int PdN,$

donde $\quad \int PdN = NP - \int NdP.$

Pongasi $\quad dN = Qdx,$ sarà $N = \int Qdx,$

e sostituendo nella equazione precedente, avremo

$$\int PQdx = P\int Qdx - \int(\int Q\,dx)\,dP.$$

Per tanto se abbiasi ad integrare, col metodo della integrazione per parti, un differenziale $F(x)\,dx$; si decomponga opportunamente questo differenziale in due fattori P, e $Q\,dx$, uno finito P, e l'altro differenziale $Q\,dx$, in guisa che $\int Q\,dx$ possa facilmente ottenersi, e si avrà

$$F(x)\,dx = P.\,Q\,dx,$$

donde

$$\int F(x)\,dx = \int P.\,Q\,dx = P\int Q\,dx - \int(\int Q\,dx)\,dP;$$

quindi la integrazione del dato differenziale, dipenderà dal sapere assegnare $\int(\int Q\,dx)dP$, che in molti casi riesce più facile dell' integrale proposto. Laonde il cercato integrale di $F(x)\,dx$, uguaglierà il prodotto del fattore finito P, nell' altro $Q\,dx$ integrato, meno l' integrale del prodotto di questo fattore integrato, nel differenziale del fattore finito.

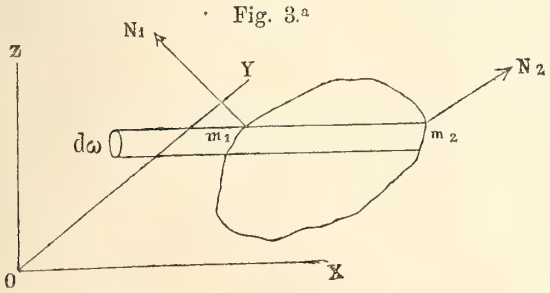
Tornando sulla (5), chiaro apparisce, che ad integrare per parti il differenziale

$$U\frac{d^2V}{dx^2}\,dx,$$

dovremo decomporlo in due fattori, uno finito, che sarà U, l'altro differenziale, che sarà $\frac{d^2V}{dx^2}\,dx$; cosicchè avremo

$$(6)\quad \ldots\ldots \int U\frac{d^2V}{dx^2}\,dx = U\int\frac{d^2V}{dx^2}\,dx - \int\left(\int\frac{d^2V}{dx^2}\,dx\right)\frac{dU}{dx}\,dx$$
$$= U\frac{dV}{dx} - \int\frac{dV}{dx}\,\frac{dU}{dx}\,dx.$$

Fig. 3.ª



Il corpo di cui trattiamo sia rappresentato dalla fig. 3, ed esprimiamo con m_1, m_2 due elementi, determinati dai medesimi valori delle corrispondenti y, z, di cui sieno x_1, x_2 le relative ascisse; dalla (6), si avrà

$$(7)\ldots \int_{x_1}^{x_2} U\frac{d^2V}{dx^2}\,dx = -\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1} + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2} - \int_{x_1}^{x_2}\frac{dU}{dx}\,\frac{dV}{dx}\,dx.$$

Moltiplicando questa equazione pel prodotto $dy\,dz$, avremo

$$dy\,dz\int_{x_1}^{x_2} U\frac{d^2V}{dx^2}dx=\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)dy\,dz-dy\,dz\int_{x_1}^{x_2}\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}dx,$$

ed integrando sarà

$$\iint dy\,dz\int_{x_1}^{x_2} U\frac{d^2V}{dx^2}dx=\iint\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)dy\,dz$$
$$-\iint dy\,dz\int_{x_1}^{x_2}\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}dx,$$

equazione, che potrà scriversi anche nel modo seguente:

$$(8)\;.\;.\;\iiint_{x_1}^{x_2} U\frac{d^2V}{dx^2}dx\,dy\,dz=\iint\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)dy\,dz$$
$$-\iiint_{x_1}^{x_2}\frac{dU}{dx}\;\frac{dV}{dx}\;dx\;dy\;dz.$$

Il primo membro di questa equazione rappresenta la massa di un corpo, avente per densità variabile $U\frac{d^2V}{dx^2}$, mentre chiamando v il volume del corpo stesso, abbiamo $dv=dx\,dy\,dz$. Del resto $dy\,dz$ rappresenta un elemento della totale superficie del corpo, proiettato sul piano YZ; perciò chiamando con ω la proiezione della superficie totale del corpo sul piano YZ, avremo $d\omega=dy\,dz$. Sostituendo questi simboli nella (8), si avrà

$$(9)\;.\;.\;\int U\frac{d^2V}{dx^2}dv=\int\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)d\omega-\int\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}dv.$$

L'elemento $d\omega$, come ora fu indicato, è la proiezione dei due elementi m_1 ed m_2 sul piano YZ; inoltre si chiami σ la superficie di tutto il corpo, e finalmente indichiamo con $d\sigma_1$ e con $d\sigma_2$ gli elementi di questa superficie, già rappresentati rispettivamente da m_1 e da m_2. Questi elementi s'intendano formati, sezionando il corpo con tanti piani fra loro vicinissimi, paralleli al piano YX, e similmente con altrettanti piani paralleli al piano ZX. Sieno α_1, β_1, γ_1 i coseni degli angoli, che fa rispettivamente cogli assi coordinati la normale m_1N_1 al primo elemento m_1, guidata verso l'esterno; e sieno similmente α_2, β_2, γ_2 questi medesimi coseni, pel secondo elemento m_2, avremo

$$(10)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad d\omega=-\alpha_1\,d\sigma_1=\alpha_2\,d\sigma_2.$$

In fatti essendo α_1 il coseno dell'angolo, che fa quella normale coll'asse delle x, sarà pure α_1 il coseno dell'angolo che fa col piano YZ il piano tangente, nel quale si trova l'elemento stesso; perchè due piani comprendono un angolo, eguale a quello compreso dalle perpendicolari innalzate su i piani stessi. Ora siccome la proiezione di un area sopra un piano, eguaglia questa, moltiplicata pel coseno dell'angolo, che fa essa col piano medesimo, così resta dimostrata l'ultima equazione. Circa i segni da cui sono

affette le quantità $\alpha_1 d\sigma_1$ ed $\alpha_2 d\sigma_2$, deve notarsi, che questi debbono essere necessariamente contrari fra loro. Imperocchè non deve perdersi di vista, che i due elementi appartengono ad una superficie chiusa, e per tutto convessa; quindi gli angoli che formano le rispettive normali nell'andamento loro positivo, cioè dall'interno verso l'esterno, coll'asse delle x, sono acuto uno, ed ottuso l'altro. Perciò nel caso della figura 3, è ottuso α_1, ed acuto α_2, come bene indica la figura stessa. Quindi essendo gli elementi della superficie quantità positive per loro essenza, fa d'uopo, a soddisfare alla eguaglianza precedente, dare il segno negativo alla proiezione $\alpha_1 d\sigma_1$, mentre l'altra proiezione $\alpha_2 d\sigma_2$ deve rimanere positiva.

Per tanto avremo

$$\int\left(-U\left[\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)d\omega=\int\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}\alpha_1\,d\sigma_1+\int\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\alpha_2 d\sigma_2.$$

Il primo integrale di questo secondo membro, si riferisce a quella parte della superficie del corpo, rivolta verso l'asse negativo delle x; mentre il secondo si riferisce a quell'altra parte del corpo stesso, rivolta verso l'asse positivo delle medesime ascisse. Quindi è chiaro, che la somma di questi due integrali, si riferisce alla superficie di tutto il corpo. Perciò se indichiamo con $\alpha\, d\sigma$ la proiezione di qualsiasi elemento della superficie del corpo medesimo, sul piano ZY, avremo

$$(11)\quad \ldots\quad \int\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}+\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\right)d\omega=\int U\frac{dV}{dx}\,\alpha\,d\sigma,$$

ove il secondo membro si riferisce a tutta la superficie del corpo, ed ove α rappresenta in generale il coseno dell'angolo, che fa la normale dell'elemento $d\sigma$ coll'asse delle x; dunque sostituendo nella (9), si avrà

$$(12)\quad \ldots\ldots\quad \int U\frac{d^2V}{dx^2}\,dv=\int\alpha\,U\frac{dV}{dx}\,d\sigma-\int\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}\,dv.$$

Le derivate di V e U, contenute in questa equazione, sono prese rapporto ad x; quindi cangiando nella (12) successivamente la x nella y, e nella z, otterremo le altre due seguenti

$$\int U\frac{d^2V}{dy^2}\,dv=\int\beta\,U\frac{dV}{dy}\,d\sigma-\int\frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy}dv,$$

$$\int U\frac{d^2V}{dz^2}\,dv=\int\gamma\,U\frac{dV}{dz}\,d\sigma-\int\frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\,dv;$$

ove β e γ rappresentano i coseni degli angoli, che fa la normale all'elemento $d\sigma$ rispettivamente coll'asse delle y, e con quello delle z. Facendo la somma di queste tre ultime uguaglianze avremo

$$(13)\quad \int U\left(\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}\right)dv=\int U\left(\alpha\frac{dV}{dx}+\beta\frac{dV}{dy}+\gamma\frac{dV}{dz}\right)d\sigma$$
$$-\int\left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}+\frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy}+\frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\right)dv.$$

Indichiamo con ds l'elemento della normale, guidata da m_1 verso l'esterno della superficie, sarà

$$\alpha=\frac{dx}{ds}\,,\ \beta=\frac{dy}{ds}\,,\ \gamma=\frac{dz}{ds}.$$

In fatti rappresenta ds la diagonale di un parallelepipedo rettangolare, di cui gli

spigoli dx, dy, dz, sono rispettivamente paralleli agli assi coordinati; ma ciascuno spigolo, diviso per la diagonale stessa, rappresenta il coseno dell'angolo, formato da queste due rette; ovvero anche il coseno dell'angolo formato dalla diagonale coll'asse coordinato, cui lo spigolo stesso è parallelo; perciò sarà in generale

$$\alpha \frac{dV}{dx} + \beta \frac{dV}{dy} + \gamma \frac{dV}{dz} = \frac{dV}{dx}\frac{dx}{ds} + \frac{dV}{dy}\frac{dy}{ds} + \frac{dV}{dz}\frac{dz}{ds}.$$

Il secondo membro di questa equazione non altro esprime, fuorchè $\frac{dV}{ds}$, poichè V è funzione delle x, y, z; quindi avremo

$$\alpha \frac{dV}{dx} + \beta \frac{dV}{dy} + \gamma \frac{dV}{dz} = \frac{dV}{ds}.$$

Sostituendo questo valore nel primo trinomio del secondo membro della (13), avremo

$$\int U \left(\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2}\right) dv = \int U \frac{dV}{ds} d\sigma - \int \left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy} + \frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\right) dv,$$

e valendosi della (4), sarà

$$(14) \quad . \int U \Delta V \, dv = \int U \frac{dV}{ds} d\sigma - \int \left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy} + \frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\right) dv.$$

Questa è la formula di Green, in cui si rappresenta con v il volume di un corpo, limitato da una superficie σ per tutto convessa, e continua; mentre con s viene rappresentata la normale ad un qualunque suo elemento superficiale $d\sigma$. Non sarà fuori di luogo richiamare qui l'attenzione sulle due funzioni U e V, ricordando che le medesime sono finite, e continue, ma del resto arbitrarie.

Per semplificare abbiamo supposto, che il corpo considerato, si limiti da una superficie per tutto concessa; ma il ragionamento da noi svolto, per giungere alla indicata formula (14), si applica pure ad un corpo, avente per limite una superficie di ogni forma. In fatti qualunque sia questa forma, se guideremo una parallela all'asse delle x, questa necessariamente intersecherà la superficie del corpo in un numero pari di punti, che saranno m_1, m_2, m_3, m_4, ..., corrispondenti alle ascisse x_1, x_2, x_3, x_4, ...; e chiaro apparisce, che invece della (9), si avrà per questo caso la

$$(15) \int U \frac{d^2 V}{dx^2} dv = \int \left(-\left[U \frac{dV}{dx}\right]_{x_1} + \left[U \frac{dV}{dx}\right]_{x_2} - \left[U \frac{dV}{dx}\right]_{x_3} + \left[U \frac{dV}{dx}\right]_{x_4} \ldots\right) d\omega$$
$$- \int \frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx} \, dv,$$

equazione simile alla (9) stessa. In tutte le precedenti formule, come anche nelle seguenti, s' intende che, ove non si trovino i limiti, l' integrale deve riferirsi a tutto il corpo.

Mediante un ragionamento, non diverso da quello del precedente caso relativo alla (9), indicheremo con $d\sigma_3$, $d\sigma_4$... le superficie degli elementi m_3, m_4..., e con α_3, α_4, ... i coseni degli angoli, che le normali agli elementi stessi, guidati da dentro in fuori, formano coll' asse positivo delle x. Siccome da quanto abbiamo supposto, deve ogni elemento m_1, m_2, m_3... aver comune la proiezione $dy\,dz$ sul piano

YZ; così per le ragioni del tutto analoghe á quelle riferite nel precedente simile caso, relativo alla (9), dovranno aversi le

(16) . . . $d\omega = -\alpha_1\, d\sigma_1 = \alpha_2\, d\sigma_2 = -\alpha_3\, d\sigma_3 = \alpha_4\, d\sigma_4 \ldots.$

Ora prendiamo a considerare il primo termine del secondo membro della (15), e combiniamolo colle (16), in un modo assolutamente identico a quello, col quale fu operato sul primo termine del secondo membro della (9), mentre a questo furono applicate le (10), cioè le

$$d\omega = -\alpha_1\, d\sigma_1 = \alpha_2\, d\sigma_2.$$

Si ottiene con questa combinazione, che il primo termine del secondo membro della (15), si riduce nella formula seguente

$$\int\left(-\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1} d\omega + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2} d\omega - \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_3} d\omega + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_4} d\omega \ldots\right),$$

da cui dobbiamo eliminare il $d\omega$, per mezzo delle (16); cosicchè il medesimo primo termine, si ridurrà come siegue

$$\int\left(\left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_1}\alpha_1\, d\sigma_1 + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_2}\alpha_2\, d\sigma_2 + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_3}\alpha_3\, d\sigma_3 + \left[U\frac{dV}{dx}\right]_{x_4}\alpha_4\, d\sigma_4 \ldots\right),$$

che sarà giustamente rappresentato da

$$\int U\frac{dV}{dx}\,\alpha\, d\sigma,$$

essendo $\alpha\, d\sigma$ la proiezione di un elemento qualunque della superficie del corpo. Per tanto la (15) si trasformerà nel modo che segue

$$\int U\frac{d^2V}{dx_2}\, dv = \int U\frac{dV}{dx}\,\alpha\, d\sigma - \int\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}\, dv,$$

la quale coincide colla (12). Dà ora in poi l'andamento dell'analisi per giungere alla (14), rimane identico a quello praticato nel caso precedente, relativo alla stessa (12). Quindi sarebbe inutile riprodurlo pel caso generale presente, per tornare alla formula (14) di Green, la quale perciò si riferisce anche ad un corpo, non convesso in ogni parte della sua superficie.

Nella (14) i simboli s, σ, v riferisconsi alla forma del corpo di cui si tratta, mentre U e V rappresentano due qualunque funzioni finite e continue, relative ad elementi, che sono interni o superficiali al corpo stesso. Da ciò segue che nella formula stessa possiamo senz'altro cangiare U in V, e viceversa; quindi sarà

(17) . . . $\int V\Delta U\, dv = \int V\frac{dU}{ds}\, d\sigma - \int\left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy} + \frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz}\right) dv,$

ove i limiti sono gli stessi di quelli della (14). Paragonando questa colla (17), avremo

$$\int U\Delta V\, dv - \int U\frac{dV}{ds}\, d\sigma = \int V\Delta U\, dv - \int V\frac{dU}{ds}\, d\sigma.$$

Sia V il potenziale di una massa M, sarà V funzione delle coordinate (x, y, z), cioè del punto cui si riferisce il potenziale. Ciò posto l'equazione

(18) . . . . . $V =$ costante

rappresenta certe superficie, che si chiamano *superficie di livello*. Dando alla costante del secondo membro di questa equazione (18), successivamente diversi valori, abbiamo altrettante superficie di livello. Alcune di queste superficie si trovano nell'interno della massa, ed altre fuori di essa; alcune poi possano trovarsi

parte al di fuori, e parte al di dentro della indicata massa. Tutte queste godono la proprietà, che la direzione della risultante delle forze, esercitata dalla massa M, sopra i punti della superficie di livello, è normale alla superficie stessa. Poichè supponiamo nella superficie di livello, tracciata una qualunque curva, la quale passi pel punto m; inoltre contiamo la lunghezza s di questa curva da uno qualunque dei suoi punti. Posto ciò, chiaro apparisce, che le coordinate x, y, z di un qualsiasi punto della superficie, possono sempre considerarsi come funzioni della lunghezza s. In fatti è chiaro, che un estremo di questa lunghezza essendo fisso, l'altro estremo corrisponde alle coordinate x, y, z; perciò variando la indicata lunghezza, dovranno pure variare le relative coordinate. Quindi essendo V funzione delle x, y, z, sarà

$$dV = \frac{dV}{dx}dx + \frac{dV}{dy}dy + \frac{dV}{dz}dz,$$

e dividendo per ds avremo

$$\frac{dV}{ds} = \frac{dV}{dx}\frac{dx}{ds} + \frac{dV}{dy}\frac{dy}{ds} + \frac{dV}{dz}\frac{dz}{ds}.$$

Ma per ipotesi la funzione V rimane costante rispetto ad ogni punto della curva, dovrà quindi essere

$$\frac{dV}{ds} = o,$$

e perciò sarà

$$\frac{dV}{dx}\frac{dx}{ds} + \frac{dV}{dy}\frac{dy}{ds} + \frac{dV}{dz}\frac{dz}{ds} = o.$$

Inoltre sappiamo che le derivate $\frac{dV}{dx}, \frac{dV}{dy}, \frac{dV}{dz}$, rappresentano rispettivamente le componenti X, Y, Z delle azioni, esercitate dalla massa M, parallelamente ai tre assi coordinati, perciò avremo pure

$$X\frac{dx}{ds} + Y\frac{dy}{ds} + Z\frac{dz}{ds} = o,$$

e dividendo per la risultante R, otterremo la

$$(19) \quad \ldots\ldots \quad \frac{X}{R}\frac{dx}{ds} + \frac{Y}{R}\frac{dy}{ds} + \frac{Z}{R}\frac{dz}{ds} = o.$$

Dalla meccanica viene stabilito, che se X, Y, Z, sono le componenti lungo i tre assi di una forza R, allora la direzione di questa, comprende coi medesimi assi degli angoli, di cui rispettivamente i coseni sono espressi dai seguenti rapporti

$$\frac{X}{R}, \frac{Y}{R}, \frac{Z}{R}.$$

Abbiamo dunque due direzioni, cioè quella spettante alla forza, e viene data dai precedenti rapporti, e quella spettante alla curva, cioè alla sua tangente nel punto x, y, z, la quale fa coi medesimi assi coordinati tali angoli, di cui sono i coseni rispettivamente espressi dagli altri seguenti rapporti

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}.$$

Denotando quindi con γ l'angolo, che le indicate due direzioni comprendono fra loro, avremo

$$\cos\gamma = \frac{X}{R}\frac{dx}{ds} + \frac{Y}{R}\frac{dy}{ds} + \frac{Z}{R}\frac{dz}{ds}.$$

Confrontando questa formula colla (19), si vede che $\cos\gamma = o$, e che perciò deve aversi $\gamma = 90°$; vale a dire, che la risultante R si dirige normalmente alla tangente. Siccome poi la curva medesima è qualunque, così è chiaro, che facendo passare pel punto stesso un' altra curva, la indicata risultante sarà pure normale alla tangente stessa. Ciò basta per aver dimostrato, come volevamo, che la risultante R di tutte le azioni della massa M, si dirige normalmente alla superficie di livello in qualunque suo punto.

Ora torniamo sulla formula di Green, e supponiamo che si rappresenti con V il potenziale di un sistema di elettriche masse, o più in generale di un qualsiasi agente, che esercita la sua azione, secondo la legge newtoniana. Per tanto se nella formula (14) di Green, si pone $U = 1$, essa prenderà la forma

$$\int \Delta V\, dv = \int \frac{dV}{ds}\, d\sigma,$$

che mediante la (4) si ridurrà nella

$$(20) \quad \ldots\ldots \quad \int\left(\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2}\right) dv = \int \frac{dV}{ds}\, d\sigma,$$

Ma sappiamo essere

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = -4\pi\delta \ (*)$$

ove δ rappresenta la densità dell'agente nel punto (x, y, z), quindi avremo

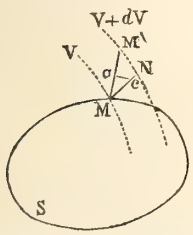
$$\int\left(\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2}\right) dv = -4\pi\int\delta\, dv = -4\pi Q,$$

essendo Q tutta la massa elettrica $\int\delta\, dv$ dell'agente. Sostituendo questo valore nella (20) sarà

$$(21) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \int \frac{dV}{ds}\, d\sigma = -4\pi Q.$$

Abbiamo denominato con ds un elemento MM' (fig. 4.ª) della normale all'esterno della superficie S; ora passiamo a considerare due superficie di livello, fra loro vicinissime, le quali potranno esprimersi rispettivamente con V, e con $V + dV$. In fatti coerentemente a quanto fu dichiarato rispetto alla (19), l'equazione $V = f(x, y, z) = a$, nella quale a risulta indipendente dalle coordinate x, y, z, rappresenta una superficie di livello. Attribuendo al simbolo a successivamente diversi valori, si attengono altrettante superficie di livello, in ognuna delle quali la funzione $V = cost.$ che le rappresenta, conserva sempre la stessa natura, ma non la medesima estensione. Se però il cangiamento del valore, attribuito alla costante a, divenga un infinitesimo

Fig. 4.ª



(*) Plana, nella memoria: « Distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices. Turin 1845, pag. 331, formula VI.

$= da$, otterremo una superficie di livello vicina infinitamente alla prima $V = a$, che dovrà esprimersi per $V + dV$; giacchè al variare di a in $a + da$, deve anche variare V in $V + dV$. Per tanto si chiami con dn l'elemento MN della normale alla superficie $V = a$, compreso fra le due superficie di livello, e con i si chiami l'angolo $M'MN$, compreso fra le due normali, una sulla superficie S del corpo, l'altra sulla superficie V di livello. Nel triangolo differenziale $M'MN$ abbiamo

$$MN : MM' = \cos i : 1,$$

donde $dn = ds \cos i$, e $ds = \frac{dn}{\cos i}$; perciò sarà.

$$(22) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{dV}{ds} = \frac{dV}{dn} \cos i.$$

Ora è facile vedere, che $\frac{dV}{dn}$ altro non rappresenta, fuorchè la totale forza di azione della massa, che agisce; quale forza sappiamo dover essere diretta normalmente alla superficie di livello. A convincersi di questa verità, basta considerare per un istante la indicata normale, come asse delle ascisse di un sistema ortogonale, applicando sul medesimo la nota formula

$$X = \frac{dV}{dx}.$$

Chiamando F la forza risultante in un qualunque punto della superficie di livello, sarà $\frac{dV}{dn} = F$, perciò dovrà, secondo la formula (22), aversi la

$$\frac{dV}{ds} = F \cos i,$$

e sostituendo questo valore nella (21), sarà

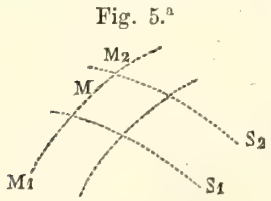
$$(23) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \int F \cos i \, d\sigma = -4\pi Q.$$

Riflettiamo inoltre, che la forza F agisce lungo la normale MN della superficie di livello, e che i denota l'angolo compreso da questa normale, coll'altra MM' alla superficie S del corpo. Da ciò risulta che $F \cos i$ altro non rappresenta, fuorchè la proiezione Ma della forza $F = Mc$ sulla normale MM' alla superficie del corpo; cioè la *componente* normale a questa superficie.

Premesso ciò si vede facilmente, che la (23) si deve nel seguente modo enunciare: *La somma delle componenti $F \cos i \, d\sigma$, normali alla superficie di un corpo, esercitate sopra gli elementi di essa, uguaglia numericamente la massa Q dell'agente, compresa dalla superficie stessa, e moltiplicata per 4π.*

Siano S_1 ed S_2 (fig. 5) due superficie di livello, e prendiamo sopra la prima delle medesime un elemento $d\sigma_1$, quindi per ogni punto del perimetro di questo elemento, guidiamo una linea ortogonalmente alle superficie di livello, comprese fra le S_1 ed S_2. Si formerà in tale guisa un canale, che intersecherà la superficie S_2 in un elemento $d\sigma_2$ della superficie stessa, il quale sarà corrispondente al primo $d\sigma_1$. Volendo che il teorema enunciato precedentemente si applichi a questo canale, di cui le basi sono formate dagli elementi $d\sigma_1$ e $d\sigma_2$, fa d'uopo estendere l'integrale, contenuto nella (21), a tutta la superficie

Fig. 5.ª



del canale stesso, composta dalle indicate due basi, e dalla sua laterale superficie, che interseca normalmente tutte quelle di livello, per le quali questa superficie laterale traversa. Ora è chiaro, che la forza in ciascun punto della indicata superficie laterale, per essere normale a ciascuna superficie di livello, dovrà tangenzialmente dirigersi sulla superficie laterale del canale medesimo; quindi è che la sua componente, normale a questa superficie, dovrà essere nulla. Dunque l'integrale di cui si tratta, comprenderà soltanto quei termini, che riferisconsi alle due basi $d\sigma_1$ e $d\sigma_2$. Guidando le normali dal di dentro al di fuori, le forze secondo queste normali, cui si riferisce il teorema ora enunciato, ovvero la formula (23), riduconsi solo a due, delle quali una sulla base $d\sigma_1$, l'altra sulla base $d\sigma_2$. La forza che normalmente si esercita sopra ogni punto della prima base, si esprime con $\frac{dV}{dn}$; quindi la somma delle forze tutte normali a questa base, verrà espressa da $\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1$, e quella che similmente si esercita sulla seconda base, viene rappresentata da $\left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2$: queste due forze sono dirette l'una e l'altra in senso contrario fra loro, coerentemente al teorema che precede, relativo alla formula (23). Per tanto la somma delle forze, che dalla massa contenuta nel canale, si esercitano normalmente sulla superficie del canale medesimo, dal di dentro al di fuori, viene rappresentata dalla differenza

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1 - \left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2;$$

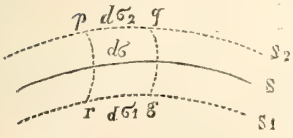
ed in virtù del già citato teorema, ossia mediante la formula (21), avremo

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1 - \left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2 = -4\pi Q,$$

ove Q rappresenta la massa contenuta nel canale.

In qualunque sistema elettrico equilibrato, la superficie S di un corpo conduttore. si deve riguardare qual superficie di livello, sulla quale risiede un elettrico strato (fig. 6.). In fatti se la superficie del corpo, che si confonde con quella dello strato elettrico, non fosse una superficie di livello *rapporto allo strato medesimo,* la forza totale in un qualunque punto della medesima superficie del corpo, non sarebbe ad essa normale; quindi si potrebbe decomporre in due delle quali, una normale, l'altra tangente alla superficie stessa. Ora quest' ultima produrrebbe moto nell'elettrico elemento, contro la ipotesi che suppone lo stato di equilibrio. Prendiamo un elemento $d\sigma$ su questa superficie, e consideriamo due superficie di livello fra loro vicine, vale a dire una superficie di livello esterna S_2 nella vicinanza dell'elemento $d\sigma$, ed un'altra interna S_1. Per ogni punto del perimetro dell' elemento $d\sigma$, guidiamo verso l'esterno una linea ortagonale alle superficie di livello S ed S_2, e prolunghiamo queste linee sino ad incontrare le superficie S_1 ed S_2. Per tale modo formeremo un canale $p\,q\,r\,g$ fra le due superficie S_2 ed S_1, il quale limiterà sopra queste superficie due elementi $d\sigma_2$ e $d\sigma_1$. Volendo applicare il teorema precedente, ossia la formula (21), alla massa contenuta nel medesimo canale, dobbiamo

Fig. 6.ª



estendere l'integrale in essa contenuto, a tutta la superficie della sua massa. Riguardo a quella parte di questa massa, che si trova nell'interno del corpo, cioè nel canale, la derivata $\frac{dV}{dn}$ si annulla, perchè questa derivata rappresenta la forza, normalmente esercitata da tutto lo strato, sopra un punto interno del corpo stesso; quindi ciascuno di questi elementi dell'integrale contenuto nella (21), risulta nullo. Però la normale in un qualunque punto della esterna parte della superficie laterale del canale medesimo, è tangente alla superficie di livello, che passa per questo punto. Laonde relativamente ad un punto, che si trova sopra questa normale, sarà $\frac{dV}{ds} = o$, e gli elementi dell'integrale in discorso, che costituiscono il primo membro della (21), per questa parte della superficie laterale, saranno anch'essi nulli. Dunque l'indicato integrale si riduce all'elemento $\left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2$, relativo alla esterna base $d\sigma_2$.

Ora si denoti con h la ertezza dello strato elettrico, sul quale trovasi l'elemento $d\sigma$; la massa contenuta nel canale sarà $h\,d\sigma$, perchè tutta questa massa è limitata dall'elemento $d\sigma$, nel quale h è costante; quindi per la (21) avremo

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2 = -4\pi h\,d\sigma,$$

ovvero

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_2 \frac{d\sigma_2}{d\sigma} = -4\pi h.$$

Per un qualunque strato elettrico, le due superficie di livello considerate, sono sempre vicinissime fra loro; quindi le basi $d\sigma$ e $d\sigma_2$ del canale, debbonsi considerare come eguali, perciò la equazione precedente si riduce alla

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_2 = -4\pi h.$$

Ma già vedemmo che $\frac{dV}{dn}$ rappresenta anche la forza F, colla quale agisce tutto lo strato elettrico sopra un punto della superficie, così abbiamo

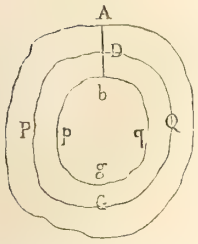
(24) . . . . . $F = -4\pi h$,

vale a dire la indicata forza è proporzionale alla ertezza dello strato elettrico; ed è ciò quanto (§ 4) ci eravamo proposti dimostrare con generalità, e rigorosamente.

Abbiamo finora considerata la repulsione dell'elettrico strato, sopra un punto della esterna sua superficie; cioè supponemmo che la superficie di livello S_2 coincida colla superficie esterna dello strato. Ma tutto il ragionamento precedente vale ancora nel medesimo modo, quando suppongasi la superficie di livello S_2, trovarsi nell'interno dello strato, e non alla sua esterna superficie. Ora perciò vedremo, che la equazione finale (24), vale anche per un punto intermedio nello strato elettrico, quando s'intenda per h la distanza del considerato punto, dalla superficie interna del medesimo strato. Passiamo quindi a dimostrare, quello che in principio di questo paragrafo pure ci proponemmo, ed anche nel § 4, cioè che la tensione da tutto uno strato elettrico esercitata, su *qualsiasi punto* D (fig. 7) della spessezza bA, risulta proporzionale alla parte bD di questa ertezza, fra il punto D stesso, e la interna superficie dell'elettrico strato. Figuriamoci perciò qualsiasi conduttore, avente una carica elettrica E. Questa carica

si dovrà distribuire in guisa, da fare un azione zero sopra qualunque punto interno, cioè circondato dalla intera superficie $D\,Q\,G\,P$ dello strato medesimo; però non esclusi quei punti, che sono in contatto con questa interna superficie, uno dei quali è il punto D. Ciò viene dimostrato dal supposto equilibrio di qualunque punto della ertezza DA, sul quale debbono le tensioni dal basso all'alto, eguagliare quelle in contrario.

Fig. 7.ª



Si accresca la carica primitiva E, dovrà lo strato elettrico accrescere la sua ertezza della quantità Db; cosicchè il nuovo strato per tal modo accresciuto, avrà internamente per limite la superficie $b\,p\,g\,q$. Quindi è chiaro che il punto D, sul quale prima la risultante delle repulsioni era nulla, ora dovrà essere spinto dal basso all'alto, da una repulsione proporzionale alla ertezza $b\,D$ del nuovo strato aggiunto. Cioè questo punto sarà spinto dal basso all'alto, in modo simile a quello, col quale veniva spinto il punto A contro l'aria, dallo strato prima che fosse accresciuto. Laonde concludiamo, che per un qualunque punto D, collocato nella massa di uno strato elettrico in equilibrio, potrà sempre guidarsi una superficie $D\,P\,G\,Q$ per modo, che quella porzione dello strato medesimo, limitata *internamente* da questa superficie, faccia sempre un' azione zero, su qualunque punto D, in contatto della superficie stessa. Possiamo quindi generalizzare il teorema della formula (24) nel seguente modo: La forza repulsiva, che da tutto uno strato elettrico in equilibrio, si esercita su *qualsiasi punto* della ertezza di tale strato, si valuta mediante il prodotto di due fattori, uno dei quali è il coefficiente $2\,\pi$, l'altro è la parte $D\,b = z$, che sull'ertezza medesima intercede fra il punto stesso, e la superficie interna di siffatto strato. Questo teorema offre una fra le diverse formule, adottate dai fisici matematici, per definire algebricamente la elettrica tensione, in un punto qualunque dell' elettrico strato.

§ 6.

Alcuni, fra i quali anche Belli (*), non riguardano rigoroso a bastanza il raziocinio che fa Poisson, per assegnare algebricamente l' azione di uno strato elettrico, sopra un punto qualunque della sua superficie. Per giungere a questa determinazione, considera egli la normale in un qualunque punto A di uno strato elettrico, e guidando poi per l'estremo inferiore di questa normale un piano tangente alla superficie interna dello strato medesimo, lo divide per tal modo in due segmenti (fig. 2), uno di estensioni finite, l'altro di estensioni infinitesime. Ora ragionando egli sulle azioni, che ognuno di questi due segmenti, esercita sopra i due punti estremi, si esprime nel seguente modo (**): « En négligeant les quan-
« tités du second ordre par rapport à l'épaisseur de la couche, l'attraction du grand
« segment est évidemment la même sur les deux points A et a; avec un peu
« d'attention, on s'assurera de même, que l'attraction du petit segment sur le point

(*) Corso elem. di fis., v. 3°, Milano 1838, p. 118.
(**) Mémoire de l'Académie de France, année 1811, pag. 31.

« *A*, ne peut différer de celle qu'il exerce sur le point *a*, que d'une quantité infi-
« niment petit rapport a cette force ».

Ora quanto spetta alla prima asserzione, cioè quella che riguarda il segmento grande, l'evidenza di cui parla Poisson, a taluni non sembra tanto palese, e dello stesso parere fu Plana, il quale (*), occupandosi pur esso di questo argomento, credette necessario dimostrare tale asserzione di Poisson. Ma pare che anche la sua dimostrazione, non sia fuori di abbiezioni; perchè nella medesima si ammette, che certe funzioni introdotte dall'autore, sono sviluppabili secondo il teorema di Taylor, lo che non è ammissibile senza essere dimostrato. La seconda asserzione poi di Poisson, riguardo al segmento infinitesimo, è senza alcun dubbio esatta; però non troviamo opportuno la seguente frase: *con un poco di attenzione*, adottata dall'autore medesimo a questo proposito. Anzi la dimostrazione del teorema, cui si riferisce questa frase, è piuttosto laboriosa, come si può vedere nella citata opera di Plana, pag. 23-31, ove tratta egli questo soggetto. Per le ragioni ora esposte, abbiamo preferito di abbandonare la dimostrazione di Poisson, ed anche l'altra più sviluppata del Plana, ed in vece abbiamo profittato delle teoriche riportate da Briot, nella eccellente opera sua, che s'intitola: *Théorie mécanique de la Chaleur. Paris* 1869, *pag.* 213, *e seguenti.*

§. 7.

Dopo tutto l'esposto, possiamo asserire con certezza quanto siegue: 1° Ciascun fisico, sia matematico, sia soltanto sperimentale, ha sino al presente ammesso, che la *elettrica tensione* consiste in una forza repulsiva fra le molecole della elettricità del medesimo nome. Si deve però aggiungere, che questa forza possiede nel medesimo tempo il potere influente, ovvero inducente: vale a dire quel potere, pel quale giunge a decomporre la elettricità neutrale nelle due, positiva una, l'altra negativa, che insieme *combinate*, non già *mescolate*, la costituiscono; fissando ed attirando la *indotta di prima specie*, cioè quella di nome contrario alla inducente, ma respingendo la *indotta di seconda specie*, cioè quella di nome eguale alla inducente stessa. Per tanto la divergenza attuale delle due opinioni, sullo stato della elettricità indotta di prima specie, non dipende affatto da una confusione di linguaggio, nè dalla minima discordanza sul significato della voce *tensione* in elettricità, come taluno falsamente pretende (*L'Institut*, *n.* 1609, *p.* 349). In vece questa divergenza, dipende unicamente da ciò, che cioè la più parte dei fisici, non ha punto conosciuto, che sulla estremità dell'indotto isolato, la quale più all'inducente si avvicina, coesistono sempre ambedue le opposte elettricità, delle quali una, cioè la indotta di prima specie, vi si trova *dissimulata, ovvero priva di tensione,* l'altra indotta di seconda specie, vi si trova del tutto *libera*. Per la indicata dissimulazione della prima, possono queste due elettricità contrarie fra loro, coesistere in quell'estremo, senza neutralizzarsi. L'esistenza della tensione, o forza repulsiva fra le molecole della elettricità *libera,* non può essere contestata, e non può legarsi ad alcuna idea si-

(*) Mém. sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices. Turin 1845, p. 31.

stematica, come taluno falsamente ha voluto insinuare. La forza medesima è un fatto, cui si può dare quel nome che si vuole, ma che da ogni fisico, dopo Beccaria, fu a buon diritto chiamata col nome di *tensione* o di *repulsione*, (*Poisson mém. de l'Institut Imp. de France, année* 1811, *p.* 5 *e* 6), ed anche di *forza elettroscopica*. Ma quello di tensione, datole da Beccaria, e poi da Volta, è il più adattato, nè potevasi fare di meglio. Vero è che la natura intima di questa causa non è conosciuta, ma ciò non ostante si conoscono le sue proprietà; cioè tanto la sua legge di azione, quanto gli effetti di essa, le quali proprietà possono algebricamente formularsi.

2.° Non esiste affatto sull'indotto isolato alcuna parte dissimulata di elettricità omonima della inducente, contro quanto asserisce taluno (*L'Institut*, *n.* 1609, *p.* 350): se questa elettricità vi esistesse, la sperienza cognita di Wilke (*) dovrebbe manifestarla, mentre che questa sperienza manifesta il contrario. Inoltre non sarà mai possibile di verificare sperimentalmente una tale pretesa esistenza di elettricità dissimulata. riguardo alla omonima della inducente; perchè come vedremo fra poco, la tensione si confonde coll'attitudine a produrre corrente. Queste due facoltà non si debbono riguardare indipendenti fra loro, perchè in fine ciascuna esprime la medesima cosa.

3.° La quistione attuale sulla influenza elettrica, si deve discutere, dando alla voce *tensione* il significato che tutto il mondo fisico sino ad ora le diede; vale a dire quello di forza *repulsiva* fra le molecole del fluido elettrico di egual natura. Diversamente procedendo la quistione, che riguarda un fatto ben riconosciuto, e ben definito, e non un nome, perderà molto di quella chiarezza, che accompagna il fatto medesimo nella sua produzione.

4.° La elettrica tensione, o forza repulsiva, è causa della corrente; quindi è che ambedue crescono e diminuiscono insieme, a parità di circostanze. Ciascuna di esse può rappresentare l'altra, ma solo in *astratto*, e non *sperimentalmente*. Dunque non è necessario distinguere la tensione della facoltà di produrre la corrente, oltre che tale distinzione non deve, nè può aver luogo in verun caso, e molto meno nell'attuale quistione sulla elettrica influenza. Ciò che importa si è, che ciascuna delle indicate due facoltà, non può misurarsi per *mezzo della corrente*, come or ora vedremo, salvo in un solo caso di elettricità voltaica. Perciò quando si volesse chiamare attitudine a produrre corrente, quella causa che si è chiamata tensione, potrebbe pur farsi; ma ciò sarebbe quanto introdurre due diversi nomi per una medesima cagione, a danno della semplicità e chiarezza di linguaggio, non chè contro l'uso comune. Per conseguenza diciamo col sig. Quet « Quanto alla parola *elettrica tensione*, Laplace e Poisson « l'hanno adoperata in un senso preciso; e mi sembra conveniente, che sia questa « voce impiegata unicamente come lo fu da questi due grandi geometri » (**).

5.° La misura della forza elettrica repulsiva o *tensione*, non può raggiungersi per mezzo dell' effetto da essa prodotto sul galvanometro, salvo in un solo caso, che consiste nel secondo del seguente ottavo paragrafo. In fatti *primieramente*, quando la tensione sia molto debole, da non potersi manifestare altro che mediante il condensatore a pile secche, come avviene il più delle volte per la elettricità dell'at-

(*) Gehler' s phys. Wört, vol. 3, anno 1827 p. 302 — Comptes rendus, t. 39, p. 178, li. 2.
(**) Revue de l'instruction publique, N.° 18, du 3 août 1854, p. 276, 3ª colonne.

mosfera, *presa coll'alta fissa*, unico mezzo per fare ricerche sperimentali su questa elettricità, non è in tal caso possibile ottenere una corrente che agisca sull' ago del galvanometro. *Secondariamente* per misurare mediante la corrente la elettrica tensione di un punto, bisogna mettere un filo metallico in comunicazione col punto stesso, ma senza che perciò cangi menomamente in questo punto, nè l'*accumulazione* elettrica, nè la *influenza* repulsiva degli altri punti dai quali esso è circondato. Ma ciò, salvo un solo caso (§ 8, 2°) di elettricità voltaica, è impossibile del tutto; imperocchè quando si tratta di elettrostatica, l'influenza sul filo metallico per l'avvicinamento di questo a quel punto, cangia in un subito la elettrica tensione dal punto stesso. Perciò, quando anche non vi fossero altre difficoltà, già per motivo di questa influenza, la corrente non potrebbe misurare la tensione di quel punto, appartenente ad un corpo elettrizzato; e quindi neppure la facoltà del punto stesso a produrre corrente. Ma inoltre, se dopo che la comunicazione del considerato punto col suolo fu stabilita, egli fosse possibile mantenere la elettrica distribuzione, come la medesima era un *istante* avanti il contatto del filo col suolo, potrebbe in tale caso la corrente misurare almeno questa relativa ultima tensione, che però non sarebbe certo quella cercata. Ma in elettrostatica non si può conservare questa ultima elettrica distribuzione; perciò nell' attuale *secondo* caso, non si potrà esattamente misurare niuna delle indicate due tensioni; e per conseguenza niuna delle due facoltà corrispondenti dello stesso punto a produrre la corrente. In vece si misurerà la tensione del punto, dopo che la elettrica corrente siasi ridotta costante.

Per meglio dichiarare questo *secondo* caso, poniamo che un conduttore elettrizzato ed isolato si scarichi nel suolo, mediante un filo di lunghezza finita, e di sezione costante; la durata, comecchè brevissima, della corrente di scarica, non può rigorosamente considerarsi come istantanea, cosicchè non possiamo supporre che la medesima sia costante. Da ciò siegue, che la tensione del punto messo a comunicare col suolo, e perciò pure la intensità della corrente, decrescerà per gradi. Apparisce chiaro adunque, che in questo caso, le indicazioni galvanometriche, non avranno quel significato, che le medesime avrebbero, se la corrente fosse costante. Da ciò discende, che per trovare nel nostro caso il vero significato galvanometrico, la sola ipotesi che può farsi, consiste nell' ammettere che la forza viva dp, ricevuta dall'ago nel tempo dt, nel quale ha durato la corrente di scarica, sia proporzionale tanto alla intensità i di essa, cioè alla quantità di elettrico, che nella unità di tempo traversa la sezione costante del filo, quanto alla durata dt di questa corrente. Egli è vero che la impulsione ricevuta dall'ago in un tempo determinato, per effetto della corrente, dipende anche dalla posizione dell' ago stesso, nell' istante della osservazione; ma può riguardarsi questa posizione come sensibilmente la stessa, durante il tempo dt brevissimo, in cui dura la corrente della elettrica scarica. Per conseguenza si avrà

$$dp = a\,i\,dt, \text{ donde } p = a\int i\,dt,$$

essendo a una costante. I limiti di questo integrale sono evidentemente quelli, nei quali è compresa la durata della corrente: uno di questi è lo zero, e l'altro una quantità di tempo assaissimo breve. Il differenziale $i\,dt$ rappresenta dunque la quantità di fluido elettrico, passato nel tempo dt per una sezione qualunque del filo. Perciò $\int i\,dt$

esprime la somma del fluido medesimo, passato nel tempo breviscimo t pel medesimo filo, alla qual somma è proporzionale la forza viva p, ricevuta dall' ago del galvanometro, e rappresentata dalla deviazione dell' ago stesso. Questo integrale adunque rappresenta la carica del conduttore che si è fatto comunicare col filo, e col suolo. Da ciò dobbiamo concludere, che la forza viva ricevuta dall'ago magnetico, nel brevissimo tempo in cui l'ago stesso ha deviato, è proporzionale alla carica del conduttore stesso. Dunque le indicazioni galvanometriche, cioè le deviazioni dell'ago magnetico, daranno in questo caso la misura della carica, e non già della *tensione* o forza repulsiva del punto, purchè l'istromento sia graduato come si deve (*v. Wiedemann Die Lehre vom Galvanismus* 1863, *vol.* 2°, *p.* 761).

6.° Il dotto fisico Ohm, come fu precedentemente indicato (§ 3), ha ritenuto essere una sola e medesima cosa la forza repulsiva, da lui chiamata *elettroscopica*, e la forza ovvero l'attitudine a produrre la corrente (*L'Institut*, N° 1609, *p.* 349, 1ª *colonna, lin.* 9 *salendo*), ciò che si accorda colle nostre idee premesse. Non ha esso mai misurato la forza repulsiva o elettroscopica, per mezzo della corrente che ne deriva; e per misurare la forza colla quale il fluido elettrico respinge se stesso, ha egli adoperato l'elettroscopio (*Théorie mathématique des courants électriques, traduite par M. Gaugain, Paris* 1860, *p.* 72). La tensione (spannung) di una coppia voltaica, detta comunemente *forza elettromotrice*, fu appellata dal medesimo autore *differenza elettrica* (*Grundzüge der physik. Nürnberg* 1853, *p.* 328.) vale a dire differenza fra le due forze alettroscopiche, manifestate fra gli elementi di una coppia. Ohm, e Coucomb sono perfettamente d'accordo, per la misura della elettrica tensione in un punto; poichè ambedue questi elettricisti l'hanno misurata col piano di prova (*Mémoires de l'Institut* 1811 *p.* 12): ma il primo ha misurato col galvanometro la intensità di una corrente (*Grundzüge..... p.* 372), non già la elettrostatica tensione. Ohm adunque non si è punto ingannato, poichè non ha esso identificato la proprietà nuova, di cui la considerazione fu da esso introdotta, colla proprietà che già era cognita sotto il nome di tensione (*L'Institut, n.* 1617, *p.* 414, *li.* 8). Perciò mi sembra non potersi ammettere, che per misurare la tensione della elettricità, siensi adoperati successivamente due metodi essenzialmente diversi, come taluno ha creduto (*L'Institut, n.* 1609, *p.* 349, *e n.* 1617, *p.* 413); poichè come ora vedemmo, l'elettroscopio fu impiegato per la forza repulsiva, e il galvanometro per la intensità della corrente.

7.° Abbiamo dimostrato (§§. 4 e 5), che in *qualunque* punto della ertezza ρ di uno stato elettrico, la forza repulsiva o tensione di tutto questo fluido sul punto stesso, è proporzionale a quella parte z della ertezza medesima, che al punto stesso è sottoposta; e che la somma delle forze repulsive dei punti tutti di z, sottoposti a quello considerato, è proporzionale al quadrato della stessa z. Da ultimo abbiamo anche dimostrato, che la forza repulsiva *totale*, corrispondente alla ertezza ρ dello strato elettrico, forza chiamata da Poisson anche *pressione contro l'aria*, risulta proporzionale al quadrato di ρ. Concludiamo per tanto, che l'analisi possiede formule per esprimere la elettrica tensione o forza repulsiva, ossia l'attitudine a produrre corrente, ma che la sperienza non possiede modo, per misurare la indicata forza, mediante la corrente prodotta dalla forza medesima, salvo in un solo caso di elettricità voltaica.

8.° Secondo la teorica di Melloni, da me sostenuta, sulla elettrica influenza, un cilindro isolato e indotto, si ricuopre per tutto di uno strato elettrico omonimo della inducente. Questo solo strato può agire sul piano di prova; poichè sebbene sull'indotto medesimo esista un secondo elettrico strato contrario di natura al primo; tuttavia questo secondo strato non ha facoltà, nè di produrre corrente, nè di agire per influenza, nè di comunicarsi ai conduttori dai quali viene toccato. Perciò la elettrica tensione sul corpo indotto, vale a dire la forza repulsiva sul medesimo, è per tutto della stessa natura, cioè amonima della inducente; ma non è per tutto della medesima intensità, finchè l'indotto resta isolato sotto la induzione; lo che non conduce affatto all' assurdo della realizzazione del moto perpetuo, come taluno ha falsamente preteso (*L'Institut*, *n.* 1617, *p.* 414). In fatti nello stato di equilibrio, cioè in elettrostatica, la elettrica tensione o attitudine a produrre corrente, agisce soltanto normalmente, e mai tangenzialmente sulla superficie dei conduttori isolati (*Mem. citata di Poisson. p.* 6, *li.* 3). Il moto perpetuo si verificherebbe, quando possedesse tensione anche la indotta di prima specie; poichè in questo caso avrebbe luogo una continua neutralizzazione, e decomposizione di elettricità, sul corpo sottoposto alla influenza, ovvero si verificherebbe che *idem potest simul esse et non esse,* che sono due assurdi.

9.° I fisici già sanno, che se facciansi delle comunicazioni fra la Terra, e i diversi punti della superficie di un corpo conduttore qualunque, indotto ed isolato, tutte le correnti derivate diriggono l'ago del galvanometro nel medesimo senso. Da questo solo fatto si può certamente concludere, che la elettricità indotta, cioè la contraria della inducente, non ha tensione, cioè non ha forza repulsiva, ovvero facoltà di produrre corrente.

10.° Non posso ammettere quello che taluno ha detto, cioè che la divergenza delle foglie d'oro, annesse alla estremità di un indotto ed isolato, la più all'inducente vicina, sia questione non ancora definita; poichè ho dimostrato che questa divergenza viene prodotta in grandissima parte mediante la induzione *curvilinea,* cioè mediante la induzione dell'aria ambiente, ed anche, ma in assai minor parte, dalla repulsione fra le due pagliette, od anche fra le due foglie d'oro, essendo esse pure caricate della amonima della inducente, come lo è quell' estremo dell'indotto, cui sono esse apalicate. Se poi l'indotto comunichi col suolo, allora la divergenza indicata crescerà, ma in questo caso la divergenza stessa, viene prodotta *unicamente* dalla influenza o induzione curvilinea, non già dalla indotta di prima specie, come comunemente si pretende; perchè questa non possiede affatto tensione, lo che per mezzo di molte sperienze fu da me dimostrato, e si dimostra eziandio per la seguente. Sotto un elettrometro *non isolato,* e composto di due sottili pagliette od anche foglie d'oro, fra le quali, per mezzo di una opportuna disposizione facile ad immaginare, possa scendere e salire un sottilissimo filo metallico, sia collocato il bottone di una bottiglia di Leida caricata; le pagliette o le foglie subito divergeranno. Le medesime sieno circondate da un cilindro di rete metallica, o di vetro bagnato, e si faccia scendere e salire quel filo metallico non isolato anch'esso, le foglie conserveranno sempre la medesima divergenza, purchè la induzione della bottiglia rimanga costante. Imperocchè la indotta di prima specie da cui sono esse unicamente caricate, non avendo tensione, non può respingere se stessa. Dopo ciò, se, avendo tolto la bottiglia ed

isolato il detto sistema elettrometrico, si comunichi ad esso una tenuissima carica elettrica; in questo caso, facendo salire e scendere fra le due foglie quel filo metallico isolato ed elettrizzato anch'esso, la divergenza diminuirà quando sale il filo, e crescerà quando questo scende. Così fatta sperienza dimostra, che due corpi caricati della sola elettricità indotta di prima specie, non si respingono, e che perciò questa elettricità non possiede tensione. La sperienza medesima, perchè riesca bene, fa d'uopo che si eviti la influenza nell'interno delle foglie, lo che si ottiene col cilindro conduttore sopra indicato, e fa duopo altresì, che l'aria sia bastantemente secca, onde la influenza rimanga costante, mentre dura l'esperimento.

§ 8.

Passando a considerare la tensione in elettrodinamica, si debbono distinguere tre casi, che sono i seguenti.

Primieramente quando si trattasse di trovare la tensione di un punto del filo di congiunzione, appartenente ad una pila o ad una coppia, l'altro filo che stabilisce la comunicazione del primo col suolo, produrrà nella elettrica distribuzione del circuito un cangiamento, che si può determinare mediante l'analisi, applicando la legge di Ohm. Avverrebbe dunque in questo caso come in elettrostatica, che si misurerebbe una tensione, ovvero un'attitudine a produrre corrente, diversa da quella che si vuole misurare.

Secondariamente. Se vogliasi determinare la tensione di un punto, nel *quale si trova la forza elettromotrice* di una *semplice coppia,* sia questa o no in comunicazione col suolo, la corrente sarebbe opportuna; giacchè in questo caso trattasi di una tensione che *non può variare.*

In terzo luogo. Se si trattasse di trovare la tensione, o l'attitudine a produrre corrente, fra gli elementi di una qualunque delle coppie che compongono una pila, tanto chiusa quanto aperta, la corrente non potrebbe punto servire, come lo dimostra la legge di Ohm; poichè si produrrebbe un grande cangiamento nei diversi punti di una pila, quando se ne mettesse uno in comunicazione col suolo. E non basterebbe per la indicata misura in un punto di un corpo elettrizzato, poter isolare il punto medesimo senza cangiare la sua carica; perchè la influenza repulsiva dei punti ad esso vicini subito cesserebbe, quindi subito cangerebbe la sua tensione. Per conseguenza la corrente ottenuta dal punto isolato, potrebbe soltanto misurare la sua carica: ma nella ipotesi attuale, che a rigore non credo praticabile, sarebbe sempre meglio misurare direttamente la carica dello stesso punto coi mezzi elettrometrici già conosciuti, e adottati.

In quarto luogo concludiamo, che tanto in elettrostatica, quanto in elettrodinamica, la corrente non può servire per misurare la elettrica tensione, ovvero l'attitudine a produrre corrente, salvo nel caso già secondariamente indicato.

§ 9.

Dalle riferite mie ricerche, tanto sull'uso, quanto sul significato della parola tensione, presso i fisici, sieno matematici o no, possiamo concludere: 1° che i medesimi tutti convengono nell' usare questa parola in elettricità, per esprimere una forza repul-

siva, salvo pochissimi; che in vece per esprimere la stessa forza, adoperano la parola pressione, la quale corrisponde nel suo significato alla repulsione, quindi anche alla tensione: 2° che con la voce tensione intendono essi la causa, ovvero la forza elettrica, producente qualsiasi repulsione: 3° che questa forza detta tensione, si misura sempre dagli effetti elettrostatici, relativi alla risultante delle repulsioni elementari, vale a dire intramolecolari: 4° che i fisici diversificano soltanto l'uno dall'altro, nello scegliere l'effetto elettrostatico, prodotto dalla indicata risultante. Poichè per questo effetto, alcuni ricorrono al potenziale; altri alla spinta contro un coibente, p. e. contro l'atmosfera; taluni alla scarica elettrica; tali altri, e sono i più, ricorrono alla divergenza delle pagliette, o delle foglie d'oro; molti alla bilancia di torsione; mentre non pochi fra i moderni, ricorrono al *piano di prova,* sia per influenza, sia per contatto. Così per esempio secondo Poisson « La forza repulsiva del fluido elettrico, è proporzionale alla sua spessezza in ciascun punto » (*Mém. de l'Instit. de France, année* 1811, *p.* 5, *lin.* 15). L'autore medesimo dice ancora: « La forza normale alla superficie, risulta proporzionale alla spessezza dello strato in ciascun punto » (*ibidem, p.* 34 *lin.* 9). Dunque per Poisson la forza repulsiva, e la forza normale sono la stessa cosa; ma la repulsiva è detta tensione, dunque dovrà dirsi tensione anche la forza normale. Inoltre secondo Poisson « La pressione che il fluido elettrico esercita contro l'aria da cui viene contenuto, è in ragione composta della forza repulsiva, e della spessezza dello strato. Ma siccome uno di questi elementi, cioè la forza repulsiva, è proporzionale all'altro, cioè alla ertezza; ne siegue che la pressione stessa varia sulla superficie di un corpo elettrizzato, ed è proporzionale al quadrato della spessezza, ovvero alla quantità dell'elettrico accumulato in ciascun punto di questa superficie » (*ibidem, p.* 6, *lin.* 3). Ora è da riflettere, che tanto Maxwell, quanto Lamé, come abbiamo già riferito (§ 4), chiamano tensione anche questa pressione contro l'aria: 5° che la maggior parte dei fisici adoperano in elettricità la parola tensione, senza definirla in modo esplicito; giacchè ritengono la parola stessa, pel modo col quale viene introdotta, bastare senza più, per esprimere una forza repulsiva od attrattiva: 6° che non è vero quello asserito da un dotto fisico matematico, cioè non essere usata la parola tensione in elettricità dai fisici matematici di grande rinomanza. Non è ciò vero, poichè abbiamo veduto (§ 3 e 4) avere i sigg. Jamin, Moxwell, Ohm, Biot, Lamé, che sono tutti riputatissimi fisici matematici, adoperata la parola tensione in elettricità; lo che secondo Quet, fu praticato eziandio da Laplace, e da Poisson, come abbiamo precedentemente riferito (§ 3); ed oggi, pure dal sig. G. Planté, si adopera la voce tensione, anche in elettrodinamica (*Comptes rendus, t.* 80, *p.* 113).

Se non erro, le mie precedenti ricerche, con queste mie sei conclusioni, valgono a dileguare qualunque incertezza, ed a togliere ogni dubbio sull'uso, e sul significato, che i fisici diedero alla parola tensione in elettricità; e forse le medesime arrecar potranno qualche vantaggio, nello svolgere le dottrine di tale scienza: *faciant meliora potentes.*

§ 10.

Dopo tutte le premesse, non altro mi resta, fuorchè rispondere distintamente alle domande, che il mio dotto collega prof. Govi volle gentilmente dirigermi, nella precedente nostra tornata. E primieramente mi domandava egli, cosa da me s' intenda per elettrica sensione. Rispondo che con questa voce da me s' intende la forza repulsiva, tra le molecole del medesimo fluido elettrico, per la quale si respingono esse fra loro. Questa forza, considerata fra due sole molecole dello stesso elettrico, potrebbe, per maggiore chiarezza, chiamarsi elettrica *tensione intramolecolare.* Per tal modo essa verrebbe distinta dalla forza, repulsiva essa pure, che nasce dall' effetto risultante da tutte le repulsioni o tensioni, dette ora intramolecolari; cosicchè questa seconda forza potrebbe nomarsi *tensione risultante.* Con questa risposta mi trovo in accordo con quello, che intendono i fisici per elettrica tensione. Differisco però dai medesimi per questo, perchè attribuisco alla sola forza repulsiva elettrica il nome di tensione, essendo questa una forza unicamente intrinseca, la quale si esercita soltanto fra molecole elettriche della stessa natura, e non ha bisogno di alcuna forza estrinseca, per produrre l' effetto cui tende. Pel contrario la forza elettrica di attrazione, diversifica essenzialmente per queste circostanze dalla prima; laonde per maggior chiarezza, non amo attribuire all' attrazione il nome di tensione.

Secondariamente mi si domanda, quali sono i caratteri essenziali della tensione. Rispondo che la essenza di questa forza consiste 1° nell'essere *intrinsecamente* inerente alle molecole, aventi la stessa elettrica natura, e nell' agire unicamente fra queste; 2° nel seguire la ragione diretta delle masse, e la inversa del quadrato della distanza; cosicchè la medesima, dev' essere di grandissima energia fra due molecole contigue: ciò spiega la somma velocità dell' elettrico nel percorrere i conduttori; 3° nella facoltà di decomporre a distanza l'elettrico neutrale, facoltà che dicesi elettrostatica induzione, od elettrica influenza; 4° nell' essere causa della elettrica distribuzione e comunicazione lungo i conduttori, e della corrente; come ancora della elettrica penetrazione, più o meno limitata, fra le molecole dei coibenti.

In terzo luogo mi si domanda, come possa la tensione conoscersi, e sperimentalmente misurarsi. Rispondo che gli effetti della medesima, sono quelli che fanno conoscere la esistenza della tensione, come ancora sono quelli pei quali essa è misurata. Non altrimenti avviene per conoscere e misurare qualunque altra forza; così per es. il peso fa conoscere la esistenza della gravità, e la caduta dei corpi, o le oscillazioni del pendolo, ne fanno conoscere la misura. Noi conosciamo la esistenza della tensione elettrica dalle repulsioni, che vediamo fra due corpi elettrizzati di elettricità amonime. Per quello poi riguarda la misura, sperimentalmente fatta della tensione, questa misura si ottiene in diversi modi, secondo i diversi effetti della medesima (§ 9, 4°) scelti a tal fine. Però la misura stessa non si può sperimentalmente ottenere, altro che per la tensione risultante, la quale si esercita per sensibili distanze, non già per quella intramolecolare, ovvero che si esercita per infinitesime distanze.

In quarto luogo eziandio si osserva dal prof. Govi, che i fisici non sono tutti

d' accordo sul significato della voce tensione in elettricità. Però a me sembra discendere da quanto precede, che i fisici tutti sono d' accordo nel adoperare la parola tensione, ad esprimere una forza repulsiva, esistente fra le molecole dello stesso elettrico *libero*. Soltanto i fisici non si accordano tutti nello scegliere l'effetto di questa forza, quando essa è risultante, per misurarla sperimentalmente, come abbiamo già indicato nel 4° del nono paragrafo, e nel terzo luogo del paragrafo presente. Non solo adunque i fisici si accordano nel significato della voce tensione in elettricità, ma si accordano eziandio nell'assegnarne il valore, sia sperimentalmente dagli effetti suoi (§ 9, 4°); sia con formule algebriche. Queste fino ad ora sono (§ 4): 1° la proporzionalità inversa del quadrato della distanza e diretta dalle masse; 2° la proporzionalità della ertezza dello strato elettrico in un caso; 3° quella del quadrato di questa ertezza in un altro caso; 4° la proporzionalità del quadrato della carica, nel punto che si considera; 5° quella del potenziale.

In quinto luogo manifestò il sig. prof. medesimo la sua speranza, di giungere in un pieno accordo con me, riguardo alla teorica delle influenze, od azioni elettriche, ammessa dalla maggior parte dei fisici, teorica diversa molto da quella del Melloni che io sostengo. Quindi rispondo, che sarà permesso anche a me, di manifestare la mia speranza contraria, cioè: che dopo essersi noi due vicendevolmente coadiuvati, nel raggiungere la verità, riguardo all' argomento in proposito, ci troveremo in un pieno accordo nel riconoscere preferibile all' antica teorica sulla elettrica influenza, quella proposta da un illustre italiano il celebre fisico Macedonio Melloni. Del resto per me certo è, che qualunque sia la verità dimostrata dalle discussioni, essa riescirà sempre di nostro comune soddisfacimento.

Sulla Gastaldite. Nuovo minerale del gruppo dei bisilicati anidri.

Nota del prof. GIOVANNI STRÜVER
presentata dal Socio Q. SELLA

nella sessione del 2 maggio 1875.

Durante il mio soggiorno a Torino, ebbi più volte occasione di studiare un minerale delle Alpi occidentali, il quale, massime per le sue proprietà ottiche e per il modo di comportarsi al cannello, mi ricordava il glaucofano proveniente dalla isola di Sira nell'arcipelago greco e incompletamente descritto da *J. F. L. Hausmann.* Se non che ulteriori ricerche, e anzi tutto l'analisi quantitativa, della quale gentilmente volle incaricarsi il prof. *Alfonso Cossa* di Torino, vennero a persuadermi che il minerale in discorso non poteva identificarsi con nessuna specie conosciuta.

I campioni che hanno servito alle osservazioni dal *Cossa* e da me istituite, esistono, parte nella collezione mineralogica (N.i 15750 e 15785) della R. Scuola degli ingegneri (al Valentino) parte nel museo mineralogico della R. Università di Torino. Gli esemplari della raccolta del Valentino furono estratti dagli affioramenti dei depositi cupriferi di *Champ de Praz* e *S. Marcello* in *Val d'Aosta*, quelli del museo della R. Università vengono da *Brosso* presso *Ivrea* ove probabilmente si trovarono allo stato erratico nella morena laterale destra dell'antico ghiacciaio che percorse la valle di Aosta fino al suo sbocco nella pianura Padana. Un solo campione della R. Università, secondo la scritta che l'accompagna, sarebbe stato raccolto in fondo alla valle di *Locana;* e ciò non mi sembra improbabile, poichè ancora al Sud di Val Locana, in *Valle-Grande di Lanzo* e in *Val d'Ala,* si conoscono roccie analoghe a quella che, a S. Marcello e Champ de Praz, racchiude il nuovo silicato. In tutte le località cennate, il minerale si trova, in cristalli allungati od in masse bacillari e fibrose, entro lo schisto cloritico, e vi è accompagnato da sismondina, granato, apatite, calcopirite e pirite.

Ecco i caratteri della nuova sostanza.

Forma cristallina. L'esame ottico, del quale si dirà più sotto, dimostra che il minerale spetta al sistema *monoclino;* ma non essendo i cristalli terminati nel senso [001], non si potè determinare l'angolo obliquo dei due assi delle X e delle Z, nè il rapporto dei parametri fondamentali.

Le sole forme osservate sono (110) (010) (100), le quali danno luogo alle combinazioni (110) (010) e (110) (010) (100). In un cristallo a faccie lucenti ma striate nel senso [001], l'angolo $110 : 1\bar{1}0$ fu trovato $= 55° 35' 30''$, al goniometro a 2 cannocchiali (media di 2 misure che diedero 55° 34′ e 55° 37′). Lo stesso angolo si trovò $= 55° 23'$ risp. $55° 31' 30''$ su due solidi di sfaldatura, e al goniometro a riflessione senza cannocchiali. Un cristallo più grosso, a superficie piane ma appannate, diede, al goniometro ad applicazione, per il medesimo angolo il valore di 55° 30′.

Dalle misure fatte risulta evidente, per la zona [001], l'isomorfismo del nostro minerale coll'amfibolo.

Proprietà fisiche.

La *sfaldatura* è facile e perfetta secondo le faccie del prisma (110).

La *frattura* è concoide o ineguale.

La *durezza* fu trovata = 6. 5. Il minerale intacca ancora la superficie di più perfetta sfaldatura 001 della adularia, senza essere da questa rigato, ma non scalfisce più il quarzo, dal quale è invece piuttosto facilmente intaccato.

La *densità* si trovò, a 10° C, e impiegando 0.733 grammi di materia pura,

col metodo della boccetta = 3. 016,
col metodo di *Damour* = 3. 044.

Il prof. *Cossa* cui devo le due determinazioni, dà la preferenza al resultato ottenuto col metodo di *Damour.*

Lo *splendore* sui piani di sfaldatura è vitreo alquanto tirante al perlaceo, sulle superficie di frattura grasso.

La *trasparenza* varia grandemente colla direzione in cui si guarda attraverso il minerale: lamine normali all'asse delle *Z* sono trasparenti quando abbiano anche 2 millimetri di spessore; lamine parallele a 010 devono essere ridotte ad 1 millimetro di grossezza per acquistare lo stesso grado di trasparenza; lamine parallele a 100 non diventano trasparenti se non quando siano assottigliate ad 1 decimo di millimetro, o poco più, di spessore.

Il *colore superficiale* è nero-azzurrognolo, indaco, o azzurro di lavanda, secondo che il minerale forma cristalli, masse bacillari o fibrose; la *scalfittura* è di tinta grigio-azzurrognola chiara.

La *rifrazione* è *doppia a due assi ottici.*

Il *piano degli assi ottici* coincide col piano di simmetria dei cristalli; la *bissettrice acuta* è *negativa* ossia asse di massima elasticità ottica, e fa un angolo di circa 6° colla normale a 100; ma non essendo i cristalli terminati nel senso [001] non si potè decidere se la prima bissettrice è compresa nell'angolo ottuso *XZ*, ovvero cade nell'angolo complementare *X Z'*.

L'*angolo apparente degli assi ottici nell'aria* è

per il rosso e verde = 70° circa,
per l'azzurro = 68° circa.

La *dispersione* è *inclinata:* una lamina tagliata normalmente alla bissettrice acuta fa vedere, nella luce bianca, a *nicol* incrociati ad angolo retto, e quando il piano degli assi ottici fa angoli di 45° coi piani di polarizzazione dello strumento, *una* delle due iperbole colorata in *azzurro* dalla parte concava, dal lato convesso in *verde-scuro,* mentre l'*altra* iperbola mostra, più debolmente, l'*azzurro* dalla parte convessa, il *verde-scuro* all'esterno.

Il *policroismo* è distintissimo. Supponendo la lente dicroscopica orientata sempre in modo che le due immagini si trovino sulla medesima orizzontale, e chiamando *a* l'immagine straordinaria, *o* quella ordinaria, si ha,

nel senso della *bissettrice acuta,* quando l'asse delle *Y* ossia l'asse di media elasticità ottica è orizzontale,

a violetto, *o* azzurro,

nella direzione dell' asse di *media elasticità ottica,* quando la bissettrice acuta è orizzontale,

a giallo-verde, *o* azzurro,

nel senso della *bissettrice ottusa,* quando l'asse di media elasticità ottica è orizzontale,

a violetto, *o* giallo-verde.

Chiamando adunque $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ gli assi di elasticità ottica nell'ordine in cui diminuisce la loro relativa lunghezza, ossia la bissettrice acuta $\mathfrak{a}$, la normale al piano degli assi ottici $\mathfrak{b}$, e la bissettrice ottusa $\mathfrak{c}$, sono colorate:

in *giallo-verde* le vibrazioni parallele ad $\mathfrak{a}$,
» *violetto* . . . . . a $\mathfrak{b}$,
» *azzurro*. . . . . $\mathfrak{c}$.

Per mancanza di materiale adatto e per la poca trasparenza della sostanza non si riuscì finora a determinare gli indici di rifrazione caratteristici.

Proprietà chimiche.

Prima di sottoporlo ai saggi chimici, il minerale si esaminò al microscopio. Tagliando lamine approssimativamente normali all'asse verticale, si riconosce che i cristalli grossi racchiudono talvolta gran quantità di sostanze eterogenee, cioè corpiccini neri opachi, e microliti prismatiche e qualche volta riunite in fasci e gruppi raggiati. Tali corpi estranei sono non di rado accumulati nella parte centrale del cristallo, in modo che questo sembra composto di un prisma interno e impuro ad angoli di 55° 30′ e 124° 30′ circa, e di una regolare zona esterna di sostanza purissima. I corpiccini neri ed opachi sono costituiti da ferro magnetico, poichè riducendo un cristallo impuro in polvere, questa cede alla calamita una piccola quantità di frammentini neri ad aspetto metallico, e del ferro all'acido cloridrico. Non mi fu possibile di determinare la natura delle microliti trasparenti. Mentre i cristalli grossi si svelano talvolta impuri, le masse fibrose e i cristalli meno voluminosi non contengono corpi estranei; e sovra tale sostanza pura furono istituiti i saggi che seguono.

In scheggie sottili, il minerale è piuttosto facilmente fusibile in smalto bruno alla semplice fiamma di una candela, il quale fatto mi fece supporre la presenza di qualche alcali. Al cannello, il minerale appena tocco dal dardo della fiamma, ingiallisce e fonde prontamente in vetro bruno-chiaro trasparente che, esposto più lungo tempo alla fiamma di ossidazione, diventa bruno-scuro, opaco e attirabile dalla calamita, alla fiamma di riduzione invece si colora in verde-bottiglia. Col sale di fosforo e col borace il minerale dà le reazioni del ferro; nella perla del sale di fosforo lascia uno scheletro di silice; misto a carbonato sodico fonde con effervescenza.

Gli acidi cloridrico e solforico non intaccano punto il minerale, anche quando sia ridotto in polvere finissima. Fuso con carbonato sodico, il minerale si scompone perfettamente coll'acido cloridrico. L'analisi qualitativa per via umida constatò la presenza della silice, dell'allumina, del ferro, della calce e magnesia. Feci due volte

la stessa operazione, e ottenni sempre indizio indubbio di traccie di cobalto; ma il professore *Cossa* che volle ripetere il saggio, non confermò la mia osservazione. La presenza della soda, con traccie di potassa, fu constatata dal *Cossa*, il quale, scomponendo il minerale in un tubo con acido solforico concentrato alla temperatura di 250° *C* circa (metodo di *Mitscherlich*) dimostrò altresì che il ferro, nel silicato puro, si trova tutto allo stato di ossido ferroso. Lo stesso *Cossa* fece ancora un'altra esperienza che descrive, in una sua lettera a me diretta, nei termini seguenti: « Ho ridotto in fina polvere un saggio del minerale e l'esposi per più di un' ora in una navicella di platino all'azione di una corrente di idrogeno puro e secco a temperatura molto elevata. La polvere non cangiò colore, non diminuì di peso, non diventò attirabile dalla calamita, non cedette ferro agli acidi. Questo fatto mi pare importante, perchè è un' altra prova della purezza del minerale e lo fa distinguere da altri silicati ferrosi, i quali, colla operazione succitata, si riducono in parte, mettendo in libertà del ferro ».

Ecco i resultati delle analisi quantitative, eseguite dal *Cossa*.

	I.	II.	III.	*media*	*ossigeno*	
Silice	58.60	58.51	. . .	58.55	31.12	6
Allumina . . .	21.82	20.98	. . .	21.40	9.97	2
Ossido ferroso .	8.71	9.03	9.38	9.04	2.01	
Magnesia . . .	3.54	4.30	. . .	3.92	1.57	5.39 . 1
Calce	1.75	2.31	. . .	2.03	0.58	
Soda	4.90	4.65	. . .	4.77	1.23	
				99.71		

« Per la determinazione della silice il minerale venne in tutte le due prove decomposto col carbonato sodico-potassico. La silice ottenuta nelle due determinazioni venne provata con acido fluoridrico, e si volatilizzò completamente; trattata con bisolfato potassico non diede alcun indizio della presenza di acido titanico. La prima determinazione dell'allumina (21.82) è fatta per differenza dal complesso degli ossidi ferrico e di alluminio; dal quale fu separato e dosato l'ossido ferrico, ridotto poi col calcolo ad ossido ferroso. La separazione dell' ossido ferrico dall'allumina fu eseguita col metodo di *Rose* (fusione colla potassa ecc.). La seconda determinazione dell'allumina è diretta. La determinazione della soda venne fatta, una volta decomponendo il silicato coll'acido fluoridrico, l'altra col metodo di *Deville* modificato da *Smith* (fusione con carbonato calcico e cloruro di ammonio). Insieme alla soda vi sono traccie di potassa ma in quantità così piccole da non permetterne affatto la separazione (*Cossa*). »

Dalle cifre sovraindicate segue che il minerale fa parte dei bisilicati. In fatti, il rapporto dell' ossigeno della silice e dell'ossigeno di tutte le basi è 31.12 : 15.26 ovvero molto vicino al rapporto più semplice 2 : 1. Il rapporto dell'ossigeno dell'allumina e di quello degli ossidi dei metalli bivalenti e univalenti è come 9.97 : 5.39

ovvero approssimativamente come 2 : 1. Finalmente $Fe:(Ca + Mg):Na$: : 2 : 2 : 1 circa. La composizione chimica del minerale si può adunque esprimere colla formola

$$\left(\frac{1}{5}\overset{I}{R}_2 + \frac{4}{5}\overset{II}{R}\right)_3 \overset{VI}{Al}_2 \overset{IV}{Si}_9 \overset{II}{O}_{27}$$

ove $\overset{I}{R} = Na$ con poco K. Inoltre $\overset{II}{R} = Fe + (Ca + Mg)$.

I due soli minerali che presentano grande analogia col nostro, sono l'amfibolo e il glaucofano. Ma un silicato, che, su 58.55 di silice, contiene 21.40 di allumina, difficilmente si potrà considerare come un amfibolo, per quanto sia grande l'analogia della forma cristallina e delle proprietà fisiche. In fatti, gli amfiboli alluminosi non entrano nella formola generale dei bisilicati che aggiugnendo l'allumina alla silice, non alle altre basi. Il glaucofano poi, oltre ad essere un minerale poco conosciuto sinora rispetto alla sua forma cristallina e alle sue proprietà fisiche, presenta, ancor esso, una composizione chimica troppo diversa da quella del nostro minerale, per poter identificare le due sostanze (vedi l'analisi del glaucofano, eseguita da *Schnedermann*).

Abbiamo adunque una nuova specie, per la quale non credo di poter proporre nome più adatto di quello di *Gastaldite,* dato in onore del prof. *Bartolomeo Gastaldi* di Torino, i cui studi gettarono in questi ultimi anni tanta luce sulla geologia delle Alpi occidentali, e più precisamente sulla età relativa di quella zona di schisti cristallini, nella quale s' incontra il minerale descritto.

Fisiologia della Catalessi

Memoria del prof. CARLO MAGGIORANI

letta nella sessione del 7 giugno 1874.

La medicina, in ispecie al dì d'oggi dee considerarsi sotto due aspetti diversi: con l'uno essa intende principalmente alla cura delle malattie, e le cognizioni dottrinali adopera come semplici mezzi a conseguir questo fine; con l'altro essa studia le infermità come fenomeni naturali, e le osservazioni dirige allo scopo di risolvere il gran problema della vita, o di svelarne per quanto si possa le leggi. Arte e Scienza. Io so che le ricerche della prima non sono ammesse che eventualmente dal nostro istituto accademico ; vi sono bensì accolte le disquisizioni tutte che si riferiscono alla seconda, qualunque siane il soggetto. Perciò non dubito punto della convenienza di trattenervi un momento sulla storia di una catalessi: nevropatia che studiata a fondo potrà, quando che sia, sparger luce sugli oscuri procedimenti del sistema nervoso, e sugli stessi arcani della psicologia.

La catalessi è morbo rarissimo ad incontrarsi; così raro che il Cullen, non essendogli mai riuscito di vederlo in una lunga carriera medica, dubitò perfino della sua esistenza, ed io stesso che ho l'onore di parlarvi, contando un mezzo secolo di esperienza, non ne aveva veduto finora che un solo caso, ed è il secondo quello che imprendo a narrarvi.

La catalessi or si trova libera e isolata da qualunque altra forma di nevrosi, ed ora costituisce una scena, o per dir così un episodio dell'isterismo, della epilessia, dell'estasi, della corea maggiore. Il nostro esempio apparteneva al secondo novero; in esso cioè la forma catalettica faceva parte delle convulsioni isteriche.

I caratteri principali della catalessi completa sono tre: cioè 1.° È sospesa ogni manifestazione nel ministero dei sensi, dell'intelletto e della volontà. 2.° I muscoli si trovano in uno stato di special rigidezza, che sta fra la perfetta contrazione e il rilasciamento. 3.° Le membra cambiano positura ad ogni impulso esteriore, e conservan la nuova anche a ritroso delle leggi di gravità e dell'equilibrio.

Ciò premesso lasciate che vi dia un cenno storico sulla paziente.

Giuseppina Claudi nubile, diciottenne, nata settimestre in Roma da sani genitori tuttora viventi, e cresciuta a Monte Porzio, superate le solite malattie dell'infanzia non vide a comparire il flusso mensile che a 16 anni, e tale funzione fu sempre in appresso irregolare e imperfetta. La cagione del ritardo e del disordine della mestruazione stava probabilmente nell'abito convulsionario da lei preso dopo essere

stata presente ad un tafferuglio di piazza ov' era interessata sua madre; ciò che avvenne nell'anno tredicesimo di sua vita. Le convulsioni l' assalivano quasi ogni giorno ed erano ribelli ai consueti sussidii dell'arte. La nevrosi, per quel che sembra, era mantenuta dalla quotidiana perturbazione dell'animo, trovandosi continuamente in mezzo a trepidazioni e spaventi per l' indole ferina di suo padre. Perciò i parosismi convulsivi ripeteronsi quasi ogni giorno per circa un anno, decorso il quale si ebbe una lunga tregua, rotta in seguito da nuovi accessi, finchè la Giuseppina si risolvesse di mutar cielo e abitudini recandosi a prender servizio in Roma. Ma la fortuna non le arrrise in tale disegno; imperocchè collocatasi con una famiglia come donna di faccende perdè subito l'appetito, divenne cupa e malinconica finchè una notte fosse nuovamente assalita da fierissime convulsioni. Un amico di casa propose il magnetismo animale e il consiglio fu accolto. La giovane sottoposta alle manipolazioni magnetiche provò più volte il sonno solito a conseguirne, ma in mezzo a questo interponevansi gli attacchi convulsivi. Per la qual pertinacia del male i Padroni si risolsero d' inviarla all'Ospedale di S. Giovanni, donde l'ebbe la Clinica da me allora diretta.

La Giuseppina è di costituzione media, di giusta statura, snella della persona, di pelle piuttosto bruna e di capelli color castagno carico, sicchè tendano al nero non altrimenti che gli occhi. Le pupille nè ristrette nè dilatate. Ha frequentato la scuola; sa leggere, scrivere e cucire. Non manca d' intendimento, risponde con prontezza e a proposito. L'esame dei visceri nulla indica di abnorme, fuorchè un lieve timpanismo del ventre, che offresi anche dolente alla palpazione.

Nel secondo giorno del suo ingresso in Clinica (4 decembre) la temperatura ascellare segnava 36,7 e si avevano 20 respirazioni e 72 battiti del polso al minuto. La digestione non era sensibilmente turbata; il ventre regolarmente aperto; l'orina nella quantità di litri 2, 500 nello spazio di 24 ore, del peso specifico di 1008, leggerissimamente acida, scarsa di urati, di urea e di pigmento.

Richiesta la giovane a qual malattia vada soggetta, risponde di essere convulsionaria, ma tale notizia non averla attinta che alla deposizione degli astanti, poichè, assalita che sia dal male, essa perde intieramente la coscienza di sè medesima e dopo terminato non ha memoria alcuna dell'avvenimento, sentendosi solo affaticata e mal concia in tutto il corpo. Interrogata poi se la convulsione la colga all' improvviso o si faccia precedere da qualche segno, dichiara che nel maggior numero dei casi l'accesso ha dei prodromi; quali sono un senso di molestia alla regione epigastrica o al destro ipocondrio, stanchezza, tendenza al sonno, perfrigerazione generale del corpo e simiglianti.

Ciò risaputo, ed essendo già noto ai miei uditori che circondavano il letto della inferma come io soglia verificare la esistenza e la forma dell' isterismo per mezzo della magnete, procedo anche colla Giuseppina a tale esperimento. Prendo cioè a toccarle il polso e palparle una mano in atto di esplorarne il grado del calore, mentre coll'altra celata in tasca io premo col pollice i poli di una calamita a f. di c. E non eran decorsi da questa manualità che pochi secondi allorchè alla paziente si abbassarono le palpebre superiori, impallidì il volto, si accelerò il respiro e rimase interrotto ogni commercio colle cose esteriori. Chiamata ad alta voce, non dava alcun

segno di udire, alzate le palpebre gli occhi erano impassibili ad ogni impressione luminosa; pigiata, solleticata, punzecchiata, messa in rapporto coi conduttori di una forte balteria rimaneva insensibile, immobile. Trascorsi pochi minuti in questo stato di assopimento seguiva un attacco di convulsioni, prima a carico del diaframma con effetto di alterni sollevamenti ed abbassamenti del torace e dell'addome, poi verso i muscoli del tronco con effetto di opistotono. Anche questo periodo convulsivo durava pochi istanti, gli succedeva una brevissima tregua a forma soporosa, e poco stante manifestavasi la catalessi. Le membra, cioè, tornavano a farsi rigide, ma di una rigidezza assai diversa dalla tetanica; imperocchè in vece della gagliarda resistenza che offrono le articolazioni nello spasmo tonico, qui niun ostacolo incontravasi a piegarle in un senso o nell' altro, dopo la quale flessione l' arto conservava la positura che gli si era data. Ed oltre a questa cerea flessibilità, le membra comparivano più leggiere di prima. Gli è in questo stato catalettico accompagnato da sospensione totale di ogni maniera di sensibilità, di intelligenza, di coscienza, di volontà e di movimenti volontarii col volto in sembiante di attonito, con gli occhi semiaperti e i bulbi immobili e deviati ambedue a sinistra, che noi facemmo qualche esperimento che porge motivo e materia a questa comunicazione. Visto cioè come la giovane si trovasse in uno stato che non era di rilasciamento muscolare e nemmeno di assoluta rigidità; visto pure che l'arto superiore destro era rimasto in un piano superiore a quello del letto si diè mano a cambiare la posizione delle membra, ciò che ottenevasi senza incontrare alcuna difficoltà, o dover spendere una forza insolita, ma anzi con grande agevolezza; rimanendo esse nell' atteggiamento che loro davasi. E poi memori che la calamita aveva suscitato l' accesso, si volle tentarne la influenza in quella nuova condizione dei nervi; e con grande nostra meraviglia si vide che capo e tronco ed arti seguivano il moto impresso alla magnete, ovunque questa si avvicinasse alla superficie del corpo, e qualunque direzione le si imprimesse.

Questo fatto dell'azione attrattiva esercitata dalla magnete sulle membra della nostra catalettica si ripetè fedelmente in tutti e 51 gli accessi sopportati dalla paziente negli 85 giorni di sua dimora in clinica, dei quali 34 furono spontanei, 16 parvero provocati della calamita ed uno si suscitò per semplice stretta della mia mano, guardandola fisso in volto e in presenza di persone insolite. Oltre la magnete non vi fu quasi altro corpo che manifestasse egual potenza attrattiva: cilindri di vetro, asticciuole di legno, chiavi, lastre d' argento (un abbassa-lingua di tal metallo) verghe di stagno, stromenti di ottone furono adoperati senza effetto. La sola ceralacca imitò una volta l' azione della calamita, ma ripetuto in altri parosismi l'esperimento, essa non mostrò più lo stesso potere che aveva presentato nel primo saggio.

Del resto io non intendo sollevar qui la questione intorno la influenza che la magnete valga a spiegare sugli organismi, in ispecie su quelli dei nervosi: a me basta ora di raccogliere il fatto che in questo caso di catalessi, in mezzo alla sospensione completa di ogni maniera di sensibilità generale e speciale, della percezione, della coscienza, della volontà e di ogni movimento dipendente da essa, nondimeno alcuni agenti esterni trovavano la via aperta fino ad un centro nervoso e

vi si facevano cagione di moti riflessi. Imperocchè la locomozione del capo, del tronco, delle membra del catalettico all' approssimarsi di un dato cospo alla superficie periferica corrispondente non può interpretarsi dal fisiologo in altro modo che ammettendo una impressione da esso esercitata sulle estremità senzienti, la quale trasmessa ad un centro nervoso ne sia rimbalzata sulla sfera motrice in forma di azione riflessa. Eravi nel caso nostro uno stimolo che si faceva stromento di incitazione centripeta, e che provocava effetti centrifughi sotto forma di movimenti attrattivi, ma senza intervento del centro percipiente e della volontà. Gli è principalmente sul meccanismo di questo insolito circuito nervoso che io desidero richiamare l'attenzione dell' Accademia.

Innanzi tutto è da cercare il tramite di questa incitazione centripeta. Quai nervi ricevono la impressione della magnete? Fu già detto che ogni specie di sensibilità era sopita alla periferia: dal semplice toccamento di corpi leggieri fino alle trafitture, all' avvicinamento di sorgenti di elevata temperatura, all'applicazione del ghiaccio, allo stimolo elettrico indotto da una corrente di 10 pile, tutto fu tentato, e tutto riuscì incapace a destare una sensazione. Non era il caso in cui si può conficcare uno spillo senza dolore, ma il contatto lieve di una piuma è sentito: è abolita cioè la sensibilità generale ma sopravvive la tattile. Nella nostra isterica, la periferia era chiusa a qualunque impressione; e dovendo intanto ammetterne una per la magnete, non ci si offre altro modo di trovarla, che attribuendo alle estremità senzienti dei nervi cerebro-spinali una speciale affinità od elezione per tale agente in modo da condur questo solo; ovvero di attribuire l' officio della recezione e della trasmissione a un dato centro ad altra sfera nervosa fisiologicamente distinta dalla cerebro-spinale, qual' è quella dei rami sensitivi del simpatico o dei nervi vasomotori. La prima ipotesi apparisce poco probabile, se si considera che l' anestesia e l' analgesia nella Claudi non erano di origine periferica ma centrale; dipendevano cioè dalla sospesa funzione del centro percipiente: converrebbe perciò credere che questo centro inaccessibile a qualunque impressione, sentisse unicamente quella della magnete: ciò che non è verisimile.

L'origine dello stato anestetico da interrotta funzione cerebrale si palesava chiaramente nella Giuseppina al termine dell' accesso convulsivo; perocchè in un attimo, da impassibile che era stata fin allora, tornava ad essere sensibilissima ad ogni impressione, e il più lieve stimolo la faceva trasalire, quando due o tre secondi prima non aveva avvertito le punture profonde, i forti strepiti, e la luce sfolgorante innanzi gli occhi.

Più ragionevole è il pensare che questa recezione e trasmissione dell' agente magnetico si compia per mezzo dei nervi vascolari. Sappiamo oggi che fra tali nervi ve ne ha dei sensitivi e dei motori; sappiamo che essi non sono particolari alle arterie e alle vene, ma che nella cute le loro fibrille si distribuiscono fin sulle pareti dei capillari; sappiamo che i medesimi, quantunque anatomicamente congiunti ai nervi cerebro-spinali, ne sono però fisiologicamente separati; ci è noto pure come tra gli effetti più ordinarî della magnete si annoveri l'arrossimento della pelle, fenomeno che trova la sua spiegazione nella paralisi vaso-motrice riflessa: e perciò non si usa alcuna violenza ai fatti assegnando ai nervi sensitivi vascolari l' officio

di trasmettere a un dato centro nervoso l'impressione periferica dell'agente magnetico.

Ed ove la esistenza di nervi sensitivi vascolari distribuiti sulla rete dei capillari cutanei non sembrasse sufficientemente dimostrata, o non lo sembrasse la funzione che noi vorremmo loro attribuire, per un agente che opera a qualche distanza, potrebbero servire all'uopo in discorso anche i rami sensitivi del gran simpatico, che non mancano all'organo cutaneo o gli sono grandemente vicini. Questo ultimo mezzo di trasmissione, cioè i nervi sensitivi del gran simpatico, si troverebbe in perfetta corrispondenza coll'andamento lento onde la magnete determina i movimenti attrattivi sulle membra, mentre i nervi sensitivi dell'asse cerebro-spinale conducono rapidamente le ricevute impressioni. Oltre a ciò il simpatico è riguardato giustamente dai fisiologi come l'*ultimum moriens* della vita dei nervi, e quindi è ben naturale che, sospeso l'esercizio delle funzioni della vita animale, sensibilità, conoscenza, movimenti volontarî; il simpatico addetto specialmente al governo dell'organismo vegetante non solo sopravviva ed agisca, ma operi pure con maggiore alacrità, per quella legge che regola tutto il sistema nervoso, in virtù di cui quel che si risparmia di eccitabilità in alcuna delle sue sfere, si accumula e ribocca nell'altra. Così vediamo nelle isteriche alla inerzia dell'intelletto e della volontà congiungersi spesso la iperestesia del plesso faringeo, del cardiaco, del solare o dell'ipogastrico.

Quale che fosse l'atrio di recezione, e qualunque il tramite di trasmissione, certo gli è che i movimenti determinati sulla catalettica dalla calamita (poco quì importa se si consideri come agente magnetico o come un corpo qualunque) non possono intendersi senza ammettere che una incitazione centripeta abbia penetrato fino ad un centro nervoso, donde poi sia stata riflessa in forma di moto; e perciò conviene cercare qual fosse cotesto centro di trasformazione.

Vedemmo che ogni accesso catalettico era accompagnato da segni evidenti di sospensione totale della sensibilità, delle funzioni intellettuali e dei moti volontarî: non può adunque credersi che la impressione esercitata dalla calamita giungesse fino al centro della percezione, cioè alla sostanza grigia della corteccia cerebrale. Quel centro era chiuso ad ogni stimolo esteriore. I moti deboli e lenti che tardamente seguivano l'avvicinamento della magnete alla periferia del corpo non avevano alcun carattere di volontarietà: la paziente non ne aveva coscienza, non ne serbava memoria. Il cervello propriamente detto non era dunque il centro di trasformazione della eccitazione centripeta in forza motrice attuata nella nostra isterica.

Il midollo spinale, quantunque teatro precipuo delle azioni riflesse, a cui parrebbero appartenere i moti suscitati nella catalettica, pure non potrebbe assumersi a centro di azione nel caso nostro senza lasciare nella oscurità i suoi più importanti fenomeni. Ed in fatti, i movimenti che valeva a determinare il ridetto agente approssimato ad una qualche regione periferica, non erano coordinati in gruppi muscolari operanti a un dato fine fisiologico, non costituivano flessioni o estensioni spiccate, non distinte adduzzioni o abduzioni; ma rappresentavano dei trasferimenti in massa di tutto o di gran parte di un membro, di tutto il capo che si faceva volgere da destra a sinistra e viceversa, dell'intiero busto a cui potevasi cambiar positura

mutando la orizzontale nella verticale. Adunque nella catalessi il midollo spinale non adempie a quel suo officio autonomo di governare le associazioni dei muscoli, che o eseguiscono principalmente alcuno degli svariati moti della vita animale, o che vi concorrono sinergicamente moderandoli o dirigendoli; ma si limita a costituire un semplice conduttore di potenza motrice distribuita collettivamente ai plessi nervosi, i quali formati d'intrecci anastomotici di più paja di nervi son più fatti per muover le parti in massa che i singoli gruppi muscolari.

Aggiungasi che mentre colla sospensione della vita cerebrale: percezione, conoscenza, coscienza, volontà: quella del midollo dovrebbe risaltare maggiormente, e quindi i moti riflessi per applicazione di stimoli meccanici, chimici o termici manifestarsi più pronti e vivaci, per converso nella catalessi questi moti non si risvegliano affatto, ed è alla sola magnete e tutto al più a qualche altro corpo, come fu una volta la ceralacca, cui sia dato di suscitare tardi, lenti e deboli movimenti di parziali locomozioni.

Questa mancanza, o almeno questa insolita limitazione di moti riflessi per applicazione di stimoli, non è fatta al certo per dimostrare che la eccitabilità quiescente negli emisferi si accumuli nel midollo spinale, e che perciò tale organo costituisca il centro di azione nella catalessi. Nè oppongasi che la tensione leggera che mantiene i muscoli fissi, e che si riproduce quante volte gli s'imprimono movimenti passivi dev'essere riguardata essa stessa come un fenomeno riflesso, provocato dal cambiamento moleculare che fan provare ai muscoli i moti comunicati; imperocchè questa proposizione non regge all'analisi. Ed infatti finchè il corpo assalito da catalessi non sia toccato, esso è lungi dal presentare alcuna forma di azione riflessa: manca fra le altre cose la incitazione centripeta. E quando gli si comunicano dei movimenti accompagnando il membro fino a quella positura che si vuol dargli, chi lo maneggia sente bene che il moto dell'arto è meramente passivo: esso accade nello stesso momento, e nello stesso luogo in cui si opera ad arte la locomozione; la quale è tanto subordinata alla volontà di chi la provoca, quanto lo è quello del manichino, o del cadavere irrigidito che si lasciano volgere in ogni direzione, ma sempre in rapporto colla forza che si è adoperata a fargli cambiar positura. E per verità in tutto questo nulla vi è che somigli ai moti riflessi che rappresentano un'azione tutta vitale, mentre l'alzare o piegare il braccio ad un catalettico è lavoro fisico dipendente dalla cerea flessibilità che hanno acquistato le membra. E sarebbe veramente contrario ad ogni principio fisiologico, che dove il centro spinale è sordo alle più gagliarde impressioni del solletico, della puntura, della corrente elettrica, rispondesse poi con moti riflessi ad una piegatura del cubito o del ginocchio, operata dal di fuori colla maggior dolcezza possibile.

A riguardare il midollo spinale come centro dei moti suscitati ad arte nella catalessi, siamo impediti anche dallo stato in cui scorgevansi i bulbi oculari in ciascuno dei tanti accessi catalettici di cui fummo testimonî nella Giuseppina. I bulbi cioè erano costantemente fissi, immobili e deviati a sinistra; il destro rincantucciato nell'angolo interno, nell'esterno il sinistro, e vi si notava inoltre una lieve rotazione nell'asse trasversale dall'alto in basso. Ora, tale anomalia nelle contrazioni dei muscoli degli occhi uscendo dal campo della innervazione midol-

lare, e dovendone rintracciare l'origine nel sistema cerebellare, abbiamo una terza ragione che ne vieta di attribuire al midollo spinale la centralità dei moti catalettici.

Ma di quanto la ragion fisiologica ne dissuade dal cercare nel cervello o nel midollo spinale il centro cui giungono le impressioni e da cui partano i movimenti nella catalessi di tanto essa ne induce a rintracciarlo nel sistema cerebellare. Il primo argomento che sostiene tale affermazione si trae appunto dal turbato aspetto dei bulbi oculari, che o voglia riferirsi a disordinata funzione dei peduncoli trasversi o ad eccitamento cerebellare, ha sempre lo stesso significato: imperocchè qualunque giudizio si porti intorno ai lavori anatomici di Luys, il quale sostiene che i peduncoli del cervelletto ne costituiscano dei veri prolungamenti che a modo di braccia circondino le regioni anteriore e posteriore dell' asse spinale, e si combinino coi loro elementi, certo gli è che tali peduncoli, se non ne sono prette emanazioni, si trovano almeno in istretta dipendenza anatomica con quell' organo, come vi ci si trovano al pari la protuberanza, il bulbo, la quadrigemine; ed è certo egualmente che per mezzo dei peduncoli esso connettesi ai cordeni anteriori del midollo e li signoreggia. E però quando i fisiologi ai peduncoli medi ed alla protuberanza attribuiscono l' officio di servire di centri nervosi ai moti oculari, non vulnerano la nostra ipotesi, essendo provato come lo strato fibroso superficiale del ponte, ed i peduncoli cerebellari medî rappresentino un solo e medesimo organo che va a perdersi colle sue estremità nel centro midollare del cervelletto. (Sappey). Fonti di potenza motrice sono anche i peduncoli cerebrali e nemmeno tal fatto si oppone al nostro concetto, essendo noto come questi picciuoli siano una continuazione della protuberanza, del bulbo e dei peduncoli cerebellari superiori, e facciano quindi parte del sistema cerebellare. Ed ora se in tutti i casi di catalessi descritti con qualche diligenza trovasi costantemente l'immobilità dei bulbi oculari, abbiamo già in mano un forte indizio per cercare l' origine di questo spasmo dei muscoli dell' organo visivo in un maggiore eccitamento del sistema cerebellare, compensatore delle sospese funzioni autonome del cervello e del midollo spinale.

L' influenza del cervelletto sui globi degli occhi è comprovata anche dai recenti esperimenti di Ferrier miranti ad investigare le sedi locali delle funzioni encefaliche per mezzo dello stimolo elettrico diretto su diversi punti della corteccia cerebrale e cerebellare messa allo scoperto in più specie di animali. È noto come l' esempio di tal genere di ricerche fosse già dato alcuni anni or sono da due fisiologi alemanni, cioè Fritch e Hitze con effetto di movimenti diversi nei muscoli della vita animale, secondo le regioni tentate colla corrente; ciò che fu anche confermato nel nostro laboratorio fisiologico dai professori Moriggia e Cadet, siccome è riferito negli Atti accademici.

Ora il Ferrier ha sperimentato che eccitando colla elettricità la corteccia del cervelletto, ne seguivano appunto movimenti nei bulbi oculari, e quindi l'attenenza causale fra questa parte dell' encefalo e gli occhi rimane avvalorata anche da una prova diretta qual' è la irritazione dell' organo.

Oltre la testimonianza dei bulbi oculari se ne offre un' altra, non meno probativa del nostro assunto, dai muscoli elevatori dalla mascella inferiore, i quali nella

catalettica lungi dal trovarsi nello stato di cerea flessibilità e di esser docili alle manualità, si mostravano anzi in tale stato di contrazione tonica da impedire non solo l' abbassamento della mascella con quel grado di forza onde potevasi cambiare la positura delle altre parti, ma anche da riportarla al posto di prima, ove adoperando uno sforzo maggiore si fosse riusciti ad abbassarla di poco. Eravi trismo. Ora è noto come ad animare i muscoli della masticazione provveda il trigemino col suo piccolo ramo, ed è egualmente dimostrato che una delle radici di questo nervo va ad immergersi nel cervelletto, e che perciò la sua funzione dev' essere in qualche modo subordinata al grado di eccitamento in cui trovasi questa parte dell' encefalo. Dall' altro lato la natural compostezza del volto nella paziente vietava il sospettare menomamente ogni maniera di semi-contrazione o di rigidezza in tutti gli altri muscoli della faccia che sono innervati dal settimo pajo; ciò che dal resto si comprovava colla palpazione di essi. Adunque quelli fra i nervi del cranio che hanno attenenza originale o mediata col cervelletto, durante l'accesso catalettico si trovano in condizione di eccitamento, significato dallo spasmo tonico dei loro muscoli: gli altri rimangono nello stato di indifferenza.

Interrotta l' influenza cerebrale, e sospesa l' azione coordinatrice del midollo spinale, non perciò rimane chiusa ogni fonte di potenza motoria nella sfera della vita animale. L' esperienza quotidiana ne insegna come anche senza l' assidua sorveglianza della volontà si contraggano muscoli destinati a mantenere la macchina in una data positura, e che a nostra insaputa in forza di contrazioni muscolari la colonna vertebrale mantiene la sua rigidezza. È noto che non abbiamo coscienza di altre azioni di muscoli che occorrono in modo perenne, come quella dei bulbi oculari e degli sfinteri. Sappiamo in fine che tutta la sfera muscolare inserviente alla volontà ci si manifesta con una forma permanente di *tono* di *stabilità* senza intervento della potenza volitiva; e quindi sorge il bisogno di cercare fuori del midollo e del cervello propriamente detto, un centro nervoso incaricato di simile innervazione. Piu ragioni concorrono a indicarla nel cervelletto: io mi limito a segnalare un fatto notissimo che parmi a bastanza significativo per comprenderle tutte, ed è questo. Che, cioè, tanto nel campo della fisiologia sperimentale come in quello della Clinica, la mutilazione o lo stato morboso del ridetto organo traggono seco disordini quantitativi o qualitativi del moto muscolare. Nel campo fisiologico i disordini motorî si hanno anche in quello che Lussana distingue come secondo periodo sperimentale; nel clinico le forme atassiche e le paralitiche compariscono fin dal principio e perdurano fino al termine del male: compariscono e perdurano per alterazioni non molto estese dell'uno o dell'altro lobo del cervelletto, od anche della sua parte mediana.

Che se al cervelletto, non che attribuirgli in genere una innervazione motrice, specificandone meglio l' uso si assegni l' officio di distribuirla con tal misura da regolare la meccanica animale, provvedendo alla orientazione e all' equilibrio del corpo, allora la centralità del cervelletto nei movimenti della catalessi acquista un grado di verisimiglianza che supera i limiti della semplice ipotesi. Ora il barcollamento del corpo per alterazione o mutilazione del cervelletto è così solenne in fisiologia ed in clinica quanto l' aberrazione mentale nei vizî della sostanza grigia del cervello, il difetto della parola nella anomalia del lobulo dell'*insula*, il turbamento del re-

spiro nelle lesioni del bulbo, le infermità della vista nelle offese delle lame ottiche e delle quadrigemine, la esagerazione dei moti riflessi col midollo separato dell'encefalo ec. ec.

E per quanto la rigidezza dei muscoli in tal malattia ci spieghi in qualche modo la conservazione della positura in cui il paziente ne fu colto e la possibilità d'imprimergliene delle altre; nondimeno vi sono atteggiamenti di catalettici in cui diviene necessaria una misurata distribuzione di correnti nervose sui muscoli per mantenere il corpo in equilibrio, qualunque sia la condizione delle masse muscolari.

Intanto giova qui di considerare come in niun altro caso richiedasi così urgentemente che l'artificio organico inteso ad equilibrare il corpo spieghi maggior vigilanza ed operi con tanta precisione come nella catalessi, ove il parosismo lascia il soggetto nella positura in cui lo assalì, e i moti impressigli ad arte possono mutarla nelle più incommode e avverse alla legge della gravità. Nondimeno il paziente rimane immobile ma non cade, ciò che mostra come sforzi muscolari più o meno estesi debbano venire in soccorso al vacillante equilibrio. Se per esempio la nevrosi vi colga in piedi e vi lasci nella stazione verticale è noto che questa non rappresenta uno stato di riposo, ma come a conservarla richiedasi la contrazione di molti muscoli, ai quali incombe di mantener fissi e fermi fra loro i varî pezzi dello scheletro, che reggesi sopra una base non molto larga. E maggiormente manifesta riesce questa verità in atteggiamenti più incomodi e ripugnanti coll'equilibrio del corpo, come quando esso è inclinato in avanti, o soffermasi in una positura equidistante fra la supina e la sedente, ovvero si sostenga colle mani un peso imposto sul capo, o siasi in atto di rimuovernelo; e di simiglianti positure conservate dal catalettico abbiamo qualche esempio nella medica letteratura.

Se adunque da un lato il cervelletto è fonte d'innervazione motrice, e se questa distribuzione di forza si compie con ordine, direzione e misura in modo da conseguire l'equilibrio della macchina; se dall'altro nella catalessi, rimanendo inoperoso il centro cerebrale propriamente detto, e il midollo spinale adempiendo ad uno solo de' suoi offici, quello di trasmettere la innervazione motrice, tuttavia vi sussiste svolgimento di moto nel sistema animale, se nella manifestazione di questo moto si verifica l'artificio dell'equilibrio; se vi è sintoma costante l'immobilità degli occhi che altri fatti designano come fenomeno cerebellare, mi sembra consono alla ragion fisiologica e alla clinica il dedurre che il circuito nervoso nella catalessi compiasi per la via del cervelletto, e che quest'organo continui ad agire e rappresenti il vero centro di riflessione. Anzi, siccome avviene nelle nevrosi, ove la eccitabilità nervea è inegualmente distribuita, convien credere che il sistema cerebellare durante gli accessi catalettici, si trovi in uno stato di eccitamento accresciuto, come sembrano indicarlo la condizione spasmodica dei bulbi oculari, e la ridetta rigidezza in che rinvengonsi tutti i muscoli della vita animale.

E qui cade in acconcio il notare come le teorie dei moderni sulla causa prossima della catalessi, senza accennare esplicitamente ad una influenza motrice da parte del cervelletto, tutte però inchiudano una sorgente d'innervazione continua indipendente dalla volontà. Così alcuni sostengono che in questa nevrosi sia aumentata la *innervazione di stabilità* (Blasius); altri credono che i fenomeni della cata-

lessi siano da spiegarsi per un *accrescimento del tono muscolare* che sopravviene quando è abolita l'influenza cerebrale; ed anche il più recente fra gli scrittori di nevropatie (Hasse) negando l'influenza dei nervi sul tono muscolare, ammette che la rigidità catalettica sia il risultato di una continua *innervazione indipendente dell'azione volitiva.* Tutti adunque ad interpretare la rigidezza catalettica riconoscono la necessità di ricorrere ad una influenza motrice, ma niuno ne riferisce l'origine al cervelletto, quantunque a mio credere sia questo il solo organo che possa adempire a tale officio, una volta che la via cerebrale è interrotta, che nel midollo è sospesa la funzione autonoma coordinatrice de' movimenti, che gli imparte il carattere di centro nervoso e che gli altri centri motori intendano solo a moti parziali.

Imperocchè a ben intendere la catalessi convien fermare il pensiero sulla generalità dello stato di semi-contrazione dei muscoli volontarî. Gli è tutto il sistema muscolare della vita animale che trovasi nella medesima condizione morbosa. Anche nei casi di forma incompleta, in cui rimane nel catalettico un simulacro di sensibilità, di percezione, di coscienza, pure quel fatto della interruzione fra volontà e moto muscolare sussiste; e senza questo mancherebbe uno dei precipui caratteri della malattia in discorso. Questa diffusione, io dico, di rigidezza a tutto il sistema muscolare non può riferirsi a gangli cerebrali, che governano solo alcuni movimenti nè a quelli del simpatico che hanno altro officio, ma include la necessità di una perenne innervazione da parte di un centro maggiore encefalico qual'è appunto il cervelletto: tanto più che gli accessi catalettici ebbero in alcuni esempi una durata non breve.

Un eccitamento accresciuto dal bulbo o dalla protuberanza potrebbe spiegare un parosismo convulsivo, ma la semi-contrazione di tutto il sistema muscolare, cui manca solamente l'impulso volitivo per determinare la locomozione, non può aver tale origine.

La generalità della innervazione nella catalessi non è contradetta dalle speciali positure in che rimane il soggetto assalito dal male. Imperocchè non sapremmo interpretare in altro modo la persistenza in quegli atteggiamenti, talvolta sconci ed incommodi che l'aggiunta di successive correnti nervose a quella che aveva determinato la volontà, il cui governo è cessato improvvisamente al primo comparir della nevrosi. Or questa aggiunta di innervazione se fortifica il paziente nella positura che aveva, e l'ajuta anche a sostenere dei pesi se ne portava, non priva però del suo influsso gli altri muscoli che trovansi tutti in quello stato singolare di rigidezza, e ci spiega inoltre come la macchina possa conservarsi in equilibrio con una giusta distribuzione di correnti nervose, ove ne fa di bisogno.

Intanto io non ignoro come illustri fisiologi abbiano attribuito al cervelletto funzioni locomotive affatto speciali, ma quando ripiego lo sguardo sulla forma morbosa delle gravi malattie di quest'organo, e considero che ai disordini qualitativi del moto si aggiunge quasi sempre il difetto di quantità non posso difendermi dalla tendenza a concludere che il cervelletto, oltre al provvedere alla orientazione e all'equilibrio della macchina offra anche una scaturigine di forza motrice. Chè in fatti mal si potrebbe equilibrare un corpo senza aggiungere energia ove scarseggia, riparare quel che fu esaurito, e perciò possedere una provvista di forza o poterne

produrre all' occasione: al modo istesso che si durerebbe fatica a credere che tale organo adempisse all' officio di regolatore del moto se non vi facessero capo tutte le impressioni di quella forma della cenestesi che ne avverte della condizione dei muscoli, del loro grado di tonicità, della loro energia, de' loro movimenti e che va col nome di senso muscolare.

Dal fin qui detto parmi si possa dedurre che nella catalessi avvenga una maniera di sdoppiamento nell' azione complessiva del genere nervoso. I due sistemi di fibre convergenti: l' inferiore cioè che dalla periferia ascende verso il ponte, e il superiore che dalla corteccia degli emisferi discende verso le masse grigie intermediarie a questi due grandi fasci di fibre nervose, sospendono la loro funzione: la eccitabilità vi rimane dissimulata, mentre spiegasi tuttavia manifesta e forse in istato di tensione nella protuberanza, nel bulbo, nella quadrigemine, nel cervelletto. Quindi la continuazione del respiro (sebbene talora turbato), del circolo (ma spesso più languido) lo splendore degli occhi (quantunque fissi); quindi una innervazione motrice su tutto il sistema muscolare della vita animale, capace ad acquistare ai singoli muscoli quello stato di mediocre contrazione che costituisce la rigidità catalettica, e quindi finalmente la potenza di mantenere la macchina in equilibrio, in mezzo alle positure eccentriche in cui il parosismo può assalire il paziente, o porvelo le manualità dei circostanti.

Allorchè poi nel catalettico, oltre i moti passivi (che devono poterglisi sempre imprimere, e senza i quali mancherebbe il carattere principale della malattia) si possano anche indurre movimenti automatici avvicinando alla periferia una magnete, siccome avveniva nella Claudi, in tal caso il circuito nervoso (costituito dalla via della incitazione centripeta, del centro elaborante e degli ordigni dell' impulso centrifugo che reca l' animazione ai muscoli) si compirebbe dai nervi sensitivi che ricevono la impressione e la conducono ai cordoni posteriori, i cui fasci esterni la trasmetterebbero ai peduncoli cerebellari inferiori e quindi al corpo romboide del cervelletto, donde la spinta motrice trascorrendo i peduncoli medî, la protuberanza ed il bulbo sarebbe trasmessa ai cordoni anteriori, ai nervi motori spinali ed ai muscoli.

Tale sarebbe il giro della corrente nervosa nella catalessi, differente, come ognun vede, dal normale in ciò che le impressioni periferiche in vece di essere trasmesse fino alle cellule grigie degli emisferi, ossia al centro della percezione per ivi convertirsi in deliberazioni pensate e in movimenti voluti, prenderebbero la via delle cellule cerebellari per ivi trasformarsi in potenza motrice. La quale nel corso ordinario della malattia in questione si esprime con una innervazione motoria destinata a mantenere in istato di semi-contrazione i muscoli della vita animale con effetto di cerea flessibilità delle membra; mentre nell' andamento che diremo sperimentale, quello cioè delle locomozioni ottenute per mezzo della magnete e di qualche altro corpo, alla innervazione perenne si aggiungono movimenti riflessi originati da impressioni periferiche trasmesse al centro cerebellare e di quivi respinte verso gli ordigni motori: locomozioni che durano quanto l' applicazione dell' agente, e che scompariscono subito allontanandola.

In tutto a me sembra che lo studio della catalessi prometta una messe nel campo de'fenomeni nervosi, e ci abiliti a investigare i varî modi onde si compiono i circuiti nervei. Non fosse altro, essa ne impegna a considerare attentamente questo fatto di una innervazione motrice diversa dalla volontaria: tanto diversa per quanto si differenziano fra loro l' aspetto di chi assume e mantiene di proposito una data positura, da quello del catalettico che vi rimane in forza di uno stato morboso.

Gli è la grande importanza scientifica di simiglianti ricerche che m' indusse a trattener l' Accademia sulla storia di una catalessi.

Sulla velenosità naturale dell'estratto di cadavere umano, sperienze del Prof. A. MORIGGIA e del Dott. assistente A. BATTISTINI. (1)

Letture fatte nella sessione 6 dicembre 1874 e 7 marzo 1875.

In Germania ed altrove s'era già tentato d'intaccare il valore in medicina legale delle sperienze fisiotossicologiche sugli animali ne'casi pur troppo i più frequenti di veneficj per sostanze organiche (alcaloidi e glucosidi velenosi): finora però ad onta degli attacchi, si è amato meglio credere alle sperienze in difesa del criterio fisiologico-criminale, e la medicina e la giustizia presso tutte le nazioni più civilizzate continuano a riporvi intera la loro fiducia, ed ascoltarne i responsi.

Ultimamente l'egregio Prof. Lussana insieme al D.re Albertoni (2) nella perizia legale sopra i cadaveri delle due giovani sorelle Rizzo, mancate nel Veneto per morte subitanea, vennero nella grave conclusione, che pur l'estratto di cadavere umano non inquinato artificialmente di veleno, per sè era valido a procurar la morte agli animali, a cui veniva somministrato: si disse grave conclusione, perchè essa tende a togliere di mano alla giustizia un'arma potentissima e farebbe balenare al pensiero la trista possibilità che de' capi innocenti abbiano per avventura potuto cader vittima di troppo arrischiata fede nelle prove animali.

Avendo alle mani diverse perizie legali gravissime per avvelenamento, a tranquillare l'animo sul valore della fenomenologia indotta negli animali sperimentati a scopo giudiziario, in faccia ai risultati ottenuti dagli egregi autori citati, si volle tosto nel Laboratorio nostro di fisiologia tentare alcune sperienze sull'estratto del cadavere umano.

La quistione, di cui si tratta, è complessa, importante per la scienza e gravissima per le conseguenze e perciò sono da proclamare benemeriti della scienza e dell'umanità i due sperimentatori Italiani, che l'hanno così poderosamente risollevata e tentata di sciogliere: si scrive solo tentata di sciogliere, perchè la piena soluzione non pare possa ragionevolmente attendersi, che dagli ulteriori progressi della chimica animale (3) e da svariatissime sperienze a questo proposito, variando i processi

(1) Alcune delle sperienze ebbero pure il concorso intelligente e zelante del sig. Goretti, studente in medicina.

(2) Sul criterio fisiologico nelle perizie medico-legali per avvelenamento, ricerche di Pietro Albertoni e Filippo Lussana, Padova 1874.

(3) Certo siamo già pervenuti a buon punto per alcuni lati dell'argomento, come per es. sul principio velenoso putrido in genere, in grazia de' lavori accuratissimi di Panum, Hemmer ec., ma pur troppo la stessa cosa non si può affermare per le sostanze varie estrattive dell'organismo animale e specialmente quelle della così detta metamorfosi retrograda.

estrattivi ed operando sopra cadaveri posti in circostanze tanto diverse, che non si possono realizzare, che con grande beneficio di tempo ed attivo e continuato concorso di sperimentatori.

Per cooperare alla soluzione della quistione, noi indirizzammo le nostre sperienze per una strada un pò differente, attenendoci al processo estrattivo più usitato da chimici nelle perizie legali per l'estrazione in generale degli alcaloidi da cadaveri, essendo precisamente il punto più culminante della quistione, il determinare, se nell'uso del detto processo possa dal cadavere estrarsi insieme all'alcaloide di provenienza estranea, anche sostanza velenosa propria del medesimo cadavere (1). E per di più a metterci meglio nelle circostanze pratiche delle perizie legali per avvelenamento, non esitammo a porci nella via più dispendiosa, e lunga dell'inumare e disumare cadaveri umani d'individui morti di vario morbo e conosciuti esenti di sostanza velenosa amministrata medicalmente negli ultimi periodi della malattia.

GENERALITÀ DELLE SPERIENZE.

Prima di entrare nei dettagli delle sperienze, gioverà premettere alcune avvertenze generali. Sarà inutile notare che tutte le operazioni sono state condotte colla massima polizia di ogni cosa ed in luoghi esenti da emanazioni offensive, e separati, quando le une operazioni poteano offendere le altre.

La temperatura dei diversi liquidi messi ad evaporare, all'infuori dell'etere, a bagno-maria oscillò tra i 60° e 70° C. Benchè scientificamente forse talora la si avesse avuta a desiderare più bassa, il processo troverà buona parte di bill d'indennità nel sapersi, che a parlare per es. del solo principio velenoso putrido, esso non patisce nemmeno dalla bollitura protratta, (Panum lo trovò mortale dopo 11 ore di bollitura ed anche dopo d'averlo essiccato a bagno-maria). Nell'operare l'estratto cadaverico a modo che per gli alcaloidi nelle perizie legali, non ispingemmo però tanto oltre la depurazione dell'estratto finale, come sogliono fare i

(1) Il nostro egregio Prof. Selmi, per non dir di altri chimici Italiani, e stranieri, (Bence Jones, Screiber, Rörsch, Fassbender, W. Schwanert Ad. Dupré) negli Atti dell'Accademia di Bologna del 1872 ci ragguaglia d'esser riuscito ad estrarre alcaloidi dallo stomaco e dalle intestina tenui tanto d'individui sospetti di venefizio che non, essendo i cadaveri freschi o putrefatti da giorni: come pure da carne conservata in alcool, e dall'alcool medesimo, che conservò a lungo diversi visceri umani: però avendo sperimentato in rane e conigli per opera dell'egregio Prof. Vella, esso riferisce che l'estratto alcaloide non fu nocevole, almeno per quanto riguarda lo stomaco e le intestina di cadavere fresco, non avendo sperimentato coll'alcaloide di provenienza da sostanza organizzata animale non fresca —

Dopo il sunto della nostra 1.ª lettura di questo lavoro del 6 dicembre 1874 pubblicato nel Giornale Ufficiale del Regno, l'egregio Dott. Felice Lussana, spingendo ancora più oltre, che noi facessimo la depurazione dell'estratto cadaverico, lavorando però limitatamente al *fegato* umano *fresco*, pubblicò d'aver trovato che l'estratto etereo, di esso injettato quasi tutto in vena femorale *di cane mezzano*, fu innocente. (Vedi Annali di Chimica, fas. di febbrajo, Milano 1875).

Si sono notate sottolineate le parti riferentisi alle proporzioni (grossezza degli animali sperimentati, copia e natura de' visceri usati, tempo dalla morte), perchè la loro considerazione torna indispensabile a bene apprezzare e confrontare i risultati de' diversi sperimentatori, come ben ciò è conosciuto da tutti, e come si potrà verificare lungo l'esposizione delle nostre sperienze.

chimici, prima perchè non ci eravamo proposti di far ricerche chimiche sul principio estraibile, e perciò non c' interessava la purezza e poi anche perchè da sperienze fatte con aggiunta artificiale di alcaloide velenoso ai visceri, trovammo, che spingendo troppo oltre la purificazione dell' estratto finale con liquidi opportuni detti incapaci a disperdere l' alcaloide aggiunto, vedevamo per contro perdersene assai di questo, e poter perciò da simil lato la eccessiva purificazione diventare infida, almeno per l' alcaloide da noi tentato (stricnina) e quando non è in forte dose. In altre sperienze però ci proponiamo di adottare l' intiera lunghezza dei processi adoperati nelle perizie, per arrivar a conoscere se in ultima analisi permane ancora il veleno naturale, come pure di usare altri liquidi raccomandati per l' estrazione degli alcaloidi, cloroformio, benzina ec. onde vedere se mai essi meglio di altri valgano all' estrazione di alcaloidi estranei, lasciando indietro il più possibile, il principio putrido e le sostanze estrattive proprie del cadavere in genere.

Per l' acqua distillata, l' etere, l' alcool amilico, l' etilico presi della medesima provvigione e pressochè nella stessa dose, ed anche più, che dovea servire per gli estratti dei cadaveri umani, se ne praticarono degli estratti? (1) concentratissimi per lo più a modo, che si ammaniscono quelli del cadavere stesso nelle ricerche giudiciarie di alcaloidi, e poscia si tentarono negli animali.

Ciò si volle fare in aggiunta ad un sommario esame chimico dei reagenti non sempre abbastanza alla mano o sicuro, massime che esso suol limitarsi solo ad una *piccola* quantità del liquido esaminando, e perchè casualmente vi si possono trovare assenti le sostanze abituali d' inquinamento, ed esservene invece presenti altre, a cui mal si penserebbe.

La precauzione citata venne solo trascurata per l' acido cloridrico e l' idrato potassico, sulla cui purezza in grazia della loro provenienza, si stava già abbastanza sicuri. Dove si parlerà dell' acqua nell' esposizione delle sperienze, anche non sia espresso, sarà sempre la distillata, come pure dove è cenno solo di acqua acidulata, s' intenderà acida per cloridrico 1 $^0/_{00}$.

Siccome poi l' etere, l' alcool amilico ecc. usitati a spossare gli estratti liquidi viscerali alcalinizzati, traggono seco in varia dose sali ed alcali, i quali primi vengono dappoi sciolti o mutati ed i secondi passati a sali dagli acidi opportuni diluiti messi in opera per riprendere gli estratti eterei, amilici ecc., si capirà perchè si vollero sperimentare alcuni sali per sè ed alcuni acidi diluiti, sopra gli animali e tanto più premeva nel nostro caso di assicurarsi dell' innocenza finale nel processo usato, dell' idrato potassico come più nocivo per sè di qualche altro alcali usitato nelle perizie (per es. i carbonati alcalini).

Gli animali in isperimento furono rane e porcellini d'India, ma specialmente le rane, perchè di piccola mole, sensibilissime alle sostanze alcaloidi ed analoghe, perchè animale

(1) Benchè la denominazione di estratto non sia qui la più esatta, pure per brevità di linguaggio si è adottata, quasi sempre in questo senso, chiamando per es.; *estratto etereo* ecc. del cadavere, il *quid* estratto coll'etere e residuato dappoi dalla completa evaporazione di esso, e quindi ripreso con acqua acidulata, tentato sugli animali: *estratto dell'alcool ordinario*, idem, ecc.

quasi sempre utilmente preferito in consimili perizie legali (1). Per rendere più efficace e rapido l'effetto, per lo più si usò la via endermica, anche perchè in generale ragionevolmente usata nelle perizie legali, a cagione delle minime tracce di veleno, che dal chimico suol essere riserbato al fisiologo, mentre certo per altre ragioni la via digestiva sarebbe da prescegliere.

Le rane, furono sempre piuttosto grosse, vivaci e fresche.

Tanto le rane che i porcellini d'India venivano con lacci attaccati lassamente su quadrelli di legno alle 4 estremità.

Nelle rane si scopriva il cuore e si denudava con ogni *precauzione* dal suo pericardio: dopo presa nota della frequenza, della forza e del ritmo cardiaco, con pipetta graduata si praticavano le injezioni sotto la pelle del sommo di una o delle due coscie; appena passato il maggior pericolo, che la rana contraendosi ributtasse fuori l'injettato, si molleggiavano i lacci delle gambe, ed anche si toglievano affatto almeno ad una.

Quando non era scoperto il cuore, la rana appena ricevuta la sostanza esaminanda, era messa libera sotto una larga campana di vetro bucata, posta sopra di un piatto di majolica. Appena fatta l'injezione sotto la pelle del dorso, i porcellini d'India venivano messi in libertà.

Essendosi già per mille prove proprie sperimentali e giudicarie, veduta la innocenza (almeno per 24^h) dell'esposizione del cuore della rana, quando l'operazione è ben condotta, non si credette opportuno far correre parallela ad ogni sperienza tossicologica sulla rana, anche una di semplice confronto su rana messa in identiche condizioni, all'infuori della sostanza velenosa d'injezione.

Però si avea la precauzione d'inumidire di tanto in tanto la rana medesima, quando l'esperienza si protraeva, anzi di coprirla nella notte con carta bibula umida o spugne, nelle sue estremità, di cui ancora 2 rimanevano attaccate mollemente a due angoli del patibolo di legno, rispettando la regione del cuore denudato: oppure libere si collocavano in piccola camera di vetro, resa artificialmente umida: le rane, anche quelle abbandonate come morte, per lo meno si tenevano in osservazione per 24^h.

La sensibilità e la motilità degli animali veniva per lo più assaggiata alle estremità con grosse pinze e talora collocandoli in posizioni anormali.

È da tener conto nelle cifre della frequenza cardiaca, che a cuore scoperto, massime quando la iniziale frequenza del suo battito è alta, tien dietro una graduale e naturale, ma non grande diminuzione, anche senza veleno di sorta, diminuzione però che si riduce talora al nulla anche in lungo lasso di ore, quando la frequenza primitiva non si presenta grande.

(1) Nelle perizie per avvelenamento alcaloidico, la rana è non solo da preferirsi, perchè la sua piccolezza risponde alla massima povertà, con cui in generale si presenta nelle mani del chimico l'alcaloide estratto, (salvo a tentarlo dappoi in altri animali, ove soprabbondi un pò più), ma anche perchè porcellini, cani, conigli non infrequentemente sono refrattarii o poco sensibili a certe sostanze velenose particolari, mentre per nostra sperienza la rana trovammo sempre rispondere ad ogni sorta di materia nociva; la rana per ultimo offre ancora il gran vantaggio di permettere colla tenacità di sua vita una specie di accurata e protratta analisi della fenomenologia morbosa indotta dal veleno.

Il tempo venne sempre contato nelle sperienze a partire dal momento della 1ª amministrazione della sostanza in esame, essendosene talora somministrata in due o più riprese. Non si tenne conto dei mutamenti del colore della pelle delle rane in isperimento, perchè essi li trovammo senza diretta correlazione coll' influenza del veleno.

E da notare che bene spesso, massime in quelle rane, che morivano piuttosto rapidamente, la sostanza injettata nell' autopsia si trovava presente ancora sotto la pelle in buona dose, talora apparentemente in quantità maggiore dell' injettata, a cagione di stravaso o di essudazione siero-linfatica per l' irritamento locale.

Alcune delle sperienze, che si esporanno, benchè fatte separate e tal volta dopo di altre, pure per miglior comodità di esposizione ed in grazia talora di loro maggior omogeneità vennero qui messe come fatte insieme od anche come praticate prima.

ESPERIENZA I.

Alcool ordinario.

Si presero dell' alcool di commercio 2450 cent. cub. ed in capsula di porcellana a bagno-maria si ridussero per evaporazione a 4 cent. cub. Un cent. cub. venne allungato con 100 cent. cub. di acido acetico 2 %: l'altro cent. cub. con altrettanta soluzione acida per cloridrico 1 ‰: i due liquidi acidi si ridussero a bagno-maria, ciascuno a 25 cent. cub: si trattarono con idrato potassico in dose minima, cioè appena sufficiente a portare i liquidi a lieve reazione alcalina: a ciascuno dei due liquidi si aggiunsero 200 cent. cub. di etere, agitando sovente le bottiglie ben chiuse a tappo smerigliato, quindi si abbandonò il tutto a se per 22^h: allora con pipetta se ne tolse l' etere che si trovava limpido e ben diviso dal liquido acquoso: e venne fatto svaporare a siccità al calore solare in due capsule distinte; le 2 pattine quasi invisibili rimaste dall' evaporazione nelle 2 capsule, vennero riprese insieme, con 8 cent. cub. d'acqua tiepida acidificata per acido cloridrico 1 ‰: quindi per evaporazione gli 8 cent. vennero ridotti a 4, due dei quali furono injettati sotto la cute della seguente rana con battute cardiache buone e regolari N. 83 per 1'.

Dopo 15' dall'iniezione i battiti erano ridotti . . . . . a 52

Dopo 2^h . . . . . a 43

Dopo 3^h . . . . . a 40,

la sensibilità assai ottusa nelle estremità posteriori, e discretamente nelle anteriori.

Dopo 4^h . . . . . i battiti cardiaci regolari in N. di 20; la sensibilità e la mobilità abolite ovunque.

Dopo 5^h, 30' il cuore stava arrestato in diastole: la rana era morta: e tale si trovò anche dopo 24^h.

Gli altri 2 cent. cub. s'injettarono ad un' altra rana che avea prima dell'iniezione 83 buoni battiti cardiaci.

Dopo 5', i battiti erano calati a 63, con diastoli assai più espanse e prolungate di prima: la rana avea qualche contrazione generale spontanea, non energica: l'estremità posteriori anche stimolate forte e ripetutamente non porgevano segno di sensibilità.

Dopo 15′, i battiti discesero a 18 e molto irregolari per diastole prolungatissima.

Dopo 30′, sensibilità e motilità nulla.

Dopo 24^h, la rana era ancora ben morta.

In altra rana si fecero cadere 3 goccie residue del liquido usato per l'ultima, sopra il cuore, e se n'ebbe la morte in circa 2^h.

ESPERIENZA II.

Alcool ordinario con materie animali.

L'alcool in dose di cent. cub. 5210, fornitoci per gentilezza del Prof. Tommasi-Crudeli, era da un'anno circa in contatto con varii visceri di cadaveri umani, per conservarli: sapeva qualche poco come di putrefazione, avea colore discretamente intenso, rosso giallognolo: filtrato, subì le medesime operazioni che l'alcool dell' *Esperienza* I.

I risultati furono uguali, ma il veleno estratto si mostrò assai più copioso e rapidamente mortale, tanto nell'estratto acquoso per sè, che fatto a modo che per gli alcaloidi.

ESPERIENZA III.

Acidi diluiti.

Due altre rane state injettate l'una con 2 cent. cub. di cloridrico 1 $^0/_{00}$, l'altra con 2 cent. cub. di acetico 2 $^0/_0$, ottenuti da 10 cent. cub. dello stesso liquido per evaporazione, non soffersero nulla durante le 24^h di osservazione.

Coteste sperienze sugli acidi alle dosi citate furono ripetute con ugual risultamento, usando talora anche 3 cent. cub. invece di 2, (injettandoli in diversi luoghi ed a più riprese).

ESPERIENZA IV.

Acqua distillata.

Due litri d'acqua distillata, ridotti per evaporazione a secchezza, lavata la capsula con cloridrico 1 $^0/_{00}$, ed il liquido di lavatura ridotto per evaporazione a 2 cent. cub., questi vennero injettati in una rana senza offesa.

Tre litri di acqua distillata di altra provvigione trattati ugualmente diedero discreta offesa alla rana.

Altri 3 litri e mezzo d'acqua distillata vennero per evaporazione ridotti ad 1 cent. cub. con finale color pagliarino chiaro: si aggiunsero 11 cent. cub. di acqua cloridrata (1 $^0/_{00}$): in seguito si alcalinizzò leggermente il liquido con soluzione potassica: il liquido venne posto con 200 cent. cub. d'etere, agitato sovente ed abbandonato a se in vaso chiuso per 24^h; l'etere era diviso dal liquido e scolorito, venne tolto, svaporato del tutto, quindi lavata la capsula con 4 cent. cub. di acqua acida per cloridrico 1 $^0/_{00}$: di questo liquido di lavatura s'injettarono 2 cent. cub. in una rana, che dopo 20′ presentava una discesa di battiti cardiaci da 60 a 46, con un

pò d'impiccolimento del cuore, e colla diastole qualche poco più lunga, la sensibilità generale un pochino ottusa; dopo 5^h, la rana si poteva dire morta.

Tre litri d'acqua distillata di altra provvigione trattati ugualmente che i 3 ultimi, si può dire che non recarono offesa alla rana.

ESPERIENZA V.

Etere.

Si presero 1200 cent. cub. di etere, e svaporati a siccità, si lavò la capsula con 2 cent. cub. d'acqua leggermente acidulata, i quali injettati in una rana furono senza nocumento, tutto al più s'ebbe per qualche minuto una leggiera esagerazione di sensibilità generale.

ESPERIENZA VI.

Etere con sali.

Si fece la seguente miscela di sali:

Cloruro sodico	gramma	12
Fosfato sodico		5
Solfato sodico		5
Acetato calcico		1
Solfato magnesiaco		3
Cloruro potassico		4
	Totale gramma	30.

Il tutto venne posto in due litri d'acqua comune che evaporati a siccità lasciarono un fortissimo deposito salino: di questo si prese la 10^a parte, si sciolse in 200 cent. cub. d'acqua distillata, che venne dapprima leggermente acidificata con cloridrico, poscia discretamente alcalinizzata, con idrato potassico, e quindi posta ed agitata sovente con 300 cent. cub. di etere, lasciando il tutto a se per 30^h; tra l'etere ed il liquido salino vi era uno strato non grosso opalescente, che al microscopio si trovò composto d'informi granelli: l'etere tolto si presentava limpido e leggermente alcalino: evaporato lasciò una pattina quasi invisibile: essa si sciolse con 4 cent. cub. d'acqua leggermente acidulata per cloridrico: injettati i 4 cent. cub. a poco a poco (ma in circa 15′) sotto la pelle di un porcellino d'India non molto grande, non si ebbe effetto alcuno visibile, tenendo l'animale in osservazione per diverse ore.

ESPERIENZA VII.

Alcool etilico per sè (a 92 °/₀).

2 litri di quest'alcool furono evaporati a secchezza e quindi lavata la capsula con 3 cent. cub. d'acqua acidulata e questi injettati nella rana: l'animale osservato per 24^h non ebbe a soffrirne, all'infuori di un passaggero intorpidimento delle

estremità inferiori, a cagione forse del troppo liquido injettato sotto la pelle al sommo delle coscie (le altre volte quasi sempre usavansi per injezione solo 1 o 2 cent. cubici).

ESPERIENZA VIII.

Alcool amilico per sè.

Un litro d'alcool amilico scolorito e limpido di commercio venne svaporato a siccità: si lavò la capsula con 3 cent. cub. d'acqua acidulata, e s'injettarono in una rana, che avea 60 battute cardiache: dopo l'injezione l'animale fece qualche forte contrazione, per cui si espulse un pò del liquido injettato dalla ferita (forse $^1/_3$).

Dopo 40′, il cuore era ridotto a 40 battiti; la sensibilità generale un pò ottusa.

Dopo 45′, i battiti erano scesi a 24; la sensibilità e la motilità assai assai diminuite.

Dopo 50′, i battiti si contavano in numero di 10; la sensibilità e la motilità spente: dopo 16^h la rana stava ugualmente.

Si presero nuovi 200 cent. cub. di alcool amilico, si svaporarono a siccità: si lavò la capsula con acqua acidulata: questa si svaporò a siccità, si lavò la capsula con nuova acqua acidulata, questa pure si fece tutta svaporare e quindi lavata la capsula con 4 cent. cub. d'acqua acidulata: questa si offriva appena citrina, e senza odor amilico.

Dati di questo liquido 2 cent. cub. per bocca ad una rana e 2 cent. cub. sotto la pelle di altra rana, non si ebbe segno di sofferenza.

Un litro del medesimo alcool amilico trattato egualmente all'ultimo qui citato, e ridotto a 2 cent. cub., venne injettato sotto la pelle di una sola rana; in 24^h non si scorse segnale di patimento, all'infuori di una lieve esagerazione di sensibilità, che avvenne dopo pochi minuti dall'injezione.

ESPERIENZA IX.

Alcool amilico con sali.

Coll'alcool amilico si fece la stessa sperienza che coll'etere, come è marcata all'*Esperienza* VI, sol chè l'estratto amilico-salino venne 3 volte ripreso con acqua acidulata e tre volte evaporato a siccità, quindi ripreso con 2 cent. cub. di acqua acidulata; questi ultimi injettati in rana, non s'ebbe sintomo alcuno di sofferenza.

ESPERIENZA X.

Acetato potassico.

Si presero 2 cent. cub. di soluzione di acetato potassico $^5/_{20}$ e s'injettarono in una rana; dopo $1.^h$ dall'injezione i battiti cardiaci discesero da 60 a 40: dopo $1.^h$ 30′ a 30 e deboli: sensibilità e motilità scemata: dopo 2^h, 10′, la rana era morta.

In altra rana s'injettò 1 cent. cub. di soluzione di acetato potassico 12 $\frac{1}{2}$ per 100, dopo 30′ dall'injezione, i battiti cardiaci discesero da 56 a 36 con diastoli assai più espanse e prolungate: dopo 2^h, la sensibilità e la motilità generale erano

ancora buone, dopo 4^h, 30′, la sensibilità e la motilità vennero abolite; il cuore si offriva con sangue assai nero, ed in diastole assai espansa, con battiti deboli N. 22: dopo 20^h morte generale assoluta.

In una 3ª rana si pose 1 cent. cub. di soluzione di acetato potassico 8 $^1/_3$ per 100, dopo 50′, i battiti cardiaci vennero da 58 a 40 con diastole prolungatissima: motilità e sensibilità buone.

Dopo 1^h, 15′, la rana era presa assai spesso da vivissime contrazioni spontanee non tetaniche, che si ripeteano ogni 8″, 10″, 40″ e che duravano 2″ a 3″.

Dopo 1^h, 45′, sensibilità e motilità buone: battito cardiaco con diastole lunghissima.

Dopo 4^h, 15′, il cuore battea piuttosto debolmente 40 volte al 1′ con diastole lunghissima: la sensibilità e la motilità persistenti.

Dopo 24^h, il cuore battea abbastanza regolarmente 40 volte: la sensibilità e la motilità apparivano discrete.

ESPERIENZA XI.

Acetato ammonico.

Si prese dell'acetato ammonico, quale serve per le prescrizioni farmaceutiche, e se ne injettò 1 cent. cub. in una rana.

Dopo 1^h, 30′, i battiti cardiaci si conservarono regolari, ma discesero da 56 a 36.

Dopo 2^h, la rana era presa da brevi e limitate contrazioni spasmodiche alle estremità anteriori.

Dopo 4^h, la sensibilità e la motilità erano scomparse: 16 i battiti con lunghissima diastole: la rana si potea dire morta.

Dopo 24^h, la rana si mostrava in tutto e per tutto morta.

ESPERIENZA XII.

Cloruro potassico.

S'injettarono in una rana 2 cent. cub. di soluzione di cloruro potassico 10 $^0/_0$.

Dopo 30′, le battute cardiache scemarono da 56 a 27, con diastole assai lunga ed espansa: sensibilità e motilità lodevoli.

Dopo 3^h, cuore molto impiccolito con 22 battiti: sensibilità e motilità spente.

Dopo 6^h, battiti 16, insensibilità persistente ed immobilità.

ESPERIENZA XIII.

Estratto etereo di cloruro potassico.

Presi 60 cent, cub. di soluzione di cloruro potassico al 10 $^0/_0$, si trattarono con 300 cent. cub. di etere; svaporato l'etere, ripreso il residuo con acqua acidulata, ridotta questa a 2 cent. cub. s'injettò in rana senza nocumento.

ESPERIENZA XIV.

Idrato potassico.

S'injettarono in una rana 2 cent. cub. d' acqua con 10 goccie di soluzione potassica non molto concentrata, quale si dovea in seguito usare per gli estratti viscerali umani.

Dopo 1^h, i battiti diminuirono da 56 a 30 con diastole espansa e lunga.

Dopo 1^h, $30'$, la sensibilità e la motilità erano diminuite.

Dopo 3^h, il cuore batteva 24 volte, con diastole assai espansa, e vi era quasi assoluta insensibilità ed immobilità.

Dopo 20^h, la rana era morta assolutamente.

In altra rana s'injettò 1 cent. cub. di acqua con 1 cent. cub. della soluzione potassica qui sopra indicata; il cuore ben presto si è rallentato, e la diastole fatta espansa e lunga.

Dopo $30'$, la rana sembrava quasi tetanica, ma agli stimoli rispondea tardi e male: di tanto in tanto avea delle piccole scosse parziali localizzate ora quà ora là.

Dopo 1^h, le scosse spontanee locali seguitavano.

Dopo 1^h, $40'$, la rana era morta.

1° Cadavere umano.

Per gentilezza del Prof. Tommasi-Crudeli, avuto un cadaverino di un bimbo un po' emaciato del peso di circa chilogramma 5, la cui storia antecedente non era conosciuta, ma decesso per morte naturale (1), venne fatto mettere in ben chiusa cassa di legno circa $^3/_4$ di metro sottoterra ed ivi lasciato per mesi $1\frac{1}{2}$.

Ritolta la cassa, e riaperta, non si trovarono muffe nè vermi di sorta: il cadaverino presentava la pelle del ventre e del torace colorita in giallo verdognolo grigiastro, e per di più come spalmata da una poltiglia grigiastra, di cui se ne mirava una porzione sparsa pure su tutto il fondo della cassa, specialmente in vicinanza del cranio, che avea fuoriuscita la sostanza cerebrale, la quale parea aver concorso in assai buona parte alle costituzione della poltiglia di cui si scrisse, fatta forse anche in parte da limo penetrato nella cassa medesima. Il tutto mandava un'odore assai penetrante come di cancrena.

La milza era molto nera e spappolata, il fegato pure nero, ma assai bene conservato; stomaco vuoto ed in alcune parti come autodigesto: le intestina pallide, rigonfie da gas, e dovunque si può dire senz'altro contenuto. Delle feccie non ve ne erano, od aveano forse concorso alla formazione della detta poltiglia?

Il polmone ed il cuore molto accasciati e molleggianti: i muscoli in discreto stato: la faccia irreconoscibile, non ne apparivano più che le ossa denudate.

Tutto il cadaverino diviso in 6 grossi pezzi, insieme a tutta la poltiglia, com-

(1) Sebbene non conosciuta la storia antecedente alla morte, rimedi energici certo non parrebbe aver preso prima della morte, che sembrava piuttosto avvenuta per emaciazione.

presa quella nella cassa, si mise in grande recipiente (N. 1) di vetro con 600 cent. cub. d'acqua distillata e 1039 di alcool etilico a 92 °/₀.

Dopo pochi giorni, tutte le parti del cadaverino, ad eccezione delle dure, vennero finamente tagliuzzate e con mortajo pestate, in modo però separato pei visceri e pei muscoli. I visceri ridotti in poltiglia vennero messi in un recipiente di vetro (N. 2), con acqua distillata insieme alla melma, che si trovava al fondo del vaso N. 1. L'acqua benchè fosse stata acidulata prima dell'immersione dei visceri pestati con acido idroclorico purissimo, pure dopo la si trovò appena acida, per cui si dovette aggiungere una nuova piccola dose di cloridrico per renderla con distinta reazione acida.

Il contenuto del vaso N. 2 chiuso, spesso agitato, venne lasciato così per 24^h a moderatissimo calore: quindi il tutto venne posto su filtro spesso di lana, ed il filtrato su altro filtro di carta. L'ultimo filtrato limpido ed appena colorito leggermente in citrino venne posto in capsula di porcellana a bagno-maria, dove venne ridotto a cent. cub. 10, onde cacciar via quel poco alcool, che per avventura i visceri avessero potuto ritenere dal vaso N. 1; quindi si aggiunsero alla capsula 60 cent. cub. d'acqua leggermente acidulata per cloridrico: rimestato bene il tutto, si filtrò per carta a freddo, e si ottenne un filtrato limpido, citrino, leggermette acido.

Allora con poche goccie di soluzione potassica non molto concentrata si alcalinizzò il liquido, il quale subì un pò d'intorbidamento: al liquido posto nella bottiglia (*a*) vennero aggiunti 100 cent. cub. d'etere, agitando a lungo e diverse volte la bottiglia chiusa con tappo smerigliato.

La bottiglia (*a*) venne così abbandonata a sè per 24^h: allora si trovò l'etere limpido e diviso dal liquido viscerale: ma tra questo e l'etere vi stava un grosso strato opalescente come mucillaginoso: si aggiunsero altri 200 cent. cub. di etere, ed agitando, lo strato mucillaginoso fra poco quasi scomparve del tutto. Con pipetta si tolse in seguito l'etere, limpido, incolore, che diede reazione alcalina; tanto in quest'operazione, che nelle altre consimili già accennate o che verranno, il liquido sopranuotante (etere od alcool amilico) sempre si levò in modo da sagrificare piuttosto un pò di liquido soprapposto, che di pigliare minima dose delle sostanze sottoposte.

L'etere tolto si mise in una bottiglia ben chiusa (*b*): quindi alla bottiglia (*a*) si aggiunsero dapprima nuovi 100 cent. cub. d'etere, e fattene le stesse operazioni ed avutine i medesimi risultati, che per l'etere primo (*b*), si tolse l'etere secondo e si unì al primo nella bottiglia (*b*).

Per una 3ª volta si ripetè la stessa operazione, ed anche il 3° etere venne posto coi primi due, nella bottiglia (*b*).

Il liquido viscerale della bottiglia (*a*) era ancora leggermente alcalino.

L'etere di trattamento dell'estratto viscerale puzzava di putrefazione.

L'estratto viscerale (bottiglia *a*) si lasciò svaporare un poco per privarlo dello straterello etereo, che ancor lo ricopriva; poscia vi si aggiunsero 200 cent. cub. di alcool amilico, e dopo agitazione e 24^h di contatto, l'alcool ben separato, limpido,

ma giallognolo di colore, ne venne diviso per decantazione e messo in bottiglia (*c*); sull'estratto viscerale non rimasero, che 3 a 4 cent. cub. di alcool amilico.

Le identiche operazioni sono state compiute per i muscoli, solchè per acidificare l'acqua di macerazione si usò dell'acetico; all'acqua di macerazione vennero pure aggiunte le ossa e le cartilagini, nonchè quanto era rimasto sui filtri, che servirono per il macerato viscerale, e di più il residuo della melma lasciata dal liquido alcoolico-acquoso conservatore dei pezzi del cadaverino (vaso N. 1).

Tutto quello che rimase sui filtri in quest'operazione, venne messo a macerare ancora con altr'acqua acidulata per acetico e quindi il filtrato ottenuto aggiunto al primo, che andava svaporando in capsula. I risultati delle operazioni sono stati si può dire uguali a quelli pei visceri.

L'insieme dei tre eteri di trattamento si trovò leggermente alcalino, puzzente, ma limpido e di cent. cub. 460: l'alcool amilico di cent. cub. 250. Gli strati mucillaginosi tra l'etere e l'estratto muscolare esaminati al microscopio offersero granellazioni informi con reazione di sali calcarei, come pure quelli dell'estratto viscerale.

Il liquido alcoolico-acquoso del vaso N. 1. acidificato per cloridrico venne evaporato a bagno-maria fino a consistenza sciropposa per cacciar l'alcool, quindi lo sciroppo ripreso con 100 cent. cub. d'acqua leggermente acidulata per cloridrico e poscia il liquido filtrato e ridotto per evaporazione a soli 80 cent. cub. di color granato-scuro; questo residuo venne trattato ugualmente che l'estratto viscerale e muscolare e coi medesimi risultati. La somma dell'etere dopo il trattamento fu di cent. cub. 370: quella dell'alcool-amilico di 250.

ESPERIENZA XV.

Estratto etereo del 1° cadavere umano.

Gli eteri provenienti dai trattamenti degli estratti, (viscerale, muscolare, e dall'alcool conservatore del cadaverino) vennero fatti evaporare lentamente in 3 distinte capsule: il residuo è stato per ciascuna una sottil vernice giallo-rossignola, più forte nella capsula del contenuto da muscoli.

La capsula dell'estratto viscerale venne ben lavata con alcuni cent. cub. d'acqua tiepida: raffreddato il liquido della capsula, venne filtrato; sul filtro rimase un pò di sostanza rosso-giallognola: il filtrato era leggermente citrino, ma ancora con puzza di putrefazione, e di reazione leggermente acido benchè l'estratto acquoso viscerale, da cui provenne, fosse tuttavia leggermente alcalino. Il liquido per evaporazione venne ridotto a 5 cent. cub.; di questi 1 ½ se ne injettò in una rana, che ebbe a soffrirne quasi nulla, anche osservata per 24^{h}.

ESPERIENZA XVI.

Estratto etereo dell'alcool conservatore del 1° cadavere umano.

Le altre due capsule col contenuto dell'etere svaporato vennero trattate come la capsula contenente l'estratto etereo viscerale, di cui si scrisse nell'antecedente sperimentazione: la capsula dell'estratto muscolare fornì un liquido leggermente

citrino ed acido: quella invece dell'estratto etereo dell'alcool conservatore de' pezzi del neonato, lo diede leggermente alcalino. Il liquido che riprese l'estratto etereo dell'alcool conservatore, venne ridotto per evaporazione, a 5 cent. cub.; filtrato, 1 cent. cub. s'injettò in una rana che dopo lieve sconcerto, ben presto ebbe a mostrarsi pienamente ristabilita.

Si desiderava provar per se anche l'estratto etereo-muscolare, ma ci fece desistere la temenza di non averne effetti abbastanza spiccati, se tutti i residui estratti dal cadaverino non si riunivano.

ESPERIENZA XVII.

Estratto etereo complessivo del 1° cadavere umano.

Si pigliarono tutti i residui degli estratti già tentati (vedi *Esperienze XV, XVI*) si fusero col liquido ottenuto dall'altra capsula, di cui si parla nell'esperienza antecedente (contenente l'estratto etereo-muscolare) e per evaporazione si ridusse il tutto a 4 $^1/_4$ cent. cub. di liquido per reazione leggermente acido, limpido, rossigno con puzza di putrefazione. Di questo liquido s'injettò $^1/_4$ di cent. cub. in una rana, la quale quasi non soffrì punto: injettato 1 cent. cub. in altra, essa dopo diverse ore ebbe ad aggravarsi tanto da andarne dappoi a morte.

Nello spazio di 10′ s'injettarono in diverse volte con siringa di Pravaz gli altri 3 cent. cub. del medesimo liquido sotto la pelle del dorso di un piccolo porcellino d'India: dopo 30′, l'animale slegato e liberato dal patibolo, su cui stava da qualche tempo disteso, si vide in preda a deboli, brevi e generali tremolii: dopo 40′, i tremolii si ripeterono più sovente e forti, con aprimenti di bocca, come quasi volesse o tentare di rigettare qualche cosa, o cercasse d'inspirare una maggior quantità d'aria, se pur non era un disgusto boccale; quindi cadde sul fianco e dopo 50′ morì; si trovarono all'autopsia le orecchiette e la vena cava superiore seguitar a battere per molti minuti primi.

Nei trattamenti eterei, come anche negli amilici di questo 1° cadavere, non essendo sicurissimi d'aver usate nella divisione dei liquidi tutte quelle molteplici precauzioni, di anche ripetute decantazioni e filtrazioni occorrendo, che nel seguito delle sperienze vedemmo talora scrupolosamente indispensabili, perchè i liquidi di trattamento non traggano seco traccia del liquido trattato, perciò la nocevolezza notata dell'estratto etereo è prudenza almeno in parte tenerla in sospetto.

ESPERIENZA XVIII.

Cloruro potassico.

Per assicurarsi, che l'offesa nel porcellino non potea ascriversi ai 3 cent. cub. di liquido injettato, nè al cloruro potassico formatovisi dal processo di trattamento del cadavere, si sono presi 6 cent. cub. d'acqua distillata, ed esagerando assai la dose rispetto all'idrato potassico di provenienza dall'etere, vi si aggiunsero della soluzione potassica usata per gli estratti, 46 goccie, quante si erano adoperate per alcalinizzare tutti e tre gli estratti acquosi-acidi primitivi del cadavere, e poscia con idroclorico, si rese il tutto leggermente acido,

e si fece svaporare a bagno-maria fino a riduzione di 3 cent. cub.; questi vennero injettati in un porcellino della stessa grandezza dell' antecedente e perfettamente nel medesimo modo: dopo 15′, s' ebbe qualche traccia di debole tremolìo generale, ma tosto l' animale ristette benissimo e ciò per 24^h, in cui si tenne in osservazione.

ESPERIENZA XIX.

Estratto alcoolico-amilico del 1° cadavere umano.

Operati in diverse volte 5 estratti alcoolico-amilici dei liquidi provenienti dal cadaverino, sempre s' ebbero effetti mortali, anche mandando l' estratto alcoolico amilico 3 volte a siccità e ripigliando 3 volte con acqua lievemente acidulata, come si fece per l' alcool amilico per sè *(Esperienza VIII.)*

ESPERIENZA XX.

Estratto 2° etereo del 1° cadavere umano.

Messi tutti e tre insieme gli estratti acquosi del cadavere già serviti agli estratti relativi eterei ed al 1° estratto amilico e per decantazione tolto ad esuberanza ogni traccia apparente di amilico, si trattarono con altri 300 cent. cub. di etere che vi rimase in contatto per 24^h: ritolto l' etere, questo evaporato per bagno maria a siccità, lasciò nella capsula una pattina ristretta e sottilissima gialla, che si riprese con acqua distillata semplice, tiepida: raffreddata si filtrò: il filtrato era lievemente citrino, di odor di putrefazione, a reazione leggermente acida: per evaporazione il filtrato si ridusse a 5 cent. cub.

Di questi se ne injettarono 2 sotto la pelle di una porcellina d'India di mediocre grandezza: essa ebbe a soffrire un leggero avvilimento ed un pò di tremori, ma poi rientrò presto in istato fisiologico: nella stessa porcellina s' injettarono gli altri 3 cent. cub. il giorno seguente, e se n' ebbe ugual risultato.

Il 3° e 4° estratto etereo non diedero sorta di nocevolezza.

ESPERIENZA XXI-XXVI.

Estratto acquoso del 1° cadavere umano.

Per le ragioni, che si diranno *all' Esperienza XXVIII*, qui si tralasciano i risultati dettagliati di coteste sperienze, che concernevano tutte delle injezioni dell' estratto medesimo acquoso del cadaverino, (già stato varie volte coll'etere, alcool amilico) evaporato a secchezza e ripreso per 3 volte (come all' *Esperienza VIII*) e quindi amministrato per bocca o sotto cute, sempre con effetti mortali.

Però per bocca il veleno cadaverico, come già si conoscea pel putrido in genere da Magendie, Hemmer ecc. e dalle sperienze esposte e da altre qui tralasciate, parve nuocere di meno, per cui da questo lato nelle perizie legali, si dovrebbe preferibilmente sperimentare per la via digestiva, onde se mai gli estratti del cadavere nella perizia legale insieme al veleno criminoso ricercato esportassero pure del veleno naturale cadaverico, questo per sè venga a nuocere il meno possibile.

Pur troppo però le vie digestive non sono scevre di pericolo nel tentarle: i cani per es. rigettano con troppa facilità: per gli uccelli poi vedemmo di peggio; una volta un cardellino ci morì in pochi secondi sotto l'amministrazione per bocca di sole 4 goccie d'acqua distillata, ed ancora amministrate una a certa piccola distanza dall'altra, per evitar meglio la via della trachea.

2° Cadavere.

Si prese metà del fegato, della milza, un rene, lo stomaco intiero, molta parte delle intestina tenui e buona porzione di feccie nella parte alta dell'intestino grosso di un cadavere di un adulto, esente da medicine sospette, morto da 30^h per cancrena polmonare; con siffatta visceratura, (del peso totale di gramma 2445) poco puzzente all'infuori delle feccie, si procedette alle medesime operazioni, che pel 1° cadavere (1), colla differenza, che se ne operò un estratto unico complessivo acquoso acido per cloridrico, e da questo alcalinizzato, l'etereo e poi l'alcoolico amilico, pure unico. Nessuno degli estratti avea odor di vera putrefazione, sapeva invece di un odor non forte e *sui generis*, come di feccie; l'estratto acquoso alcalinizzato misurava 100 cent. cub. Per l'estratto etereo sono stati impiegati 900 cent. cub. di etere: se ne dovette usare una forte proporzione, perchè difficilmente l'etere riusciva a separarsi dall'estratto acquoso, facea con esso la solita mischianza mucillaginiforme.

L'etere però isolato era limpido, e con poco odore; esso colla svaporazione, lasciò nella capsula una pattina giallognola, sottilissima e ristretta: l'estratto acquoso acidulato di questa pattina si ridusse finalmente a soli 2 cent. cub. che filtrati diedero un liquido trasparente e leggermente citrino.

Il vaso coll'estratto viscerale già trattato coll'etere, venne posto in acqua mantenuta a circa 40° di temperatura, onde allontanare da esso non solo lo straterello di etere residuo sopraposto, ma pure dell'etere imprigionato tenacemente nell'estratto medesimo; dopo di ciò l'estratto acquoso venne trattato con 500 cent. cub. di alcool amilico che separatosene abbastanza bene, si offriva leggermente opalescente: di questo in ultima analisi si operò l'estratto come all'*Esperienza VIII*; si ottennero così dall'alcool amilico 4 cent. cub. di estratto acquoso acido privo dell'odor amilico, limpido, ma bruno assai scuro.

Bisogna notare che anche l'alcool amilico stentava sulle prime a separarsi dall'estratto viscerale, per cui se ne dovette impiegare 500 cent. cub. onde ottenere assoluta la divisione, salvo il solito straterello, che per precauzione si lasciò ancora sopra l'estratto acquoso viscerale; benchè l'etere e l'alcool amilico fossero della stessa provvisione, che pel 1° cadavere, pure in questa sperienza mostrarono maggior renitenza a separarsi dall'estratto acquoso e ve ne restò frammisto qualche poco più dell'altra volta: anzi l'alcool amilico anche perfettamente isolato dal liquido acquoso viscerale, non era così limpido come pel 1° cadavere; ma assai lievemente opale-

(1) Il liquido composto di metà di acqua distillata e metà di alcool etilico, a ,92 % che era stato adoperato a raccogliere i visceri, servì pure a ripigliare questi appena triti e pestati.

scente; tanto in questa sperienza, che in quella del 1° cadavere, dopo i trattamenti eterei ed amilici degli estratti cadaverici, si ebbe al fondo dei vasi contenenti gli estratti medesimi un sottile straterello di deposito bianchiccio, che raccolto presentò una polvere, che apparve in parte formata di cristalli con una forma che li accostava assai a quelli di fosfato doppio ammonio-magnesiaco.

ESPERIENZA XXVII.

Estratto unico etereo del 2° cadavere.

Presi i 2 cent. cub. di estratto etereo, di cui si scrisse qui innanzi parlando del 2° cadavere, s'injettarono sotto la cute di una rana, che non diede che un po' di esaltamento di sensibilità e motilità, per cui entrava abbastanza sovente in contrazioni generali, anche spontanee, non tetaniche: in 1^h i battiti cardiaci erano discesi da 38 a 32: però in seguito la rana prese a ristabilirsi del tutto.

ESPERIENZA XXVIII.

Estratto unico alcoolico-amilico del 2° cadavere.

Quest'estratto si mostrò rapidamente mortale, anche avendolo ripreso 3 volte dopo svaporato pienamente. Omettiamo di riferire quest'esperienza, come abbiamo tralasciato di riportare alcune sperienze risguardanti estratti amilici del 1° cadaverino, ed il liquido medesimo viscerale, dopo che avea subìto uno o più trattamenti amilici, perchè quantunque sempre in questi casi, e l'alcool ed il liquido viscerale per sè siano stati mandati 3 volte a siccità per evaporazione e 3 volte ripresi, per cui secondo l'*Esperienza VIII,* si potesse stare tranquilli sulla innocenza dell'alcool-amilico per sè, pure avendo osservato, che gli estratti amilici davano ugualmente effetti mortali (tanto il 1° estratto, che gli altri fino al 5°) venimmo nel sospetto, che l'alcool amilico per sè diventasse innocuo colla 3ª ripresa, ma a ciò più non valesse, dopo d'essere stato unito al materiale cadaverico, i suoi principî offensivi contraendo forse con esso, nuova o più tenace combinazione, per cui sempre ritornino anche nei liquidi diverse volte svaporati appieno, ripresi e filtrati.

E per simil ragione è forse da metter in dubbio anche la lieve nocevolezza mostrata dal 2° estratto etereo (*Esperienza XXI*), essendovi preceduto già un trattamento amilico.

Da qui innanzi usammo un'alcool amilico purissimo, preparato nel laboratorio, innocuo anche ripreso dopo una sola evaporazione completa; ad onta però di ciò come si vedrà ulteriormente, anche gli estratti con alcool amilico purissimo relativamente si mostrarono sempre assai più mortali degli eterei, per cui pure ammesso che nelle sperienze, di cui si tralasciarono i dettagli, qualche nocumento per sè forse avesse potuto indurvi l'alcool amilico, anche usato colle precauzioni accennate, rimane pur sempre stabilito che coll' alcool amilico, il principio velenoso animale viene via in maggior copia.

3.° Cadavere.

Di un cadavere di uomo piuttosto anziano, morto da 41^h per enterite ed ascite, praticandosi per rimedio, prima degli ultimissimi giorni di vita, del decotto bianco laudanato, si prese, come pel 2° cadavere, la visceratura, e si ebbe a trattare in ugual modo.

Ridotto l'estratto alcoolico acquoso, acidulato, a 250 cent. cub., se ne pigliarono 27, che filtrati e neutralizzati per idrato potassico, servirono per le sperienze XXXI e XXXII: il liquido era limpido, citrino un po' carico, senza puzzo di putrefazione o di feccie.

Il rimanente dell'estratto acquoso-alcoolico acidulato venne per evaporazione ridotto a circa 8 cent. cub., quindi aggiuntavi dell'acqua distillata nella dose di 300 cent. cub., si spinse l'evaporazione in modo da portare il liquido totale a cent. cub. 200. Questo di color citrino rosso si filtrò e divise in due metà; la 1.ª (X) venne alcalinizzata leggermente con idrato potassico e quindi agitata per qualche ora con etere purissimo, ridistillato nel Laboratorio, nella quantità di cent. cub. 1040; se ne dovette aggiunger tanto a cagione della formazione della solita sostanza mucillaginiforme: allora si riuscì ad aver ben separati e limpidi e scoloriti circa $^4/_5$ dell'etere aggiunto, il quale per maggior sicurezza venne anche filtrato, sacrificando l'ultima porzione di filtramento: messo dapparte quest' etere, si evaporò l'estratto viscerale, col quale esso era stato fino a ridurlo a 45 cent. cub. con reazione alcalina e con aspetto rosso giallognolo: allora preso l'etere di 1° trattamento si rimise con questi 45 cent. cub. agitando sovente: in seguito a consimile operazione, l'etere si separò, si può dir tutto, con massima facilità, bello, limpido scolorito, con odor *sui generis:* filtrato, si evaporò: rimase una pattina giallognola sottilissima, che si riprese con acqua leggermente acidulata e tiepida nella dose di cent. cub. 6, che filtrata a freddo diede un liquido di colore leggermente citrino, che per evaporazione si portò a cent. cub. 2, i quali servirono per l'*Esperienza XXIX.* La 2ª metà, che chiameremo Y (100 cent. cub.) del liquido viscerale venne ridotta per evaporazione a 30 cent. cub., si alcalinizzò e poscia venne posta ed agitata per diverse ore con 255 cent. cub. d'alcool amilico *purissimo.* L' alcool si separò quasi tutto e facilmente e filtrato offriva un liquido limpidissimo, ma citrino, ed un odor amilico commisto ad altro *sui generis:* presa metà di questo alcool venne evaporata, lasciando discreta pattina nella capsula, la quale ripresa con 12 cent. cub. d'acqua acidulata, al caldo dava odor amilico; i 12 cent. si ridussero per evaporazione a 2, senza più traccia di odor amilico e filtrati servirono per l' *Esperienza XXX.*

ESPERIENZA XXIX.

Estratto etereo viscerale del 3.° cadavere.

Presi i 2 cent. cub. di acqua acidulata, con cui si riprese il residuo lasciato dall'estratto etereo, di cui si scrisse parlando del 3.° cadavere, s' injettarono sotto la pelle di una rana, la quale osservata per più di 24^h, non offerse segno di sofferenza.

ESPERIENZA XXX.

Estratto viscerale alcoolico-amilico del 3° cadavere.

I due cent. cub. provenienti dall'estratto viscerale alcoolico-amilico, di cui si scrisse parlando del 3° cadavere, s'injettarono sotto la cute di una rana, che osservata per 24^h non mostrò segno di sofferenza veruna.

Il residuo granelloso lasciato sul filtro dai 2 cent. suddetti, trattato con alcool etilico a 92 $^0/_0$ e questo svaporato a siccità e ripreso con acqua distillata e ridotto a 2 cent. s'injettò sotto la pelle di una rana, senza offesa veruna in lungo lasso di tempo.

ESPERIENZA XXXI.

Estratto viscerale alcoolico-acquoso del 3° cadavere.

Dei 27 cent. cub. di estratto viscerale neutralizzato, di cui si scrisse parlando del 3° cadavere, se ne pigliarono 18: questi vennero trattati con 60 cent. cub. d'alcool etilico a 92 $^0/_0$, per cui s'ebbe un ricchissimo precipitato albuminoideo fioccoso: si filtrò, ed il filtrato riuscì citrino limpido: si evaporò a siccità, si riprese il residuo con 9 cent. cub. d'acqua semplice, e questi ridotti per evaporazione a $2\frac{1}{2}$ (di color citrino intenso) si filtrarono, ed il filtrato venne injettato sotto la cute di una rana, che dopo brevi momenti ebbe assai calato di frequenza il battito cardiaco (da 44 a 19) e reso irregolare per lunga diastole: le estremità entrarono per diversi minuti in una rigidità completa, come tetanica; dopo altri minuti questa cessò e sopragiunse l'immobilità assoluta generale del cuore in diastole, la quale perdurò 15′: quindi la rana entrò in una contrazione generale, ed in sistole cardiaca, e rimase col cuore immobile in sistole per più di 30′: la rana ciò nulla stante irritata dava contrazioni alle 4 estremità: dopo 1^h dall'injezione la rana era morta per ogni verso.

ESPERIENZA XXXI. bis.

Estratto viscerale alcoolico-acquoso del 3° cadavere.

La porzione (Y) dell'estratto acquoso del 3° cadavere, stata trattata già coll'alcool amilico, di cui si scrisse parlando del 3° cadavere, resa neutra si trattò con tripla quantità di alcool etilico a 92 $^0/_0$: si ebbe forte precipitato: si filtrò, ed il filtrato era limpido citrino: evaporato a secchezza, si ebbe abbondante pattina giallo-rossigna, che ripresa con 20 cent. cub. d'acqua distillata, evaporando si ridusse a 9 cent. cub. di un liquido rossigno granelloso, che filtrato riescì limpido.

Di questi 9 cent., uno venne injettato sotto la pelle di rana, la quale dopo 15′ ebbe il battito cardiaco assai rallentato e molto irregolare per lunghissime ed espanse diastoli: dopo 45′, la sensibilità, e la motilità si mostravano assai scemate. Dopo 1^h, 10′ il cuore era in continua diastole con grande espansione, ma pallidissimo e senza sangue? La sensibilità e la motilità fece ritorno a stato quasi normale dopo alcuni minuti, ma la diastole cardiaca esagerata perdurava: riosservato l'animale dopo 18^h era per ogni verso morto.

Altri 3 cent. del liquido soprascritto vennero amministrati per bocca ad una rana con cuore scoperto: dopo 45′, il battito cardiaco scemò assai di numero, facendosi irregolarissimo per lunghissime diastoli e dopo 1^h, anche la sensibilità e la motilità aveano patito non poco: dopo 1^h, 15′, la lesione era ancora più avanzata: dopo 3^h l'animale si potea calcolar morto: fatta l'autopsia dopo 24^h, si riscontrò lo stomaco e l' intestino pieno del liquido ingollato.

Il 5° cent. cub. del liquido sopraccennato venne injettato sotto la pelle del dorso di un cardellino in 3 punti distinti; l'animale non ebbe a soffrirne.

Injettati del medesimo liquido 2 cent. per ciascuno di due altri cardelli, con 4 punture d' injezione a ciascuno, essi morirono dopo 2′ a 4′ dall' ultima puntura ad injezione.

ESPERIENZA XXXII.

Estratto acquoso viscerale semplice del 3° cadavere.

Presi i 9 cent. cub. residui dei 27 di estratto viscerale acquoso neutralizzato, di cui si scrisse nell'*Esperienza XXXI*, 2 s'injettarono sotto la cute di una rana e 7 a poco a poco si diedero per bocca ad altra rana.

La rana che ebbe l' injezione sottocutanea, osservata per 5^h, non diede segnale di sofferenza veruna: idem dopo 24^h.

La rana, che ingollò il liquido, per circa 6^h stette piuttosto bene, entrando però abbastanza sovente in contrazioni generali discretamente lunghe e forti: dopo 24^h, la sensibilità e la motilità erano abolite: il battito cardiaco da 48 ridotto a 10 con diastoli assai espanse e lunghe: dopo 32^h, si era fermato anche il cuore. All'autopsia si trovò pieno lo stomaco e tutto l' intestino del liquido stato injettato.

ESPERIENZA XXXIII.

Estratto alcoolico viscerale del 3° cadavere.

Preso il liquido viscerale (x), di cui si scrisse parlando del 3° cadavere, già stato trattato coll'etere, venne diviso in due metà, la 1ª metà neutralizzata si pose ad evaporare a perfetta secchezza: allora si misero in protratto contatto con stemperatura, pestatura ecc., colla ricca pattina residuale 50 cent. cub. d'alcool etilico a 92 °/₀ tiepido, poscia questo filtrato, si svaporò completamente e si riprese il residuo con alcuni cent. cub. di acqua distillata, che per evaporazione si ridussero a 2 cent. di liquido giallo bruno con odore ancora un pò di estratto viscerale primitivo: il liquido venne injettato sotto la pelle di una rana, che morì in 1^h, essendosi mostrato il suo battito cardiaco sempre più lento, con lunghissime diastoli e quindi morto il cuore pure in diastole: la sensibilità e la motilità cessarono pure, ma dopo l'azione del cuore. All'altra metà del liquido viscerale (x) si aggiunsero 4 milligramma di solfato stricnico sciolto in 2 cent. cub. d'acqua: per mezzo d'idrato potassico si alcalinizzò bene il liquido, quindi al tutto si aggiunsero 214 cent. cub. d' etere, che dopo contatto ed agitazione, venne separato nella quasi totalità limpido ed incolore; si evaporò a secchezza, si riprese il residuo con acqua acidulata che svaporata fino a 2 cent. diede un liquido limpido, si poteva dir scolorito. Questi 2

cent, cub. vennero injettati sotto la pelle di una rana, la quale durante 3^h di osservazione non offrì quasi segno di sofferenza: lasciata a se la notte, la mattina seguente si trovò in periodo stricnico, però poco accentuato: il cuore stava bene.

Al medesimo liquido viscerale (x) qui sopra, evaporato un poco per cacciar via il residuo dell'etere ancora commisto ad esso, si aggiunsero 6 altri milligrammi di solfato stricnico assicurandosi della alcalinità del liquido, si unirono 200 cent. cub. dell'alcool amilico purissimo, dal quale una volta ben diviso dal liquido viscerale, se ne operò l'estratto a modo solito, ripigliandolo quindi con acqua acidulata e riducendola per evaporazione a cent. cub. 2 che vennero injettati sotto la cute di una rana, la quale entrata per un momento in stricnismo, tosto passò in istato paralitico, diminuendo assai i battiti cardiaci, ma permanendo regolari: dopo 20^h, ritornò in istato stricnico, e tale si mantenne per altre 90^h; al medesimo liquido viscerale reso *distintamente acido* per cloridrico si aggiunsero solo 60 cent. cub. d'alcool amilico, da cui si operò a modo solito l'estratto acquoso, che ridotto a cent. 2 s'iniettò sotto la pelle di una rana, che entrò per 5 o 6^h in istato stricnico forte, quindi si ristabilì.

4° Cadavere.

Il cadavere apparteneva ad uomo adulto di statura piuttosto grande stato operato da poco, di pietra in vescica e morto per setticemia ed uremia da 37^h, presentando già una colorazione verde diffusa sull'addome, con pus nei reni ed altrove nel cavo addominale; esso negli ultimi giorni di malattia non avea preso rimedio notevole di sorta (1). Dal cadavere il giorno 16 dicembre 1874 si prese metà del fegato: l'intiera milza, lo stomaco, che per esser ripieno di molto liquido venne legato alle due aperture: si pigliò pure un rene, il duodeno e molta parte delle intestina con buona quantità di feccie, legando l'intestino ai due capi estremi, quindi il tutto si ripose in un vaso di vetro ben chiuso con litri 1 ed $^1/_4$ di alcool etilico a 92 $^0/_0$ in un ambiente piuttosto fresco.

Il 31 gennaio 1875, cioè dopo circa mesi 1 $^1/_2$ si sono estratti i visceri senza odor particolare di putrefazione ad eccezione delle feccie, che ancora putivano, si trattarono presso a poco come quelli del 2° cadavere: cioè tagliuzzati, pestati si lasciarono macerare agitando sovente per molte ore ad ambiente tiepido nel liquido medesimo, in cui erano stati conservati, con l'aggiunta di circa 2 litri d'acqua distillata, il tutto acidificato leggermente per cloridrico: quindi si filtrò: e la materia rimasta sul filtro si tornò egualmente a macerare e filtrare. Il filtrato complessivo viscerale-acquoso alcoolico-acido si portò per bagno-maria a consistenza sciropposa per mandar via tutto l'alcool per evaporazione: poscia aggiunta dell'acqua acida per cloridrico si agitò e rimestò per bene, e si tornò ad evaporare fino a ridurlo a 70 cent. cub., che filtrati diedero un liquido leggermente acido, piuttosto denso e rosso scuro, pochissimo puzzente, limpido. Questo liquido s'alcalinizzò per idrato potassico e quindi si procedè al modo solito per avere l'estratto etereo, e poscia l'alcoolico amilico. Di etere se n'usò circa 300 cent. cub. di cui la metà si lasciò

(1) Queste notizie ci vennero gentilmente somministrate dal Prof. Durante.

in contatto coll' estratto viscerale solo per 1^h e l' altra metà per 18^h. L'etere diviso dall'estratto viscerale si filtrò e si ottenne limpido, ma leggermente citrino e con un pò di odore dell'estratto viscerale.

Svaporato a siccità per bagno-maria tutto l'etere in una sola capsula non grande, si ebbe residuale una pattina sottile giallognola. Dopo il trattamento etereo si fece subire allo stesso estratto acquoso viscerale il medesimo trattamento per l' alcool amilico, solchè di questo una porzione non venne filtrata, ma direttamente divisa per decantazione dall' estratto viscerale. La porzione filtrata dell'alcool amilico era leggermente citrina, ma limpida: la semplicemente decantata era citrina ma non perfettamente limpida, benchè la decantazione fosse fatta a dovere e dopo un certo riposo del liquido totale.

Evaporato a siccità il complesso dell'alcool amilico, si ebbe nella capsula una pattina piuttosto spessa e larga (circa il triplo di quella dell'etere) gialla e di puzzo amilico, per cui la si trattò per bene con acqua acidulata per cloridrico, che filtrata a freddo, di nuovo per evaporazione la si mandò a secchezza, con pattina residuale sottilissima giallognola.

ESPERIENZA XXXIV.

Estratto viscerale acquoso del 4° cadavere.

In una rana buona s'injettò 1 cent. cub. di liquido viscerale acquoso tolto ai 70, di cui si parlò scrivendo del 4° cadavere, prima di trattarlo coll'alcali, e coll'etere: l'animale morì in 40′, cominciando un ritardo del battito cardiaco e quindi a spegnersi la sensibilità e la motilità e facendo tosto seguito un grande affievolimento del battito cardiaco, regolare d' altronde, con grande e rapida ulteriore diminuzione della frequenza: la rana dopo 24^h era ancora estinta: altra rana ci morì con solo $\frac{1}{2}$ cent. cub. del medesimo liquido, ma nel lasso di 20^h.

ESPERIENZA XXXV.

Estratto etereo 1° e 2° del 4° cadavere.

La pattina residuata dalla svaporazione dell'etere, di cui si scrisse parlando del 4° cadavere, si riprese con acqua acidula, si filtrò: sul filtro restarono alcune macchie gialle, (materia proveniente dalla pattina): il filtrato leggermente giallognolo limpido, per evaporazione venne ridotto a cent. cub. 3. Per 36^h osservata una rana, a cui s'era injettato 1 cent. cub. del detto liquido, non presentò segno di sofferenza: un'altra, a cui se ne amministrarono 2 cent. cub., dopo d'aver sofferto qualche poco solo nella sensibilità e motilità, tosto si riebbe e tale si mantenne fino a 40^h, in cui si cessò dall'osservare.

Dopo essiccato l' estratto viscerale acquoso già stato trattato coll' etere e coll' alcool amilico *(vedi anche Esperienza XXXVI.)*, si ripigliò con acqua acidula, si alcalinizzò, poscia si mise con 400 cent. cub. di etere, che limpido ne venne decantato e filtrato 2 volte con ogni precauzione; evaporato, ripreso il residuo con acqua acidula, s'injettò in rana, che nulla sofferse.

ESPERIENZA XXXVI.

Estratto alcoolico-amilico del 4° cadavere.

Ripresa con acqua acidulata la pattina residua dall' evaporazione dell' alcool amilico, di cui si scrisse parlando del 4° cadavere, si ebbe un filtrato citrino limpido senza odore amilico, che per evaporazione si ridusse a cent. 2, i quali injettati a poco a poco in una rana buona fresca, l'uccisero in 5^h, intaccando dapprima profondamente il cuore, i cui battiti si fecero molto rari, deboli: il cuore era con ritmo regolare ma sempre assai impiccolito: la sensibilità, la motilità ebbe solo a soffrirne più tardi molto che il cuore.

5° Cadavere.

Il cadavere apparteneva ad un adulto di statura mezzana, morto all' Ospedale di S. Spirito per una serie di alterazioni viscerali (ipertrofia di cuore, aneurisma dell'aorta, endoaortite ulcerosa, pneumonite, idrotorace). Prima dell'ultimo giorno di vita il paziente non ebbe a prendere per rimedi, per noi notabili, che lievi dosi di morfina (1). Dopo 40^h dalla morte, si procurò un lungo e largo manicotto di pelle da una coscia e gamba del medesimo cadavere, integro e continuo in tutto l'ambito all'infuori dei due capi tagliati: addì 10 decembre 1874 legato lo stomaco e le intestina contenenti feccie, si pose insieme al resto di tutta la visceratura addominale del cadavere nell'imbuto cutaneo; e quindi ripiegata in parte la pelle ai due capi del manicotto la si cucì con diversi punti di sutura con filo di tela; cosiffatto salame viscerale con eccellente chiusura da ogni lato richiuso in cassa di legno nuova da morto (da bimbo), addì 12 del medesimo mese si sotterrò alla profondità di quasi $^3/_4$ di metro.

Il 1° febbraio 1875 cioè dopo circa 54 giorni dalla morte, operata la disumazione, schiodata la cassa, si trovò il salame un po' ridotto di volume, senza vermini di fuori o di dentro ad esso, come pure senza apparenti muffe: la cucitura si manteneva ancora saldissima tal quale: il salame era avvolto da uno strato spesso vischioso, grigio sporco, d' un' odore insopportabile, tantochè si dovette continuare a lavorare fuor di camera a cielo scoperto: la melma sarà stata in quantità di circa mezzo chilogramma: essa si trovava specialmente sul fondo della cassa: la poca diminuzione del salame, la mancanza di cervello presente in esso, la grande quantità della melma, l' aspetto fisico, e più di tutto le reazioni chimiche ci fecero edotti, che non era da ripetere, che da creta rammollita dalle pioggie abbastanza copiose cadute nel tempo del sotterramento, tanto più che il terreno, in cui ebbe luogo la sepoltura è tutto portato in alluvione dal Tevere. La melma si sarà infiltrata attraverso le commettiture degli assi, benchè quelle fossero però assai strette.

(1) Questi dati ci vennero suppeditati per gentilezza del Dott. Martori assistente all'Ospedale.

Forse al tutto della melma avrà concorso in parte anche il contenuto del salame liquefatto, come sarebbe parso da certe solcature colorate sull'esterno del manicotto in corrispondenza degli interspazi tra i punti di cucitura, ma certo la massima parte dovea esser provenuta dal di fuori della cassa. Sarà stata la costituzione della melma, o la sua umidità, o la natura del cadavere, od il modo suo di acconciatura, che ad onta della temperatura assai bassa della stagione si ebbe una puzza peggiore, che del cadaverino 1° sepolto in piena estate (sebbene questo fosse stato inumato di qualche giorno meno)?

L'entrata della melma nella cassa, quasi ci si rappresentò come una circostanza favorevole, nel senso che essa pure possa verificarsi in certi casi di disumazioni per perizie legali, e bene perciò a conoscerla nella sua portata, almeno pel terreno di cui si discorre.

Aperto il salame, ne venne fuora la puzza stessa della melma: la milza era spappolata: il fegato inalterato, come pure i reni: la cistifellea piena di bile: le intestina rigonfie di gas e contenenti buona quantità di liquido e con feccie: lo stomaco un po' spappolato con un liquido nerastro dentro: la pelle era più sottile, essendo diminuito il pannicolo adiposo, ma era assai coriacea e dura al taglio. La pelle integra ed i visceri tagliuzzati e pestati insieme con buona dose di melma fuori del salame ed adesa alla pelle, si misero, con 4 litri di liquido (tra acqua ed alcool etilico a 92 °/₀) che richiese molto acido per acidificarlo (forse per la presenza della melma). Dopo il solito trattamento conosciuto, si ebbe alla fine un filtrato acquoso-acido-alcoolico, limpido, rosso, che venne frazionato in due parti uguali: ed una di queste si suddivise in 2 altre porzioni che chiameremo 1° e 2° quarto del cadavere, riserbando il nome di 2ª metà, al resto: al 2° quarto si aggiunsero 20 milligramma di solfato stricnico.

Quindi tanto la 2ª metà che i 2 primi quarti, ciascun liquido isolatamente a bagno-maria, si condussero a sciroppo e trattati ciascuno in egual modo, che pel cadavere 4°, si ebbero uguali dosi di finali filtrati acquosi acidi giallo-rossigni limpidi (70 cent. cub.), discretamente puzzenti, che alcalinizzati con idrato potassico si trattarono ugualmente con etere dapprima, quindi con alcool amilico: gli estratti eterei ed amilici si presentarono pressochè in egual modo, che quelli del 4° cadavere con pattine un pò minori residuate nelle capsule.

Bisogna però notare che per la 2ª metà del liquido acquoso alcoolico-acido del cadavere, si volle porre in opera un modo un po' differente, cioè prima di mettere il liquido a bagno-maria ad evaporare a sciroppo, lo si fece bollire per alcuni minuti e poi filtrato lo si mise ad evaporare al solito bagno-maria: la bollitura avendo fatto lasciare sul filtro una massa piuttosto forte di coagulate materie, il liquido filtrato rimase assai scorrevole e meno colorato, come anche ridotto a sciroppo lasciò minima traccia di poltiglia nella capsula di svaporazione rispettivamente ai due primi quarti del liquido viscerale (acquoso-alcoolico-acido) del medesimo cadavere. —

Trattata una buona porzione della melma al modo che i visceri, se ne fece un estratto etereo, che ripreso con acqua acidulata, venne injettato in una rana, senza che questa punto patisse.

ESPERIENZA XXXVII.

Estratto viscerale acquoso del 1° quarto del 5° cadavere.

Dei 70 cent. cub. di questo liquido prima di alcalinizzarlo e metterlo con etere, se ne pigliò ed injettò uno in una rana, che dopo 20′, ebbe la sensibilità e la motilità spenta, ed il cuore assai impiccolito con battute rarissime; nè la morte si smentì dopo 34^h.

Dopo il 1° trattamento etereo ed amilico, di cui si scrive nelle 2 sperienze che fan seguito, l'intera quantità liquida del 1° quarto del cadavere si mandò 2 volte a siccità ripigliandone la pattina con acqua acidulata e filtrando a freddo. La 2ª acqua di ripresa si ridusse a 10 cent. cub., 1 cent. si injettò in rana, che morì dopo 1^h, avendo avuto attaccata dapprima la frequenza e la regolarità del battito cardiaco e dappoi la senso-motilità. Gli altri 9 cent. cub. servirono per l'*Esperienza XXXVIII e XXXIX.*

ESPERIENZA XXXVIII.

Estratto etereo 1° e 2° del 1° quarto del 5° cadavere.

Il residuo di svaporazione dell'etere ripreso con acqua acidulata, come al solito, filtrato, venne ridotto a 2 cent. cub., limpido, ma leggermente rossignolo: injettato di questo liquido 1 cent. cub. in una rana vecchia del Laboratorio, con tendenza ad emorragie, e con emorragia discreta nella ferita da injezione, dopo 2^h, quasi non s'osservò segno di sofferenza: s' injettò anche l'altro cent. cub., dopo 4^h dalla primitiva injezione cominciò una diminuzione di sensibilità e motilità: dopo altre 26^h la rana si poteva dir morta: il cuore appena batteva qualche volta al 1′ ma affatto esangue.

Presi i 9 cent. cub., di cui si scrisse all'*Esperienza XXXVII*, dell'estratto viscerale del 1° quarto si trattarono per bene con 200 cent. cub. d'etere; fatto l'estratto etereo, ripreso con acqua acidulata, questa ridotta a 2 cent. cub. s' injettò in una rana, che non ebbe punto a patirne.

ESPERIENZA XXXIX.

Estratto alcoolico-amilico 1° e 2° del 1° quarto del 5° cadavere.

La pattina ultima proveniente dall'estratto amilico, di cui si scrisse parlando del 5° cadavere, venne trattata ugualmente che quella dell'estratto etereo; dei 2 cent. cub. ottenuti, uno venne injettato in una rana fresca, che anche dopo 3^h non si vide soffrirne: allora injettato anche l'altro cent. cub. dopo $4^h \frac{1}{2}$ dalla 1.ª injezione, patì assai nella frequenza e forza del battito cardiaco e quindi sopravenne l' indebolimento della sensibilità e motilità e la rana rapidissimamente andò a morte, che venne anche accertata con osservazione protratta.

Operato un 2° estratto amilico dal liquido, che servì pel 2° estratto etereo, esso si comportò presso a poco nello stesso modo, che il 1° amilico.

ESPERIENZA XL.

Estratto viscerale acquoso stricnizzato
del 2° quarto del 5° cadavere.

Dei 70 cent. cub. del liquido viscerale acido stricnizzato residuato alla 1.ª evaporazione, come si scrisse parlando del 5° cadavere, se ne presero 3, prima di metterlo coll'alcali e poscia coll'etere.

Un cent. s' injettò in una rana, che in men di 1^h entrò in perfetto stricnismo, ed in 2^h in paralisi e quindi in assoluta morte.

Gli altri 2 cent. si buttarono.

ESPERIENZA XLI.

Estratto etereo stricnizzato 1° e 2° del 2° quarto del 5° cadavere.

Ripreso il residuo dell' evaporazione eterea, filtrato, si ridusse a cent. cub. 9 ½. Di questo liquido se ne injettò 1 cent. cub. in una rana che dopo 40′ entrò in stricnismo, che non si fece perfetto che dopo diversi altri minuti: dopo 28^h lo stricnismo si manteneva: il cuore sempre assai regolare per forza, ritmo e frequenza; dopo 40^h, l' animale era normale.

Lo stesso avvenne in altra rana, in cui si operò injezione del medesimo liquido in quantità solo di ½ cent. cub., lo stricnismo però fu più lento a sorgere e più sollecito a scomparire.

Per l'estratto etereo 2°, vedi l'*Esperienza XLII.*

ESPERIENZA XLII.

Estratto alcoolico-amilico 1°, 2° e 3° stricnizzato
del 2° quarto del 5° cadavere.

Nello stesso modo, che per l'estratto amilico del 1° quarto del cadavere, ottenuti 2 cent. cub. dalla pattina ultima dell' estratto amilico del 2° quarto, se ne injettò ½ in una rana fresca: nè l'animale dopo 1^h ebbe a mostrarne segno di patimento: quindi il cuore cominciò aver più rari, ma regolari i battiti, e la sensibilità e la motilità scemare: dopo 4^h la rana era morta: e tale si mantenne anche dopo 30^h.

In altra rana injettato ½ cent. cub. del medesimo liquido, in 1^h s'ebbe indizio marcato di stricnismo e quindi stricnismo perfetto: dopo circa 3^h dalla injezione, perdurava buono lo stricnismo, ma anche il battito cardiaco si mostrò irregolare e disceso a 16 da 30: dopo 20^h, la sensibilità e la motilità erano abolite: il cuore batteva ancora nell'ugual modo: dopo 44^h, la rana tornò in periodo stricnico, che durato ancora per 2 giorni, cessò, ritornando l' animale in istato seminormale.

2° Estratto amilico.

Operato un 2° estratto alcoolico-amilico, valse a mandare in grave stricnismo una rana.

2° Estratto etereo.

In fine ridotto a secchezza l'estratto acquoso viscerale già trattato una volta con etere e due con alcool amilico, si riprese con acqua acidula al solito, che filtrata ed alcalinizzata, venne trattata con ogni precauzione con 300 cent. cub. d'etere: svaporato questo si ebbe una lieve pattina, che ripresa con 2 cent. cub. d'acqua acidulata e filtrata, s'injettò in una rana fresca senza verun nocumento.

3° Estratto amilico.

Mandato a secchezza l'estratto viscerale acquoso, che già avea subìto i trattamenti descritti, si riprese con acqua acidula, si filtrò, si alcalinizzò; in seguito con ogni precauzione si trattò con 200 cent. cub. d'alcool amilico al modo solito: ottenuti per liquido finale d'injezione 2 cent. cub. fecero nascere nella rana segni evidenti ma non pronunciati di stricnismo: dall'insieme però dell'esperienza si vide un nocumento maggiore attinente forse piuttostochè alla stricnina, al principio putrido: però la rana dopo 40^h si rimise in istato normale.

ESPERIENZA XLIII.

Estratto viscerale acquoso della 2ª metà del 5° cadavere.

Dei 70 cent. cub. residuati dall'evaporazione, come si scrisse parlando del 5° cadavere, prima di alcalinizzare e trattar con etere, se ne pigliò 1 cent. cub. ed injettato in una rana, in 20′ ne scemò la sensibilità e la motilità, intaccando quasi nulla il cuore: dopo 1^h la rana si potea dir morta e tale la si trovò anche dopo 30^h.

ESPERIENZA XLIV.

Estratto 1° e 2° etereo della 2ª metà del 5° cadavere.

Il liquido acido ottenuto dal ripigliare la pattina lasciata dall'evaporazione dell'etere, era in quantità di cent. cub. 5 ed opalescente al caldo e limpido al freddo.

Injettati 2 cent. cub. del liquido in una rana, questa non ebbe che a soffrirne una lieve diminuzione nella sensibilità e motilità e poscia si ristabilì perfettamente: il cuore ha battuto sempre regolare, ma di qualche poco scemato in frequenza.

Gli altri 3 cent. ridotti per evaporazione ad 1, questo s'injettò in una rana, che per 4^h non ebbe quasi a soffrirne punto: però dopo 20^h si trovò con sensibilità e motilità abolita, battendo però ancora il cuore 20 volte al 1′ ma senza sangue dentro e debolissimamente: la rana prima dell'injezione avea 32 battiti.

Per il 2° estratto etereo operato vedi la fine dell'*Esperienza XLV.*

ESPERIENZA XLV.

Estratto 1°, 2° e 3° alcoolico-amilico della 2ª metà del 5° cadavere.

Trattata la pattina ultima proveniente dalla svaporazione dell'estratto amilico, nel modo, che quella del 1° e 2° quarto del cadavere, se n'ebbero 2 cent. cub. di liquido, di cui uno venne injettato in una rana fresca e l'altro pure in un'altra;

ambedue vennero a morte in circa 4^h: il 1° ad esser intaccato fu il cuore, che si ridusse assai nella frequenza e nella forza del battito, pur rimanendo con ritmo buono; quindi fece seguito l'offesa della sensibilità e motilità.

2° Estratto amilico.

L'estratto liquido viscerale, con cui si fece l'estratto amilico, si tornò a trattare con circa 200 cent. cub. d'amilico, riprendendolo dappoi con ogni precauzione per decantazione, quindi filtrandolo, dopo riposo, ridicantandolo, e per ultimo rifiltrandolo, sebbene in apparenza non ve ne fosse manco bisogno, essendo limpidissimo, e non facendo mai deposito alcuno; mandato a siccità si riprese con acqua acidula, questa di nuovo condotta ad asciuttezza, si riprese il residuo con 8 cent. cub. di acqua acidula, che filtrata a freddo si ridusse per evaporazione a 5 ½ cent. cub.; 2 s' injettarono in una rana, uno dopo l'altro, non essendosi essa quasi risentita da un solo: l'animale morì in circa 1^h dall' ultima injezione, soffrendo dapprima nella sensibilità e motilità, e dappoi nella frequenza e forza del battito cardiaco.

Gl' altri cent. cub. 3 ½ injettati sotto la pelle di una porcellina non ebbero a quasi punto turbarla.

2.° Estratto etereo.

Mandato a secchezza l'estratto acquoso viscerale, si raccolse con 30 cent. cub. d'acqua acidula: il filtrato a freddo era denso, nerastro: si alcalinizzò, si trattò con 400 cent. cub. d'etere, in due riprese, decantando due volte l'etere tolto, e 2 volte filtrandolo: esso era limpido, ma giallognolo: evaporato tutto, si ebbe una pattina assai sottile giallognola, che si riprese con 2 cent. cub. d'acqua acida, che filtrata s' injettò in una rana fresca, senza sofferenza, anche osservata per più di 30^h

3° Estratto amilico.

Dopo tutte queste operazioni, l' estratto viscerale acquoso venne trattato con 200 cent. cub. d'alcool amilico ad ugual modo come per l' estratto 2° etereo qui sopra citato e con ugual risultato nella rana.

Mandato via l'etere e l'alcool amilico per evaporazione dopo neutralizzazione, tentato per se l'estratto viscerale, dopo tanti trattamenti, riusciva ancora mortale.

ESPERIENZA XLVI.

Estratto etereo ed alcoolico-amilico complessivo del 4° e 5° cadavere.

Dopo tutti i descritti trattamenti, fusa insieme tutta la provenienza del 4° e 5° cadavere all' infuori del 2° quarto di quest' ultimo, si mandò a secchezza, si riprese con acqua acidula, si filtrò, alcalinizzò, si trattò con etere in tutto cent. cub. 400, si riprese l'estratto etereo con acqua acidulata, che ridotta a 2 cent. cub. e filtrata, venne iniettata in rana senza suo patimento.

Quindi nello stesso modo si operò l'estratto amilico, che ripreso con acqua acidula venne mandato di nuovo a secchezza e poscia ripigliato con acqua acidula, ridotto a cent. cub. 2; filtrato s' injettò in rana, che morì dopo 3^h, passando dap-

prima per una grande diminuzione della frequenza cardiaca e quindi della sensomotilità. —

Da che sarà ripetibile la sostanza nociva del cadavere in genere, massime del putrefatto?

Dai butirrati, lattati, velerianati, specialmente ammonici, trovati tanto infensi da Panum, O. Weber ecc.? Dalle sostanze così dette estrattive? Ma la maggior parte di esse (leucina, stercorina, creatina, creatinina, taurina, carnina ec.) essendo insolubili nell'acqua o nell' etere, come possono estrarsi ed in sufficiente dose coi metodi della perizia per alcaloide? Forse se ne estrarrà di più coll' alcool-amilico, per cui questo appare sempre più carico del veleno cadaverico? Ai chimici l'ardua sentenza.

Certo però, che come bene già dimostrò Bergmann, l'azione infensa non è ripetibile da esseri viventi microscopici, perchè trattando il liquido anche con alcool a 92 °/₀, con etere, bollendo per 11 ore (Panum), filtrando il liquido per 20 volte, non la si toglie: del resto al microscopio non vedemmo mai esseri viventi di sorta, nè il nocumento rapidissimo indotto dalla sostanza, permette di ripeterlo da fonte consimile.

Nè il principio infesto è da derivare, come pretende L. Müller, da sali potassici, che possono venir via cogli estratti dai materiali putridi, come ciò risulta dalle nostre sperienze, e come a ragione pure si afferma nell'Enciclopedia di Patologia Chirurgica di Pitha e Billroth.

Il principio nocevole nel cadavere si riscontrerà solo fino ad un dato periodo di putrefazione? Finora noi possiamo solo affermare, che nel cadavere sotterrato ancora vi si trova a circa 2 mesi. Schweninger ed Hemmer (premiato quest' ultimo dalla Facoltà medica di Monaco, che nel 1866 avea posto a concorso il tema, *l'azione delle materie putride sull'organismo animale*) affermano, che dopo mesi 7 ½, la materia putrefatta non diede più nocumento.

RIASSUNTO DE' RISULTATI PRINCIPALI DELLE SPERIENZE.

1.° L' estratto (1) di alcool ordinario per sè fu mortale: come pure l' estratto etereo del medesimo alcool, per cui si giustificano ancora più necessarie le cure da pigliare intorno la scelta dell'alcool, col quale conservare i visceri da perizia, e circa la dose copiosa (eguale per lo meno a quella usata pei visceri) dell'alcool da serbare come campione *(Esp. I)*.

2.° L' estratto di alcool ordinario, che servì per lungo tempo a conservare diversi visceri di persone non avvelenate, come pure l' estratto etereo del medesimo fu replicatamente mortale: tanta nocevolezza non potendosi tutta ripetere dall'alcool solo, bisogna riferirla a materiale cadaverico *(Esp. II)*.

3.° Liquidi acidi uguali e nel medesimo grado, che quelli usati per riprendere gli estratti varii de'visceri, non offesero *(Esp. III)*.

(1) Per il significato annesso alla parola *estratto* vedi al principio del lavoro, nelle generalità delle sperienze.

4.° L'estratto? di acqua distillata come pure l'estratto etereo della medesima talfiata offese gravemente *(Esp. IV)*.

5.° L'estratto? di etere si può dire che non importò nocumento *(Esp. V)*.

6.° L'estratto etereo di liquido carico di molti e diversi sali analoghi a quelli del corpo umano, e con *cloruro potassico*, non fu nocevole *(Esp. VI)*.

7.° L'estratto? di alcool etilico a 92 °/₀ si mostrò si può dire innocente *(Esp. VII)*.

8.° L'estratto di alcool amilico del commercio si comportò mortale: mandando però 3 volte a siccità l'estratto medesimo e 3 volte riprendendolo con acqua acidulata e filtrando, si rendeva innocente.

Il 1° estratto del medesimo alcool dapprima opportunamente ridistillato si offrì innocente *(Esp. VIII e XXVIII)*.

9.° L'estratto alcoolico-amilico da liquido salino a modo che l'etereo al N. 6° non recò detrimento *(Esp. IX)*.

10.° L'acetato potassico per sè nocque od uccise, secondo la dose *(Esp. X)*.

11.° L'acetato ammonico si mostrò letale *(Esp. XI)*.

12.° Il cloruro potassico per sè fu cagione di morte *(Esp. XII)*, ma innocente l'estratto etereo *(Esp. XIII)*.

13.° L'idrato potassico per sè nella diluzione usata per operare gli estratti eterei ed amilici del cadavere, valse a togliere la vita *(Esp. XIV)*, ma si mostrò innocente dopo le reazioni chimiche subìte nel processo per estrarre il veleno naturale del cadavere *(Esp. XVIII)*, come anche attestano le molte sperienze innocue riferite di estratti cadaverici, ottenuti impiegando nel processo l' idrato potassico.

14.° 1° Cadavere di bimbo inumato per mesi 1 ½.

Una porzione dell' estratto etereo dei visceri quasi non offese punto: l' *insieme* dell' estratto etereo dell' *intiero* cadavere uccise una rana ed un porcellino d'India *(Esp. XV, XVI, XVII)*.

15.° Con alcool amilico del commercio 5 estratti del 1° cadavere furono tutti mortiferi, anche mandandoli 3 *volte a siccità e 3 volte riprendendoli con acqua acidulata (Esp. XIX)*.

16.° Il 2° estratto etereo del complesso del 1° cadavere, in porcellino quasi non apportò danno: il 3° e 4° restarono assolutamente innocui *(Esp. XX)*.

17.° L'estratto per sè acquoso del 1° cadavere fu letifero sempre per bocca e sotto cute *(Esp. XXI-XXVI)*.

18.° 2° cadavere umano di adulto morto da 30ʰ.

L'estratto etereo unico della intiera visceratura addominale con feccie non produsse quasi segno di offesa *(Esp. XXVII)*.

L'estratto alcoolico-amilico unico condusse a morte *(Esp. XXVIII)*.

19.° 3° cadavere di adulto morto da 41ʰ.

L' estratto etereo unico di quasi metà dei visceri addominali con feccie non valse ad indurre patimento, come eziandio l'estratto dell'altra metà viscerale con alcool amilico ridistillato, quale da qui innanzi sempre venne adoperato *(Esp. XXIX-XXX)*.

20.° L'estratto viscerale acquoso ed acquoso-alcoolico-etilico del 3° cadavere, anche assai diluto comparve micidiale per via endermica e per la digestiva *(Esp. XXXI, XXXI bis e XXXII)*.

L'estratto acquoso viscerale essiccato del 3° cadavere, e ripreso con alcool etilico a 92 $^0/_0$, evaporato a secchezza e ripreso con acqua acidula si comportò nello stesso modo *(Esp. XXXIII)*.

21.° Con $^1/_4$ dell'estratto intiero viscerale acquoso del 3° cadavere messi alcuni milligramma di solfato stricnico e fatti prima l'estratto etereo, poi 2 amilici: l'etereo apportò appena traccia di stricnismo: il 1° e 2° amilico, buon stricnismo *(Esp. XXXIII)*.

22.° 4° cadavere di adulto morto da 37^h, la visceratura addominale con feccie messe in alcool etilico a 92 $^0/_0$ per mesi 1 $\frac{1}{2}$.

L'estratto acquoso viscerale per sè comparve assai letale.

Il 1° estratto etereo di tutta la visceratura insieme all'alcool di conservazione fu quasi senza offesa: il 2° etereo, innocuo: l' amilico, mortale *(Esp. XXXV e XXXVI)*.

23.° 5° Cadavere di uomo adulto, fatto diseppellire dopo 54 giorni dalla morte: presa la visceratura addominale con feccie.

1° quarto della visceratura: l'estratto viscerale per sè si offrì assai letale.

Tutto insieme il 1° estratto etereo fu mortale dopo molte ore: il 1° amilico, mortale: il 2° etereo, innocente, il 2° amilico, fatale *(Esp. XXXVII, XXXVIII, e XXXIX)*.

24.° 2° quarto della visceratura del 5° cadavere; aggiuntivi alcuni milligrammi di solfato stricnico, vennero operati 2 estratti eterei e 3 amilici; il 2° etereo non più addusse stricnismo, mentre ancora il fece il 2° e 3° amilico *(Esp. XL, XLI e XLII)*.

25.° La 2ª metà dell' intiero estratto viscerale acquoso del 5° cadavere per sè era mortale.

Tutto l'estratto 1° etereo uccise in lungo lasso di tempo una rana: il 1° amilico fece morir rapidamente 2 rane: il 2° etereo, si comportò innocuo: il 2° amilico, mortale, il 3° amilico, senza offesa.

26.° Dopo tanti trattamenti etereo-alcoolici, l'estratto viscerale acquoso per se tornava ancora mortale. *(Esp. XLIII, XLIV e XLV)*.

27.° L'estratto etereo di limo uguale a quello penetrato nella cassa del 5° cadavere, riuscì inoffensivo (vedi 5° cadavere).

28.° Dopo i diversi trattamenti accennati, tutti gli estratti viscerali acquose del 4° e 5° cadavere, all'infuori del 2° quarto di quest'ultimo, fusi insieme diedero un' estratto etereo innocuo ed uno amilico mortale *(Esp. LXVI)*.

29.° La sostanza velenosa cadaverica è copiosa; però molto maggiore nei cadaveri putrefatti che nei freschi; essa nella nocevolezza debbesi uguagliare al curare ed agli alcaloidi potenti (Panum): nè l'offesa si può ripetere da leucina, stercorina, creatina, taurina, creatinina, carnina, ecc., o da esseri viventi microscopici *(Esp. LXI)*, ma da una sostanza chimica fissa, finora si può dir sconosciuta *(Esp. XXI-XXVI, XXXI e XXXIbis, XXXII, ecc.)*.

30.° In diverse sperienze essendosi trovato innocente l'estratto etereo ed amilico, mentre l'estratto viscerale per sè depurato dall'etere, dall'amilico, e dall'alcali continuava a mostrarsi mortale, bisogna dire che *forse* diverse sieno le sostanze velenose cadaveriche, di cui solo alcune estraibili coll'etere e coll'amilico.

31.° Gli estratti amilici si mostrarono in generale assai più carichi del veleno

naturale cadaverico, che gli eterei, ma d'altra parte anche più capaci ad estrarre in maggior copia il veleno alcaloide aggiunto artificialmente (stricnina). *(Esp. XIX, XX, XXVII, XXVIII, XXXIII, XXXVII, XXXVIII, XXXIX, XLII, ecc.)*.

32.° Dalle sperienze XL, XLI, XLII, si deduce che dei 20 milligramma di solfato stricnico artificialmente aggiunto alla visceratura, solo la metà circa si riuscì ad estrarne cogli estratti eterei ed amilici, tenendo conto delle rane state stricnizzate o che lo poteano essere col liquido residuale degli estratti non ammanito agli animali e calcolando d'altro lato che 2 diecimilligramma sotto cute bastano per condurre la rana in buon stricnismo.

La perdita certo sarebbe stata ancora maggiore, se il veleno fosse stato amministrato nel vivente e non unito semplicemente al sugo già spremuto da' visceri, del cadavere, come si fece nel nostro caso, e se più oltre, come si opera da chimici nelle perizie, si fosse spinta la depurazione degli estratti.

In questo genere di sperienze le rane possono offrire a chimici una bilancia sensibilissima per misurare facilmente e con quasi assoluta sicurezza la perdita, che i varii processi estrattivi (in quanto siano applicabili anche alla stricnina) inducono nella ricerca dei veleni.

33.° Essendo il veleno naturale cadaverico men nocivo per la via digestiva, che per l'endermica *(Esp. XXI-XXVI)*, da questo lato sarà possibilmente da preferire la 1ª alla 2ª nelle sperienze fisiotossicologiche; però bene spesso l'esiguità della materia sospetta estratta costringe a tenersi alla 2ª.

34.° La rana costituisce un animale assai prezioso per le sperienze fisiotossicologiche, risentendosi con protratti segni, manifesti e distinti, a dosi *minime* dalle *moltissime* sostanze nocive finora da noi o da altri tentate.

35.° Facendo lo spoglio delle sperienze esposte in dettaglio, ed anche di quelle fatte e non riferite o solo sommariamente, si scorge, che la forma morbosa del veleno naturale in vario modo estratto dal cadavere (estratto acquoso, alcoolico-acquoso, etereo, amilico) si presentò diversa, secondo il processo, la dose ecc., in generale però s'ebbe dapprima un' indebolimento della forza cardiaca, ed un' abbassamento nella frequenza del battito, quindi diminuzione della sensibilità e motilità generale: quando il veleno era assai copioso (estratto acquoso per lo più) presto veniva in iscena anche un'alterazione del ritmo cardiaco con diastoli lunghissime ed espanse, e sangue nerastro; in qualche caso non mancò un' iniziale e breve esaltamento della sensibilità e motilità generale.

CONCLUSIONE GENERALE.

I cadaveri umani freschi e tanto più i putrefatti contengono naturalmente materiali potentemente velenosi, di cui alcuni estraibili nel processo a modo quasi per gli alcaloidi, coll'etere e coll'alcool amilico, ma più particolarmente coll' ultimo, per cui da questo lato nelle perizie esso diventa il meno opportuno.

L' estratto acquoso dei cadaveri anche dopo lungo e largo contatto con alcool etilico, amilico, ed etere conserva una proporzione di veleno naturale.

La velenosità non è riferibile a leucina, creatina, creatinina, stercorina, carnina, taurina ecc., nè ad esseri viventi microscopici.

Tenuto conto, che noi usammo quasi il doppio de' visceri di quello, che si faccia in generale in ciascuna perizia legale: che i cadaveri diseppelliti erano assai putrefatti; che per le ragioni indicate in principio di questo lavoro, noi non ispingemmo le depurazioni degli estratti eterei ed amilici, quanto sogliono fare i chimici; che invece di consumare buona porzione de' visceri, e moltissima parte dei loro estratti per le reazioni, come praticano i chimici nelle perizie, noi riservammo intieri gli estratti per isperimentali *concentratissimi* sopra animali piccolissimi come le rane, e per di più *sensibilissimi* a dosi *minime* della sostanza nociva cadaverica: tenuta a calcolo in fine la sintomatologia, che certi alcaloidi velenosi presentano differente da quella del veleno naturale cadaverico, non parlando delle prove chimiche, tutto sommato, si può conchiudere, che, mediante le opportune precauzioni, ancora regge il valore delle sperienze fisiotossicologiche in medicina legale.

Sull' arte enologica degli antichi italiani

Nota di LUIGI CL.te IACOBINI

letta nella sessione del 2 maggio 1875.

Se il richiamare l'attenzione dei consessi scientifici sopra argomenti che toccano da vicino gl' interessi economici della nazione fu sempre cosa lodevole, oggi può ben dirsi necessaria imperciocchè per le abbreviate distanze e per la facilità di scambio, la prosperità e la ricchezza di una nazione ora sono legate precipuamente allo sviluppo di quelle produzioni, che dalle condizioni locali di clima, e di terreno sono maggiormente favorite.

Mi lusingo perciò di trovare indulgenza in questa dotta adunanza, se occupato per abitudine personale e per debito di professione, nella coltura dei campi, oggi, anzichè prender parola per annunziare la soluzione di difficili problemi o la scoperta di un qualche magistero recondito della natura, vengo a richiamare la vostra attenzione sopra una delle arti agrarie quanto ovvia altrettanto importante pe' suoi risultati economici, cioè il perfezionamento dei vini, e ricordare come gli antichi italiani giungessero ad alto grado.

Rivendicare a noi il primato di alcuni sistemi, nell'arte enologica, ora vantati come invenzione d'oltre alpe, e che sia estesa in Italia quanto più si possa la coltura della vite e ne sia curato il prodotto, è il mio desiderio.

Il vino riguardato sempre fra i primi e più vigorosi alimenti dell'uomo fu segnalato da Platone fra i doni degli Dei, poichè egli diceva che mentre le altre cose tutte della natura invecchiando deteriorano, il solo vino, quanto più è vecchio, tanto più acquista limpidezza e fragranza.

È tradizione, la quale supera l'enumerazione dei secoli, che i primi abitatori d' Italia si occupassero della coltura della vite e della vinificazione. Omero (lib. 9, Odis: V. 110, 111) dice che in Sicilia si coltivava la vite e sapevasene trarre buon vino. Virgilio, ben istruito nelle patrie memorie (En: 3) cantava dell' Italia;

> Terra antiqua potens armis atque ubere gleblae
> Oenotrii tenuere viri. . . . . .

Perdute le molte opere degli antichi scrittori di precetti di agricoltura, i nomi dei quali sono ricordati da Varrone, noi possiamo fermare la nostra attenzione sugli aforismi di Catone il quale visse nel VI secolo di Roma. In essi troviamo che alla vigna dovesse accordarsi il primo posto nel fondo rustico, purchè dasse molto vino, e buono: che volendo vino molto generoso si raccogliessero le uve mature e si aggiungesse al mosto *sapa*, cioè mosto addensato colla cottura: che volendo aver vini

dolci si dovevano tenere le uve molto a lungo sulle viti e che torcendo i picciuoli alle uve mature, o tagliando a metà il legno dei tralci che le recano e lasciandole esposte per varii giorni all'aria, se ne ottenevano vini molto buoni, e generosi; aggiunse che ad accrescere l'aroma dei vini vi si unisse *giunco e calamo odorosi,* che il vino si dovesse togliere dai tini, passati 30 giorni di fermentazione, e porre in anfore ben nette, ben chiuse ed impegolate, tenerle per due anni esposte all'azione del sole, passati i quali il vino potevasi riguardare perfetto (cap. CV e seg.)

Plinio il seniore ed Ateneo scrissero molte cose sui vini d'Italia. Plinio dice che a' suoi tempi erano 80 le varietà dei vini conosciuti in commercio sotto il nome di nobili, e che di queste 60 erano prodotte in Italia (L. 14, 6). Era accordato il primato al vino di Cecubo che ottenevasi nel golfo Amidano (ora Fondi) da viti sostenute da pioppi la coltura delle quali cessò quando Nerone fece imprenderne l'apertura di un canale che dal Lago di Baja recasse ad Ostia. Al vino di Falerno era accordato il secondo posto, e questo producevasi nei pressi di Capua; il terzo era conteso da molti dicendo Plinio « *Ad tertiam palmam varia venere;* e fra questi, *Albana urbi vicina perdulcia ac rara in austero.* » Passa di poi in rassegna i vini tutti d'Italia prodotti nel versante del Tirreno, dell'Adriatico, non che nell'Italia superiore, ne indica i pregî, non tralascia quelli della Sardegna, ricorda quelli della Sicilia distinti col nome di mamertini. Egli afferma che i vini quanto più erano vecchi, tanto più erano in pregio e che passarono talvolta i 100 anni.

Seneca disse (Ep. 64): *In vino nimis veteri ipsa nos amaritudo delectat,* ed Ovidio (lib. 2 de Arte am.) *Qui properant nova musta bibant - mihi fundant avitum consulibus priscis condita testa merum.* Toglievansi le fecce ai vini col mezzo di filtri che chiamavano sacculi come rilevasi da Marziale (lib. 14, Ep. 101 e 102) che dice: *Turbida sollicito trasmittere Caecuba sacco.* E questi sacchi facevansi di lana ben purgata, avvertendoci Orazio (lib. 2, Sat. 4, V. 54) che il vino passato pei sacchi di lino perde il suo grato sapore. *Integrum perdunt lino vitiata saporem.* Ai vini purgati aggiungevano miele ciò che viene confermato da Macrobio (lib. 7, cap. 12) e da Apulejo (lib. 12) ed aggiunge Plinio che Aristeo il geometra, che visse ai tempi di Euclide, fu il primo a mescolar miele al vino, e che per la loro reciproca soavità si giovavano scambievolmente.

Le anfore nelle quali ponevasi ad invecchiare il vino chiudevansi esattamente, e su di esse si scriveva il nome del console, lo che rendeva facile riconoscere l'età del vino; ed avendo proposta questa pratica Lucio Opimio, fu dato ai vini molto vecchi il nome di Opimiani, ciò che rilevasi da Orazio (lib. 2, Sat. 4) da Marziale (lib. I, Ep. 27), da Plinio (lib. 14, cap. 4) e da Giovenale (Sat. 5, v. 3), il quale dice che in alcune anfore contenenti vini dei colli Albani, non si potè leggere il nome del console logorato dal tempo. *Vinum de montibus albanis ita vetus, ut non possit ex super inscriptione antiquitate deleta cognosci quanti sit temporis.*

Ma a rendere più pronto l' invecchiamento dei vini, le anfore ben chiuse si assoggettavano al fumo come si rileva da Tibullo (lib. 2, Eleg. 1), da Marziale (lib. 3, Ep. 121) e da Columella (lib. I, cap. 26), che dice: *Vinum celerius fumo maturescit;* ma Plinio aveva già detto che il vino invecchiato col fumo era insaluberrimo (lib. 23, cap. 1).

Andrea Bacci, che scrisse con molta diligenza la storia naturale dei vini l'anno 1595, riassumendo quanto trovò notato negli autori greci e latini, dice che ad accrescere la fragranza dei vini vi univano oltre al *giunco ed al calamo odorosi*, indicati da Catone, *polline* dei gigli, *costo arabico*, *resine* ed altre sostanze aromatiche, e che in Candia per ottenere la malvasia, lasciavansi le uve sulle viti lungamente, torcevansi i picciuoli ai grappoli, o tagliavasi a metà il legno dei tralci, come aveva prescritto Catone: che i vini di Falerno o Sorrento si perfezionavano dopo averli posti in anfore ben chiuse, esposti per molti anni all' azione del Sole, alla Luna, al freddo, ed ai venti, ed al cap. XVI dice che a rendere i vini prontamente perfetti, si ponevano nelle stufe, o assoggettavansi al calore del fuoco.

Dopo tutto ciò arreca non poca meraviglia, come alcune di queste pratiche tanto note e ripetute nei giornali scientifici italiani pubblicati più che 40 anni or sono, siensi non ha guari riguardate come invenzione moderna, e come siasi lasciato in obblio un mezzo tanto pronto ed economico per dar perfezione ed invecchiamento ai vini: quello del calore.

E qui mi sia lecito chiudere ripetendo l'opinione espressa pochi anni or sono da un illustre Economista inglese, cioè che se l'Italia, la quale gode in grado eminente le condizioni di clima e di terreno, utili alla produzione del vino, giungesse ad ottenerne tanto che basti a fornire eziandio alle altre nazioni di Europa che non possono produrne, potrebbe con questo solo far fronte alle sue esigenze finanziarie.

Molte sono al certo le difficoltà da superare, ed il come si possa questo importante scopo raggiungere, mi sforzai dimostrarlo in una Memoria che pubblicai 27 anni or sono indirizzandola ai rappresentanti del popolo di Roma e delle sue provincie in quel giorno in cui fu spenta la vita preziosa di Pellegrino Rossi. Questa catastrofe, come ognun sà, diè luogo allo scioglimento delle rappresentanze legislative, e così la mia Memoria rimase dimenticata (1). Nelle tornate del gennaio, ed aprile di questa accademia dell'anno 1871 trattai brevemente di questo interessante argomento nè mi stancherò mai dall' inculcare, per quanto io possa, la coltura della vite ed il perfezionamento del vino, persuaso col poeta mantovano che questa nostra Italia sia per appunto la terra del vino: *Oenotria Tellus*.

(1) Nella succennata memoria, che trovasi nelle biblioteche Alessandrina, e Casanatense, e nel rapporto che, come segretario della commissione istituita dal Governo pel miglioramento dell'Agro romano l'anno 1854, esposi la mia opinione sui provvedimenti da adottare, per ottenere, ove si possa, il miglioramento di coltura nell'Agro romano. Esclusa la fascia migliaria, già sancita da Pio VII, che oltre all'essere ingiusta, il fatto dimostrò non applicabile, fui di parere che, a risolvere questa lunga ed ardua questione, possa adottarsi un temperamento consono alla nostra legislazione. Cioè che chiunque intendesse intraprendere coltura diligente nelle terre incolte, dovesse farne domanda offrendo seria garanzia, per l'esito dell' intrapresa, ed esonerasse lo stato da ogni responsabilità: che si dovesse dar partecipazione delle domande ai proprietarii dei terreni lasciando loro preferenza di attuare i proposti miglioramenti in tempo determinato: e che se essi si ricusassero, si dovesse procedere alla espropriazione, per causa di utilità pubblica delle terre domandate per concederle in enfiteusi, od in vendita, a chi ne fece domanda colle condizioni suespresse.

Le vescicole di Savi della Torpedine.

Memoria di FRANZ BOLL, professore nella R. Università di Roma
presentata dal socio TOMMASI-CRUDELI

nella Sessione del 2 *maggio* 1875, *ed approvata per la stampa negli Atti.*

(Lavoro fatto nel Laboratorio di Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Roma. I.)

Secondo la scoperta di Paolo Savi, il genere Torpedine si distingue per certi organi speciali, che finora nè nell' Anatomia degli altri Selaci, nè in quella degli altri pesci elettrici del Malopterurus e del Gymnotus hanno trovato il loro corrispondente. Questi organi, le così dette vescicole di Savi, si trovano da ciascun lato in numero di cento a centoventi all'incirca. Sono vescicole perfettamente trasparenti, rotondeggianti, del diametro di due a tre millimetri, le quali sono situate nel tessuto connettivo gelatinoso nelle vicinanze delle narici e si estendono al di dietro fra il margine esterno dell' organo elettrico e la sua cartilagine limitante. Sono attaccate a regolari distanze sopra una striscia tendinosa sottile ed appiattita. In ogni vescicola termina un fino ramicello del nervo trigemino, il quale penetra nel fondo della vescicola per una angusta fenditura, che esiste nella striscia suddetta.

La letteratura sopra questi organi non è molto ricca. Il loro scopritore Paolo Savi (1) con la sua solita esattezza ha tanto accuratamente descritto la loro distribuzione ed i loro rapporti macroscopici, che in questo riguardo agli ulteriori osservatori (ed anche a me) non è stato possibile di aggiungere qualcosa di nuovo. Meno perfetti sono i risultati ottenuti da lui sopra l' Anatomia microscopica delle singole vescicole, i quali furono tosto corretti e completati da altri osservatori. È vero, che R. Wagner (2), il primo autore, che ha esaminato questi organi dopo Savi, si limita solo a costatare i risultati del suo antecessore. Ma dopo poco tempo, in due lavori, l'uno di Leydig (3) e l'altro di H. Mueller (4), pubblicati contemporaneamente, gli studî di Savi vengono considerevolmente completati e corretti. Koelliker (5) aggiunse l'importante scoperta dell' epitelio, che riveste la superficie interna della vessicola. Fu poi condotta a termine l' Anatomia di questi

(1) Études anatomiques sur la Torpille. — Matteucci, Traité des phénomènes électro-physiologiques des animaux. Paris. 1844. p. 332.

(2) Ueber den feineren Bau des elektrischen Organs im Zitterrochen. — Abhandlungen der Koen. Gesellschaft der Wissenschaften zu Goettingen. Vol. III. 1847.

(3) Beitraege zur mikroskopischen Anatomie und Entwickelungsgeschichte der Rochen und Haie. Leipzig 1852. p. 47.

(4) Verhaudlungen der physikal. medicin. Gesellschaft zu Wuerzburg 1851. p. 134.

(5) Untersuchungen zur vergleichenden Gewebelehre. — Verhaudlungen der physikal. medicin. Gesellschaft zu Wuerzburg. 1856.

organi da Max Schultze (1), il quale dimostrò, che le vescicole di Savi contengono un genuino epitelio sensitivo, il quale si comporta anatomicamente in modo del tutto simile all'epitelio sensitivo della membrana olfattiva, dell'organo uditivo etc.

Sembrerà forse superfluo, dopo questa dimostrazione di Max Schultze, la quale ha esaurito tutti i punti principali dell' Anatomia di questi organi, di trattare ancora una volta questo soggetto già sufficientemente elucidato. Se ciò malgrado mi sono determinato a trattare ancora questi organi in modo speciale, pubblicandone una completa monografia (simile a quella che scrissi anni sono sopra altri organi di senso dei pesci cartilaginei, del tutto simili alle vescicole di Savi, cioè sopra le ampolle di Lorenzini) (2), si fu per le considerazioni seguenti: primo, la pubblicazione di Max Schultze sopra questo soggetto, benchè tocchi tutti i punti importanti, si limita solo ad accennare i risultati finali ed è intieramente sprovvista di figure illustrative, necessarie a parer mio a far meglio intendere organi tanto interessanti ed unici nell'organizzazione animale. Inoltre queste vescicole offrono un eccellente soggetto per sciogliere una quistione importante di Anatomia generale con maggiore precisione, che non sia stato possibile di farlo negli epitelj sensitivi finora esaminati: la quistione della ramificazione delle fibre nervose primitive negli organi di senso. Finalmente, mi sembrava desiderabile, trattandosi d' un epitelio sensitivo, che i suoi rapporti istologici fossero elucidati colla più minuziosa accuratezza, essendosi da ultimo elevate obbiezioni contro la tendenza arbitraria ora prevalente nell' Anatomia degli epitelj sensitivi (3).

Le prime idee fondamentali sopra la struttura delle vescicole di Savi si acquistano nel modo migliore con l'esame di pezzi freschi, usando ingrandimenti deboli. Come mostra la Fig. 1ª, le singole vescicole sono attaccate a regolari distanze sopra una striscia tendinosa. Il diametro delle singole vescicole raggiunge due sino a tre millimetri all'incirca. Le più grandi vescicole si trovano al di dietro fra il margine esterno dell' organo elettrico e la sua cartilagine limitante laterale; quivi le distanze fra le singole vescicole sono anco le più grandi. Al davanti, nelle vicinanze delle narici, le singole vescicole sono più piccole ed anche più ravvicinate fra loro.

La forma delle singole vescicole è irregolarmente globosa. Costantemente il loro diametro longitudinale (così chiamo il diametro parallelo all'asse longitudinale della striscia tendinosa) è un poco più lungo del diametro trasversale, che è posto verticalmente sul primo. Allo scopo di una descrizione più facile ed esatta, è utile di distinguere nelle singole vescicole: una volta superiore e libera, una superficie laterale ed una base inferiore (il fondo) colla quale la vescicola si attacca solidamente sulla striscia tendinosa. Nello stato fresco, le pareti della vescicola sono rigonfie, elasticamente tese e trasparenti. La vescicola si addimostra intieramente riempita da

(1) Untersuchungen ueber den Bau der Nasenschleimhaut. Halle 1862. p. 11.

(2) Die Lorenzinischen Ampullen der Selachier. — Archiv fuer mikroskopische Anatomie. Vol. IV. p. 375. 1868.

(3) S. Exner, Untersuchungen ueber die Riechschleimhaut des Frosches. — Memorie dell'Accademia di Vienna 1870. Vol. LXIII. Sez. I. — S. Exner, Weitere Studien ueber die Structur der Riechschleimhaut bei Wirbelthieren. — Memorie dell' Accademia di Vienna, 1872. Vol. LXV. Sez. III.

un liquido plasmatico. Dal centro della base si eleva una prominenza biancastra a guisa di una verruca, come si vede benissimo ad occhio nudo e meglio ancora guardando con una lente d'ingrandimento attraverso le pareti della vescicola illesa.

Queste idee acquistate facilmente con un primo esame, vengono completate e perfezionate studiando con forti ingrandimenti e coll' aiuto di liquidi conservatori. Risulta che la vescicola è un vano completamente chiuso, la parete del quale viene formata da un solo strato di epitelio e da una membrana di tessuto connettivo. La struttura della parete è molto semplice nella volta e nella superficie laterale della vescicola, dove è costituita da uno strato sottilissimo di tessuto connettivo e di un epitelio pavimentoso a grandi cellule. È molto più complicata la sua configurazione nella base, dove il tessuto connettivo considerevolmente aumenta in spessezza e dove in luogo dell'epitelio pavimentoso si riscontrano due specie di epitelio cilindrico differenti fra loro.

Per bene intendere questi complicati rapporti, è utile di tenere le vescicole di Savi per 24 ore in una soluzione di acido osmico di 1: 1000. Dopo di questo, col mezzo di una forbice sottile, si separa tutta la parte superiore della parete in modo che si possa osservare liberamente da di sopra il fondo della vescicola. Tre vescicole così trattate sono rappresentate nella Fig. 2ª. Si scorge bene da questa figura la specialità della striscia tendinosa, alla quale le vescicole sono attaccate. Questa striscia appiattita mostra a regolari distanze allargamenti fusiformi, i centri dei quali coincidono coi centri delle basi delle vescicole, che sono sempre attaccate sopra tali allargamenti. Guardando in questa preparazione il fondo delle singole vescicole, si vedono tre cerchi regolari oscuri, il più grande dei quali occupa esattamente il centro della base della vescicola. Ambedue i minori cerchi sono situati ad identiche distanze ai due lati del medio, esattamente nella direzione dell'asse longitudinale della vescicola. Debbo aggiungere, che nelle vescicole situate fra il margine esterno dell'organo elettrico e la cartilagine limitante, le quali possiedono il maggiore diametro longitudinale (la preparazione disegnata appartiene a questa categoria) le distanze dei piccoli cerchi laterali dal cerchio centrale sono più grandi che nelle vescicole del naso, nelle quali i cerchi laterali si avvicinano al cerchio medio sino quasi ad immediato contatto. (Vedi le figure 4ª e 5ª, le quali ambedue sono rilevate da vescicole appartenenti a quest'ultima categoria).

Combinando collo studio sopra descritto l'esame del profilo, si riesce finalmente ad acquistare l' idea complessiva seguente sopra il complicato rilievo della base. La base della vescicola non è piana, ma prominente come il fondo di una bottiglia. Però havvi la complicazione, che in luogo di una prominenza sola, se ne trovano tre, una più grande centrale e due più piccole, situate nella direzione del diametro longitudinale a distanze regolari dai due lati della prominenza centrale. La sola prominenza centrale è visibile nello stato fresco ed è questa che apparisce attraverso le pareti della vescicola come una prominenza biancastra. Le due più piccole prominenze laterali, nello stato fresco, sfuggono all' occhio dell' osservatore.

Le tre prominenze descritte, sì la grande come le piccole, sono costituite da un tessuto connettivo tenace e ricchissimo di vasi, le fibrille del quale sono estremamente delicate ed intrecciate. Questo tessuto connettivo differisce essenzialmente dal tessuto

connettivo che forma le altre parti della parete della vescicola, il quale è povero di vasi e consta di fibre più grossolane. Infatti, il legame esistente fra quest' ultimo tessuto ed il tessuto connettivo delle tre prominenze sembra abbastanza debole. Certo è che si riesce facilmente con due aghi a separare le tre prominenze dalla base della vescicola e di isolarle come un pezzo solo e continuo. Si ottiene questo con maggiore facilità, quando si opera sulle vescicole più piccole, che si trovano in vicinanza delle narici, nelle quali le prominenze laterali sono situate vicinissime alla prominenza centrale e la toccano quasi immediatamente. Molto più difficile riesce d'isolare l' insieme delle tre prominenze nelle vescicole che giacciono più indietro, nelle quali il diametro longitudinale e la distanza delle prominenze laterali dalla prominenza centrale sono più considerevoli. Due di tali preparazioni, rilevate dalle più piccole vescicole del muso, sono rappresentate nelle Figure 4ª e 5ª. Che in queste due figure le prominenze sembrino così perfettamente appiattite, trova la sua ragione non solo nelle leggi della prospettiva microscopica ma anche nella pressione esercitata dal coprioggetto.

Questo complicato rilievo della base si comprende più facilmente, quando si studia l' epitelio che riveste la sua superficie. Come già di sopra dissi, mentrechè la volta e la superficie laterale della vescicola sono rivestite da un epitelio pavimentoso, la base della vescicola stessa è rivestita da un epitelio cilindrico. Ho aggiunto inoltre, che esistono non una sola ma due diverse specie di epitelj cilindrici. Chiamerò l' una specie l' epitelio cilindrico indifferente, l' altra l' epitelio cilindrico sensitivo, le quali denominazioni saranno a sufficienza giustificate dall'ulteriore sviluppo del presente lavoro.

Queste due specie di epitelj sono adunque distribuite costantemente sulla base della vescicola in tal modo, che l'epitelio sensitivo riveste le sole sommità delle tre prominenze, mentre le rimanenti parti della base sono rivestite coll' epitelio cilindrico indifferente.

Questa distribuzione delle due anzidette specie di epitelj si studia meglio su preparazioni fatte col cloruro d'oro o coll'acido osmico (Fig. 2ª 4ª 5ª). Questi due reagenti danno un colore molto carico all'epitelio sensitivo, mentrechè lasciano quasi incoloro l'epitelio cilindrico indifferente. Quest'ultimo, che è più estesamente diffuso, riveste le parti più basse della base, le parti inferiori delle tre prominenze e le valli rinchiuse fra le prominenze stesse. Verso la superficie laterale della vescicola, le cellule dell' epitelio cilindrico si appiattiscono gradatamente e passano nell' epitelio pavimentoso ivi esistente. L'epitelio sensitivo è limitato alle tre sommità delle tre prominenze e forma consecutivamente in ogni vescicola tre isole quasi regolarmente circolari, le quali sono perfettamente separate l'una dall'altra, essendo circondate da ogni lato dall'epitelio cilindrico indifferente. Nelle preparazioni fatte coll' acido osmico, queste isole si rivelano distintamente per il loro colore oscuro. La media e maggiore di queste isole, ha un diametro di 0. 78 millimetri, le due più piccole laterali di 0. 27 millimetri.

Poco havvi da dire sopra le cellule che costituiscono l' epitelio cilindrico indifferente. Tutte sono fatte secondo lo stesso tipo. Le più lunghe cellule cilindriche si trovano all' intorno delle tre isole formate dall' epitelio sensitivo. Le più brevi

si trovano alla periferia della base, dove quest' ultima si continua nella superficie laterale della vescicola.

Da questo epitelio cilindrico indifferente per più riguardi differisce l' epitelio sensitivo. I più interessanti risultati si rilevano dall' esame fatto a fresco con una gocciola di liquido cerebro-spinale della Torpedine o di cloruro sodico di 2 $^1/_2$ $^0/_0$ (1); però è da notare che buone preparazioni, le quali mostrino l' epitelio di profilo, non si ottengono che relativamente di rado, perchè le prominenze separate da una vescicola fresca si piegano difficilmente e non mostrano quasi mai un margine libero, anzi si dispongono ostinatamente in modo che le sommità rivestite dell' epitelio sensitivo guardano direttamente l' obbiettivo del microscopio. Però in seguito ad un assiduo esercizio si riesce a superare queste difficoltà ed a ottenere preparazioni, come quella riprodotta dalla Fig. 7ª, la quale rappresenta un margine libero piegato di una delle isole laterali dell' epitelio sensitivo. Nell' isola centrale, l' epitelio sensitivo mostra identiche qualità.

Dalla preparazione della Fig. 7ª si rileva per primo, che esiste un limite netto fra l' epitelio sensitivo e l' epitelio cilindrico che lo circonda. Le singole cellule dell' epitelio sensitivo allo stato fresco non si possono bene distinguere, solo si acquista l' impressione generale, che si ha che fare con cellule straordinariamente lunghe e strette. I nuclei nello stato fresco non si vedono. Sul margine libero dell'epitelio si scorgono peli lunghi, fini, rigidi ed isolati, i quali penetrano nel liquido plasmatico, che forma il contenuto della vescicola (2). Questi peli descritti per la prima volta da Max Schultze sono molto difficili a vedersi a causa della loro estrema sottigliezza. Sembrano essere attaccati alla superficie dei singoli epitelj per una base alquanto allargata. Sono delicatissimi e talmente distruttibili, che in ogni liquido estraneo facilmente rovinano, talchè non mi è riuscito di trovare un metodo per conservarli. Questi peli sono soltanto visibili in animali recentemente pescati. Non mi è riuscito di trovarli nelle Torpedini esaminate 24 ore dopo la morte, quando già era cessata la rigidità cadaverica, cioè in più della metà delle Torpedini ch' io ebbi nel decorso dell' ultimo inverno dal mercato del pesce in Roma. Del numero relativo e della distribuzione di questi peli fornirà una idea migliore di ogni descrizione la Fig. 7.ª È da osservare però, che anche questa preparazione si ottenne da una Torpedine relativamente ma non assolutamente fresca; perciò non credo inopportuno di supporre una maggiore ricchezza di peli in preparazioni assolutamente fresche, come disgraziatamente non ebbi mai l'occasione di esaminarne nel laboratorio di Roma.

(1) Per i tessuti della Torpedine la detta soluzione serve egualmente come la soluzione di $^3/_4$ $^0/_0$ per i tessuti della rana. Ho determinato la concentrazione di questa soluzione con due metodi indipendenti fra loro, primo, per il gusto (Vedi: Keppler, Dàs Unterscheidungsvermoegen des Geschmacks-sinnes fuer Concentrationsdifferenzen der schmeckbaren Koerper. — Archivj di Pflueger Vol. II. p. 449), comparando soluzioni di cloruro sodico a varie concentrazioni colla sapidità del liquido cerebrospinale e secondo, cercando quella concentrazione del cloruro sodico la quale meglio conservava l' immagine microscopica dei corpuscoli del sangue della Torpedine. Ambedue i metodi mi condussero d'accordo allo stesso risultato, cioè alla soluzione di 2 $^1/_2$ $^0/_0$.

(2) Nello stato fresco il contenuto trasparente della vescicola è perfettamente liquido. Dopo la morte e dopo il trattamento con reagenti, si formano ordinariamente dei coaguli.

Finalmente, debbo far menzione di una altra particolarità dell' epitelio sensitivo, gia osservata da Max Schultze, la quale deve essere studiata esclusivamente in preparazioni fresche, come i peli sensitivi. L' epitelio mostra allo stato fresco un colorito giallastro, il quale s' accorda completamente con il colore giallastro che mostra nei vertebrati la membrana olfattiva.

Le particolarità sinora descritte assegnano visibilmente a questo epitelio uno speciale valore fisiologico, locchè è confermato indubitatamente dalla dimostrazione dei rapporti intimi che l' epitelio ha coi nervi della vescicola.

Ogni vescicola di Savi riceve un fino ramicello del nervo trigemino, il quale penetra dalla parte inferiore per una fenditura angusta della striscia tendinosa per entrare nel tessuto connettivo, che forma la prominenza centrale. Ordinariamente questo ramicello contiene all' incirca 22 grosse fibre primitive. Di queste 22 fibre, dieci soltanto si distribuiscono nell' isola epiteliale centrale, mentrechè due sottili rami di sei fibre ognuno entrano nelle due isole laterali. Che la distribuzione di queste fibre nervose si limiti rigorosamente alle tre isole dell'epitelio sensitivo e non venga mai ad oltrepassare nel campo dell' epitelio indifferente, particolarmente si dimostra con preparazioni fatte coll' impregnazione di cloruro d' oro o di acido osmico. (Fig. 4ª e 5ª).

La ramificazione delle fibre primitive sotto l' epitelio sensitivo delle tre isole si studia nel migliore modo in preparazioni fatte col cloruro d'oro. Le ramificazioni si fanno nell'isola centrale e nelle due isole laterali in un modo identico. Ho preferito di disegnare questa ramificazione non dall'isola centrale ma da una delle isole laterali, perchè l' oggetto più piccolo e il numero meno grande di fibre primitive permettono più facilmente di raffigurare la disposizione caratteristica della ramificazione nervosa. Questa disposizione è abbastanza semplice, consiste in una divisione dicotomica progressiva delle fibre nervose divenute amidollari.

Quando si esamina con occhio critico la ricca letteratura sopra gli epitelj sensitivi, che fu inaugurata dal libro di Max Schultze sopra la membrana olfattiva, si trova, che tutti questi lavori hanno in comune un lato debole, cioè la descrizione che danno della disposizione e della suddivisione delle fibre principali, che terminano nei rispettivi epitelj sensitivi. Troppo facilmente gli autori accettarono l' idea generale di una dissociazione e di uno sfioccamento periferico, per la quale le fibre originarie si sarebbero divise in fibrille primitive (1), idea, che era molto commoda, perchè si accordava colla teoria della struttura fibrillare del cilindro dell'asse.

Non è questo il luogo di rettificare estesamente tale teoria. Voglio solamente osservare, che vari fatti, i quali ho accumulati circa il modo di originarsi del cilindro dell'asse dalle cellule ganglionari (nel lobo elettrico e nei ganglj spinali della Torpedine) e circa la ramificazione periferica delle fibre nervose (negli organi elettrici del Malopteruro e della Torpedine) mi sembrano assolutamente opposti a questa teoria, come cercherò di provare altrove. Qui voglio solamente accennare, — il che

(1) A prova di ciò, basta citare oltre al libro di Max Schultze sopra la membrana olfattiva, la mia propria Memoria sopra le ampolle di Lorenzini dei Selaci; in essa ammisi lo sfioccamento del cilindro dell'asse in fibrille, modo di vedere al quale ora non più aderisco.

venne già avanti di me fatto da Todaro (1) — che anche dal modo della ramificazione delle fibre nervose periferiche negli epitelj sensitivi e specialmente nelle vescicole di Savi non può trarsi solida ragione per argomentarne la struttura fibrillare del cilindro dell'asse. Non è mai visibile uno sfioccamento del cilindro dell'asse in fibrille. Anzi sempre divisioni dicotomiche, i prodotti delle quali vanno assottigliandosi in modo che sfuggono finalmente all'osservazione (Fig. 6ª).

Per studiare le singole cellule dell' epitelio sensitivo, fu adoperata la macerazione nell'acido cromico di $^1/_{32}$ $^0/_0$ e l' impregnazione coll' acido ósmico. Disgraziamente, nè l' uno nè l' altro metodo mi fornì risultati molto concludenti, cosicchè debbo specialmente deplorare, che non mi sia riuscito conservare i peli sensitivi e costatare così con certezza quella specie di cellule, che viene distinta dalla presenza dei peli. Già dall'esame nello stato fresco potè conchiudersi, che anche in questo epitelio sensitivo, come nella maggioranza di tali epitelj, non si trova una sola specie di cellule, ma invece se ne trovano due diverse: inquantochè i peli disposti sparsamente sopra la superficie libera dell' epitelio sensitivo denotavano sicuramente l' esistenza di singole cellule provviste di peli, le quali dovevano prendere posto fra la massa comune degli epitelj sprovvisti di peli.

Infatti gli anzidetti metodi mi dimostravano l' esistenza di due diverse specie di cellule, che compongono l' epitelio sensitivo. Le cellule dell' una specie si distinguono per la loro estrema finezza, per i contorni molto regolari, per la figura regolarmente fusiforme e per il possesso di un solo processo centrale, che rimane sempre indiviso e mostra le qualità caratteristiche di una sottile fibra nervosa. Non credo di errare, se ascrivo a queste cellule la particolarità di possedere i fini peli che con mio rincrescimento non potei mai conservare, e se le caratterizzo cellule nervose. Le cellule dell' altra specie, che voglio chiamare cellule d' appoggio, sono di forma variabile, hanno contorni irregolari e possiedono generalmente più di un solo processo centrale.

Nella Figura 8.ª si vedono tre cellule nervose fra tredici cellule d'appoggio.

Le presenti ricerche anatomiche non hanno potuto gittare una nuova luce sull' oscura funzione fisiologica delle vescicole di Savi.

L' opinione che riguarda le vescicole di Savi solamente come una forma speciale del sistema della linea laterale, ha poco di seducente in se. Nei Selaci già le ampolle di Lorenzini vengono aggiunte a questo sistema e si ascrive loro l' identica funzione, che l' ipotesi attribuisce agli organi della linea laterale, quella di fare sentire al pesce i movimenti del medium circondante. Nella Torpedine, secondo questa ipotesi, aggiungendovi ancora le vescicole di Savi, servirebbero non meno di tre organi diversi all' identica funzione, cioè gli organi della linea laterale, le ampolle di Lorenzini, e le vescicole di Savi.

L' ipotesi di R. Wagner, che le vescicole di Savi siano destinate a provocare in via riflessa l' attività dell' organo elettrico, fu dimostrata da me come priva di fondamento (2).

(1) Contribuzione alla Anatomia e alla Fisiologia dei tubi di senso dei plagiostomi. Messina 1870. — Sulla struttura dei plessi nervosi. Roma 1872.

(2) Beitraege zur Physiologie von Torpedo.— Archiv fuer Anatomie und Physiologie. 1873. P. 92.

L'opinione, che le vescicole di Savi rappresentino un « organo di senso elettrico » potrebbe essere discussa soltanto allora, quando ulteriori ricerche d'Anatomia comparata avessero dimostrata o l'esistenza, o la mancanza indubitata di organi analoghi nei due altri pesci elettrici.

Spiegazione delle figure.

Le prime tre figure sono disegnate con una lente semplice e rappresentano un ingrandimento da uno a dieci della dimensione naturale. Nelle figure 4 — 8 le cifre romane indicano il numero degli obbiettivi, le cifre arabe il numero degli oculari di Hartnack.

÷

Fig. 1.ª Tre vescicole di Savi prese fra l'organo elettrico e la cartilagine limitante laterale. Preparazione a fresco.

Fig. 2ª Le stesse tre vescicole, trattate coll'acido osmico e viste da sopra. La parte superiore delle vescicole è stata tagliata con una forbice cosicchè si vede il fondo di esse.

Fig. 3.ª La stessa preparazione, dalla quale le vescicole sono state tolte completamente. Si vede la forma della striscia tendinosa e le sue fenditure, attraverso ognuna delle quali passa un fino filamento nervoso.

Fig. 4ª e 5ª. IV, 2. Due preparazioni fatte coll'acido osmico. Si vede la distribuzione del nervo nelle tre isole dell'epitelio sensitivo.

Fig. 6.ª VII, 3. Preparazione al cloruro d'oro. Distribuzione e divisione delle fibre nervose primitive al di sotto dell'epitelio sensitivo in una delle isole laterali.

Fig. 7.ª VII, 3. Preparazione a fresco esaminata in una gocciola di liquido cerobrospinale. Una piega dell'epitelio sensitivo di una isola laterale. Si vedono i peli sensitivi.

Fig. 8.ª IX ad immersione, 3. Isolazione fatta coll'acido cromico diluito a $^1/_{32}$ $^0/_0$. Si vedono tre cellule nervose fra tredici cellule d'appoggio.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

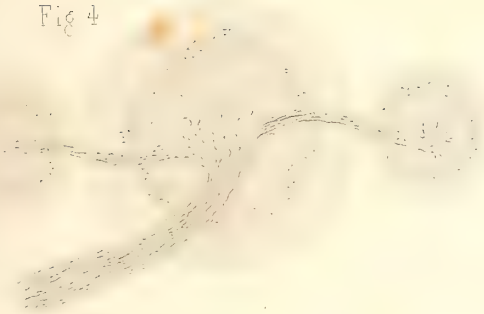


Fig. 5.

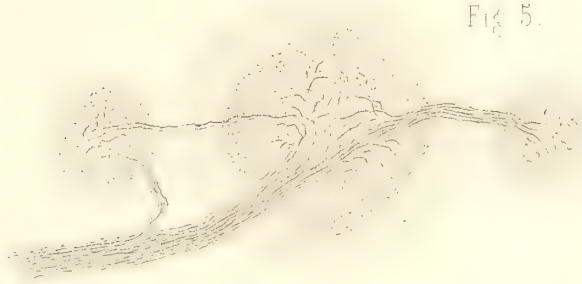


Fig. 6.

Fig. 8.

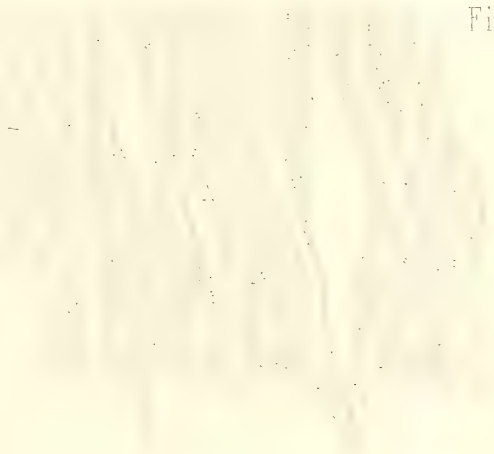


Fig. 7.

Ricerche sopra la recisione del nervo olfattorio delle rane.

Memoria del D.r GIUSEPPE COLASANTI
presentata dal socio TOMMASI-CRUDELI

nella sessione del 2 *maggio* 1875, *ed approvata per la stampa negli Atti.*

(Lavoro fatto nel Laboratorio d' Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Roma. II.)

Molti esperimentatori dell' epoca nostra si sono occupati a ripetere i studi di Waller sulla recisione dei nervi in animali viventi, ed in queste ricerche si sono fatti guidare da diversi obbiettivi cioè, o hanno studiato microscopicamente il processo istio-patologico che si avvera nei nervi separati dal loro tronco principale, o hanno studiato gli effetti, le alterazioni che subiscono gli organi terminali o le parti elementari anatomiche nelle quali termina il nervo reciso.

Quando intrapresi le mie ricerche sperimentali sopra la recisione dei nervi olfattorj delle rane, ebbi in mira di giungere alla conoscenza di questi fatti studiando sì le alterazioni avvenute nel pezzo periferico dell'olfattorio reciso, come quelle che avessero subìto, in conseguenza della recisione, le cellule terminali dell'olfattorio.

Nel passare in rassegna le diverse memorie sull' argomento ho riscontrato che il solo Schiff (1) ha reciso il nervo olfattorio della rana, facendone puranco l'esame microscopico.

Non spenderò molte parole per riferire quanto pratticai nel condurre a termine la separazione, e nell' ordine che tenni circa l' andamento delle esperienze. Il metodo operativo è semplice, e consiste nello immergere un ago lanceolare da cataratta nel centro del cranio di una rana, e precisamente fra i due bulbi dell' occhio in corrispondenza circa del loro terzo anteriore; con tale atto operativo forava la volta del cranio e raggiungeva i nervi che venivano recisi completamente ambedue dando alla punta dell' ago dei moti ondulatori laterali.

Questa pratica testè descritta io l' ho adoperata sia tagliando ambedue i nervi, sia tagliando a vicenda il destro o il sinistro; i risultati che ne ho avuti andrò svolgendo d' appresso con quell' ordine con il quale ho avuta la opportunità di studiarli.

Le rane così operate furono conservate ed esaminate successivamente in vari giorni che sono calcolabili da uno fino a 90 dopo la recisione.

Per portare la mia attenzione davvicino sulle rane in esperimento, in un giorno determinato le uccideva, e troncato il capo, con una lente d' ingrandimento esaminava onde accertarmi che il nervo olfattorio fosse completamente reciso. Fu in questo esame che notai primieramente come in nessun caso fosse subentrato un processo

(1) Der erste Hirnnerv ist der Geruchsnerv von M. Schiff. Moleschott. Untersuchung zur Naturlehere. Giessen 1860, pag. 254.

qualunque di cicatrizzazione, nè altro processo di guarigione; anco 90 giorni dopo la recisione, la ferita manteneva un aspetto quasi recente, non essendosi mai verificata una restituzione *ad integrum*, sì nella continuità del nervo olfattorio, come nel tessuto connettivo e nelle ossa recise dal taglio dell' operazione. Al detto esame che possiamo dire macroscopico ne faceva seguire uno microscopico per notare il modo di comportarsi dei pezzi periferici del nervo olfattorio tagliato, e per essere breve nello accennare ai risultati ottenuti, mi riferirò allo Schiff sostenendo che nessun significante cambiamento avviene in detti pezzi periferici quali per nulla differiscono dai nervi olfattori normali. Debbo per altro confessare che al principio delle mie ricerche io era quasi convinto che una qualche alterazione patologica dovesse aver luogo, perchè le prime preparazioni osservate mi offrivano una ricchezza di globuli di grasso sparsi fra le fibre nervose in tal grado, che si potea molto ben dire trattarsi qualche volta di una vera infiltrazione grassa. Continuando per altro nelle mie investigazioni, dovetti accorgermi che questa infiltrazione grassa non potevasi considerare come un fenomeno patalogico proprio dei nervi recisi perchè nel progresso delle ricerche mi occorreva anco vedere nervi recisi, che contenevano scarsa quantità e solo piccole traccie di gocciole di grasso, mentre all' opposto nervi normali e non recisi possedevano qualche volta una infiltrazione grassa non meno apprezzabile di quella, che aveva verificata nei nervi, che furono soggetto delle prime mie indagini.

Quanto sono andato significando mi ha offerto la base per ammettere, che quella infiltrazione di grasso non ha nulla a che fare con la recisione dei nervi, ed in luogo di essere un fatto patologico, è invece un fenomeno normale soggetto a variazioni individuali che oscillano su vasta scala. Se per altro in questo debbo aggiungere una mia opinione sopra il valore di queste masse di grasso, che, quanto a me sembra, nessun osservatore ha finora descritto, dovrei tornare con la mente al fatto delle osservazioni istituite da Boll (1) e riportarmi direttamente a quello che questi ha notato sopra lo sviluppo embrionale dei nervi midollari del cervello del pulcino. L'autore in discorso descrive, che i nervi pria di essere midollari ossia cilindri degli assi-nudi, sono amidollari, e che più tardi poi subentra un epoca nella quale si forma una infiltrazione di grasso fra le singole fibre, presentando in tal modo il materiale dal quale in seguito si formano le guaine midollari. I nervi olfattori delle nostre rane possono pertanto rassomigliare moltissimo a questi nervi embrionali descritti e possono forse considerarsi come nervi rimasti in uno stato d'imperfetto sviluppo.

Tornando del resto al nostro primo argomento debbo ritenere, che i nervi tagliati, i quali furono esaminati parte a fresco con l' aggiunta di una soluzione di cloruro di sodio a $^3/_4$ per $^0/_0$, o con altri reattivi, come ad esempio l' acido osmico, non offrono nessuna differenza con i nervi normali non recisi, cosichè debbo confermarmi sempre nel modo di vedere di Schiff il quale sostiene che i nervi offrono nessun vero cambiamento. Nella serie delle mie ricerche sono andato oltre per costatare specialmente, se ai nervi recisi subentrasse quello spezzamento del cilindro

(1) Franz Boll. Die Histiologie und Histiogenese d. nervosen centralorgane. Berlin 1873 pag. 123.

dell' asse, che in quest' ultimo tempo varii osservatori, e fra questi basti ricordare Ranvier (1) e Sachs (2), hanno affermato verificarsi nei nervi midollari.

A me non è mai riuscito di vedere questo spezzamento perciò debbo sostenere con Schiff che almeno i nervi olfattori della rana in seguito al taglio non subiscono questa alterazione ma resti bensì il cilindro dell' asse inalterato.

Le mie deduzioni non si trovano però completamente in accordo colle conclusioni che ne descrive lo Schiff. Esso sostiene che nei nervi midollari non mai avviene lo spezzamento del cilindro dell' asse, il qual cilindro in ogni caso rimane normale e inalterato contrariamente alle asserzioni di Ranvier e Sachs. Ebbene a me sembra, che non possa escludersi la verità delle osservazioni di questi due autori, attesochè le osservazioni dello Schiff essendo state istituite sui nervi non midollari soltanto, non può con ragione eliminarsi la possibilità che ciò non avvenga nei midollari.

Passando ora alla seconda parte del mio lavoro, ad analizzare cioè la questione del modo di comportarsi degli organi terminali del nervo olfattorio dopo la recisione di esso, debbo permettermi innanzi tutto una piccola digressione per stabilir bene quali cellule debbano essere considerate come cellule terminali del nervo olfattorio.

Come bene si conosce Max Schultze nell' anno 1862 (3) ha stabilito che la terminazione del nervo olfattorio della rana si fa in certe cellule olfattive. Secondo quest' Autore tali cellule olfattive oltre agli altri caratteri possederebbero quello distintivo di avere certi lunghi peli finissimi, i così detti peli olfattivi, ed al lato di esse esisterebbero nella membrana olfattoria delle rane, ancora un' altra specie di cellule che furono chiamate dal medesimo cellule indifferenti o cellule d' appoggio, possibili ad essere differenziate dalle altre cellule olfattive propriamente dette per essere queste sprovviste completamente di peli, mostrando una superficie libera e nuda.

Se il risultato delle ricerche di Max Schultze potesse ancora considerarsi in tutto il suo dettaglio al di fuori di ogni dubbio, la questione se gli organi terminali del nervo dell'olfatto subiscono una alterazione per la recisione di esso sarebbe molto semplice, in quanto che in tal caso il solo esame microscopico dei peli e delle cellule olfattive basterebbe a definirla. Disgraziatamente però le cose non decorrono così essendo che le osservazioni di Schultze, che altrimenti avrebbero potuto servire come base incrollabile anatomica alle mie ricerche sperimentali, recentemente furono messe in dubbio da Exner (4) che pubblicò sopra quest' argomento due memorie con le quali sostiene che le cellule olfattive e le cellule di sostegno indifferenti non sono così diverse come ebbe a credere Schultze, ma che invece esistono tra loro forme di passaggio.

(1) Ranvier. De la dégénerescence des nerf après leur section. Comptes rendus 1872 LXVV.

(2) Sachs. Von der Degeneration der Nerven nach Trennung ihrer Continuität. Archiv. f. Anat. u. Phys. 1874, pag. 491. Reichert und du Bois Reymond.

(3) M. S. Schultze. Bau der Nasenschleimhaut pag. 32 Halle 1862.

(4) Exner. Untersuchungen über die Riechschleimhunt des Frosches. LXIII B. d. Sitzb. d. K. Akad. Wissench. I. Abth. Iänner. Heft. Iharg. 1870.

Exner. Weitere Studien über die Structur der Riechschleimhaut bei Wirbelthieren. Idem III. Abth. 1872.

Non voglio entrare adesso nel merito della questione anatomica abbastanza complicata, che mi riserbo di tornare altra volta sopra l'argomento dal lato puramente anatomico da me distesamente studiato; mi basti per ora di dire che le mie vedute possono benissimo associarsi con quelle di Paschiutin (1) e Cisoff (2) quali dopo i lavori di Exner hanno ripreso lo studio di quest'argomento.

Questi due ultimi osservatori sostengono contro lo Exner l'antica idea di Schultze che le cellule indifferenti e le cellule olfattive appartengono a due categorie anatomicamente e fisiologicamente differenti. Benchè io come sopra diceva nel risultato definitivo mi associ alla idea fondamentale di Schultze ristabilita da Paschiutin e da Cisoff, debbo per altro in parte anco aderire al fatto costatato da Exner, che senza apprezzabile ragione venne dai due sunnominati ultimi autori lasciato in disparte e non preso punto in considerazione, vale a dire non solamente le cellule olfattive, ma anche le cellule di sostegno sono provviste di peli.

Questo fatto in quanto concerne la membrana olfattiva della rana può essere constatato con la massima certezza, ed infatti in essa la densa selva di peli che la riveste deve a buon diritto considerarsi come composta di peli olfattivi non solo, ma di questi unitamente a quelli che si trovano sulla superficie delle cellule indifferenti. Essendo tale lo stato delle cose, l'osservazione dei peli che rivestono la superficie della muccosa olfattiva della rana non può più bastare a decidere la nostra questione; trovo perciò piuttosto necessario di fare un esame speciale sopra i peli propriamente olfattivi che stanno sul margine libero delle cellule olfattive.

Dopo questa digressione è mestieri che torni ad esporre i risultati da me verificati sul modo di comportarsi delle cellule e dei peli olfattivi dopo la recisione dell'olfattorio. Pria di ogni altro debbo stabilire che una membrana olfattoria, il nervo della quale era reciso, sia da uno, sia da 60 giorni non differisce punto da una membrana olfattoria dell'altro lato, il nervo della quale rimase intatto.

Per esaminare e per comparare la membrana olfattoria della rana ho trovato il mezzo più espediente di tagliare con una forbice sottile quella porzione di membrana che riveste la piccola collina ossea dello interno della cavità del naso, che dà appoggio al nervo olfattorio, e di porla in un porta oggetti con una gocciola di soluzione di cloruro di sodio a $^3/_4$ per $^0/_0$, e di piegarla in modo che un margine libero sporgente dell'epitelio riguardi l'osservatore.

Una preparazione in tal modo fatta, e senza la minima perdita di tempo osservai con l'obbiettivo sette di Hartenack, ingrandimento che permette benissimo di studiare i singoli peli ed i loro movimenti.

I peli olfattivi della rana mostrano normalmente dei movimenti lenti e continui che possono essere assomigliati al movimento delle spighe quando in un campo vengono agitate da un leggiero soffio di vento, movimenti che non possono essere al certo confusi e cambiati con quelli delle ciglia vibratili dai quali differiscono essenzialmente per la loro estrema lentezza, debolezza e delicatezza.

(1) Paschiutin. Ueber den Bau der Schleimhaut der regio olfattoria des Fresches. Arbeiten aus der Physiologischen Anstalt zù Leipzig. Ihargang 1872 mitgetheilt durch C. Luduwig.

(2) Cisoff. Zur Kenntniss von regio olfattoria. Centralblatt. 1874. pag. 689.

Se si studia davvicino una tale preparazione fatta con la muccosa di quel lato ove il nervo era reciso, e la si compara con una preparazione identica a quella della quale il nervo olfattorio era intatto, non si troverà neppure la benchè minima differenza fra ambedue. In queste due preparazioni la selva dei peli è egualmente densa, i peli addimostrano l'identico movimento, e l'uno strato epiteliale rassomiglia perfettamente all'altro senza che si possa menomamente scorgere segni di atrofia o altro processo patologico. Non ho limitato questo studio alle sole preparazioni fresche ma per togliere ogni apparenza di dubbio al valore dei risultati da me ottenuti, ho esteso lo esame della muccosa nasale da cui aveva reciso il nervo olfattorio e adoperando altri metodi per vedere se le cellule olfattorie sopravvivessero illese ed inalterate.

In questo ulteriore esame ho adoperato due reagenti che rendono eccellenti servigi anco nella Istologia normale per lo isolamento e la conservazione delle cellule olfattive, cioè l'acido osmico al $\frac{1}{2}$ per $^0/_0$ e l'acido cromico ad $^1/_{32}$ per $^0/_0$. Mercè questi due liquidi sono riuscito ad ottenere le istesse cellule e peli olfattivi tanto da preparazioni normali quanto da quelle dove era stato preventivamente reciso il nervo, quindi posso sicuramente dedurre come risultato del presente lavoro, che dopo la recisione del nervo olfattorio della rana, non si alterano in modo visibile nè i tronchi periferici di questo nervo non midollare, nè i suoi organi terminali, cioè cellule e peli nervosi.

Quest'ultimo risultato merita di essere considerato da un punto di vista generale, avvegnachè i dati che si riscontrano nella letteratura sul modo di comportarsi degli organi terminali nervosi dopo la recisione dei nervi, sono talmente incerti e contradittori che non permettono di formulare sopra essi una legge generale.

Meissner (1) descrisse certe alterazioni patologiche di natura atrofica nei corpuscoli del tatto, i nervi dei quali erano affetti da paralisi.

W. Krause (2) anco egli studiò e descrisse una degenerazione dei corpuscoli di tatto in una scimmia alla quale avea preventivamente recisi i nervi del tatto.

Langerhans (3) ha ripetute delle ricerche speciali per giungere a constatare le osservazioni notate da Meissner usando a tale scopo membra paralizzate, ma egli a differenza del menzionato autore non ha potuto giammai ottenere un risultato concludente per potere ammettere una qualunque apprezzabile alterazione patologica. W. Krause (4), e dopo lui varii altri esperimentatori hanno condotte a termine delle ricerche sopra la recisione del nervo ottico ed hanno notato che dopo la avvenuta recisione lo strato dei bastoncelli della retina resta del tutto inalterato, così che Krause ne volle dedurre che i bastoncelli non possono considerarsi come la terminazione del nervo ottico, ed altri da questo fatto ne hanno tratto argomento per so-

(1) Meissner. Beitrag Zur Anatomie und Physiologie der Haut. Leipzig 1853.

(2) W. Krause. Die Terminalkörperchen der einfach sensibilen Nerven. Hannover. 1860, pag. 67.

(3) Langerhans. Für pathologischen Anatomie der Tastköper. Virchow's Archiv. XLV pag. 413 417 anno 1870.

(4) W. Krause. Die Membrana fenestrata der Retina. Leipzig 1868.

stenere la conclusione che cioè gli organi terminali non vengono alterati per la recisione del nervo.

Soholow (1) di recente pubblicava un suo lavoro affermando, che in seguito alla recisione dei nervi le piastrine terminali dei muscoli subiscono una trasformazione regressiva, la quale consiste in una atrofia.

Al cumulo delle ricordate osservazioni si associa ora la nostra che cioè le cellule olfattive non subiscono veruna alterazione in seguito alla recisione del nervo.

(1) Soholow. Sur les transformations des terminationes des nerfs dans les muscules de la grenouille après la section des nerfs. Archiv. d. Phys. norm. e pathol. publiès per Brown—Sèquard, Charcot, Vulpian. tom. I anno 1874 pag. 309.

Effetti del muco acido genitale della donna sui nemaspermi, sperienze di A. MORIGGIA,

prof. d'Istologia e di Fisiologia sperimentale nell' Università di Roma,

Lettura fatta in sessione 14 febbraio 1875.

Sebbene per eminenti osservatori si fosse affermata nocevole l'azione degli acidi sulla vitalità de'nemaspermi, pure messo sull'avviso da un' altra serie di mie sperienze (1), non esser agevol cosa fare la dovuta parte all'azion mortale della semplice acqua, e dell'acido da essa assai diluito, e dover riuscire diversa l'influenza spiegata al microscopio sugli spermatozoi da un acido molto diluito ed intimamente commisto collo sperma, in confronto a quella, che possa indurvi un liquido acido denso, come il muco nella vagina della donna, ricco di sali diversi e di albuminoidi, ugualmente compenetrato collo sperma ejaculatovi, venni nel pensiero della necessità di tentare la vitalità, o meglio dirò il movimento de'fili spermatici sul terreno medesimo genitale della donna, invischiato e coperto di tenace mucosità acida.

Col concorso del mio assistente A. Battistini e dello studente in medicina A. Bompiani instituii a tal uopo alcune esperienze presso il sifilicomio nell'ospedale della Consolazione in Roma, dove è professore e direttore di clinica l' egregio prof. Laurenzi, il quale non pago di mettere tutto a nostra disposizione, volle ancora spingere la sua gentilezza a prestarci la conosciuta sua abilità in tutte le manovre sperimentali che furono necessarie sulla vagina delle prostitute da esso prescelte a tale scopo.

Al laboratorio di fisiologia presso l'ospedal di S. Spirito, da un porcellino vivo, adulto, grande, convivente in vista ma senza contatto di femmine, veniva preso lo sperma dai canali deferenti e dagli epididimi, facendoli dapprima scolare e quindi anche tagliuzzandoli in poca quantità di liquido salino per fosfato sodico (soluzione salina nel titolo di 3 %).

Il piccolo alberello della soluzione salina era mantenuto al calore naturale della mano, calore che già da Spallanzani si conobbe negli animali superiori (2) essere così favorevole alla conservazione de'movimenti spermatici, e per di più il vaso era conservato scoperto per facilitarvi l'accesso all'ossigeno, che pure coadjuva alla durata vitale dello sperma.

(1) Effetti di alcuni liquidi specialmente acidi e salini sopra i moti dei filamenti spermatici, dell'epitelio vibratile ecc. (negli Atti dell'accademia dei Lincei, Roma 1875-6).

(2) Scrissi negli animali superiori, poichè è noto quanto trovò lo stesso Spallanzani pei ranocchi, rospi ecc., dove lo sperma portato al di là di due minuti oltre la temperatura di 30° R., tornava incapace alle fecondazioni artificiali.

A cagione del modo di preparazione del liquido spermatico-salino, vi erano presenti delle emazie talora in discreto numero.

Nelle prime esperienze pei due testicoli di porcellino usai 80 cent. cub. della soluzione, e nella 2ª serie di sperimenti, solo 20 cent. cubici.

Per queste ed altre prove dappoi mi dovetti convincere tornare più salutare agli spermatozoi il menstruo salino aggiunto allo sperma in poca quantità, per cui se altre sperienze dovessi rifare, m'atterrei a minori quantità di liquido salino.

Collo sperma così ottenuto e conservato mi recai alla Consolazione e dopo circa 45′ dalla sua estrazione dalle ghiandole, con esso s' instituirono le seguenti esperienze sopra giovani e robuste prostitute.

31 *Agosto* 1874. — Sopra una prostituta con blennorragia vaginale assai copiosa, si cercò in *loco* la reazione del muco-pus, e la si trovò assai acida, ma l'acidità, come è già conosciuto anche per la mucosa stomacale, e come ce ne convincemmo anche nelle altre sperienze vaginali, che si esporranno, si mostrava maggiore, applicando la carta reattoria direttamente in contatto alla mucosa vaginale, e con una certa pressione, quasi spremendola; nè occorrea lasciare in lungo contatto la carta col muco, come interviene quando è quistione di mitissima acidità, in modo che come altrove dimostrai (1) talora v'abbia bisogno di protrarre il contatto anche oltre $^3/_4$ d' ora, perchè sorga l' arrossamento della cartolina reattoria: nel nostro caso la reazione era subitanea.

Verificata grande la copia del muco-pus, la sua densità ed acidità, e messa la donna in opportuna posizione, con una siringhetta comune di vetro, riscaldata al tepor della mano s'injettarono nel fondo della vagina (2) circa 1 $\frac{1}{2}$ cent. cub. del liquido conservatore dello sperma, assicurandosi prima al microscopio della vivacità e copia degli spermatozoi: impedita l'uscita del liquido con opportuna strettura dell'ostio vaginale, lo vi si lasciò per 11′: quindi incitata la donna a spingere in basso ed ajutandola con pressioni manuali sull' imo ventre, se n'ebbe uscita una piccola porzione di aspetto lattiginoso, con cui vennero fatti alcuni preparati microscopici, dove si poterono riconoscere copiosi e vivaci i nemaspermi: è da confessare che il liquido estratto dalla vagina si presentava assai meno ricco di corpuscoli muco-purulenti, che il muco-pus per sè, per cui è a credere, anche per la sua copia e scorrevolezza, che il liquido vaginale fuoriuscito fosse per buona parte della soluzione salina, frammista a parte liquida del muco-pus, e ad alcuni suoi elementi istologici: per la qual cagione anche vi si venne a riscontrare un grado di acidità inferiore a quello rivelato dapprima dal muco-pus per se stesso.

Nel liquido vaginale estratto, quantunque gli spermatozoi fossero ancora numerosi, lo erano però meno che in quello injettato, per cui una parte di essi deve esser rimasta impigliata nel ciottolato corpuscolare vaginale muco-purulento: anzi nei medesimi preparati microscopici si osservava che alcuni spermatozoi isolati, e più

(1) La globolina considerata come reattivo per gli acidi, ricerche per A. Moriggia ed A. Battistini (negli Atti dell'accademia dei Lincei, Roma 1875).

(2) Si sa che anche nel coito, la massima parte di sperma è gittato e raccolto specialmente in basso nel cul di sacco vaginale ed è perciò che si prescelse questa regione per l' aspersione spermatica.

ancora quelli a fasci (dei quali ultimi ve n'era una discreta quantità uniti da 2 a 5, 10, per le loro testoline), erano circondati da vario numero (1 a 9) di corpuscoli muco-purulenti appiccaticci, i quali aderivano pel tal modo ad essi, che perfino in quelli isolati, la progressione ne restava totalmente impedita od assai incagliata, limitandosi essi ad una vana agitazione, quantunque bene spesso con assai vivaci movimenti tentassero di divincolarsi sotto alla soma superiore alle loro forze.

Fortunatamente la natura lussureggiò nel numero degli spermatozoi, altrimenti nelle donne lencorroiche, e non son poche, si direbbe quasi impossibile la fecondazione per l'impedito viaggiare de'nemaspermi nella strada genitale, il qual ostacolo deve farsi sommo nel canal cervicale dell'utero, se i pochi spermatozoi, che v'arrivano, s'incontrano ancora in muco-pus carico di corpuscoli.

Dopo 45′, fatti nuovi preparati col liquido già stato estratto dalla vagina, ed abbandonato alla temperatura dell'ambiente, se n'ebbero pressochè uguali risultati.

Collo stesso liquido salino-spermatico (dopo circa un'ora dalla sua preparazione) si tentò ugual sperienza in altra prostituta pure affetta da blennorragia vaginale con copioso muco-pus arrossante fortemente ed istantaneamente la carta reattoria (assai sensibile): il liquido injettato in vagina si lasciò 14′: la porzione estratta si mostrò anche meno acida del muco-pus per se, il risultato per la vitalità degli spermatozoi fu assai analogo a quello della 1ª osservazione: e lo stesso fu di una piccolissima porzione di liquido spermatico *pescato direttamente sulla mucosa vaginale* con punta di bacchetta di vetro.

I due liquidi estratti dalle due donne abbandonati alla temperatura dell'ambiente, dopo 2 ore dalla loro estrazione, presentarono pochi spermatozoi ancora vivi, pochissimi e semimorti dopo 4 ore, però anche il residuo del liquido salino-spermatico non stato injettato, lasciato nelle stesse condizioni, dopo 4 ore offriva gli spermatozoi non molto vivaci, e qualcuno morto.

7 *Settembre* 1874. — In due prostitute sifilitiche con blennorragia vaginale e catarro uterino, s'istituirono due sperienze conformi alle riferite, in presenza oltre del prof. Laurenzi e dello studente Bompiani, anche degli egregi signori dottori Gozzi e Bellina (capitano-medico); l'injezione invece che colla siringa, la si fece, immettendo il liquido per mezzo dello specolo nel cul di sacco vaginale.

I liquidi estratti si mostrarono pure meno acidi del muco-pus per sè; presentarono buoni movimenti spermatici, pochi corpuscoli muco-purulenti, e pochissimi i nemaspermi avvinghiati ed incagliati nella loro carriera dai corpuscoli medesimi: e come altre volte, anche qui si ebbero ad osservare alcuni nemaspermi isolati con un'emazia o due adese al collo od alla testa mostrare più a lungo movimenti vivacissimi (1), anche di progressione, per cui è a credere che forse anche là stii una ragione del più facile ingravidare durante e subito dopo le regole.

(1) Sarà per istimolazione o nutrizione recata loro dalle emazie? Pur nel sangue ancora caldo di porcellino diluito di una minima frazione di soluzione di fosfato sodico, io ebbi a vedere eccellenti i moti dei nemaspermi del medesimo animale, ed anche a lungo, quando a cagione delle proporzioni dei liquidi commisti non insorgea coagulazione.

Sono note le sperienze dello Spallanzani, nelle quali riusciva fecondare artificialmente ranocchi e rospi con sperma mescolato a sangue.

Dopo 1 ora, i liquidi estratti vagino-spermatici offrivano spermatozoi con buoni movimenti, ma dopo 3 ore circa, erano tutti morti, mentre nel residuo del liquido salino-spermatico per sè, i buoni movimenti si protrassero oltre le ore 5, specialmente per essere il menstruo rispetto allo sperma, minore che nella 1ª serie di esperienze.

Nelle medesime donne tentammo pure gli spermatozoi conservati in soluzione di zuccaro comune (2 gramma di zuccaro e 18 cent. cub. d'acqua distillata), che avevamo trovata più propizia alla vitalità dei filamenti spermatici: ma pur troppo la soluzione zuccherina non li conservò bene abbastanza a lungo per istar sicuri sulle sperienze con essa tentate. Però come scrissi nel lavoro già citato (1) vi deve essere una giusta titolazione, che valga anche a conservarli a lungo, avendomi ciò offerto una volta il caso, in cui però si trattava non di sperma in boccetta, ma preparato microscopicamente, cioè coperto da coproggetto, ma senza chiusura corniciale.

11 *Settembre* 1874. — Il prof. Laurenzi recò al laboratorio due bottiglini, ciascuno con un cent. cub. circa di muco, il 1° preso dall'utero di prostituta con catarro uterino: il 2° dall'utero di donna con detrito di ulcero all'orificio uterino.

Il muco era denso più dell'albume d'ovo e tagliatine dei pezzi, al microscopio offersero pochissimi corpuscoli mucosi incastrati in molta mucina (?) disposta a modo de' filamenti sottili di fibrina.

La raccolta del muco era stata fatta 5 ore prima del nostro esame: esso avea reazion neutra, ciascun muco venne mescolato con poca soluzione di fosfato sodico 5 % e quindi bene agitato con bacchetta di vetro, il muco però rimase sempre radunato in se e non fuso colla soluzione salina: la parte liquida esaminata offerse qualche raro corpuscolo mucoso, essendo i più rimasti ancora impigliati nella mucina: preso del solito liquido alcalino spermatico fresco ed unito al contenuto dei due ampollini, dopo agitazione, se ne praticarono dei preparati microscopici, dove si poterono ammirare vivi, ma non molto vivaci gli spermatozoi, nè per lungo tempo, la mucosità non era penetrata da nessun spermatozoa, anzi i nemaspermi non s'erano nemanco invischiati coi corpuscoli mucosi liberi.

Però è da notare, che anche i filamenti spermatici del solo liquido salino non mostrarono troppa mobilità nè troppo a lungo: nè la minore resistenza vitale spermatica parea da attribuire a maggiori sofferenze dell'animale, da cui si prese lo sperma, poichè l'operazione a chi vi ha pigliata la mano, riesce quasi istantanea, forse meglio se ne accagionerebbe l'animale medesimo, sebbene la cagione non fosse facile a riscontrarla, essendo l'animale giovane, robusto, ben pasciuto, apparentemente sano e con abbondante e maturo sperma.

Scrissi, che la mucosità non si vedea mai penetrata dagli spermatozoi: però è conosciuto che nelle rane, nei rospi, nelle salamandre ecc. gli spermatozoi trapassano quello, che lo Spallanzani chiamava glutine o mucillagine avvolgente le uova: anzi allo stesso sperimentatore riuscì di fecondare cotali uova, prima avvolte artificialmente da erto strato glutinoso; ma sostituito a questa mucosità naturale, dell'albume d'uovo, non gli venne più fatto. Io però posso dire d'aver riscontrati buoni mo i-

(1) Effetti di alcuni liquidi ecc.

menti ed assai a lungo degli spermatozoi di porcellino nella parte più liquida dell'albume d'uovo di gallina; ma i movimenti spermatici riuscivano quasi solo ad una semplice agitazione senza utile progressione: qualche spermatozoa però riusciva alla superficie a camminare, ma molto stentatamente, ciò spiegherebbe perchè il celebre Sims nei casi di muco assai denso nel canale cervicale dell'utero, non vi riscontrasse mai spermatozoidi nè dopo moltissimi, nè dopo poco istanti dal coito, come esso riporta nella sua *chirurgia uterina.* In quest'opera sono pure a notarsi diverse osservazioni dove gli spermatozoi dopo pochi e molti minuti dalla loro dimora in vagina, ancora si presentavano vivaci, nonostante, che le donne di cui esso riferisce, almeno alcune, fossero con ogni probabilità affette da scoli acidi, tanto frequentemente concomitanti le malattie bisognevoli della *chirurgia uterina.*

Il risultato delle esposte esperienze mi sembra insegnare, che i medici pratici e gli ostetrici in genere sieno stati un po' corrivi nel dichiarare come fanno in maggioranza, la mucosità acida vaginale poter essere abbastanza sovente cagione di sterilità, applicando a tal uopo direttamente e senza alcuna ristrizione, i responsi finora ottenuti dal microscopio, senza pensare, che sulla tavola di questo si scorgono bensì perire come fulminati gli spermatozoi messi in un liquido acido dilutissimo, dove l'acqua e l'acido cooperano all'esito fatale, mentre nel muco, l'acqua e l'acido o gli acidi di esso possono essere temperati dalla ricca presenza di sali e di albuminoidi, come fu nelle nostre donne, dove il muco pur toccava uno de'gradi massimi di acidità, e come si provò nell'altro mio lavoro citato *sugli effetti dei liquidi acidi e salini,* dove si vide, che un liquido bene acido ed oltre il bisognevole per nuocere agli spermatozoi, veniva paralizzato nel suo nocumento, ove seco portava albumina o sali, od ambedue in sufficiente dose.

Nè con ciò io presumo di tentare a diminuire la benemerenza di quei ricercatori, che facendo tesoro delle cognizioni del microscopio, proclamarono in certe contingenze di sterilità l'injezione in vagina *ante coitum* o subito dopo, di una soluzione leggermente alcalina, od addirittura, in ispeciali casi, una siringazione vaginale di sperma appena ejaculato in un po' di soluzione salina (per es. fosfato sodico 5 %). Tra coloro che in seguito ai reperti microscopici, discese primo o pei primi a siffatta pratica applicazione mi basterà citare il mio illustre maestro Moleschott, perchè tosto se ne senta tutta la serietà ed importanza, io non alludo che alla troppo larga ed assoluta applicazione che dappoi per moltissimi se ne volle operare, facendo di un mezzo semplicemente cooperatore nella maggioranza de'casi, uno spediente essenziale di fecondazione.

Non so se altri abbia tentato direttamente gli spermatozoi in vagina, come io feci (1), ma conosco che Godard, Donné ed altri, ebbero morti gli spermatozoi trat-

(1) Donné (*cours de microscopie, Paris* 1844) fu il primo per quanto esso afferma a sperimentare il muco genitale estratto dalla donna ed a riporre nell'eventuale offesa di questo sugli spermatozoi una cagione di sterilità, esso asserisce di aver riscontrato talora il muco uterino ed il vaginale coi caratteri di apparenza affatto normale, eppure uccidere quasi all'istante gli spermatozoi: egli ripete la nocevolezza pel muco vaginale da troppa acidità, per l'uterino da eccessiva alcalinità, trovò invece bene spesso il mucopus genitale, innocente, anche blennorragico, come d'altra parte per mia ed altrui sperienza ebbi campo di constatare l'inutilità dell'espediente alcalino in donne a scolo acido e desiderose di prole.

tandoli con liquido vaginale di donna assai acido o con l' uterino troppo alcalino, sebbene lo stesso Godard li abbia riscontrati ben vivaci in sperma emesso da soggetti con uretrite acuta e cronica.

Però non avendo sotto mano certi dettagli di consimili sperienze, nè di quali spermatozoi si trattasse, mi limiterò ad aggiungere al risultato delle esposte esperienze, che non v'ha medico pratico e specialmente ostetrico (mi basti citarne due, Courty e Tibone di cui direttamente conosco i risultati in proposito) che non abbia avuta la soddisfazione di salutare col nome di madri molte donne con flusso leucorroico acido, bene spesso insistente e copioso.

È vero che le risultanze negative per numerose che fossero e bene cerziorate dovrebbero pur sempre cedere il luogo alle positive, che non mancano pubblicate a questo proposito, ma è altresì giusto di porsi assai in guardia dei medesimi risultati, per non riferir all'alcali, senza parlar di sospetti extra-matrimoniali, quello che sarà una semplice e fortuita coincidenza o conseguenza piuttosto della cura generale o della chirurgica locale (1).

Io voglio ammettere, che anche nelle nostre sperienze sia toccato dal muco acido un principio di nocumento agli spermatozoi (2) i quali non vi si conservarono come nel menstruo salino, tanto più da tenersi a calcolo, che la soluzione di fosfato sodico essendo per quantunque assai poco, alcalina, ha per qualche parte neutralizzata la mucosità acida, testimone la minore acidità del liquido estratto, rispetto a quella propria della mucosa genitale o del suo segreto per sè, però è da dire che l'offesa agli spermatozoi sopraveniva ben tardi, massime se si tien conto della grande acidità del muco vaginale e che i nostri spermatozoi non erano gli umani (perciò presumibilmente meno idonei per la dimora nella vagina della donna) e per di più tolti e conservati, quantunque per il meglio, sempre in modo anomalo (3).

(1) Per citarne solo un esempio dirò che nel *Trattato pratico delle malattie dell' utero delle ovaie e delle trombe di Courty*, 1ª traduzione italiana del dott. Tempesta, Roma 1874, in una nota del Traduttore a pag. 739-40 si legge fatta menzione di 3 osservazioni del dott. Martemucci di Oneglia concernenti 3 donne divenute feconde sotto l'azione del bicarbonato sodico internamente e con injezione vaginale di soluzione di fosfato calcico basico porfirizzato, la qual cura rese a poco a poco alcalino e meno copioso (e forse dirò io più normale per la costituzione e per la densità) il muco: però l'osservatore stesso confessa di confidar più nell'uso interno dell'alcali, il quale, io soggiungerò che avrà potuto giovare forse meno colla correzione dello scolo che della malattia, da cui era prodotto.

(2) Come indirettamente parrebbe pure dimostrato dalle osservazioni di Sims, che riguardavano quasi sempre donne con malattie genitali, e perciò spessissimo con accompagnamento leucorroico: esso scrisse che dopo 12 ore del coito trovò sempre gli spermatozoi morti in vagina e molti invece ancora vivaci dopo 48 ore nel muco cervicale.

E certo non solo nella mucosità estratta, ma avrei desiderato di lasciar lo sperma anche in vagina per più lungo tempo, onde stante la densità dei due umori in contatto, l' osmosi potesse meglio equilibrarsi: ma d'altro lato sappiamo che dallo sfondato vaginale alla bocca uterina è brevissimo il passo, per cui basterebbe pochissimo tempo per arrivarvi agli spermatozoi ivi deposti dal coito.

(3) Certo avrei desiderato di pigliare il seme non nella sua purezza, ma piuttosto nel suo stato più naturale, quale è quello di commistione ad altri umori che cammin facendo incontra a cominciare dai canali deferenti, dove venne preso (locchè si potrebbe fare coll'opera di Onan), come pure

La possibilità poi di lesione del muco agli spermatozoi la si troverà ancora diminuita, se si pensa:

1.° Che nel coito la maggior parte dello sperma è versata in prossima vicinanza dell' orificio uterino, (1) dove rimane ai nemaspermi brevissima strada a porsi in salvo nell' utero stesso, in cui il muco suol essere od assai meno acido o leggermente alcalino (2).

2.° Che alla fecondazione forse basta un solo spermatozoa della quantità immensa, che se ne trova disseminata nella vagina, dove si riscontrò per taluni depositato dal coito da 1 perfino a 7 cent. cub. di sperma.

3.° Che secondo le esatte osservazioni di Sims, gli spermatozoi possono penetrare direttamente nel canale cervicale durante l' ejaculazione senza obbligo di passare per la strada acida della vagina.

4.° Che lo sperma è per se leggermente alcalino.

5.° Che solo i filoni periferici del liquido spermatico vengono in contatto colla mucosità acida e col ciottolato de' corpuscoli muco-purulenti incagliatori de' moti spermatici.

6.° Che l' acidità del muco sotto l' eccitazione venerea deve forse diminuire per la rapida formazione o l' aggionta di copiosa, fresca e perciò forse meno acida mucosità.

7.° Che il denso sperma si mesce assai difficilmente col muco pure in generale discretamente denso, e ciò perfino sotto la bacchetta agitatrice della mano fuori dei penetrali genetici.

8.° Che finora, come esponemmo nell'altro lavoro *sulla fecondazione artificiale*

di abbreviar assai più il tempo tra la preparazione dello sperma e l'injezione: ma spero che superate certe difficoltà, in altre esperienze potrò ottemperare anche a questo desiderio.

Sarebbe pur desiderabile usare uno sperma non diluito con soluzione salina di sorta, onde non iscemare con siffatta alcalinità l'acidità mucale, ma pur troppo anche là s' incontrano difficoltà attinenti al modo di ottenerlo e maneggiarlo bene per l'injezione vaginale.

(1) Sims nella sua *chirurgia uterina* mentre afferma di non aver mai trovati spermatozoi nel canale cervicale uterino vizioso, in quello a giusta conformazione quasi sempre ve li riscontrò buoni anche solo dopo 4′ a 5′ dal coito, per cui ritiene, che lo sperma sia projettato direttamente dal pene nell' ostio uterino, coadjuvando forse a ciò anche una certa aspirazione nel rilasciamento dell' organo consecutivo al coito. Pur ammesso con Joulin, che la cosa non corra appuntino così, è per lo meno certo, che lo sperma rimane versato nella vicinanza dell' ostio uterino, e perciò in contatto con breve tratto della mucosità acida e per corto tempo, sapendosi da Henle ecc., che la velocità degli spermatozoi nell'uomo è di circa 2 centim. per 7′ ad 8′ a supporla tutta in progressione, locchè almeno per qualche spermatozoa si verificherà.

(2) In donne assai leucorroiche io ho esaminato il muco uterino, ma non lo trovai mai di tale alcalinità da supporre questa capace ad uccidere gli spermatozoi come vuole Donné: anzi Sims ebbe a vedere velenoso per i nemaspermi il muco del canale cervicale in circostanze morbose, e specialmente quando era carico di epiteli fosse o non *alcalino:* però tanto esso che Braun credono la nocevolezza più che da azione chimica da ripetersi da densità del muco. Courty poi nell'opera citata, a pag. 1269, dice che il muco uterino può nuocere meccanicamente coll' otturare il canale cervicale, od uscendone copioso, trarre con se lo sperma ivi presente, o nuocere chimicamente per la sua alcalinità, essendo assai poco da temere l' acidità mucosa vaginale, in grazia dell'abbondante sperma che ivi si trova.

(negli Atti dell' Accademia dei Lincei Roma 1875) non è sperimentalmente dimostrato, che le soluzioni saline conservino agli spermatozoi insieme al moto la virtù fecondante.

La sterilità verificandosi sopra sì larga scala da avere secondo i calcoli di Simpson, Spencer, Wells, Sims, una donna sterile sopra 8 conjugate e la sterilità 9 volte su 10 dipendendo dalla donna, e questa mostrandosi bene spesso con iscolo vaginale acido, si capisce benissimo l' esagerazione, in cui si era lasciati trarre intorno alla acidità vaginale come fattore di sterilità.

Però dopochè una più attenta e progredita chirurgia ha fatto toccar con mano, che buonissima parte de' casi di sterilità è da ripetere da ipertrofie del collo uterino, stenosi del canal cervicale, deviazioni di utero e malattie in genere dell' apparato utero-ovarico (1), lo scolo utero-vaginale ha perduto naturalmente della sua importanza come cagione di sterilità, avendosi questa da ripetere piuttosto dalla malattia principale, di cui esso sovente non è che una semplice rappresentanza sintomatica.

Però stante il grande numero di donne sterili, le varie cause, nè tutte ben note, che possono concorrere alla sterilità: il nocumento, quantunque tardo e leggero recato dall' acidità del muco agli spermatozoi; l' eccezionalissima ed esagerata reazione acida del muco che può casualmente presentarsi: l' ostacolo possibilmente derivabile da densità anormale di muco o di sperma (2): la facilità e la probabile innocenza (3), del mezzo alcalino terapeutico per injezione; forse il suo beneficio

(1) Dalla statistica di Sims risulta, che su 505 donne sterili, 343 presentavano deviazioni dell' utero e massime l' antiversione e la retroflessione: ed una prova diretta dell' ostacolo, che quindi ne può venire alla fecondazione, la diede l' autore (e dopo lui altri) ne' risultati abbastanza numerosi da esso pubblicati di gravidanze ottenute dopo correzione de' vizi uterini o del canale cervicale ostacolanti l' ingresso dello sperma in donne già da lunghi anni sterili, od insterilite dopo qualche parto.

(2) Sims scrive di non aver trovato mezzo migliore per sciogliere il muco troppo denso del canale uterino cervicale, che l' acido idroclorico assai diluito: simili injezioni, io aggiungo, dovranno operarsi fuori del periodo del coito, per non accrescere, ove esista, l' acidità mucosa vaginale: nella fase del coito si userà meglio la soluzione alcalina onde attenuare il meglio possibile la mucosità genitale come pure lo sperma, che dagli studi di Kölliker si conosce poter presentare immobili gli spermatozoi, quando sia troppo denso, come quello per esempio, che non è ancora commisto cogli altri liquidi di ejaculazione: inoltre il liquido alcalino prolungando la vitalità degli spermatozoi rispetto a quello, che faccia la mucosità acida vaginale, fa sì che più sicuramente possano accedere all' utero, massime quando questo offra per vizio le sue vie non troppo accessibili.

(3) Scrivo solo *probabile innocenza* perchè come non è vero quello, che afferma Sims, che si debbano credere vivi gli spermatozoi solo finchè si muovono, così non sarei certissimo, che anche muovendosi, come fanno nella soluzione salina, abbiano pure conservato il loro potere fecondatore, anzi se non fosse troppo assumere a guida alcuni risultati negativi, che ho avuto in tentativi di fecondazione artificiale con sperma in soluzione di fosfato sodico, pubblicati negli Atti dell' Accademia dei Lincei 1875, dovrei conchiudere, che il potere fecondatore non va compagno colla vivacità de' movimenti spermatici: d' altro lato la morte non va paralella colla loro quiete, come ben si può vedere dagli spermatozoi di porcellino, che messi in acqua tosto quietano e sembrano morti, per risuscitare vivaci, ove all' acqua sollecitamente s' aggiunga della soluzione opportuna salina o zuccherina: anzi pei rospi e per le rane, se si consulta quell' evangelio sperimentale, che è la *fisica*

anche sullo stato della mucosa ammalata, quantunque debba tornare in rarissimi casi di assoluta necessità, pure la injezione alcalina potrà ancora (1) praticarsi, a patto però che non vi si faccia tutto quel fondamento, che per molti si suole, a beneficio della fecondazione.

animale e vegetale di Spallanzani, edita a Venezia nel 1782, nel tomo 3°, pag. 96, si troverà, che l'orina umana, come anche l'aceto, purchè dosati metà e metà collo sperma, non riuscivano punto pregiudiciali al potere fecondatore della semenza, benchè la miscela producesse issofatto la morte di *tutti i vermicelli* come l'autore accuratissimamente dice d'essersene accertato al microscopio.

Il medesimo Spallanzani afferma d'aver attentamente esaminato la semenza di due rospi e di non avervi trovata traccia di vermicelli, lo stesso fu in seme vecchio, come pure in goccioline di acqua con pochissimo sperma, (3 grani di sperma in 12 a 18 oncie di acqua) da esso usate utilmente per fecondare le ova. D'altro lato conosciamo infecondo lo sperma filtrato, quello d'uomini adulti, senza spermatozoi, quello di animali troppo giovani o vecchi ecc., gli spermatozoi constatati vivi attorno o dentro le ova stesse in fecondazione, i quali fatti sebbene, guardando il fondo, non escludano in modo assoluto l'efficacia della parte dello sperma, in cui nuotano gli spermatozoi, pure tenderebbero ad infirmare fortemente le affermazioni dello Spallanzani.

Comunque sia, l'enunciato del Professore Pavese contrasta talmente le idee più ricevute sulla necessità per la fecondazione, dell'intervento attivo e vivace degli spermatozoi ed è di sì enorme portata, che non ostante le diligenti e minute cautele messe in pratica dal conscienzioso e felice fecondatore, non ostante le sue ripetute ed esplicite affermazioni a questo proposito, e la immensa conoscenza pratica, che esso tenea de' così detti *vermicelli* in tutte le classi di animali, de' loro moti ecc., sarebbe opportuno un controllo co' microscopi del giorno d'oggi, perchè se fino ad un punto si potrebbero spiegare le fecondazioni ottenute con *vermicelli* morti per orina od aceto, in grazia forse del loro risuscitare a contatto della mucosità alcalina? che avvolge le ova, non si saprebbe più che dire delle fecondazioni ottenute senza spermatozoi, salvo a riporre la potenza fecondatrice in altre parti dello sperma, come già si fece per taluni: ma allora come viaggia lo sperma attraverso la mucosità esterna delle ova, o nella donna dalla vagina all'ovaio?

(1) Purchè usata nelle debite proporzioni, per le quali negli autori si nota una grande trascuranza od inesattezza, credendo che le sostanze da sciogliere possino usarsi entro assai larghi confini di quantità, mentre realmente la vera bontà delle proporzioni oscilla in limiti ristrettissimi, come dimostrai nel lavoro, *effetti di alcuni liquidi specialmente acidi e salini* sui moti dei filamenti spermatici ecc.

Relazione *intorno alla Memoria del sig. Colonnello* Pietro Conti, *avente per titolo* « Sulla resistenza alla flessione della pietra serena « *della Commissione composta dei soci* Betocchi, Cremona, Beltrami *(relatore). Letta nella sessione* 7 *marzo* 1875.

Il Ten. Colonnello Conti mandava il 7 febbraio di quest'anno alla nostra Accademia una Memoria sulla resistenza alla flessione della pietra *serena*.

Questa Memoria contiene l'esposizione delle esperienze da lui fatte sopra alcuni parallelepipedi di pietra serena, e dei risultati a cui le esperienze stesse lo lo avrebbero condotto.

Ecco come l'Autore stesso descrive il procedimento da lui seguito:

« Co' metodi usati in questi esperimenti non occorrono sostegni invariabili, nè si tien conto dei loro cedimenti anche notevoli; mentre coi metodi ordinarii accadono presso i sostegni delle compressioni e dei cedimenti che alterano le misure delle flessioni. Nel nuovo sistema si fa uso d'una doppia squadra (vedi tavola annessa) la cui lunghezza bb' è tale da star giustamente fra un sostegno S e l'altro S'. Le due braccia a, a' sono premute contro la faccia inferiore del pezzo in esperimento, e ciò per via dei tiranti t', t' che sono attaccati al braccio a' di sinistra e t, t a quello a di destra. I tiranti sono tenuti in tensione dai pesi p', p e dalle leve l', l, il cui punto d'appoggio è un coltello c', c posato sulla faccia superiore del pezzo stesso. La doppia squadra diviene così un vero piano di paragone, mentre il pezzo si flette, e relativamente ad esso si misura la flessione per via del nonio n fissato in d alla metà della squadra, il quale si muove di contro alla scala divisa s che è fissata nel mezzo del pezzo. Al sostegno del nonio è pur fissato il microscopio m che legge i centesimi di millimetro colle sue divisioni, ed a stima il mezzo centesimo. È chiaro che, cedendo i sostegni e calando il pezzo, la squadra invariabile nella sua posizione relativa porta con sè il nonio, e la lettura è sempre rigorosamente giusta. »

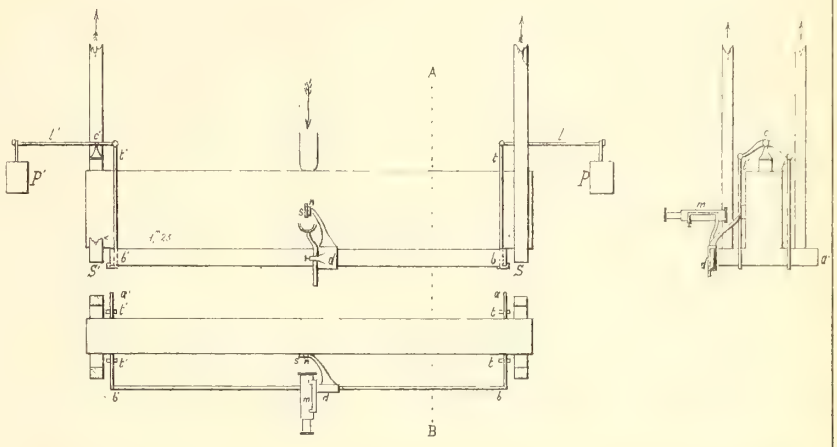
L'Autore ha rivolto speciale attenzione alla ricerca dell' influenza del tempo sulla produzione e sulla scomparsa delle deformazioni, ricerca senza dubbio importantissima, già intrapresa da Hodgkinson, da Fairbairn, da Rodmann, da Cavalli e da altri. A tal fine egli ha lasciato che ciascuno dei carichi imposti al pezzo sperimentato lo gravasse per lo spazio di due giorni, e, rimosso il carico, ha lasciato un egual tempo alla cessazione, totale o parziale, degli effetti della flessione (1). Così operando, e facendo crescere il carico di 100 in 100 chilogrammi, egli ha trovato i risultati contenuti nella seguente tabella:

(1) Questo intervallo di due giorni è quello che, in media, è sembrato sufficiente all' Autore per assicurare la costituzione dell'equilibrio. Nondimeno alcune esperienze gli hanno fatto credere che le variazioni non siano assolutamente nulle nemmeno dopo tale intervallo di tempo.

Esperienze sulla Resistenza alla Flessione della Pietra serena

Pezzo esperimentato. Larghezza media mill.... 78,06. Altezza media ... mill... 199,996. Peso specifico ... 2,622

Per le curve delle flessioni che sono indicate sotto le lettere A, B, C, D, G, le ascisse si leggono sul margine inferiore in Chilogrammi, ogni divisione della quadrettatura valendone dieci; mentre le ordinate da zero a nove decimi di millimetro si leggono sul margine laterale, ogni divisione della quadrettatura valendo mezzo centesimo di millimetro. Le ordinate hanno lo stesso significato anche rispetto alle curve E ed F, ma per queste le ascisse esprimono i tempi in cui si passa dalla deformazione immediata alla definitiva, e si leggono presso le rispettive curve, ogni divisione della quadrettatura corrispondendo a 20'.



Curve della flessione

A **immediata** sotto il carico

B **definitiva** " "

C **immediata** che resta tolto il carico

D **definitiva** " " "

ossia vera deformazione permanente

G **immediata** dell'ultima prova continuata fino a rottura

E Curve della flessione durante il periodo in cui si passa dalla deformazione immediata alla definitiva sotto il carico

F Curve della flessione durante il periodo in cui si passa dalla deformazione immediata alla definitiva tolto il carico

Kilog 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500

Lit. Martelli Roma

DEFORMAZIONI IN MEZZI CENTESIMI DI MILLIMETRO

CARICO in Chilogrammi	SOTTO IL CARICO			TOLTO IL CARICO	
	Immediata	Definitiva	Differenze	Immediata	Definitiva
0	0	0	0	0	0
100	7.5	7.5	0	0	0
200	14.5	14.5	0	0	0
300	21.5	21.5	0	0	0
400	28.5	28.5	0	0	0
500	36	37	1	1	0
600	44	46	2	2	0
700	52	56	4	3	0
800	60	66	6	5	1
900	69	77	8	7	2
1000	78	88.5	10.5	10.5	3.5
1100	88	102	14	14	5
1200	99	117	18	17	6.5
1300	115	137	22	21	8.5
1400	132	158	26	25	10.5
1500	152.5	184	31.5	30	12.5

Da questa tabella emerge quanto segue :

Al dissotto di 400 chil. la deformazione è sensibilmente istantanea; al di là di questo limite essa incomincia a crescere col tempo.

Al dissotto di 500 chil. lo scarico determina il ritorno istantaneo alla forma primitiva; al di là di questo limite s' incomincia ad avvertire un ritardo in tale ritorno.

Ad 800 chil. s'incomincia, dopo scaricato il pezzo, ad avvertire un residuo di deformazione che non isparisce col tempo, e che può quindi considerarsi come permanente.

Le deformazioni sono più lente a dileguarsi che a formarsi.

La rottura del pezzo sperimentato ebbe luogo a poco più di 1400 chil.; ma, vista la molteplicità delle prove cui esso era stato già sottoposto, l'Autore inclina

a stabilire la cifra di 1500 ch. pel carico normale di rottura, tanto più che un altro pezzo d'eguali dimensioni, ma meno cimentato, non si ruppe che a circa 1600 ch.

I numeri della tabella precedente hanno servito all'A. per costruire un quadro grafico, che è riportato nella tavola annessa. Ivi si hanno le due curve relative alla flessione immediata ed alla flessione definitiva sotto il carico, e le altre due curve relative alla flessione immediata e definitiva che rimane dopo tolto il carico.

Nella tavola vi sono poi anche alcune curve che esprimono il passaggio dalla deformazione immediata che rimane dopo tolto il carico alla deformazione definitiva che rimase nel pezzo scarico, in relazione al tempo in cui questo passaggio avviene.

L'A. ha istituito un' indagine speciale sull' andamento delle differenze fra le deformazioni immediate e le definitive, a pezzo carico, del pari che sull'andamento delle differenze fra le deformazioni residue immediate e le definitive, a pezzo scarico. Siccome il processo di calcolo è lo stesso in ambidue i casi, non ci occuperemo che del primo.

Abbiamo già notato che fino a 400 ch. non v'è divario sensibile fra la deformazione immediata e la definitiva; al di là di questo limite le differenze fra queste due deformazioni procedono nel modo indicato dalla tavola che daremo più innanzi. Queste differenze sono espresse in unità equivalenti ad $\frac{1}{200000}$ di millimetro. Posto ciò, l'A. assume i carichi successivi come ascisse (facendo corrispondere l'ascissa 0 al carico di 400 ch., e le ascisse 1, 2, ... ai carichi di 500, 600, ... ch.), e le corrispondenti differenze (espresse nelle anzidette unità) come ordinate, e suppone che queste ordinate appartengano ad una parabola ordinaria, rappresentata da una equazione della forma

$$y = a + b\,x + c\,x^2.$$

Egli non dà ragione di tale supposizione, non potendosi certamente riguardare come tale l'approssimata compensazione che ne risulta fra le deviazioni in + ed in —; ognuno comprende infatti che una funzione lineare, del pari che una funzione intera di qualunque grado, o che qualsiasi più complicata e meno idonea funzione rappresentativa può essere sempre individuata ne'suoi coefficienti, per modo da soddisfare alla condizione d'una compensazione non già approssimata, ma rigorosamente esatta, delle deviazioni in + ed in —. Un'induzione favorevole non si potrebbe trarre che dalla picciolezza di queste deviazioni rispetto all'errore probabile delle osservazioni, errore sul quale, nel caso presente, manca ogni dato.

L'A. deduce i valori dei coefficienti a, b, c da considerazioni che ci sono ignote e sulle quali egli non dà alcuna spiegazione, ma che riconducono alla formola d'interpolazione neutoniana

$$y = y_0 + \frac{x}{1}\,\Delta\,y_0 + \frac{x\,(x-1)}{1.\,2}\,\Delta\,\Delta\,y_0,$$

dove però le quantità y_0, Δy_0, $\Delta\Delta y_0$ non sono quelle fornite direttamente dall'esperienza, ma hanno i valori

$$y_0 = 256{,}4 \qquad \Delta\,y_0 = 685\,, \quad \Delta\,\Delta\,y_0 = 430,$$

dei quali l'Autore non fa conoscere la provenienza. Egli perviene così alla formola

$$y = 256{,}4 + 470\,x + 215\,x^2 \qquad (1)$$

rappresentante una parabola, il cui vertice è nel punto di coordinate

$$x_0 = -1{,}093 \qquad y_0 = -0{,}460.$$

Stante la prossimità di questo punto all'asse delle x, l'Autore lo considera come un unico punto comune a quest'asse ed alla parabola, e poichè all'ascissa — 1,093 corrisponde un carico di 290, 7 ch., egli riguarda senz'altro quest'ultimo carico come quello che corrisponde al limite fra le deformazioni istantanee e le progressive, e non esita punto a chiamarlo «un dato sicuro, non soggetto alle solite contestazioni sul fattore di sicurezza, che fornisce questo nuovo metodo d'esperimentare, il quale dà la certezza che nelle costruzioni si può caricare il materiale fino a questo limite con tutta sicurezza.»

A noi pare veramente assai dubbio che una formola empirica, ricavata da dati relativi ad un certo intervallo d'ascissa, si possa legittimamente far servire alla deduzione di elementi che escano da questo medesimo intervallo, ed in generale alla deduzione d'alcunchè che non sia già incluso nella tavola da cui la formola venne calcolata. Ciò non potrebbe farsi se non quando una ragionevole ipotesi teorica conducesse alla scelta d'una formola di quella natura, ed un soddisfacente accordo di questa formola (convenientemente individuata ne'suoi coefficienti) coi dati sperimentali porgesse sufficiente argomento per riguardarla come l'esatta espressione del fenomeno. Ma una formola empirica, quale si è senza dubbio quella dell'Autore, se può giovare qualche volta come mezzo pratico d'interpolazione *entro* il dato intervallo, non può dire nulla di più della tavola numerica ch'essa rappresenta approssimativamente, essa dirà anzi (più probabilmente) di meno, e potrà benanche fuorviare l'investigatore nella ricerca della legge vera. Si noti poi che il fatto stesso del passaggio dalle deformazioni sensibilmente istantanee alle visibilmente progressive accenna già ad un cangiamento abbastanza rilevante nelle condizioni molecolari del solido, talchè riesce vieppiù sospetta la deduzione dell'istante del passaggio da una formola calcolata in base soltanto alle condizioni *successive* al passaggio stesso. Avuto riguardo a tutto ciò noi non possiamo credere alla «possibilità di trovare (per questa via) la legge dell'accrescimento e così spingere l'indagine oltre alle differenze accusate dallo strumento.....», nè possiamo ammettere che «guidata nel suo cammino dalla direzione che determinano le fatte osservazioni l'analisi procederà fino all'ultima traccia di deformazione incipiente ecc.»

Ma, lasciando stare questa questione di principio, la quale è troppo generale per poter essere rimessa in discussione a proposito d'un'applicazione tanto speciale, ci sarà facile dimostrare che il risultato cui è pervenuto l'Autore mediante la sua formola empirica, ed al quale egli sembra attribuire tanta importanza (cioè la determinazione del rapporto = 5 fra il carico di rottura e quello di deformazione progressiva), ben lungi dall'essere, come egli vorrebbe, «all'infuori d'ogni apprezza-

mento personale » e dal risultare « direttamente ed inevitabilmente dall' esperimento », può essere ed è invece grandemente modificato dalla scelta del metodo d'interpolazione, così da restarne neutralizzata una buona parte di quella precisione che l'Autore ha cercato di raggiungere col suo processo di sperimentazione.

Ritenuta infatti la funzione quadratica

$$y = a + bx + cx^2$$

come rappresentatrice approssimata delle differenze anzidette, noi ci siamo serviti dei valori, osservati dall'Autore, di 12 di queste differenze per determinare i tre coefficienti della funzione col metodo dei minimi quadrati. Supponendo di peso eguale tutte le 12 osservazioni e quindi rendendo minima la somma

$$\Sigma\,(a + bx + cx^2 - y)^2,$$

si ottengono le tre equazioni

$$\begin{aligned} a\,n + b\,\Sigma x + c\,\Sigma x^2 &= \Sigma y, \\ a\,\Sigma x + b\,\Sigma x^2 + c\,\Sigma x^3 &= \Sigma xy, \\ a\,\Sigma x^2 + b\,\Sigma x^3 + c\,\Sigma x^4 &= \Sigma x^2 y. \end{aligned}$$

Nel nostro caso, dividendo per 100 le differenze osservate y, affine d'avere numeri più piccoli, si ha

$$n = 12, \quad \Sigma x = 66, \quad \Sigma x^2 = 506, \quad \Sigma x^3 = 4356, \quad \Sigma x^4 = 39974,$$
$$\Sigma y = 1430, \quad \Sigma xy = 11905, \quad \Sigma x^2 y = 107505\,;$$

quindi le tre equazioni del problema sono

$$\begin{aligned} 12\,a + 66\,b + 506\,c &= 1430 \\ 66\,a + 506\,b + 4356\,c &= 11905 \\ 506\,a + 4356\,b + 39974\,c &= 107505 \end{aligned}$$

Da queste si trae

$$a = \frac{511225}{286286} = 1{,}7857$$

$$b = \frac{1560130}{286286} = 5{,}4495$$

$$c = \frac{593450}{286286} = 2{,}0729$$

epperò, moltiplicando nuovamente per 100 questi numeri, si ha, per la funzione cercata:

$$y = 178{,}57 + 544{,}95\,x + 207{,}29\,x^2. \qquad (2)$$

Ricalcolando con questa funzione la tavola delle differenze si trova:

Carichi in chilogrammi	DIFFERENZE		DEVIAZIONI COLLA FORMOLA (2)		DEVIAZIONI COLLA FORMOLA (1)	
	osservate	calcolate	in +	in —	in +	in —
400	0	178,57	178,57		256,4	
500	1000	930,81		69,19		58,6
600	2000	2097,63	97,63		56,4	
700	4000	3679,03		320,97		398,6
800	6000	5675,01		324,99		423,6
900	8000	8085,57	85,57			18,6
1000	10500	10910,71	410,71		316,4	
1100	14000	14150,43	150,43		81,4	
1200	18000	17804,73		195,27		223,6
1300	22000	21873,61		126,39		98,6
1400	26000	26357,07	357,07		456,4	
1500	31500	31255,11		244,89		58,6
			$\Sigma = 1279,98$	$\Sigma = 1281,70$	$\Sigma = 1167,0$	$\Sigma = 1280,2$

Come si vede, la compensazione è quasi perfetta, e lo sarebbe assolutamente se avessimo conservato i valori esatti di *a, b, c,* giacchè la prima delle tre equazioni lineari esprime appunto che la somma algebrica delle deviazioni è nulla. La differenza fra la somma degli errori positivi e quella dei negativi, che nella parabola dell'Autore è di — 113, 2, discende nella nostra a — 1, 72: e poichè questo criterio della compensazione è l'unico addotto dall'Autore in favore della scelta della sua funzione quadratica, egli non potrebbe non accordare la preferenza alla funzione da noi determinata. Del resto questa è anche per altri riguardi preferibile a quella dell'Autore; infatti gli errori cui essa dà luogo oscillano fra

$$+ 410,71 \quad \text{e} \quad - 324,99,$$

mentre quelli della funzione determinata dall'Autore oscillano fra

$$+ 456,4 \quad \text{e} \quad - 423,6$$

La somma degli errori positivi è, per la nostra funzione, un po' superiore a quella data dall'altra; ma la somma dei quadrati di *tutti* gli errori si trova essere minore nella nostra, come doveva necessariamente risultare dal principio stesso del metodo adoperato.

Ciò posto, se si chiamino x_0, x_1, x_2 le ascisse del vertice e delle due intersezioni della curva coll'asse delle x, si trova

colla nostra formola	con quella dell'Autore
$x_0 = -1{,}3144$	$= -1{,}093$
$x_1 = -0{,}3836$	$= -1{,}047$
$x_2 = -2{,}2452$	$= -1{,}139$

A queste ascisse corrispondono rispettivamente i carichi seguenti:

ch. 268,56	290,7
361,64	295,3
175,48	286,1.

Scegliendo il secondo di questi valori (che si riferisce all' intersezione più vicina all'origine) come quello che più ragionevolmente risponde alla natura della questione, si ottengono dunque i valori

ch. 361,64 e ch. 295,3

come corrispondenti, nei due metodi, al massimo carico producente una deformazione non progressiva. Si vede che questi due valori differiscono della quantità non indifferente di

ch. 66,3,

e che il fattore 5, trovato dall'Autore, discende così a meno di 4 $\frac{1}{2}$.

Il valore di ch. 361,64 da noi trovato sembra più in armonia dell' altro coi risultati immediati dell'osservazione, a tenore dei quali fu solo a 400 ch. che s'incominciò a notare un accrescimento sensibile della deformazione, in due giorni di tempo. Ma checchè ne sia della preferenza da darsi all'uno od all'altro valore, preferenza intorno a cui noi non vogliamo insistere, sembrandoci assai dubbio il punto di partenza comune ai due processi, resta dimostrato che se al metodo d'interpolazione (incognito) usato dall'A. e che vogliamo pur credere eccellente, fino a prova contraria, si sostituisce un altro metodo d'eccellenza non dubbia, qual si è quello dei minimi quadrati, quel risultamento che l'A. riguardava come « all'infuori d'ogni apprezzamento personale » e come una conseguenza « diretta ed inevitabile dell'esperimento » viene a modificarsi notabilmente. Non possiamo quindi dare alcun peso alle asserzioni dell'A., quando esce a dire: « Così l'eterna questione del fattore di sicurezza da adottarsi parmi risolto non già empiricamente e secondo le variabili idee dei costruttori, ma secondo la ragione veduta (?) e le reali proprietà molecolari della materia. Il fattore 5 resta fissato, ecc. » La determinazione che l' A. dà di questo fattore, lungi dall'essere fondata nelle proprietà molecolari della materia, non è altro che il risultato d'una formola empirica, di non dimostrata convenienza, interpolata al di fuori della tavola ch'essa doveva rappresentare.

Con modi analoghi l'Autore determina l' inizio delle deformazioni permanenti, le quali non spariscono col tempo, e sono indicate dalla curva B nella tavola. A tale effetto, detta y la deformazione definitiva espressa in duecentomillesimi di millimetro, e fatto $x = 0$; 1 ; 2... per carichi di 700, 800, 900 ... chilogrammi, egli suppone $y = 420 + 700x + 100x^2$.

e trovando per $y = 0$ un valore $x = -0,6628$ corrispondente ad un carico di 633 chilogrammi, conclude che: « per qualche istante si potrebbe lasciar crescere il carico sino a 633 chilogrammi e che stabilmente si può usare quello di 290 chilogrammi (di cui sopra si disse) senza che il pezzo abbia a soffrirne punto.

Avremmo a fare le stesse osservazioni come nel caso precedente, identico essendo il metodo.

Ci piace però riassumere che in sostanza l'apprezzamento cui è condotto l'autore dalle sue conclusioni è che si possa caricare un pezzo di materiale senza alterarlo fra due limiti, l'uno per i carichi momentanei, l'altro per i carichi permanenti. Il limite per i carichi momentanei si trova, secondo l'Autore, nell'incontro coll'asse delle ascisse della curva *B* della flessione definitiva; il limite per i carichi definitivi si trova nell'incontro della curva *A* delle flessioni immediate sotto il carico, colla curva *B* delle flessioni definitive sotto il carico.

« Nella tavola (dice l'Autore) è tracciato in punteggiato l'andamento degli accrescimenti e delle diminuzioni di deformazione col tempo a pezzo caricato ed a pezzo scaricato per i carichi di 1100 e 1500 chil. Come pure è segnato il breve tratto di curva che per 700 chil. dà il progresso della diminuzione, e per 800 chil. le diminuzioni che lasciano la prima traccia di deformazione permanente, si scorge a prima vista che le piccole deformazioni sono le più lente a scomparire. A 700 chil. di carico tre mezzi centesimi ci mettono 200′, mentre a 1100 chil. ci mettono 40′ ed a 1500 chil. ci mettono 20′. È però da notarsi che a 700 chil. i tre mezzi centesimi formano tutta la deformazione permanente immediata, mentre a 1500 chil. ne sono soltanto un sesto. Che se, invece di confrontare i tempi impiegati ad annullare i tre primi mezzi centesimi di deformazione, si confrontano i tempi per gli ultimi, si trova che a 700 chil. (per cui sono primi ed ultimi ad una volta) impiegano 200′, a 1100 chilogr. 540′ ed a 1500 chil. 1700′. Confrontando poi l'andamento degli accrescimenti sotto carico, con quello delle diminuzioni tolto il carico, si osserva che gli accrescimenti a 1500 chil. sono in sul principio di 15 mezzi centesimi per 40′ e le diminuzioni di 4 nello stesso tempo di 40′, mentre sulla fine tendono ad essere di un mezzo centesimo per ogni 60′ tanto le une che gli altri. Le deformazioni sono adunque più lente a sparire che non a formarsi e perciò bisogna lasciare il pezzo in riposo un tempo maggiore di quello in cui lo si tenne caricato se le ripetizioni del carico non si facciano a più di due giorni d'intervallo: tanto più poi se si facciano alla distanza di pochi minuti; che se non si abbia questa avvertenza, le deformazioni totali andranno aumentando sommandosi colla parte delle deformazioni permanenti non ancora scomparse, e verrà un momento in cui a forza di ripetere un carico di poco superiore alla metà di quello di rottura, il pezzo si romperà. Non è propriamente un carico piuttosto che un'altro ciò che conduce il pezzo alla rottura, ma la deformazione totale in qualsiasi modo ottenuta, ossia l'allontanamento delle molecole portato oltre al limite della coesione. Così si spiega come negli esperimenti della R. Commissione inglese per l'applicazione del ferro alle ferrovie non si abbia mai avuta la rottura per quante fossero le frequenti ripetizioni di un carico minore della metà, e si arrivasse alla rottura dopo qualche migliaio di volte quando il carico ripetuto superava la metà di quello di rottura.

Egli è che la deformazione permanente definitiva, ossia il definitivo allontanamento delle molecole ha luogo solo a tale carico, e la ripetizione somma del continuo i leggeri residui di deformazione non annullata. »

La Commissione non intende punto, colle osservazioni e riserve che fece di negare ogni pregio alle indagini ed alle considerazioni del Colonnello Conti. Le une e le altre sono senza dubbio interessanti nel loro complesso, e potranno essere utilmente consultate dai pratici, specialmente se le esperienze verranno maggiormente variate, e se dal confronto di molti dati d'osservazione si potranno desumere i limiti dell'errore di ciascuno. Ma sarebbe affatto fuor di luogo il considerare le deduzioni dell' A. come veramente definitive, e meno ancora come equivalenti a quelle d'una teoria razionale, la quale, benchè fondata nell'esperienza, non dovrebbe più ricorrere a questa se non per assegnare il valore numerico d' alcuni elementi fondamentali.

La Commissione propone perciò alla Classe di ringraziare il sig. Colonnello Conti per la comunicazione delle interessanti esperienze da lui iniziate.

Notizie sulle fondazioni dell'Edificio pel Ministero delle Finanze in Roma.

Sunto di Memoria dell'ing. RAFFAELE CANEVARI.

Letto nella sessione del 14 febbraio 1875.

L'amministrazione delle Finanze è di gran lunga la più vasta di quante ne conta lo Stato. Prescindendo dagli uffici provinciali delle Intendenze e da quelli del Lotto, l'amministrazione centrale oltre il segretariato, comprende le direzioni generali del Tesoro, delle Gabelle, del Demanio e Tasse sugli affari, delle Imposte dirette e del Catasto, del Debito Publico, e della Cassa Depositi e Prestiti; inoltre colla Finanza va connessa la Corte de'Conti.

Tenuta a calcolo eziandio la schiera degli aggregati temporaneamente alle varie direzioni generali, che chiamano straordinarî, il personale di così vasta amministrazione supera la cifra ragguardevole di 2200 impiegati, e cioè più di quanti ne contano gli altri ministeri sommati insieme.

L'esperienza ha dimostrato che l'aliquota di superficie coperta in ragione di ogni impiegato sale mediamente per il complesso delle esigenze connesse col servizio da 31 a 32 metri quadrati per individuo.

Partendo da questo dato il fa bisogno dell'amministrazione centrale delle Finanze ed uffici dipendenti veniva a risultare di 70400 metri quadrati di superficie coperta, superficie che nessun palazzo in Italia raggiunge, salvo forse due o tre eccezioni.

Nemmeno in Roma era quindi piccola impresa il trovare posto per così vasta amministrazione. Era stato fatto dapprima il progetto di ripartirla in parecchi conventi adattandoli come meglio si poteva a publici uffici. Ma l'onorevole Sella che allora reggeva il Ministero delle Finanze osservava che si sarebbe dovuta fare una spesa di adattamento assai ragguardevole, che sarebbe stato necessario dare una rendita non indifferente agli enti ecclesiastici in corrispettivo di cotesti conventi, che malgrado la grande spesa di adattamento sarebbero i conventi proposti riesciti pochissimo acconci a publici uffici, e finalmente che si avrebbe avuto un danno permanente gravissimo nel frazionare l'amministrazione finanziaria in locali diversi più o meno distanti fra loro. Ed infatti gli esempi non mancavano da un lato per dimostrare quanto fosse pernicioso questo frazionamento di una stessa amministrazione in vari locali al punto di vista della rapida trattazione degli affari e della migliore utilizzazione e sorveglianza del personale; dall'altro era palese occorrere a questo scopo vasti e luminosi locali, i quali fanno assolutamente difetto nella massima parte dei chiostri di cui la cella è elemento costitutivo precipuo, ed essa risponde ad un concetto radicalmente diverso da quello che deve dirigere la distribuzione di pubblici uffici specialmente se attinenti alla contabilità.

Dopo attento esame delle indicate considerazioni fu l'amministrazione condotta ad abbandonare ogni idea di riduzioni di fabbricati esistenti, e ad abbracciare in quella vece la massima di edificarne uno adatto alle proprie occorrenze. Tanto più si venne a questo partito in quanto vi era in Roma grande difetto di edifici non solo per la crescente popolazione che la Capitale vi avrebbe portato, ma sopratutto per le innumerevoli esigenze dell'amministrazione civile di un vasto Regno retto a forma parlamentare, che veniva a trapiantarsi nella sede di un piccolo stato, e per le molte necessità di un grande municipio autonomo cui la legge impone tanti obblighi scolastici e civici.

Ripartendo i 70 mila metri quadrati di area coperta creduti necessari per l'edificio in discorso in quattro piani, la superficie di ciascuno veniva a risultare dai 17 ai 18 mila metri quadrati, a cui aggiungendo cortili, dipendenze, gli spazi indispensabili per i cantieri e per gli approviggionamenti raggiungevasi la cifra di circa 5 ettari di terreno.

Un area così vasta non poteva ottenersi nel centro della Città se non mediante indennità di parecchi milioni, ed estese demolizioni che avrebbero avuto per effetto di far maggiormente salire i prezzi locativi già così rapidamente aumentati dopo il 1870.

Fu quindi necessario il prendere di mira le aree meno prossime al centro tanto più che il Municipio in massima decretava la costruzione dei nuovi quartieri del Castro Pretorio, e dell'Esquilino presso la stazione ferroviaria; ed infatti ivi per un area di 53000 metri quadrati si ebbe una spesa di 73000 lire, mentre nel centro della città un area equivalente avrebbe costato 14 milioni, quando si prendano a base i prezzi liquidati per le espropriazioni della via Nazionale che ascesero a lire 265 al metro quadrato in media. Inoltre si dava così efficace impulso alla edificazione dei nuovi quartieri, con vantaggio per tutti, ed in ispecie per la classe degli impiegati e loro famiglie che è quanto dire per una popolazione di oltre 10 mila persone, tenendo solo conto degli addetti al Ministero delle Finanze.

1.° *Indicazioni topografiche; previsioni sulle difficoltà che sarebbonsi incontrate nelle fondazioni; prime esplorazioni; conseguenze che se ne dedussero.* E pertanto l'area che la pubblica amministrazione prescelse per fabbricare su parte di essa il palazzo del Ministero delle Finanze fu l'orto annesso al convento della Certosa di m.i q.i 70630 avente confine colla via Venti Settembre e la via del Maccao, gli edifizi della Certosa e l'ospizio di Termini. Quest'area non presentava in superficie fabbrica veruna nè ruderi di antichi edifizi. Un viale di allori la divideva in due; la porzione maggiore verso la Porta Pia, e lungo la via del Maccao aveva un livello di 64^m circa sullo zero dell'idrometro di Ripetta (1) con lieve inclinazione verso il viale anzidetto che trovavasi prossimamente alla quota 61^m; a partire da esso il terreno rapidamente scendeva al livello medio 58^m per mantenersi poi nel resto quasi perfettamente orizzontale (Vedi tavola N. 1). L'acquedotto Felice e due suoi rami traversavano a piccolissima profondità questo terreno.

(1) Lo zero dell'idrometro di Ripetta trovasi a 0^m 971 sul medio livello marino; a questo zero son riferite tutte le altezze.

Il perimetro del nuovo edificio veniva pertanto determinato da un rettangolo col lato maggiore lungo 300 metri paralello alla via Venti Settembre, e distante da essa per 20 metri, e col lato minore della lunghezza di 120^{m} paralello all'ospizio di Termini. Si racchiudeva così una superficie di 36000 m. q.

In quel periodo di primi studi io ritenni che le fondazioni sarebbero state di minore importanza che altrove entro Roma. Ed invero il carattere generale del suolo che circonda Roma, specialmente sulla riva sinistra del fiume, è quello di un altopiano solcato da numerose valli, di cui quella del Tevere è la principale. L'altopiano è generalmente costituito da un potente strato di materie vulcaniche compatte che poggia sopra le sabbie e le marne subappennine. Il suolo delle valli è un misto degli elementi suindicati, ove predominano i materiali vulcanici che avendo subito una lenta decomposizione si trasformarono in suolo argilloso tenacissimo fino a grande profondità. Da questa costituzione della crosta superficiale nasce che in massima non si abbiano, ove le circostanze naturali non furono modificate, difficoltà gravi da superare per la fondazione degli edifizi, avendo da per tutto un terreno abbastanza omogeneo e resistente.

Cangiano le cose però entro il perimetro della città. Roma parte è edificata nella Valle del Tevere, parte si estende sull' altopiano e parte risale le vallicelle secondarie da cui il medesimo è frastagliato. L' indole del terreno è analoga al resto della campagna romana, ma entro la cinta della città una singolare complicazione s'incontra la quale è dovuta all'opera dell'uomo.

Ventisei secoli di non interrotta vita urbana, un numero immenso di vicissitudini hanno sconvolto il suolo. Ai primitivi edifizi altri si sovrapposero con diversi intendimenti costrutti, e così di seguito in modo che per dieci o dodici e più metri di profondità sotto il piano attuale non si rinvengono che macerie e rovine tra le quali filtrano acque abbondanti specialmente nelle valli e nelle parti prossime al Tevere.

Ma se questo può dirsi in genere del suolo entro la città di Roma le circostanze potevano variare nel caso concreto. Infatti l'area prescelta trovavasi in sommità del Quirinale e non nelle valli che dai colli discendono e si confondono con quella propria del fiume. Per legge generale, i materiali avventizi dovevano essere discesi successivamente al basso; quindi di assai minore potenza che altrove il cumulo delle macerie, e quindi l'assenza di acque sotterranee appunto per esser noi al culmine del colle. È ben vero che a breve distanza le fondazioni della stazione ferroviaria dovettero spingersi in media alla ragguardevole profondità di 14^{m},00, e che alcuni edifizi nella via Nazionale dovettero similmente discendere le loro fondazioni per metri 16; ma questi fatti non provavano in contrario, imperocchè tanto la prima che le altre fabbriche suaccennate trovavansi all'origine, o nei primi tronchi di valli in gran parte ricolme coi detriti delle circostanti elevazioni, mentre invece sapevasi come le case prossime alle Quattro Fontane, collocate cioè presso la linea di displuvio di questo stesso colle Quirinale, mostrassero la roccia tufacea nei loro sotterranei ed a breve distanza della superficie attuale del suolo, come il tufo granulare si riscontrasse nelle cantine del R. Palazzo, al convento di s. Carlino, a s. Andrea. Nè potevo ignorare come in occasione di alcuni lavori eseguiti nel 1818, questa stessa roccia si

fosse rinvenuta in posto a non più di 90 cent.[i] di profondità, sulla piazza del Quirinale fra i cavalli di Fidia ed il palazzo della Consulta, abbenchè in quel luogo sorgessero in antico molti edifizi, ed abbondantissime perciò le rovine. E quindi io ne deducevo che le fondazioni del nuovo edifizio sarebbero state di minore importanza e difficoltà che altrove, vuoi per la mancanza di acque, vuoi per un'assai minore altezza di terre avventizie.

Frattanto la pubblica amministrazione mi dava incarico di eseguire alcuni scandagli del terreno onde formarsi un concetto più esatto di quel capitolo importante di spese che è in Roma la fondazione degli edifizi. Feci quindi dar mano all'apertura di cavi per riconoscere effettivamente l'indole del terreno non avendo mai posto molta fiducia nelle esplorazioni condotte con l'ordinaria trivella. Gli scandagli furono nel numero di nove costituiti da altrettanti pozzi, armati ove occorse, e stabiliti nell'area stessa della fabbrica, o presso la medesima come è indicato nell'unita pianta n. 1, ove codesti saggi sono controsegnati con numeri romani, mentre la qualità dei materiali incontrati trovasi notata nelle corrispondenti sezioni dello stesso foglio.

Da queste esplorazioni venne a risultare:

1.° Che riferito al piano di campagna lo spessore delle macerie e dei ruderi di vecchi edifizi sovrastante al letto di tufo e pozzolana in posto poteva giungere da $6^m,40$ (Pozzo N. 1) a metri 12. 40 (Pozzo N. IX).

2.° Che ritenuto opportuno di stabilire la fondazione sul tufo discretamente compatto ed omogeneo segnato col N. (III), la profondità di esso, computata dal livello del suolo, poteva ritenersi variare fra i metri 7. 10 e metri 10. 20 prescindendo dal Pozzo N. IX che a dir vero si presentava come una anomalia.

3.° Che riferito al livello del mare, o più esattamente allo zero dell'idrometro di Ripetta, questo strato di tufo N. (III) appariva nel senso longitudinale, o asse maggiore dell'edifizio, ascendente verso la Porta Pia con ordinate estreme $49^m,10$ — $55^m,95$, orizzontate secondo l'asse minore della fabbrica $54^m,40$ — $54^m,50$.

4.° Che riferito al piano della via di Porta Pia, all'incontro coll'asse centrale dell'edifizio, piano che è al livello $60^m,10$ sullo zero dell'idrometro suddetto, la profondità media a cui incontravasi lo strato tufaceo ritenuto quale opportuno letto per la fondazione, era circa di metri 7. 50.

5.° Che vi fosse assoluta mancanza di acque, e ciò fino alle ragguardevoli profondità a cui con i scandagli erasi giunti.

Ma i fatti posteriori dimostrarono come talune di queste deduzioni erano fallaci, il che sta a provare come le esplorazioni del terreno eseguite su pochi punti di una estesa superficie siano talvolta guida poco sicura.

L''altezza dello strato avventizio che anco qui, sebbene nel culmine del Quirinale, si palesava potentissimo. condusse a costruire un piano sotto il piano terreno, che prese il nome di piano delle sostruzioni, e fu circondato da strade basse o intercapedini, mentre restavano sotto questo piano i sotterranei destinati al servizio dei caloriferi, ecc. Il livello del piano terreno venne fissato alla quota $62^m,00$; il pavimento delle sostruzioni alla quota $56^m,00$; il suolo dei sotterranei, che occupano una parte soltanto dell'area totale, rispettivamente ai livelli $53^m,00$ e $50^m,00$.

Conseguenza di questo partito era che uno sterro generale sino alla quota $55^m,80$

dovesse estendersi su tutta l'area dell' edifizio e delle intercapedini esterne ed interne, e che questo sterro generale dovesse ulteriormente spingersi per tutta l'ampiezza dei sotterranei rispettivamente alle quote $53^m,00$ e $50^m,00$ di sopra indicate, e come appare distintamente dalla pianta N. 1 Ogni più profonda escavazione, fino al livello del terreno ritenuto idoneo per ricevere la base dei muri doveva eseguirsi a sezione ristretta, ossia nelle dimensioni che ai muri stessi erano assegnate.

In base agli scandagli eseguiti si presunse una profondità media per le fondazioni di metri 9.00 valutati dal livello della via Venti Settembre. Si opinava in fine che fosse assegnata all'impresa il termine di un anno per compiere le fondazioni accordando un prolungamento di giorni due per ogni decimetro di maggiore profondità media.

In base ai criterî precedentemente indicati compilavasi il computo metrico che per le fondazioni conduceva ai seguenti risultati:

Sterro generale per portare tutta l'area dell'edifizio alla quota 55. 80 e per la incassatura dei locali sotterranei al livelli $53^m,00$ e $50^m,00$.	M.i C.i	233,732.	00
Cavi a sezione obbligata per fondazione di muri spinti in media fino alla quota $51^m,00$.	»	33,977.	00
Totale del movimento di terra	M.i C.i	267,709.	00
Muratura di qualunque specie fino al piano delle sostruzioni, ossia fino alla quota $55^m,80$	M.i C.i	36,163.	00

2.° *Cominciamento dei lavori — prime vicende — franamenti — le gallerie sotterranee — provvedimenti adattati — risultati finali.*

Il 1° aprile 1872 ponevasi mano ai lavori di sterro ed alla deviazione dell'acquedotto Felice. La straordinaria ampiezza dell'edifizio, rese necessario di abbandonare il sistema di costruzione per piani orizzontali, e di adottare invece la disposizione a scaglioni, incominciando da uno dei lati minori e progredendo verso il lato opposto, e così fu incominciato lo sterro sulla fronte minore verso l'ospizio di Termini e per la intera sua estensione frontale di metri 120; parte destinata a residenza della Corte dei Conti, mentre era destinato al Debito Pubblico il lato opposto.

Davasi opera alla escavazione generale del terreno fino al piano delle sostruzioni, ossia fino al livello 55^m, 80, ed all'ulteriore approfondamento fino alle quote 53^m e 50^m rispettivamente per la incassatura dei sotterranei nei due Corpi o Padiglioni d'angolo di questo lato. Al cader del settembre si attaccarono le escavazioni a sezione ristretta in tutto il muro perimetrale esterno di quel fianco, per uno sviluppo di circa 140 metri (vedi Pianta N. 1, lett. a, b. . . . . , h, i.) Questi cavi aperti in un terreno di scarico e macerie andavano armandosi nel modo ordinario di mano in mano che proseguiva il loro approfondamento che più attivamente spingevasi intorno all'angolo f, g, h del Padiglione posteriore. — Il 19 ottobre quel cavo raggiungeva il livello $49^m,60$ senza ancora rinvenire un suolo non tocco, ed incontrava a $9^m,00$ dall'angolo, il colmo di una grotta o cava antica di pozzolana nera. Contemporaneamente pronunciavasi una crinatura, o distacco nel terreno cir-

costante che accennava ad un prossimo franamento. — Si proseguiva nondimeno la escavazione con le debite cautele, ed il 22 si era giunti all' ordinata 48^m, 40, quando nella notte medesima avveniva un' esteso scoscendimento del terreno all' intorno del cavo: le armature prive di contrasto cedevano e precipitavano al fondo, e l' escavazione in gran parte rinchiudevasi. — Avevano crollate le volte delle sottostanti cavità portando seco la caduta del superiore terreno che andava a riempire le grotte istesse, e si adagiava sul loro fondo. — Nel cavo sull' altro lato h, i, del Padiglione posteriore, allo stesso livello 49^m, 50 incontravasi il vuoto di una cavità sotterranea, che ancor qui oltrepassavasi. — Alle 4 $^1/_2$ pom. del 30 ottobre erasi ivi all' ordinata 47^m, 44, quando gli operai che trovavansi in sommità alla manovra delle burbere per la estrazione dei materiali, videro segnarsi sul terreno una linea di distacco, mentre contemporaneamente i cavatori nel fondo, avvertiti di un' imminente frana dallo scricchiolio delle armature e dal movimento della terra dietro le medesime, ebbero tempo di porsi in salvo. — Pochi istanti dopo ponti di servizio, burbere, armature, tutto precipitava nell' escavazione e rimaneva seppellito dalle terre sovrastanti che in gran parte riempirono il cavo. — Era il secondo avvertimento che sull' indole sotterranea dei luoghi in pochi giorni ci veniva dato.

Intanto le escavazioni a grande sezione spinte fino all' ordinata 50^m, 00 per la incassatura di una parte dei sotterranei davano indizio della esistenza di analoghe cavità ai livelli prossimamente medesimi, e ciò tanto nel Padiglione posteriore che nell'anteriore di quel fianco. Omai da tutti i riscontri appariva. — Che per quell' intiero lato: ai piani indicati dalle ordinate 49^m, 00, 51^m, 00 si trovavano le sommità delle volte di sotterranee escavazioni molto prossime fra loro, in direzione continuamente variabili e non ancora esplorate, alcune delle quali a metà riempiute con materiali avventizi per la caduta dei sovrastanti terreni, altre tuttora praticabili. — Che dal piano di Campagna (57^m, 60 in media) a quello di sommità di questi cunicoli (49, 00 e 51, 00) si avesse in prima un grosso strato di successivo riporto, e nel resto macerie di antichi edifizi attraversate in varie direzioni da muri di vetuste fabbriche molti dei quali richiedevano l' uso delle mine per essere demoliti. — Che questi muri poggiavano generalmente sù di un banco di tufo sovrastante alle escavazioni sotterranee e nel quale le volte di queste erano intagliate, banco di tufo in pochi luoghi al posto, e nel maggior numero spostato e disceso per essere crollate le sottostanti cavità.

L' esistenza di gallerie nei terreni dei dintorni di Roma, non è, una novità. Vi abbondano gli strati di pozzolana, che fu in ogni tempo estratta per le occorrenze delle costruzioni attese le sue preziose qualità. — Poco distante dal nostro cantiere nel fondare la grande stazione centrale che occupa una superficie di m. q. 18000 si erano infatti rinvenute due antiche gallerie per l'estrazione della pozzolana alla profondità di 14^m, 00, e nel prossimo gran Chiostro della Certosa dell'area di 6889^m, era stata discoperta altra galleria alla profondità di circa 6^m, 00, forse in continuazione delle prime o di quelle in cui noi stessi ci eravamo imbattuti; io avevo quindi preveduto l' incontro di qualche ramo di cunicoli nei rapporti indirizzati al Ministero anteriormente al cominciamento dei lavori.

Quello però che usciva fuori da ogni previsione non era dunque l'esistenza di cunicoli

sotterranei, ma bensì il grande numero di essi quale appariva dai cavi di fondazione appena iniziati, ove per citare un solo esempio, sopra una superficie di appena 340 m. q. mostravansi al disotto quattro grandi gallerie o grotte; dai quali indizi deducevasi che tutta la massa dei terreni soprastanti era per così dire sospesa sulle volte delle antiche latomie, e quanto queste fossero malfide appariva dalle frane avvenute nei sovrapposti tufi che avevano portato seco la discesa e la parziale rovina dei muri su di essi edificati.

Ma da un altro lato approfondando i cavi a traverso di questa rete di gallerie, demolendo i pilastri e le pareti che le sostenevano, ne crollavano grandi tratti e le terre avventizie dalle loro volte sorrette sprofondavansi ed andavano a riempire le cavità sottostanti; le armature allora prive di contrasto cadevano nel fondo del cavo trascinando seco le terre delle pareti con gran danno dell'avanzamento del lavoro, e con più gran pericolo per gli operai; era adunque cimento assai ardito l'oltrepassare od anco solo l'inoltrarsi nella regione delle antiche latomie. I partiti che si presentavano per eludere le difficoltà delle profonde escavazioni in questo suolo sconvolto, o per diminuirne l'importanza erano due. — La platea generale. — L'impiego di pilastri isolati spinti fino a profondità tale da assicurarne la base, e in sommità collegati da archi sui quali sarebbonsi edificati i muri dell'edifizio.

Il primo partito ripartendo le pressioni e riducendole ad un debole valore per metro quadrato, è efficacissimo tutte le volte che debbasi costruire sopra un terreno cedevole, ma omogeneo in ogni sua parte; ora tale non era certamente il caso nostro. Il suolo sopra le antiche gallerie costituito da tufo terroso attaccabile solo al piccone era tutt'altro che cedevole ed anzi resistentissimo; ma nel tempo stesso in ben pochi luoghi rinvenivasi in posto, in altri era sostituito da materiali avventizi che riempivano le frane avvenute; nel maggior numero dei casi presentavasi dislocato a spostato in mille guise per causa delle sottostanti cavità in parte crollate. Avremmo dunque avuto dei punti invariabili di posizione, altri che si sarebbero compressi sotto il carico ove più ove meno. Quindi lo spezzarsi inevitabile in più punti della base o platea generale per causa della ineguale resistenza del sotto suolo.

L'altro partito dei pilastri isolati sebbene meno pericoloso del precedente, tuttavia non presentava sufficiente garanzia d'inconcussa stabilità; ed infatti i sostegni discontinui hanno lo svantaggio, di creare un concentramento di pressioni sopra un numero determinato di punti, ed allora per poco che il terreno su cui poggia la fondazione non sia in tutti questi punti di una resistenza esattamente uniforme, cedimenti diversi avvengono, e quindi immancabili lesioni nei muri sovrastanti e ciò sopratutto sarebbe avvenuto in un edificio in cui fra la profondità delle fondazioni e l'altezza sopra terra si aveva un totale assai considerevole.

Quindi non altra via restava a seguire tranne quella di spingere francamente i cavi al disotto del livello delle gallerie di pozzolana, fino a raggiungere un suolo perfettamente sicuro e non tocco dalla mano dell'uomo; e fondare su questo andantemente tutti i muri dell'edifizio determinandone le dimensioni trasversali in guisa che la pressione sul fondo non superasse i 4 o 5 chilogrammi per centimetro quadrato. — E tale fu il partito al quale senza esitazione mi attenni appena fu palese l'indole del suolo.

Fu quindi prescritto che i cavi di tutti i muri dovessero oltrepassare la regione delle escavazioni sotterranee e proseguire oltre in tutti i punti ne' quali le pareti mostrassero terreni incoerenti derivati da antiche frane; venne perciò ordinato:

1.° Che rimosse dalle vicinanze delle escavazioni le masse di materiali che vi erano accumulate, fosse lasciata una banchina fra la scarpata dello sbancamento generale alla quota $55^m, 80$, ed il ciglio dei cavi pei muri perimetrali.

2.° Che nell' interno dell' area dell' edifizio si approfondisse lo escavo generale oltre la quota $55^m, 80$ fino al livello $53^m, 00$, ed anco al disotto a seconda delle circostanze, e per quella estensione che in ogni singolo cavo fosse giudicata opportuna.

3.° Che non appena s' incominciasse a scoprire l' esistenza di qualche galleria nel fondo o nelle pareti del cavo si dovesse desistere da ogni ulteriore escavazione, e solo in quel punto, e per il tratto più breve possibile, approfondire il cavo fino a giungere al fondo della galleria, e quivi giunti, sorreggere le sponde ed il volto sia con puntellature, sia con pilastri in muratura, sia con murelli, precedendo così per brevi tratti discontinui, onde le porzioni di terreno intermedie e non tocche, servissero di spalleggiamento e contrasto.

Con tali norme estratte le terre cadute nella prima frana, ed approfondata l'escavazione intorno a quello stesso angolo *g. h. i* del Padiglione posteriore, erasi giunti alla ordinata $45^m, 60$, undici metri sotto il piano di campagna, penetrando per $1.^m 20$ in un solido banco di tufo argilloso in posto sottostante allo strato di pozzolana nera in cui erano aperti i cunicoli o gallerie per la estrazione della pozzolana stessa. Dovevasi però ancora dissipare il sospetto assai naturale d'altronde dopo quanto erasi negli strati superiori verificato, che esistessero altre antiche escavazioni a maggiore profondità.

Poteva esplorarsi il sotto-suolo per mezzo dell' ordinaria trivella, tanto più che in un pozzo di saggio fatto eseguire dalla Società Immobiliare nel prossimo quartiere del Castro Pretorio si affermava essersi raggiunta a non molta profondità la sabbia quarzosa subappennina. Forando per tal modo l'intera formazione vulcanica sovrastante alle marne ed alle sabbie fossilifere subappennine se per avventura si fosse constatata l' assenza di pozzolana acquistavasi la sicurezza della mancanza di sottostanti escavazioni praticate per la estrazione di questa, e quindi senza esitazione sarebbesi proceduto alle fondazioni una volta oltrepassate le già riconosciute latomie.

Ma l'uso della trivella in atto riuscì incommodissimo, sia perchè la ristrettezza e profondità dei cavi rendeva difficili le manovre, sia perchè potevamo solo valerci degli ordinarii terraiuoli e manuali affatto ignari della manovra di quell'istromento, onde la perforazione, entro un terreno assai resistente, procedeva con una lentezza che era incompatibile coll'andamento del lavoro.

Fu quindi messa da banda la trivella, e dato di mano alle barre a mina di varie lunghezze che riuscirono di uso comodo e spedito. Adoprando questo metodo di perforazione, l'esistenza dei terreni franati o disgregati, doveva essere accusata da una assai minore resistenza che istantaneamente avesse incontrato l'istromento per-

forante a discendere, mentre avressimo avuto notizia delle vuote cavità, se vi erano, dalla immediata caduta dell'asta metallica che doveva precipitarne al fondo. Ma più sicura guida fu per noi l'acqua con cui, riempivasi il foro a misura che andava eseguendosi; se l'acqua non discendeva era chiaro che tutto il foro era entro terreno compatto, se lentamente disperdevasi poteva arguirsi essere stato incontrato un ammasso di materie incoerenti, se ad un tratto spariva quello era il segno che il foro faceva capo a cavità. E pertanto in aggiunta alle già riferite disposizioni stabilivasi che prima di principiare la fondazione di qualsivoglia tratto, dovesse farsi precedere l'esplorazione del terreno sottostante mediante fori eseguiti con barra a mina distanti fra loro non più di 3.^{m} 00, e profondi non meno di 6.^{m} 00. — Stimai inoltre opportuno di aumentare di 0. 20 in base la grossezza di tutti i muri di spessore superiore a M.^{i} 1 20 onde le pressioni fondali fossero ripartite su base più estesa, nè mai superassero malgrado il maggiore approfondamento i 5 chilog. per centimetro quadrato.

Finalmente il 12 Novembre di quell'anno 1872, circa 12 metri di cavo intorno all'istesso angolo esterno *g, h, i* del padiglione posteriore della cui fondazione fino ad ora abbiamo parlato, essendo stati portati in base a due metri di larghezza, avendo il fondo alla ordinata 45^{m},58 regolarmente spianato ed incassato per 1^{m},20 entro solidissimo banco di tufo terroso come in antecedenza accennai, essendosi esplorato e trovato non tocco il terreno sottostante mediante l'apertura di quattro fori distanti fra loro rispettivamente 2^{m},00, 3^{m},50, 3^{m},00 spinti ad oltre 5^{m},00 di profondità, si incominciò la fondazione dei muri. Quel breve cavo era stato cominciato ad aprire sul cadere di settembre. — Era un mese e mezzo che ci si stava d'intorno!

L'indole del terreno obbligò dipoi a fondare successivamente per tratti anco minori, talvolta per lunghezze non maggiori di 1^{m},80 a 2^{m},00. — Quasi sarei per dire a guisa di altrettanti pilastri calati in un pozzo. — Queste murazioni parziali facevano l'uffizio di speroni o contraforti intermedi a sostegno del terreno e davano la possibilità di compiere lo escavo nel tratto fra due consecutivi, e di fondare nell'intervallo senza eccessiva difficoltà e pericolo.

Già fin dal 12 novembre pronunciavasi nel terreno prossimo al cavo del muro di perimetro fra i padiglioni della Corte dei Conti, un'esteso distacco, e nel giorno successivo compievasi il franamento di un lungo tratto. — Altra frana in altro punto dello stesso cavo avveniva il 15, e poi il 20; e consecutivamente il 9 decembre altra estesissima frana verificavasi presso il padiglione anteriore. — Il fondo escavato era ivi a 46^{m},81, già eseguiti i tasti si era per dar mano alle fondazioni, quando le quattro grandi gallerie da cui era solcato ad un tratto crollavano dando agli operai appena agio di porsi in salvo; Ivi fra le terre si discopriva una testa colossale di Tito. — E così di seguito il lavoro progrediva fra macerie e rovina, tanto che quei primi 140^{m} di cavi cominciati ad aprire nell'ottobre 1872 non furono terminati e chiusi coi muri se non ai primi di aprile 1873, che è quanto dire 6 mesi dopo!

Le esplorazioni eseguite per riconoscere il suolo al disotto del fondo dei cavi avevano dato fino allora la sicurezza di assenza di cavità, quando il 21 novembre dovetti constatare che l'acqua in uno dei fori in quel giorno esplorati rapidamente spariva. Ordinai che ivi si aprisse un pozzo per riconoscere la causa del disperdi-

mento dell'acqua. — Giunti con esso al livello $42^m,30$, cioè a $17^m,00$ sotto il piano di campagna, il banco di tufo ivi esistente presentava larghe fessure naturali per le quali l'acqua versata nel foro doveva avere avuto esito. Ivi aperto un nuovo foro e spintolo per altri $3^m,00$ entro un tufo compattissimo l'acqua in esso rimaneva con livello immobile. — Era adunque palese che la causa del disperdimento dell' acqua non era punto l'esistenza di escavazioni artificiali a maggiore profondità, ma bensì l'esistenza, verso il livello $42^m,00$ di fenditure naturali e locali della roccia tufacea consistente e compatta.

Frattanto si arrivava al termine dell'anno 1872 nel cui mese di aprile eransi incominciati i lavori. — Dopo nove mesi, fatti i conti, appena 177 mila metri cubi di terra erano stati mossi, provenienti nella quasi totalità dagli sbancamenti generali: 4900 m. c. di muramento per la massima parte nel decembre erano solo stati eseguiti. — La lunghezza dei muri fondati era di m. l. 200 e dovevamo eseguirne per oltre 5 chilometri di sviluppo!

L'anno 1873 doveva ancora apportarci una delusione. Il suolo su cui si stabiliva il nuovo edifizio saliva notevolmente appena raggiunto il viale degli allori, per chi muovesse verso la porta Pia. Dagli scandagli che precedettero il cominciamento dei lavori pareva che il banco di tufo orizzontale nel senso trasversale, salisse invece nel longitudinale concordando così la stratificazione sotterranea con la forma esteriore. Eseguitosi lo sbancamento o cavo generale delle terre fino al livello $55^m,80$ nel corpo centrale dell'edifizio e nel lato del Debito Pubblico venne a tagliarsi effettivamente un banco di tufo attraversato da uno strato di pozzolana nera, per estrarre la quale era stata aperta una estesa rete di gallerie o cunicoli. Da tutti questi indizi ne trassi la conseguenza che passando dal lato della Corte dei Conti a quello opposto del Debito Pubblico, le grotte o gallerie in tanto numero incontrate nel primo, salivano di giacitura e che per conseguenza la massima parte delle difficoltà sarebbero mancate in tutto quel tratto, che era il maggiore, e che si estendeva al di là del viale degli allori più volte nominato.

Ma spinti i cavi nel corpo centrale fino alle quote $53^m,00$ e $50^m,00$ per l'incassatura dei sotterranei, apparve ancor qui la rete dei cunicoli con il cervello delle volte a quello stesso livello 49^m e 50^m e col fondo parimenti a circa $48^m,00$ riscontrate nel tratto più in basso verso la Corte dei Conti. Tutta la differenza stava dunque in ciò che qui si avevano due ordini di gallerie in luogo di un solo, ma fortunatamente, il superiore, entro i livelli in cui cadevano i tagli di terra a grande sezione.

Sarebbe del resto impossibile dare un'adeguata idea dell'indole sotterranea del suolo in cui ci convenne lavorare, e della quale finora abbiamo discorso, diversamente che esibendo parecchie fotografie dei cavi di fondazione. Annettiamo a questo sunto due fotografie (vedi tav. 2 e 3) tratte dalle diverse che presentammo all'Accademia.

Onde viemmeglio far rilevare le circostanze sotterranee del terreno, prescelgo fra le altre notizie, il rilevamento della rete dei cunicoli a latomie antiche maggiormente profonde, e che furono causa di maggiori difficoltà essendo esse al livello, ed intersecando, tutti i nostri cavi di fondazione (vedi tav. 5).

Chi gitta gli occhi sopra questi documenti, richiamando a memoria quanto ho

in antecedenza accennato, si persuaderà di leggeri come ad ogni istante convenisse cambiare di spedienti e di artifizi, come di continuo rimanesse esposta a pericolo la vita degli operai, dei manuali, dei sorveglianti e degli stessi ingegneri preposti al controllo ed alla direzion del lavoro. Qui proprio era il caso di tentare il guado ad ogni passo, nè prima posare il piede che non si fosse esplorato come reggesse il terreno. Onde oltre le prescrizioni già date sulla condotta del lavoro e dirette principalmente a prevenire le frane, aggiungevansi moltissime cautele per tutelare la vita degli operai, ma esse non valsero a tenerci immuni da infortuni.

Erano le 4 pomeridiane del 5 Aprile 1873 e sei operaj terrazzieri, fra i più esperti dei pericoli e dell' indole speciale dei luoghi, lavoravano in un cavo del muro perimetrale interno del corpo longitudinale posteriore presso l' asse sesto trasversale. Il cavo era profondo circa $3^m, 80$ trovandosi all' ordinata $49^m, 00$ ed essendosi eseguito all' intorno uno sterro generale fino all' ordinata $52^m, 80$; il taglio cadeva in un banco di tufo che necessitava l' uso del piccone; le pareti si reggevano verticali, e la visita fatta poco prima nulla aveva segnalato di rimarchevole, quando d' improvviso una delle pareti franò per breve tratto trascinando nel cavo 6 o 7 metri cubi di tufo e di terre di scarico. Dei sei manuali due riuscirono a salvarsi, uno ebbe perdute le gambe, tre furono estratti cadaveri parecchie ore dopo. Dalle inchieste giudiziarie ed amministrative risultò che una galleria correva paralellamente, o quasi, al cavo che andava di mano in mano allargandosi ed approfondendosi. Onde è che col progredire dei lavori la parete di uno dei piedritti che reggeva la volta della sotterranea ed ascosa escavazione, rendevasi a poco a poco più esile, fino a cedere, cagionando la immediata caduta di un tratto di volta e la discesa delle terre sovrastanti, le quali sebbene in non molta quantità, pure furono bastevoli a produrre il disastro di dolorosa memoria.

Nel Giugno del 1874 si compievano le fondazioni, cioè due anni e due mesi del principio del lavoro in luogo di un'anno come era stabilito nel contratto. La cubicità delle terre estratte valutata complessivamente in origine, come dicemmo, in metri cubi 267 mila, salì effettivamente a 385 mila. La muratura che si presagiva in metri cubi 36,000 risultò di 75,000. Quindi il tempo ed il lavoro all' incirca duplicati.

Da quell' epoca i muri in elevazione hanno rapidamente progredito e siamo al tetto su $^3/_4$ dell' edifizio. Oltre 100 mila metri cubi di muro gravitano su queste fondazioni, e malgrado ciò non avvenne il più lieve segno che dinotasse anche solo qualche parziale assettamento nelle fondazioni stesse.

3.° *Della stratificazione del terreno quale fu incontrata nelle escavazioni.*

Le estese e profonde escavazioni eseguite mi porsero agio di prendere nota dell' indole geologica del suolo di quella vasta area; indole che probabilmente si mantiene la stessa sulle vette o spianate terminali dei prossimi colli. E pertanto sulla Tav. 1ª è indicata la scala stratigrafica dei terreni con le rispettive ordinate di livello dal punto più elevato del suolo $65^m, 00$ sullo zero dell' Idrometro di Ripetta, al punto più depresso cui giungessero le esplorazioni che fu all' ordinata $35^m, 82$. L' andamento stratigrafico fu così riconosciuto per metri 29, 00 circa di profondità.

Sotto a 6 metri di macerie, di terre di scarico, e di riporti (N. 1 e 2) dei quali si dirà in seguito, si rinvenne il tufo segnato dai N. (3) e (4) e poi uno strato di pozzolana d'inferiore qualità, e come dicono pozzolanella, di circa 2^m, 30 di spessore. — Sottoposte a questo primo strato di pozzolana furono trovate altre varietà di tufo e terra tufacea dello spessore complessivo di 4^m, 30 segnate coi N. (7, 8, 9, 10, e 11) che fra loro non diversificavano se non per il colore se si eccettua la maggiore tenacità o durezza presentata dai N. 10 e 11. È su questi strati 10 e 11 che dagli antichi vennero fondati i grandi muri delle Terme Diocleziane mentre le fabbriche di epoca anteriore hanno le loro fondazioni più alte, ossia all' ordinata 54^m, 00 circa, che è quanto dire sul tufo N. 6. Immediatamente al disotto di questa formazione tufacea fu rinvenuto il secondo letto di pozzolana nera segnato coi N. 12, 13, 14 di potenza assai minore al primo, in luogo alcuno superando gli 80 cent.i

Oltrepassato anche il 2° strato di pozzolana fu trovata altra terra tufacea assai compatta segnata col N.° 15 attraversata da due straterelli di pomici dinotati col N.° 16 il cui spessore non superava i 10 cent.i È su questa terra tufacea e compatta che furono in massima stabilite le fondazioni del nuovo edifizio. Le ulteriori escavazioni o pozzi indicati in pianta fecero conoscere come al disotto di questo banco di tufo si avesse uno straterello di lapilli (17), di spessore variabile ma sempre inferiore a 60 centimetri, a cui faceva seguito altro strato tufaceo (18) simile ai precedenti fino a raggiungere altro tenacissimo banco (19) che presentava i caratteri esterni del peperino, e che si riscontrò in tutto analogo ai grossi paralellepipedi adoperati nella costruzione dell'Aggere di Servio Tullio nel tratto che per le occorrenze de' nostri lavori, dovemmo demolire. Fu in questo strato inferiore di roccia tenace e compatta che si rinvennero estese fenditure e numerosi fori o cavità cilindriche, di diametro variabile fra i 10 e 15 centimetri, rettilinee, da permettere talvolta l'introduzione per tutta intiera la lunghezza dei manichi dei badili e picconi, con direzione variabile e generalmente inclinata all'orizzonte. Estratto dal fondo del cavo un pezzo della roccia contenente una di queste cavità fistolose fu giudicata essere questa la impronta lasciata da un tronco d'albero.

Erano tali cavità, o spaccature, la causa della dispersione dell'acqua che s'introduceva nei fori aperti colle barre a mina per esplorare il suolo al disotto del piano di fondazione di cui ho in precedenza discorso.

Eravamo ivi all'ordinata (41, 60) ed a 6^m, 00 sotto il livello fissato in massima per le fondazioni del nuovo edifizio, nè vi era plausibile motivo per spingere più oltre l'esplorazioni. — Siccome però esisteva in cantiere, all'estremità verso la Porta Pia, vedi Pianta Tav. 1ª un' antico e profondissimo pozzo, il quale un tempo aveva servito per attingere acqua, stimai opportuno di riconoscerne il fondo. Ma atteso il difetto di mezzi idonei mi fu impossibile asciugarlo. Dovetti quindi limitarmi ad esaminare il terreno intorno al pelo d'acqua che corrispondeva alla quota 37, 50 circa. La stratificazione che si rinvenne è indicata al suo posto nella scala stratigrafica della Tav. 1ª ove si scorge giungere il tufo compatto analogo al superiore N.° 19 fino alla quota 38, 00 a cui fa seguito una listarella di pozzolana di pochi centimetri di spessore sovrastante ad un banco di tufo decomposto, che presentava tutti i caratteri dell' argilla, il quale evidentemente faceva uffizio di strato imper-

meabile rispetto ai superiori, trattenendo le acque che filtravano attraverso i medesimi, ed alimentando con queste il pozzo ivi escavato.

Come vedesi, non mi riuscì colle esplorazioni, benchè spinte alla ragguardevole profondità di 28^{m}, 00 sotto il livello più elevato del suolo, di raggiungere le sabbie e marne plioceniche su cui poggiano i terreni vulcanici, il che prova che sulla riva sinistra del Fiume, queste non raggiungono il livello di 37^{m}, 00.

Si ha da ciò una conferma della grande potenza che hanno i depositi vulcanici su questa sponda, e della notevole importanza del sollevamento, o rottura, che fece emergere sulla riva destra la roccia pliocenica all' alto livello 120, ove appare solo in alcuni punti ricoperta da uno spessore di pochi metri di terre vulcaniche.

Nè posso difendermi a tal riguardo dallo insistere sulla grande differenza che esiste, vuoi per forme esterne del suolo, vuoi per indole geologica, fra la destra e la sinistra sponda, fra la plaga che discende dal gran como Laziale e quella che si lega ai crateri Sabatini. Starei quasi per dire che finora non si tenne conto a sufficienza della diversità di carattere della riva Latina in confronto della Etrusca, e della somma importanza del sollevamento del Monte Mario, da cui dipese la odierna conformazione specialmente al punto di vista del sistema idrografico. (1).

Ma tornando al punto d' onde siamo partiti dirò come oltre alla grande potenza di depositi vulcanici apparisse dalle esplorazioni fatte la loro orizzontalità, e come il livello delle acque sotterranee non stesse punto a dinotare il limite delle roccie

(1) A conferma delle cose dette riporto i risultati di due perforazioni eseguite per conto del Municipio, l' una in Piazza Barberini presso la Fontana, l' altra in Piazza S. Maria Maggiore in prossimità della porta della Villetta Massimo.

Tasto con trivella Artesiana a Piazza Barberini.

Ordinata del piano del telajo della trivella . . . . . »	32.39
Terreni di scarico fino a . . . . . »	20.64
Terreno vegetale fangoso (?) id. . . . . »	17.09
Tufo terroso . . . . . » . . . . . »	16.29
Argilla turchina . . . . » . . . . . »	10.62
id. mista a ghiaja » . . . . . »	9.21

Zona acquifera a 20.64

Tasto con trivella Artesiana presso l' ingresso della Villetta Massimo.

Livello del terreno . . . . . »	41.94
Terreni di scarico fino a . . . . . »	28.89
Tufo . . . . . id. . . . . »	26.29
Argilla . . . . . » . . . . . »	24.79
Marne con molta arena » . . . . . »	20.71
id. meno arenose. » . . . . . »	19.70
Argilla pura . . . » . . . . . »	17.44

Zona acquifera all' ordinata (28.62)

Ancor qui apparisce come il livello delle acque si trovi al fondo del grosso materasso di terreni di scarico, e sopra ai tufi che funzionano da strati impermeabili ai livelli 20.64 e 28.62, mentre le argille subappennine sarebbonsi incontrate nel primo di questi saggi a 10.62 nell' altro a 24.79, o più sicuramente a 17.44, giacchè i tufi decomposti prendono facilmente l'aspetto argilloso.

vulcaniche, e l' origine dei terreni pliocenici come taluni ritennero, imperocchè basta l' interposizione di uno strato compatto ed argilloso (non raro nelle formazioni tufacee) per promuovere sopra di esso il ristagno od il lento moto delle acque che filtrano per gli strati superiori. E siccome le acque sotterranee si mostrano di diversissima abbondanza ed a vario livello da pozzo a pozzo, io ho motivo di credere che vi abbino zone acquifere a varie altezze, onde la livellazione del pelo d'acqua dei nostri pozzi non è atta nemmeno a determinare la superficie di livello delle acque sotterranee non essendo questa unica, per cui affidandosi alle indicazioni che se ne avrebbero si andrebbe assai lontano dal vero.

Ed io faccio voti perchè si ripetano le osservazioni non solo sulle zone acquifere, ma eziandio sulla stratificazione delle roccie nel sotto suolo Romano, e le opportunità non mancano in tanta abbondanza di lavori; onde con maggiore chiarezza sia resa palese la storia dei depositi vulcanici che tanto valore hanno per noi.

4.° *Delle vestigia di antichi edifizi e delle gallerie per la estrazione della pozzolana rinvenute nelle fondazioni.*

Su questo suolo, la mano delle passate generazioni lasciò traccie profonde. Dissi che la vasta area destinata per il nuovo edifizio non presentava in superficie vestigia di sorta di vetusti edifizi, nondimeno era a prevedersi che le escavazioni avrebbero messo allo scoperto oggetti d' interesse storico ed artistico, e quindi prima che i lavori avessero principio, la sorveglianza, per ciò che riguardava le antichità, non che il trasporto e la conservazione delle cose di valore che si rinvenissero, venne per disposizione del Governo esclusivamente affidata alla R.ª Sovraintendenza degli scavi. Onde è che le colonne, le statue, i bassorilievi, i bronzi, le terre cotte, gli utensili intieri od in frammenti che fossero, furono a sua cura in alcune arcate del prossimo Chiostro della Certosa opportunamente riposte, giacchè questi oggetti ecciteranno maggiore interesse, rimanendo sul luogo ove furono trovati, come ornamento e decoro del nuovo edifizio. — Non mancherà al certo il chiarissimo Archeologo che sopraintende alle antichità di dare un dotto ragguaglio dei trovamenti a cui dettero luogo i lavori del nuovo Ministero delle Finanze. — Mi sia soltanto lecito di accennare come i ruderi i più importanti che si andarono discoprendo fossero dai nostri Ingegneri di concerto con la R.ª Sopraintendenza rilevati sopra luogo, e poi riportati in apposito piano. Vedi la Tav. 4.ª E mi si permetta di riportare qui appresso alcune circostanze di fatto che nell'eseguire i lavori ebbi agio di osservare.

Uno fra i più vetusti avanzi delle antiche età è senza dubbio l' opera di difesa edificata da Servio Tullio quasi sei secoli *A. C.* Noi la incontrammo sugli andamenti segnati in pianta con lettere *a*, *b*, *c* . . . *k*, *l* e dovemmo demolirla in quasi tutta quella estensione. Era costituita, nella parte discoperta, da un grosso muro formato con grandi blocchi di tufo diligentemente squadrato e messo al posto senza cemento. Inoltre su di una zona della larghezza di circa 18 metri, paralella all' andamento di questo muro, l' ordinaria stratificazione cessava, ed era sostituita da strati ben compatti ripiegati l'uno sull'altro a forma di *V*, con linee di separazione nettissime, e formati da terreni avventizi, con frammenti di terre cotte e di altri prodotti

dell' industria umana. E così portava quella zona i segni manifesti di un vuoto o cavo ivi esistente riempiuto successivamente in varj tempi, assai distanti fra loro, con materiali di scarico. Ogni riscontro induce pertanto a credere che quello fosse il luogo del grande fossato che esternamente alla città cingeva l' Aggere Serviano ricolmato in seguito, ma sempre in epoche assai remote.

I caratteri infatti di questo interro, almeno nelle parti più profonde, dinotavano una grandissima antichità attesa la molta compattezza che aveva acquistato il terreno, tanto che fu stimato poter ivi fondare i muri all' abituale profondità, ossia all' ordinata 48.00, e solo in un punto fu spinta ulteriormente l' escavazione fino a trovare il fondo dell' antica fossa, fondo che fu raggiunto all' ordinata 45.60 dove appariva la solita terra tufacea in posto spettante al N.° 15 della scala stratigrafica della Tav. N.° 1: presso quel fondo rinvenimmo eziandio due teschi umani che furono trasportati al magazzino delle antichità, del quale già feci cenno.

Questa fossa ebbe adunque in origine la ragguardevole profondità di circa 15^{m}. e per la sua escavazione furono tagliati i terreni dal 3 al 14 inclusivamente. I dati locali fanno presumere che il grosso volume delle terre estratte fosse portato in rilevato a rinforzo del grosso muro di tufo testè rammentato.

Ripensando alle vaste proporzioni di questa opera, al grande suo valore difensivo, allo stato di sua conservazione, alla assai minore importanza militare delle prossime mura Aureliane, io non posso comprendere come essa non fosse utilizzata nei numerosi assedj che ebbe a sostenere la città nel *V* e *VI* secolo, sia collegandola colle mura di Aureliano, o meglio valendosene come seconda linea di difesa.

Comunque sia pria di lasciare l'argomento delle fortificazioni di Servio debbo accennare ad una interruzione di continuità incontrata in esse nel tratto *b*, *c*. I poligoni di lava basaltina rinvenuti in quella direzione, indicano manifestamente una grande strada, e dinotano in quel punto l' esistenza di un varco o Porta nell' Aggere Serviano. Ed eziandio io debbo notare come dal lato esterno apparissero i ruderi di molti edifizi addossati, dirò quasi, al medesimo, e fondati sul fossato ormai ricolmo di questa grande opera fortificatoria, il che sta a confermare come fin dal cadere dell' epoca Repubblicana, l' Aggere Serviano non venisse più considerato come opera difensiva per la città.

Proseguendo questo rapido esame delle antiche vestigia, dopo il muro di Servio richiama l'attenzione una massa di costruzioni lett. *m, n, o, p, q,* in cui è specialmente notevole la parte centrale che portava i segni manifesti di aver servito per lungo tempo a grande conserva o serbatoio d'acqua essendo ancora nettamente visibili le linee di livello a cui l'acqua giungeva. Il fondo e le pareti erano ricoperte da un doppio strato di tenacissimo smalto composto di malta, pozzolana nera, e frammenti laterizi; di tale saldezza che convenne ricorrere all'impiego delle mine per demolirlo. Il piano della prossima antica via essendo al livello 60. 00 ed il fondo del serbatoio a 57. 09 appare come il serbatoio stesso fosse in ogni sua parte sotterraneo, e quindi nelle necessarie condizioni per mantenere costante la temperatura dell'acqua in esso contenuta, e cioè tiepida nell'inverno e fresca in estate. Nè posso dispensarmi dall'osservare altresì come il piano attuale della vicina gran sala delle Terme Diocleziane (ora s. Maria degli Angeli) sebbene alquanto più

alto dell'antico, sia al livello 53. 30, e come per conseguenza le acque raccolte nel serbatoio, di cui si parla, il cui fondo era quasi quattro metri superiore a questo livello, si trovassero in giuste condizioni di altezza per supplire ai vari servizi delle Terme istesse. Con ciò non pretendo dire che quello appunto fosse il serbatoio delle Terme; ho voluto solo far rilevare queste circostanze ai dotti che con tanto frutto si occupano di ricerche archeologiche. Nè per lo stesso motivo posso esimermi dal far rimarcare come gli avanzi di tutte le antiche costruzioni e delle antiche strade rinvenute fino al terzo asse trasversale a partire dalla porta Pia, ossia fino al viale degli allori più volte rammentato, fossero tutte orientate in relazione alle mura di Servio, rapporto alle quali erano disposte, o paralellamente o normalmente.

Proseguendo oltre questo limite cangia l'orientazione che or prende a base il grande edifizio delle Terme Diocleziane. Estesi avanzi dalla parte perimetrale di esse apparvero in questo tratto, insieme alle traccie di una grande strada di 11 a 12 metri di larghezza che da questo lato le circondava. Come scorgesi dalla pianta, il livello di questa strada era compreso fra $52^m,15$ e $53^m,45$. A non più di $80^m,00$ da quivi già dissi ch'esisteva altra antica via paralella all'Aggere, e che fu riscontrata alla quota $60^m,00$; quindi di 7 ad 8 metri superiore a quella d'intorno alle Terme. Queste circostanze altimetriche sono dovute all'opera dell'uomo. Ed infatti dalle nostre escavazioni risulta che in tutta la parte anteriore fino al terzo asse trasversale; manca la serie dei terreni dal 2 al 6 inclusivo della scala stratigrafica, e solo in qualche tratto, ma su piccolissima superficie si rinveniva al posto la pozzolanella segnata coi N. 5 e 6 e lo strato di terra tufacea ad essa sovrapposta N. 4, mentre non furono trovati i banchi di tufa segnati coi N. 2 e 3 che tanto abbondantemente e per altezze talora anco di 5 e più metri s'incontrarono nel tratto di area al di là dell'asse terzo trasversale verso la parte della fabbrica destinata al Debito Pubblico.

In questa parte invece che era la più elevata in livello, subito dopo il cumulo delle macerie fu trovato il terreno tufaceo dei tre strati N. 2, 3 e 4 confusamente alternato e frammisto a calcinacci, frammenti laterizi ed avanzi di costruzioni, mostrando talvolta degli spazi vuoti fra crostoni e crostoni di tufo gittato alla rinfusa, dimodochè sebbene in varie parti la massa si mostrasse compatta ed omogenea, pure a prima vista erano riconoscibili i caratteri di un terreno avventizio o di riporto.

È dunque probabile che all'epoca della costruzione delle Terme Diocleziane per ottenere una vasta area orizzontale, gli antichi intraprendessero una grandiosa opera di sterro, e dico grandiosa poichè il taglio almeno in questa parte, non potè avere meno di 7^m di profondità; esportassero i superiori banchi di tufo ed il primo strato di pozzolana, e depositassero finalmente queste materie verso l'Aggere. La quale supposizione è eziandio confermata dal fatto della diversa profondità a cui giunsero le antiche fondamenta nelle due parti di area che consideriamo, imperocchè mentre per gli edifizi verso l'Aggere furono arrestate al livello 53. 50 circa ossia sullo strato N. 7 sottostante al primo filone di pozzolana, per le Terme invece dovettero approfondirsi assai più, ossia fino alla quota 50. 50 per raggiungere lo strato di tufo N. 11.

Nel mettere allo scoperto una parete di muro spettante alle Terme lo trovai foderato di mattoni vuoti evidentemente destinati a far passare l'aria calda nelle

loro cavità disposte a modo da costituire una serie di condotti verticali a contatto Io ho conservato parecchi di questi mattoni cavi di perfettissimo lavoro e che dimostrano come la costruzione e l'impiego dei mattoni vuoti non sia una novità dei nostri giorni, e come agli antichi non fossero ignoti i processi di riscaldamento per i grandi edifizi pubblici.

Inoltre fuori dell'area delle Terme, e al di là della strada che le circondava si rinvenne in *A* (Tav. 4) una sala terrena al livello $53^m,00$ ossia di 0.50 sovrastante alla strada istessa. Il pavimento ne era di musaico a due colori, ed in gran parte conservato. Ne do il disegno nella Tav. N. 6. Pochi centimetri al disotto di esso riconobbi l'esistenza di altro pavimento di musaico, di lavoro assai più accurato, ma quasi per intiero perduto. Il musaico superiore a sua volta era stato restaurato a più riprese e sempre più rozzamente, fino a vedervi dei semplici rattoppi fattivi con grossi pezzi di marmo, o di pietra di vario colore. Anco in quel breve spazio si vedevano chiari i segni della successiva decadenza di Roma.

Poco lungi da quella sala terrena e sulla strada ad essa laterale, fu rinvenuta in *B* (Tav. 4) una testa colossale di marmo che fu detta dagli intendenti essere l'immagine di Tito Flavio Vespasiano. Già antecedentemente ne feci menzione giacchè appunto ivi accadde un' esteso franamento. Doveva appartenere ad una statua di corrispondenti proporzioni dalla quale era stata divelta; portava le traccie di essere stata rotolata sulla strada, forse allo scopo di adoperarla come materiale da costruzione in qualche edifizio vicino; e forse allora il valor suo non francava la pena poichè fu abbandonata per via. Eravamo omai nelle fitte tenebre della decadenza.

Lasciando ora a chi spetta lo illustrare a dovere i trovamenti cui detter luogo le fondazioni del nuovo Ministero delle Finanze, mi restano a dire poche parole su di un'altra forma di attività umana che lasciò grandi traccie su questi terreni. Voglio parlare dei cunicoli o cave di pozzolana.

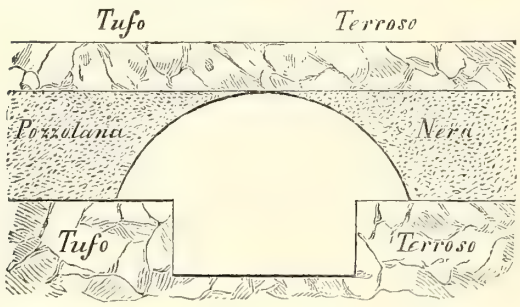
Il primo banco di questa materia compreso fra i livelli 55. 80 e 53. 50 apparve parzialmente esportato mediante ampie gallerie, niuna delle quali trovammo praticabile essendone tutte le volte crollate per causa di franamenti avvenuti, più per la troppa ampiezza data alle medesime, che per la troppo vicinanza, giacchè non di rado avvenne di trovare grandi superficie di pozzolana in posto. Questa stessa pozzolana riscontrammo mescolata alla calce in buona parte dei ruderi sovrastante come noi stessi ne facemmo talvolta uso, frammettendola alla pozzolana rossa. Attesa la poca profondità di questo strato, esso probabilmente fu il primo ad essere utilizzato, ed è quindi presumibile che queste sotterranee escavazioni sieno le più antiche. Forse esse si estendevano su tutta l'area, ma il grande taglio o sterro fatto come dissi nel posto delle Terme, le distruggeva se vi erano, essendo stato esportato tanto il banco tufaceo superiore quanto questo strato di pozzolana, ed anco una parte del sottoposto tufo, onde com' era naturale, in tutta l' area dal 3° asse trasversale in giù verso la Corte dei Conti non fu rinvenuto, nè poteva rinvenirsi, questo primo ordine di gallerie.

Invece ivi c' imbattemmo ben presto nel secondo, aperto allo scopo di utilizzare il banco di pozzolana più basso N. 12, 13, 14, fra i livelli 49. 20 e 48. 40 sebbene fosse di poco spessore. Quanto fastidio ci dessero quelle escavazioni a suo luogo

dicemmo; qui solo noteremo come la rete di queste escavazioni si estendesse sull'area intiera, come appare dalla pianta delle medesime, Tavola N. 5, della quale già in antecedenza abbiamo parlato. Scorgesi ivi che queste gallerie in tutti i sensi e direzioni attraversavano il secondo letto di pozzolana, ma non tutte alla stessa epoca sembrano potersi attribuire. E primieramente quelle del lato della Corte dei Conti apparvero escavate assai tempo dopo la costruzione delle Terme perchè immediatamente sottoposte alle fondazioni di quel grandioso edifizio, tanto che il cielo di talune di esse era formato dal piano inferiore dei grossi muri delle Terme istesse, onde questi muri non ostante le loro non comuni dimensioni e la buona loro costruzione presentavano lesioni gravissime, che debbono essere state la causa immediata della rovina di tutta questa parte delle Terme, di cui effettivamente più traccia non rimaneva sopraterra.

Niuna cura aveva presieduto al tracciamento delle numerosissime gallerie in questo tratto incontrate. Aprivansi in tutte le direzioni, incrociavansi in mille modi tanto da formare un'intricatissimo laberinto, e da lasciare assai esili sostegni fra le molteplici ramificazioni. Così avvenne che nel maggior numero si rinvenissero franate ed irregolarmente riempite da crostoni di terra tufacea caduta dall'alto. Facevano eccezione per la loro conservazione alcune diramazioni spinte sotto il prossimo Orfanotrofio e verso il Corpo Centrale del nuovo edifizio. Esplorate accuratamente verso Termini vi si rinvennero vaste sale le cui volte naturali erano sostenute con piloni di muramento.

Nel resto della vasta area dei nostri lavori, ossia nella parte al di là del più volte ricordato viale degli allori, trovammo nel medesimo strato di pozzolana la stessa rete intricata di gallerie o cavi, ma a differenza delle altre testè rammentate, queste apparivano tracciate con maggiore regolarità, ed in ogni modo meglio conservate, di guisa che quasi tutte erano praticabili. Forse vi contribuì eziandio la saldezza della superiore stratificazione tufacea non tocca. Qui le sezioni trasversali, delle quali si dà dicontro una immagine, eran meglio studiate perchè permettevano di esportare maggiore copia di materia utile risparmiando nella loro parte inferiore una faticosa escavazione e trasporto di materie tufacee. Vennero ivi altresì discoperti alcuni pozzi circolari che probabilmente servivano per la estrazione della pozzolana e per le altre occorrenze di quei sotterranei lavori.



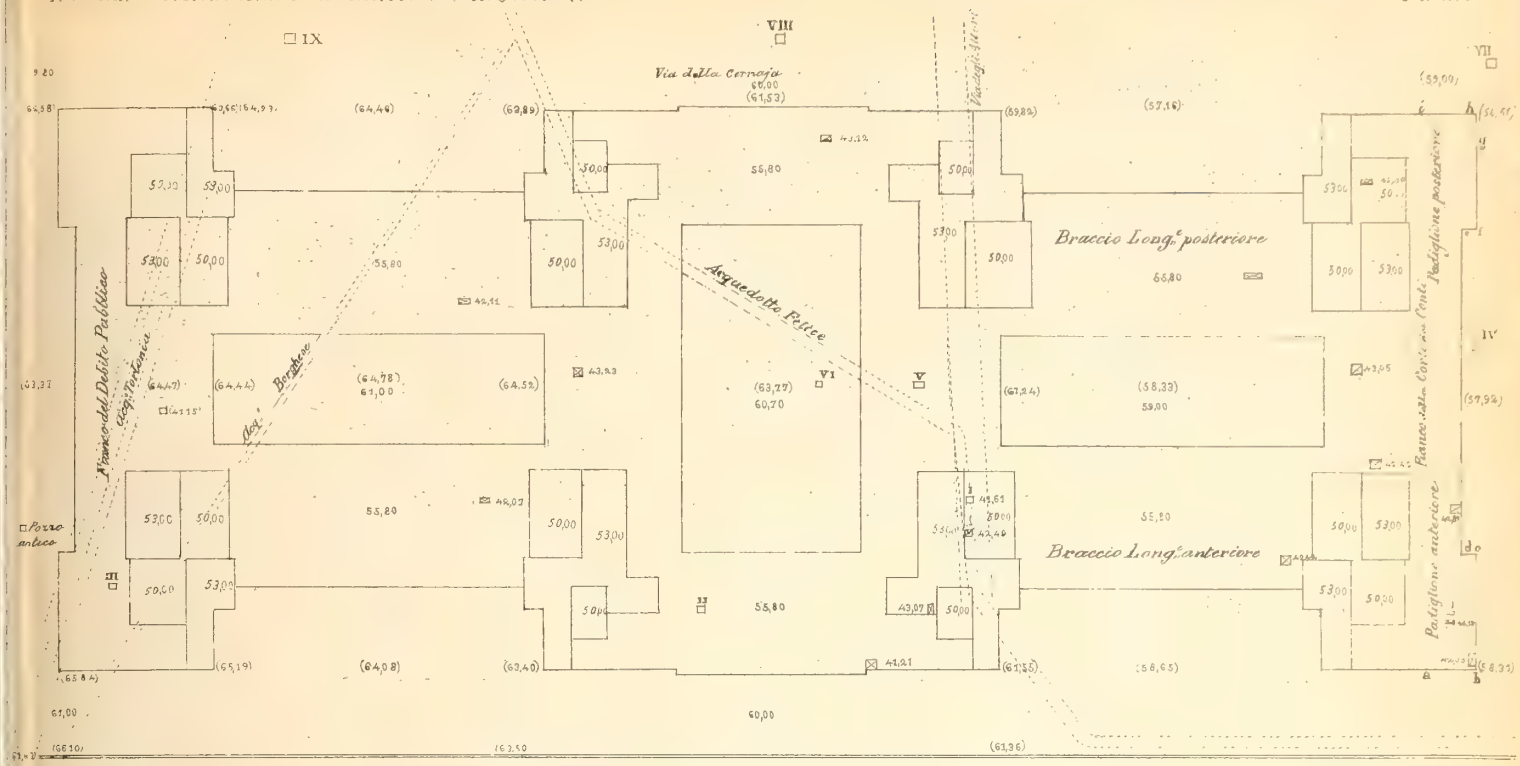
Proseguendo verso il fianco del Debito Pubblico, s'incontrò una singolare interruzione nella rete delle gallerie tanto del 1° che del 2° ordine. Una zona di terreno larga dai 18 ai 20 metri e che traversava obbliquamente l'area dei nostri lavori se ne vide affatto priva. Al di là di essa riapparvero. Era il luogo della grande fossa esterna dell'Aggere Serviano. Quell'escavazione infatti aveva attraversato ambedue gli strati di pozzolana e sceso nei banchi di tufo sottostanti. Era quindi naturale che in quella direzione non si fossero spinte le gallerie.

PALAZZO DEL MINISTERO DELLE FINANZE

Atti della R. Accademia dei Lincei Vol II. Serie 2.ª

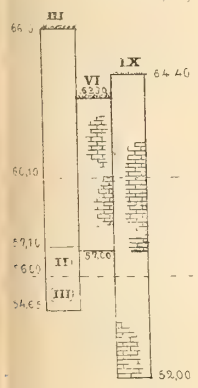
Pianta degli sterri per le fondazioni

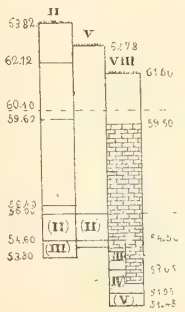
Tav. n.° 1

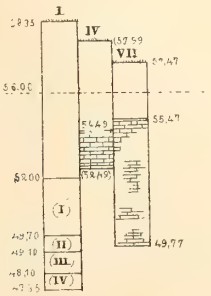


Scala di 0,00066 p. m.°

Primitivi risultati delle esplorazioni del terreno



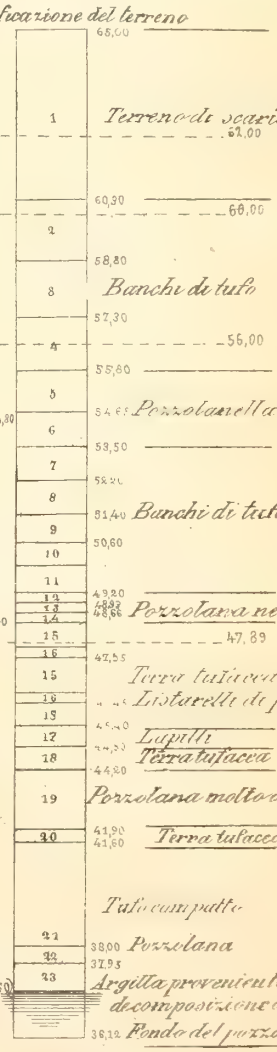




(I) *Cappellaccio di tufo*
(II) *Pozzolana nera*
(III) *Tufo più scuro del Cappelluccio*
(IV) *Tufo con antigene*
(V) *Tufo più compatto*

1.° ☒ *Pozzi d'esplorazione eseguiti in corso di lavoro.*
2.° *I pozzi d'esplorazione eseguiti prima d'incominciare il lavoro sono indicati con numeri romani.*
3.° *I numeri fra parentesi indicano le quote del terreno naturale.*
4.° *I numeri fuori parentesi indicano le quote degli scavi eseguiti.*

Stratificazione del terreno



Scala di 0,0046 p. m.°

Cavi di fondazione nel corpo centrale sulla fronte posteriore verso la Corte dei Conti (1873)

Ferrovia del Cantiere

A. Regione dei Ruderi
B. Antiche mura dei Re
B'. 1.° Ordine di grotte
C. Liv. delle più profonde fondaz. antiche
D. Terreni franati
E. Banco di tufo in posto
E. Banco di tufo in parte disceso per la ruina delle grotte sottostanti
F. 2.° Ordine di grotte di [illegible] pontificale

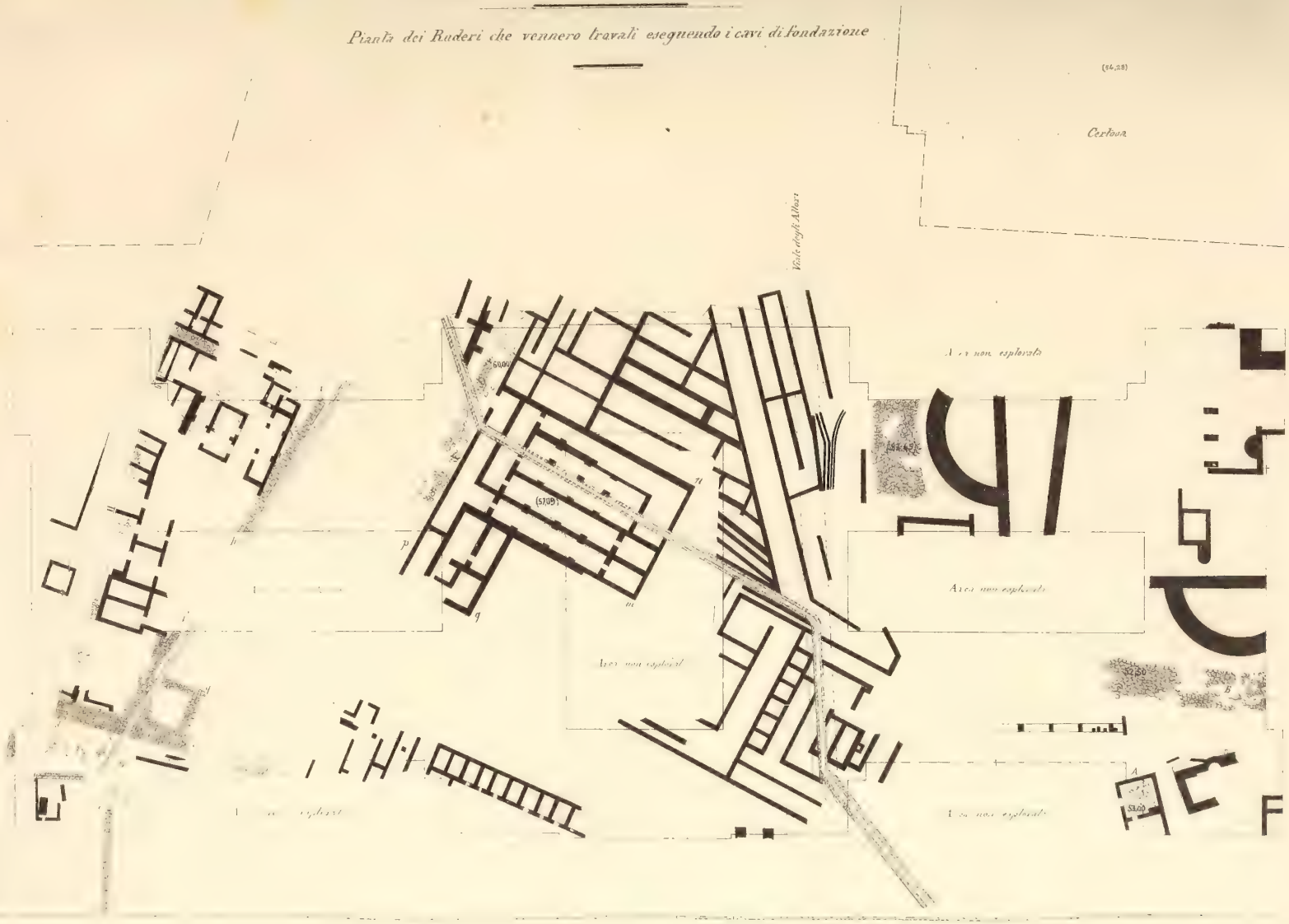
Cavi di fondazione lato Debito Pubblico (1874)

A. Primo ordine di cunicoli

B. Secondo ordine di cunicoli

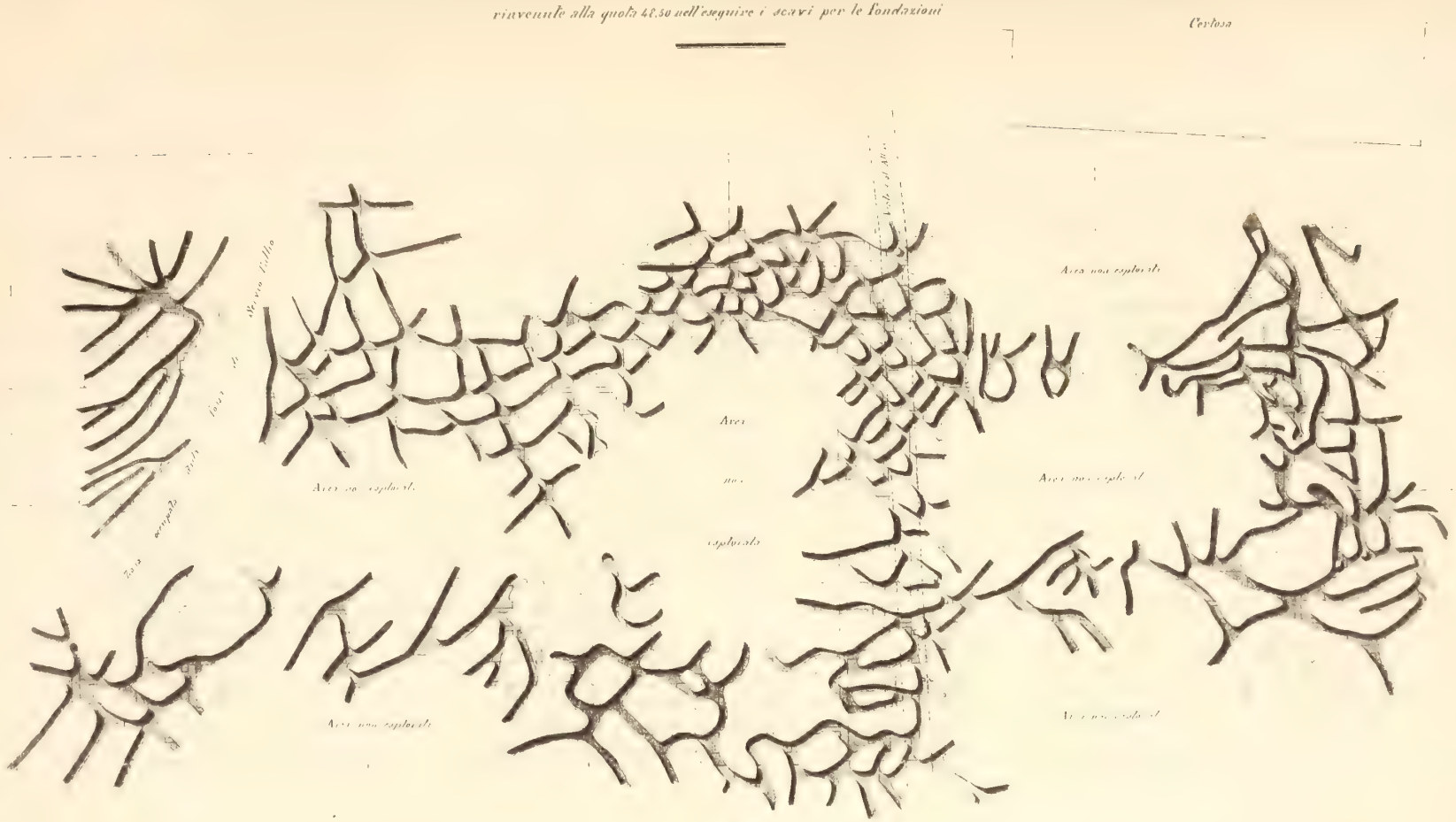
Costruzione del Nuovo Palazzo delle Finanze

Pianta dei Ruderi che vennero trovati eseguendo i cavi di fondazione



Costruzione del Nuovo Palazzo delle Finanze

Pianta del secondo ordine delle antiche cave sotterranee per l'estrazione della pozzolana rinvenute alla quota 41.50 nell'eseguire i scavi per le fondazioni

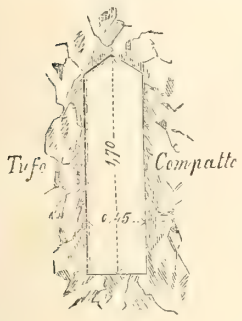


Scala di millesimi p. m.°

Mosaico rinvenuto nelle scavazioni per il Fabbricato del Ministero delle Finanze

Scala di 0,02 per metro

Sono pure degni di nota altri sotterranei lavori. Taluni erano cunicoli tracciati sotto le antiche strade ed escavati nel tufo N. 9, 10, 11; servivano manifestamente per lo scolo delle acque come lo dimostravano i sottilissimi detriti di materie argillose di cui erano completamente ripieni, e le incrostazioni calcaree che a guisa d'intonaco ne rivestivano le pareti e le volte. Di altri cunicoli non seppi spiegarmi la destinazione Erano essi notevolmente al disotto della più bassa galleria incontrata, e cioè presso all'ordinata 42^{m}, 00 estremo limite delle nostre esplorazioni. Le loro dimensioni erano quali appariscono dalla di contro figura; furono forse escavati per ricercare se vi fosse altra pozzolana di livello più basso.



Comunque sia di ciò dalle cose dette fin qui può arguirsi che la massima parte di queste sotterranee escavazioni fosse eseguita dopo che le fabbriche sovrastanti furono abbandonate, e forse già parzialmente in rovina. Fu certamente così per la rete di gallerie al disotto delle Terme.

Questi lavori rappresenterebbero adunque l'opera dei secoli oscuri che seguirono la decadenza romana.

Delle epoche posteriori non si rinvenne traccia su questo suolo; successe probabilmente un lungo periodo di quiete e di abbandono, e poi la destinazione dei luoghi a cultura. Così infatti li trovammo. Ma era destinato che questo terreno dovesse essere ancora sconvolto, e questa volta più profondamente di quanto in antecedenza fosse mai avvenuto, doveva ancora la fossa di Servio dopo 24 secoli essere riaperta; doveva sorgere sull'Aggere di questo Re e sulle Terme che otto secoli dopo Diocleziano Imperatore costruiva, un'edifizio che per ampiezza può stare a loro confronto; ed ora alla quiete di tanti secoli sta per sostituirsi l'operosa ed ordinata attività della più vasta amministrazione del Regno di Italia.

Cenni sulla giacitura del Cervus Euryceros

Nota di B. GASTALDI

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

In quella serie di depositi che, lungo la valle del Po, si estende al di sopra degli strati pliocenici è difficilissimo stabilire ben definite e determinate suddivisioni. Ed infatti altri di quei depositi sono morenici, altri torrenziali, altri fluvio-lacustri, altri, come il *lehm* di problematica origine, altri infine come le ligniti recenti e le torbe sono di origine organica. Alla uniformità dei depositi pliocenici succede la varietà dei post-pliocenici o quaternarii; ed è naturale poichè quelli si sono formati in seno al mare, questi sul suolo emerso.

I depositi morenici, le ligniti, le torbaie, sono, in vero, facili a distinguersi da tutti gli altri, ma questi depositi non occupano che una estensione molto limitata e non si mostrano che al piede delle alpi e lungo le valli alpine.

Il *lehm* si incontra sulla sinistra del Po alla base degli anfiteatri morenici e lo si vede sulla destra fin sopra le colline Moncalieri-Valenza, a circa 300 metri al di sopra del *thalwey* della valle. È per me il più problematico dei depositi quaternari e quindi mi basta l'averlo citato.

Il *diluvium* è una serie di coni di deiezione, di coni torrenziali, ognuno dei quali corrisponde alla valle alpina d'onde prevennero i ciottoli di cui è formato. Allo sbocco delle valli i coni sono in rilievo ma a misura che ci allontaniamo dal piede delle Alpi e ci avviciniamo al *thalwey* della valle del Po, essi vanno deprimendosi, ed ivi tutti i coni si confondono per formare la pianura padana.

Al piede delle Alpi vediamo che il *diluvium* copre il terreno pliocenico ed è a sua volta coperto dalle antiche morene; questa successione ci dimostra che il cono di deiezione si è formato prima che il piede degli antichi ghiacciai discendesse fin nella pianura. Ma a misura che ci allontaniamo dalle Alpi le dimensioni dei ciottoli di cui è formato il cono torrenziale vanno man mano impiccolendosi e trovandoci a considerevole distanza dalle morene non sappiamo più se lo strato torrenziale che esaminiamo sia anteriore, contemporaneo, o posteriore al grande sviluppo dei ghiacciai alpini.

Le ligniti recenti costituiscono un deposito di non lieve importanza dopo la scoperta della fauna racchiusa nel bacino di Leffe già in gran parte descritta e raffigurata dal Cornalia nella sua bella monografia dei vertebrati fossili della Lombardia. Il deposito lignitifero di Leffe trovasi alla base del *diluvium,* ed è quindi un deposito che risale al principio dell'epoca post-pliocenica o quaternaria.

Le principali torbiere, quelle che stanno confinate entro al perimetro degli anfiteatri morenici sono posteriori al ritiro dei ghiacciai, e formano quindi depositi relativamente recenti. I bacini torbosi furono prima bacini lacustri; vi troviamo palafitte, strumenti di selce, ascie di pietra levigata, utensili di legno, armi ed utensili di bronzo.

La serie dei depositi è adunque al piede delle Alpi.

Pliocene — Ligniti recenti — Diluvium
Morene — Lehm — Torba

Veniamo ora ad esaminare i depositi quaternarii che si trovano sulla destra del Po verso il piede dell'Apennino.

Sull'altipiano che si estende fra le colline Moncalieri-Valenza e l'Apennino ligure, ed in generale lungo il piede di quest'ultima catena, alle sabbie gialle plioceniche succedono, senza interruzione alcuna, i depositi fluvio lacustri. Questi depositi constano di ghiaia, di ciottoli di piccole dimensioni, di sabbia varicolore, ora grigia cioè, ora bianca ed ora gialla, di argilla plastica in letti irregolari talora accompagnata da calcare bianco terroso o da marna della stessa tinta. Essi racchiudono i resti di quattro specie di proboscidei dei quali il più comune è il *Mastodon-arvernensis*, il più raro è il *Mastodon-Borsonii*; le altre due specie sono l'*Elephas antiquus* et l'*E. meridionalis* i cui resti non sono frequenti; frammisti poi agli ossami di proboscidei se ne trovano altresì di Rhinoceros, di Hyppopotamus e di Bos etruscus.

Il deposito fluvio lacustre non è regolare; in alcuni luoghi ha forse un 10 metri di grossezza, in altri è ridotto a non avere che qualche decimetro di spessore, in altri manca affatto.

Esso è coperto da un potente strato di argille, il più sovente di tinta intensamente gialla e talvolta grigiastra. È il *lehm* che dal piede delle antiche morene si estende sulla destra del Po, sulla catena di colline Moncalieri-Valenza e si inoltra sino al piede dell'Apennino.

La sovrapposizione di questo strato a quelli fluvio-lacustri non ha luogo in modo distinto e netto ma bensì gradatamente vale a dire che i depositi fluvio-lacustri generalmente sabbiosi e ghiaiosi si fanno man mano calcarei, marmosi ed argillosi ed insensibilmente passano all'argilla tenace giallastra o grigiastra che costituisce il lehm. Probabilmente egli è dall'orizzonte che forma il passaggio fra i due depositi che provengono i varii teschi e le molte ossa di marmotta non che le corna di *Cervus-elaphus* che abbiamo scoperto, talora nello stesso taglio ove più in basso, si trovarono difese e molari di mastodonte.

Al piede delle Alpi il *lehm* copre la base delle morene ed il *diluvium*; al piede delle colline Moncalieri-Valenza copre altresì un *diluvium* formato di grossi ciottoli e talora di massi rotolati provenienti dal disfacimento dei conglomerati miocenici, disfacimento che dovette prodursi in grande scala durante il periodo erratico-diluviale.

Questo fatto si può esaminare allo sbocco di tutte le piccole valli che, discendendo da quella catena di colline, si aprono sulla destra del Po, o verso la pianura Moncalieri, Cambiano, Chieri, Andezeno, Arignano. ecc. Al di sotto del *lehm* che in molti luoghi si impiega alla fabbricazione dei laterizi si trova il banco di ciottoli

dal quale si ottiene ghiaia e pietrizzo, ciottoli per selciato e grossi detriti per materiale di costruzione.

La ferrovia Troffarello-Chieri, correndo in trincea verso la Madonna della Scala, taglia un banco di *lehm* di forse 10 metri di grossezza, al disotto del quale affiora il banco di ciottoli. A qualche distanza però dal piede delle colline, verso l' astigiana scompare il letto di detriti rotolati provenienti dalla collina ed il *lehm* posa direttamente sul banco fluvio-lacustre o sulle sabbie gialle del pliocene, quando manca quel banco.

Allo sbocco delle valli dell'Apennino troviamo estesi coni di deiezione i quali ci dimostrano che le condizioni climateriche del periodo erratico-diluviale esercitarono la loro azione anche su quella catena; il *lehm* ammanta anche qua e là quei coni diluviali. Onde ben si vede che questo deposito argilloso detto *lehm* o *loess* è veramente un deposito che chiude il periodo delle grandi aque, il periodo erratico-diluviale.

Ho fatto parecchi saggi sulle argille gialle e grigiastre che, sovrapposte al banco fluvio lacustre costituiscono il *lehm* quale si incontra a considerevole distanza dalle Alpi, ed ho sempre visto che vanno scevre di calcare; tuttavia in quelle argille si trova del calcare concrezionato in arnioni piccoli e grossi, taluni dei quali hanno ragguardevoli dimensioni 0^m, 12 a 0^m, 20 di diametro, formanti banchi che talvolta regolarmente si distendono nella massa argillosa. Egli è evidente che quelle concrezioni si formarono per secrezione e concentrazione del calcare disseminato nell'argilla, e che la separazione ebbe luogo quando l'argilla si trovava allo stato molle.

Particolarmente verso la sua base il *lehm* si fa estremamente tenace e sovrabbondantemente ferrifero a segno, che su notevole grossezza si vede tutto gremito di concrezioni sferiche di limonite della grossezza di un pisello ed anche di più. Se generalmente quell' argilla è terreno che profondamente lavorato, frequentemente rimaneggiato, soleggiato e concimato senza risparmio riesce fertile, rimane però pertinacemente sterile là ove è soverchiamente ricco di limonite.

Di rado nell'Apennino, e solo in località eccezionali si incontra la torba in strati relativamente esili e non circoscritta in bacini ben definiti come la si trova al piede delle Alpi.

Nel quadro seguente sono compresi tutti i terreni recenti che si trovano sulla destra del Po alla base dell'Apennino.

Pliocene — Fluvio lacustre

Coni di deiezione apenninici — Lehm — Torba

Dobbiamo ora far cenno dei depositi che si estendono lungo il thalwey della valle a destra ed a sinistra del fiume e dei principali suoi affluenti.

Voglio parlare delle alluvioni del Po le quali costituiscono un deposito che ha più di 30 metri di potenza, elevandosi di alcuni metri al di sopra del pelo delle aque in tempo di magra e discendendo ad una profondità non minore di 23 metri al disotto dell'alveo.

È noto che nel 1865 scavando in detto alveo le fondazioni delle pile del ponte di Mezzana-Corte le quali discendono a 22 metri di profondità si trovò alla profondità di circa 10 metri porzione di un cranio di *Cervus euryceros* munito delle

sue corna quasi intere e che nello stesso strato, a tre metri circa più in alto si scoperse un cranio umano.

Ben prima di quell'epoca Cuvier, Brocchi, Breislak, Borson hanno descritto e figurato molti resti di ruminanti estratti da quelle alluvioni tra Mezzana-Corte e Mantova; le specie più salienti sono il *Bison* o *Bos priscus*, il *Cervus alces* ed il *Cervus euryceros*.

Nella sua bella monografia dei vertebrati fossili della Lombardia il professore Cornalia cita 16 cranii di bue, sei dei quali trovati nelle alluvioni del Po e due in quelle del Lambro ; degli altri 8 la giacitura è ignota ma è a credere che in generale provengono dalle stesse alluvioni. Fa in seguito menzione di tre corna di *Cervus alces* delle alluvioni del Po e del Ticino e finalmente dice che provengono dagli stessi depositi sette dei cranii di *Cervus euryceros* che egli descrive.

In generale i fossili delle alluvioni differiscono da quelli dei depositi fluvio-lacustri, ad eccezione però dell'*Elephas meridionalis* che trovasi in quelle ed in questi; il *Bos etruscus* per contro si trova nel banco fluvio-lacustre e non nelle alluvioni del Po.

Rimane a parlare delle caverne, l'origine delle quali, a mio parere, è esclusivamente dovuta all'azione dissolvente dell'aqua e la loro ampiezza alla struttura dei banchi calcarei i quali facilmente cadono a pezzi per poco che manchi loro la base. La formazione delle caverne risalirebbe adunque all'epoca delle grandi acque, al periodo erratico-diluviale, e la fauna che racchiudono deve quindi riferirsi a quel periodo ed ai successivi. Ma le caverne più ancora dalle alluvioni del Po formano un deposito a parte.

Ciò premesso possiamo formare un quadro complessivo di tutti i depositi recenti che si osservano nella valle del Po disponendoli come segue:

Alpi		Apennino
Pliocene		*Pliocene*
Ligniti recenti		Fluvio-lacustre
Diluvium	Alluvioni del Po	. . . . . Coni di dejezione
Morene	Caverne	
Lehm		Lehm
Torba		Torba

Vediamo ora fin dove è possibile stabilire il sincronismo fra questi terreni.

Le ligniti subalpine di Leffe, quelle di Boca, di Maggiora in Piemonte sono antiche torbiere ricoperte dai depositi diluviali e quindi anteriori al periodo delle grandi aque che lasciò dell'azione sua così colossali effetti lungo tutta la valle del Po.

Le ligniti recenti ed i depositi fluvio-lacustri occupano lo stesso orizzonte, ricoprono cioè li strati pliocenici. Quelle trovansi alla base del *diluvium* questi non hanno alcuna diretta relazione col diluvium alpino, ma osservati alla base dello apennino occupano altresì lo stesso livello delle ligniti, sono cioè alla base del diluvium apenninico.

Nelle ligniti di Leffe oltre a resti di Rinoceronte si trovarono ossami di Elephas meridionalis uno dei quattro proboscidei che frequentemente si incontrano nei depositi fluvio-lacustri. Egli è bensì vero che in quelle ligniti non si scopersero ancora

resti del Mastodon Arvernensis il quale, nell'alta valle del Po, è forse il fossile più caratteristico dei secondi, ma notisi che il bacino di Leffe è cosa ben minima se si paragona alla estensione grandissima che hanno i depositi fluvio-lacustri, e notisi inoltre che gli altri bacini lignitiferi di Boca e Maggiora, e di Gifflenga, non diedero sinora luogo ad alcun regolare lavoro di estrazione.

Vi hanno adunque non pochi argomenti per ritenere come sincroni i depositi fluvio-lacustri e le ligniti recenti, e ciò indipendentemente dalla esistenza nel bacino di Leffe di animali la cui specie non è ancora estinta quali il *Castor fiber* e la *Cistudo europea* segnalati dal Cornalia. Le nostre torbiere come quelle della Danimarca ci offrono le reliquie di due flore sovrapposte, quella inferiore appropriata ad un clima rigido quale si conveniva all'epoca in cui terminava il periodo glaciale, quella superiore uniformantesi al clima oggidì regnante. L'opposto può aver luogo nel bacino di Leffe; è possibile cioè che nella parte inferiore di quel bacino vi sia la flora e la fauna di transizione dell'epoca postpliocenica e nella parte superiore la fauna e la flora del periodo di transizione fra l'epoca post pliocenica e la glaciale.

Del resto è ben noto che talune specie hanno maggior vitalità di altre o, meglio forse, più efficaci mezzi per resistere alla distruzione; nelle antiche alluvioni del Po, ad esempio, si trovano i resti del *Cervus euryceros,* del *C. alces* e del *C. elaphus* dei quali il primo, da un pezzo, è scomparso, gli altri due sono ancora viventi. Sino ad ulteriori scoperte ed a più accurati studî possiamo quindi ritenere per approssimativamente sincroni i depositi fluvio-lacustri e le ligniti recenti.

Mentre al piede delle Alpi si formavano i depositi di lignite recente ed al piede dell'Apennino quelli fluvio-lacustri, lungo l'alveo del Po dovevano contemporaneamente formarsi depositi alluviali; ma questi trovansi probabilmente a grande profondità e quindi sottratti alla nostra diretta osservazione. Quel tanto che noi conosciamo delle alluvioni del nostro maggior fiume deve corrispondere all' epoca erratico-diluviale e ad un periodo ancora più recente.

A quest'epoca quindi appartengono il *Bos priscus*, il *Cervus alces* il *C. euryceros* i cui resti così frequentemente si trovano nelle accennate alluvioni. Nelle quali se troviamo altresì resti dell'*Elephas meridionalis* che sappiamo non essere infrequenti nei depositi fluvio-lacustri e nelle ligniti di Leffe conviene supporre che questo proboscideo sopravisse ai Mastodonti ed all'*E. antiquus*, di tanto da trovarsi cogli animali del periodo erratico-diluviale.

Quanto son venuto esponendo dimostra chiaramente le difficoltà che si incontrano a stabilire una cronologia un pó precisa nei depositi quaternarî della valle del Po. Se queste difficoltà sono gravi in Piemonte e Lombardia, ai piedi delle Alpi ove si hanno non pochi dati per una classificazione come, ligniti recenti, morene, massi erratici, torbaje e via dicendo, quali non dovranno essere nelle basse valli del Tevere e dell'Arno? Onde ben si vede qual valore possano avere gli appellativi di antidiluviali, di diluviali, di preglaciali, di glaciali ecc. che da una gran parte dei poleoetnologi si dà a quei terreni nei quali scopersero reliquie dell'uomo e prodotti della sua industria.

Scopo di questa nota è di segnalare la scoperta di un corno di *Cervus euryceros* nella valle superiore del Po e più particolarmente tra Crescentino e Fontaneto.

Torino Lit F.lli Doven

Nel territorio di quest'ultimo paese, presso la cascina detta la Costa esisteva una estesa palude che il mio amico, l'onorevole Sig. C. Calandra riescì a risanare aprendovi due lunghi e grandi fossati sul fondo dei quali impiantava 40 tubi raccoglitori.

Mentre il Sig. Calandra studiava sul terreno i lavori di prosciugamento seppe che alcuni anni prima era stato trovato in quella palude un corno di cervo ; egli potè vederlo presso il Sig. farmacista del paese; potè anzi averlo e me ne fece grazioso dono.

Quel corno (V. l'annessa tavola) fu scoperto aprendo un fossato accanto ad una stradicciuola che attraversava la palude; esso giaceva in un letto di torba terrosa che formava il fondo della palude, il sottosuolo della quale è un banco torrenziale, un *diluvium* a grossi ciottoli provenienti dalla valle di Aosta e facienti parte del cono di dejezione della Baltea.

La palude si estendeva al piede di un esteso terrazzo come lo indica il nome stesso della vicina cascina la Costa. L'esistenza di quel terrazzo, sia esso dovuto alle erosioni del Po, dal quale la Costa dista di cinque chilometri, sia esso dovuto alle erosioni della Baltea, dalla quale quella cascina dista undici chilometri, dimostra che le acque diluviali erano già in decrescimento quando incominciò a formarsi la palude ed il banco di torba che servì di tomba al cervo. Onde dobbiamo conchiudere che il *Cervus euryceros* viveva ancora, nella valle del Po, quando i ghiacciai, dai quali le acque torrenziali provenivano, già avevano incominciato il loro movimento di regresso.

Il corno appartenne ad un giovane individuo, non avendo ancora l'ampiezza e la piegatura che si osservano nelle corna degli adulti, in quelle, ad esempio, del cranio di Mezzana-Corte. Descrivendo questo cranio io notai che probabilmente il cervo a grandi corna visse contemporaneamente all'uomo; la scoperta del corno di Fontaneto non altera per niente il mio asserto. Io potrei anzi confermarlo citando certi tagli e certe impronte che si osservano alla base di quel corno se quei tagli non mi sembrassero fatti da uno stromento troppo tagliente per essere di pietra, e se non si fosse già troppo abusato di tali segni per conchiudere alla contemporaneità dell'uomo e di animali la cui specie è ora estinta.

Relazione *intorno ad una Memoria del sig.* Carlo Bagnis *avente per titolo* « Osservazioni sulla Vita e Morfologia di alcuni Funghi Uredinei » *della Commissione composta degli accademici* Rolli e De-Notaris *(relatore). Letta nella sessione del 2 maggio 1875.*

Non si aveva notizia in Europa dell'esistenza di un fungillo parassitico delle Malvacee, descritto dal celebre Montagne nella Flora del Chilì, e nel *Sylloge plantarum cryptogamicarum* (1856), sotto il titolo di *Puccinia Malvacearum.*

Quand'ecco che nel 1873, negli atti della Società Linneana di Bordeaux, il chiarissimo Durieu di Maisonneuve, si fa ad annunciare che nell'aprile dello stesso anno, gli furono presentate alcune foglie di *Malva sylvestris* cariche di una *Puccinia* ipofilla, esattamente corrispondente alla specie divisata dal Montagne.

Riferisce il Durieu, come in pochi mesi, dall'aprile all'ottobre, le piante di malva, nel dipartimento della Gironda, ne fossero tutte attaccate e malconce.

È difficile di precisare in qual modo le spore di questo fungillo siano state condotte dal Chilì in Europa; ma pare positivamente dimostrato che in Europa non se ne aveva traccia prima dell'epoca accennata.

Una o poche spore di un inconspicuo fungillo, che, da remotissimo paese, valicato l'Atlantico, approdano al continente europeo, ed in breve invadono tutte le specie delle malvacee indigene, è un fatto di tale imponenza, che vale sempre più a dimostrare la somma importanza delle osservazioni microscopiche nel *mare magnum* delle produzioni, che quasi inavvertitamente congiurano a danno dell'umano consorzio.

La *Puccinia Malvacearum,* che nei dintorni di Bordeaux distrusse a press'a poco tutte le piante di malva, nell'anno successivo cominciò ad allargarsi in altre province d'Europa, e qui in Roma, nell'estate scorsa si vedeva a profusione su tutte le specie di malva e sulle lavatere, frequentissime nei siti incolti del recinto di Roma, e nei dintorni della città, ed il sig. Vito Beltrani ne annunciava la comparsa nel 3° numero del giornale l'Atenéo.

Abbiamo premesso questi riscontri, perchè accennano all'origine delle osservazioni pubblicate dal sullodato sig. Beltrani sulla *Puccinia Malvacearum,* e poi degli studî del sig. Bagnis sulla propagazione delle Puccinie. Studî che crediamo di poter raccomandare a quest'Illustre Accademia, come quelli che conferiscono alla spiegazione di fatti, i quali a filo delle idee dominanti circa la biologia di questi parassiti, per poco riescono inesplicabili.

Dietro i risultati degli studî del celebre De Bary sulla morfologia e biologia degli Uredinei, ritiensi da molti micologi, che ciascuna essenza di questa famiglia, veste forme diverse nel ciclo di sua evoluzione, a partire dalla germogliazione degli sporidii, alla produzione delle spore perfette o finali. Gli sporidii prodotti dalle Puc-

cinie genererebbero gli *Aecidium,* questi le *Uredo* e da ultimo le Puccinie, le cui spore rappresenterebbero l'ultimo grado di evoluzione, per cui dallo stesso De Bary furono distinte col nome di Teleutospore.

Le accennate forme possono presentarsi sur una stessa pianta, oppure, e questa sarebbe la regola; e per avventura la ragione più prossima del polimorfismo di questi parassiti, oppure l'*Aecidium* sur una pianta, e l'*Uredo* e la *Puccinia* sur un altra. Così l'*Aecidium* dell'*Uredo* e *Puccinia* frequenti sui cereali si svilupperebbe sulle foglie del *Berberis vulgaris;* l'*Aecidium* della *Puccinia straminis,* non dissimile dalla precedente, sulle foglie delle Boragginee.

Nei termini con cui l'accennata dottrina si trova esposta nell'impareggiabile trattato di Botanica del sig. Sachs, riesce veramente difficile il comprendere, come spessissimo abbondino sui cereali l'*Uredo* e la *Puccinia* anco in paesi nei quali il *Berberis vulgaris* è rarissimo, o manca affatto. Altre difficoltà si potrebbero in proposito affacciare, si potrebbero citare di molte Puccinie abbastanza frequenti in Italia, alle quali sarebbe difficile di assegnare il rispettivo *Aecidium;* ma gli studî del sig. Bagnis, se non andiamo errati, potranno giovare ad eliminare alcune delle accennate difficoltà, ed a dar ragione della rapidità onde si moltiplicano alcuni di questi fungilli, più o meno infesti alle piante su cui prendono stanza.

Osserva il sig. Bagnis che se il ciclo biologico di una Puccinia dovesse sempre incominciare da una forma Ecidinea, qualche specie di questo genere *Aecidium,* oltre le più frequenti nell'agro romano, avrebbe dovuto precedere la comparsa della *Puccinia Malvacearum.* Ora in Roma e nelle sue adiacenze non si sono vedute a tutt'oggi che due sole specie di *Aecidium,* l'*Aecidium Smyrnii* e l'*Aecidium Tussilaginis,* specie note da lungo tempo in Europa, e sarebbe assurdo il supporre che l'una, o l'altra di queste specie rappresenti il primo tratto del ciclo della *Puccinia Malvacearum.* D'altra parte nella dotta ed estesa relazione del sig. Durieu sulla comparsa di questa *Puccinia* nella Gironda, non si fa parola di nessuna nuova forma concomitante di *Aecidium.*

Però il Bagnis si accinse a risolvere sperimentalmente questo problema, e le particolarità ch'Egli ne riferisce sulla produzione degli sporidii delle Teleutospore della *Puccinia* in discorso, sulle condizioni che ne favoriscono e ne accelerano lo sviluppo, sul modo onde i primordiali filamenti prodotti dagli sporidii, spostando le cellule epidermiche delle foglie delle malve, penetrano nel mesofillo, sul modo onde si costituisce il micelio e conseguentemente le Teleutospore, le quali per mezzo dei loro sporidii possono riprodurre direttamente nuovi acervi di Teleutospore perfette e senza intervento di Aecidium e di Uredo, ci sembrano meritevoli di attenzione.

Seguendo lo sviluppo del Micelio generato dagli sporidii delle Teleutospore della *Puccinia Malvacearum, Torquati,* e *compositarum,* il Bagnis ha trovato che talvolta dai filamenti del micelio sorgono a breve distanza dei rametti, i quali convergendo l'uno verso l'altro, finiscono per saldarsi mutuamente per le loro estremità. In appresso gli archi filamentosi, o le anse risultanti da questa maniera di copulazione, si segmentano in più cellule, delle quali la mediana di ciascun arco, cominciando ad inturgidire nel suo mezzo, si allunga a poco a poco in un filamento claviforme, e così avrebbero origine le Teleutospore.

Il Bagnis penderebbe a ravvisare in questi atti di copulazione, o meglio di anastomosi di alcuni rami del micelio, una funzione equivalente alla fecondazione, e le Teleutospore ne sarebbero il prodotto; ma ne sembra che fin qui siano ancora troppo incerti i riscontri ch'Egli ci fornisce di questo fenomeno.

Seguono nel lavoro del Bagnis altre molte osservazioni sulla natura e significazione delle parafisi, le quali cingono talora a guisa di involucro gli acervi di Teleutospore in molte specie di Puccinie, la dimostrazione della evidente analogia delle parafisi colle Teleutospore, fatto il quale, se noi ci apponiamo, per se già basterebbe ad infievolire l'ipotesi pocanzi accennata, della produzione delle Teleutospore per atto copulativo dei rametti del micelio.

Le illustrazioni in appoggio delle osservazioni riferite nel lavoro del Bagnis sono lodevolmente eseguite, e fanno fede della diligenza da lui usata nello stereotipare, per così dire, i tratti caratteristici delle produzioni ch'Egli si è fatto a studiare.

Le ripetute esperienze di coltivazione di questi fungilli, avendogli invincibilmente dimostrato che le Teleutospore riproducono Teleutospore, od altrimenti che le *Puccinie* riproducono *Puccinie* esattamente simili a se stesse, e senz'intervento di altre forme collaterali, il Bagnis sarebbe tratto a conchiudere, che gli *Aecidium*, gli *Spermogonii* che spesso gli sono compagni, le *Uredo*, e le *Puccinie*, rappresentano entità autonome, o specie distinte. A risultati consimili approdava il sig. Licopoli nel suo lavoro sull' *Uredo Ruborum* ed il *Phragmidium incrassatum*, sostenendo che l' *Uredo* ed il *Phragmidium* sono essenze distinte, quantunque spessissimo si veggano crescere l'una a lato dell'altro.

Tuttavia, se il fatto che le Teleutospore generano Teleutospore per mezzo dei loro sporidii, vale a dare ragione della rapidità con cui si propagano questi fungilli, e se può servire a sostenere che non havvi necessaria concatenazione o solidarietà tra gli *Aecidium*, le *Uredo* e le *Puccinie*, non basta ad impugnare assolutamente la tesi che ogni Puccinia può avere le sue forme Ecidinee ed Uredinee, potrebbe tutt'al più valere per sostenere che il ciclo biologico delle Puccinie, dalla produzione del micelio alla produzione dei loro sporidii, può compiersi, come effettivamente fu dimostrato dal Bagnis, senza la precedenza o la concomitanza dell'Ecidio e dell'Uredo, e che questi non sono membri necessarî nel ciclo della loro evoluzione. Si può ammettere l'alternativa di queste forme dipendenti dalla diversità del *substratum;* ma queste alternative non implicano l' assoluta necessità delle gradazioni segnalate dal celebre De-Bary e teoricamente consentite da molti valenti micromicetologi.

Però crediamo che gli studî che si vanno facendo su questo tema, qualunque sia il punto di vista con cui vengono intrapresi, sono sempre meritevoli di attenzione e di incoraggiamento, ed in conseguenza vi proponiamo un voto favorevole pel lavoro del Bagnis, non dubitando che questo voto gli sarà di sprone ad ulteriori ricerche in un ramo di scienza irto di difficoltà, per il quale il Bagnis ha dato saggio di avere molta attitudine e singolare predilezione.

Osservazioni sulla vita e morfologia di alcuni Funghi Uredinei

per BAGNIS CARLO
Studente in Medicina e Chirurgia
presentate dal socio DE NOTARIS

nella sessione del 2 maggio 1875.

In un mio precedente lavoro intitolato « Note sulla Puccinia Torquati » (1) nel quale ho dato il resoconto delle mie osservazioni fatte sullo sviluppo e sulla fruttificazione della suddetta specie, sul terminare di esso io ho scritto « ..... *Ma non potrebbe forse succedere che la Puccinia compiesse il suo sviluppo senza passare allo stadio di Aecidium?*.....; ed infatti intraprese ulteriori scoperte su questo argomento sono adesso obbligato a credere che i tre generi di Fungilli, Aecidium, Uredo, e Puccinia siano tre generi autonomi, come anticamente si credeva e non tre stadi dello stesso fungo come vogliono ammettere i moderni. Ciò almeno lo posso sostenere sopra quanto qui appresso io esporrò.

Già ho accennato nel sopracitato mio lavoro, come nè a me, nè al mio collega Beltrani, che pel primo scrisse sulla « *Comparsa della Puccinia Malvacearum nell'Agro Romano* » (2), giammai ci fu possibile in verun modo scoprire alcun Aecidium e alcun Uredo di specie nuova vivente sulle Malvacee o su altre piante, e di più faccio osservare che nelle mie ricerche ho già raccolto nell'Agro Romano buon numero di specie di Puccinie mentre non conosco ancora che due soli Aecidium (3), l'uno da me trovato ed è l'Aecidium vivente sullo Smirnium Olusatrum L., l'altro trovato dal Beltrani, l'Aecidium Tussilaginis il quale è estremamente raro. Certo altre specie esisteranno, ma intanto questi 2 Aecidium che son i più comuni, non possono appartenere alla Puccinia Malvacearum; poichè l'Aecidium Tussilaginis già da molto tempo si conosce ed in altre parti d'Italia dove ancora non è pervenuta la Puccinia Malvacearum; e l'Aecidium vivente sullo Smirnio fu visto già nel 1870 dal chiarissimo prof. Passerini di Parma; epoca nella quale ancora era affatto ignota in Europa la suddetta Puccinia e tanto più nell'Agro Romano dove fu vista per la prima volta nel luglio del 1874.

Onde parmi che se fosse necessario alla Puccinia passare per lo stadio di Aecidium ammettendo che la Puccinia Malvacearum sia una specie importata dal Chilì, avrebbe prima della Puccinia dovuto comparire nell'Agro Romano un nuovo Aecidium, il quale si dovrebbe osservare tutt'ora.

(1) C. Bagnis *Note sulla Puccinia Torquati*, pubblicate nell'Ateneo. Rivista mensile scientifica. Anno I. 1874 N. 8, pag. 237.

(2) V. Beltrani-Pisani *Sulla comparsa ecc...* pubblicata nell'Ateneo Rivista scientifica, Anno I, 1874. N. 3, pag. 69.

(3) Ultimamente trovai nell'Agro Romano sul *Ranunculus Ficaria l'Aecidium crassum Ficariae* Persoon, il quale è però assai raro. Neppure quest'Aecidium può appartenere alla Puc. Malv. per le uguali ragioni dell'Aecidium Tussilaginis.

Ma queste osservazioni e deduzioni non mi pajono sufficienti per dimostrare il fatto, onde ho pensato essere necessario dimostrarle esperimentalmente; perciò procuratami una pianticina di Malva Sylvestris ed assicuratomi dell' assoluta mancanza di sviluppo di Puccinie con accurato esame fatto colla lente, la piantai in un vaso, e la posi sotto una campana in una camera, procurando di conservarle una temperatura media di 14 gradi centigradi, ed una umidità piuttosto abbondante per avere in pochi giorni uno sviluppo di nuove foglie. Queste, non alterandone le condizioni nelle quali si trovavano, in qualunque epoca io le abbia osservate, le trovai sempre perfettamente sane, ma tolta la campana al vaso ed avvicinatogli un altra pianta abbondantemente infetta da Puccinie, potei vedere dopo 5 (cinque) giorni sulle foglie della pianta sana delle piccole macchie biancastre che esaminate al microscopio scoprii essere il micelio della Puccinia Malvacearum che si andava sviluppando, il quale al 6° (sesto) giorno prendeva un color giallo-ranciato e dava origine alle Teleutospore, che giunsero al completo sviluppo al terminare del 7° (settimo) giorno e nell' 8° (ottavo) *senza passare nè allo stadio di Aecidium, nè di Uredo.* Io potei nelle stesse condizioni di temperatura e di umidità ottenere in soli 6 (sei) giorni tutto il suddetto sviluppo bagnando la pagina inferiore di una foglia sana e tenendovi applicata sopra la pagina inferiore di una foglia istessa. Con egual esito ho pure avuto direttamente le Puccinie ponendo nello stesso vaso due piante, l' una sana, l' altra infetta. Ma per potere determinare esattamente il tempo, e l' umidità necessaria affinchè la Puccinia Malvacearum si sviluppi direttamente sopra foglie sane ho tenuto il seguente procedimento.

Avviluppai delle foglie sane con altre abbondantemente infette e le misi sotto una campana che posava sopra un piatto contenente dell' acqua, e da un buon numero di esperienze fatte su foglie in vario periodo di sviluppo, posso concludere che in media alla temperatura di 19 o 20 centigradi e con una conveniente umidità, lo sviluppo completo della Puccinia Malvacearum si può fare in 48 (quarantotto) ore su foglie giovani, ed in 57 (cinquantasette) ore su foglie più adulte. Vi occorrono poi circa 100 ore a 16 centigradi; da 6 ad 8 giorni a 14 centigradi, 13 giorni circa a 9 centigradi, e da 16 a 20 giorni a 7 centigradi.

Sotto di questa temperatura difficilmente fruttifica la Puccinia, e perciò difficilmente si propaga, ed infatti dal 20 al 30 gennaio del corrente anno la temperatura media essendo stata appena da 4, o 5 gradi al disopra dello zero, la propagazione della Puccinia Malvacearum nella Campagna Romana pareva quasi affatto sospesa.

Passiamo adesso ad osservare minutamente come avvenga questo sviluppo. Giunto un gruppo di Puccinie a fruttificazione, qualunque ne sia il modo, produce degli sporidi, i quali pervenuti a maturità si distaccano, ed, o cadano direttamente, o vengono dal vento, o dalla pioggia trasportati sopra altre foglie. Quivi si fissano, e trovando una umidità e temperatura conveniente germogliano dopo 14 ore circa se questi si sono formati secondo il nuovo modo fatto conoscere dal mio (1) collega

(1) V. Beltrani Pisani. *Ancora poche parole sulla Puccinia Malvacearum* pubblicate nell' Ateneo *Rivista scientifica.* Anno 1.° 1874, N° 8, pag. 231.

Beltrani, e dopo 18 ore circa, se essi si sono formati secondo il modo fatto conoscere dal Tulasne. Il germoglio o filamento poi non viene fuori dalla estremità più fina dello sporidio come ad ognuno potrebbe sembrare la cosa più naturale, ma bensì da un lato di esso; come io ho già disegnato nel mio passato lavoro (Note sulla Puccinia Torquati. Tav. fig. 23). Questo filamento si va poco per volta riempiendo della sostanza granulosa contenuta nello sporidio, la quale si dispone ad interruzione offrendo un aspetto come se il filamento fosse formato da più cellule cilindriche unite in fila le une alle altre, ed in poche ore prendono una tale lunghezza da superare più di 15 volte il diametro dello sporidio.

A tal periodo di sviluppo, pervenuto il filamento dello sporidio, esso arriva sino al punto di divisione di due cellule dell' epidermide e vi penetra foggiandosi a punta e distaccando in quel punto fra di loro le pareti delle due cellule (1).

Questa osservazione corrisponde esattissimamente con quelle fatte dal sig. Kellermann su questo argomento (2).

Nè penetra giammai per gli stomi della pianta e quantunque spesse volte il filamento sia vicinissimo all'apertura di questi, piuttosto che entrarvi dentro vi gira attorno per arrivare al punto di congiunzione di due cellule. Ciò spiega benissimo come la Puccinia Malvacearum si sviluppi pure a meraviglia sulla pagina superiore delle foglie dove gli stomi stanno per rapporto di numero a quelli della pagina inferiore come 14 a 20 e sul gambo delle foglie dove gli stomi si trovano solo come 6 a 20.

Scostate le pareti delle due cellule epidermoidali il filamento continua a discendere come avverrebbe per il germogliamento delle Zoospore della *Peronospora infestans* sul fusto del *Solanum tuberosum* ed arrivato al secondo strato cellulare si ripiega e forma un complicato ed irregolare intreccio di filamenti, i quali però si scostano arrivando in prossimità di uno stoma, come bene si osserva nella fig. 7, disegnata colla camera lucida. Da questo strato superiore di micelio, nei punti di unione delle cellule discendono delle ramificazioni formanti un angolo più o meno retto col ramo principale. Di questi nuovi prolungamenti la maggior parte si sprofonda negli strati più interni, gli altri rompono la membrana delle cellule e vi penetrano in esse. In questo punto ho da far notare che le mie osservazioni non corrispondono con quelle del Kellermann, poichè questi dice che « i filamenti che hanno scompaginato il tessuto cellulare dopo aver presa una tinta gialla-aranciata si scompongono in un liquido dello stesso colore il quale *allaga* le cellule (3) »; mentre io ho sempre trovato che i filamenti del micelio per quanto siano abbondanti in numero ed inoltrati in età conservano sempre integra la loro forma; *nè allagano* le cellule le quali con certe manovre speciali si possono benissimo isolare dai fila-

(1) E non come dice il Sachs: « Leur germination différe alors de celle des autres formes de « spores, en ce que le tube perfore l'epiderme comme dans les Peronospora, et le traverse de part « en part » .....

(Sachs — Traité de Botanique — Les Champignons Uredinees).

(2) Resoconto della Società fisico-medica di Erlangen. 13 luglio 1874 — Relazione del prof. Rees sulle osservazioni del sig. Kellermann fatte sulla Puccinia Malvacearum.

(3) Kellermann, lav. citato.

menti che da ogni parte le avviluppano, dandole così una tinta giallo-aranciata che sembrano possedere (V. F. 10). Infine questi filamenti al loro apice terminano a forma *quasi* di uncino formando ciò che dai Micologi viene appellato *ustori* i quali diversificano grandemente da quelli del micelio dell' Uredo Graminis come si può vedere dal confronto delle due figure N. 11 (Tav. 1), e 12 (Tav. 2).

Pervenuto il micelio a tale periodo di vita incomincia direttamente lo sviluppo delle Teleutospore; ma prima di questo avviene forse una fecondazione?

Nulla posso ancora accertare di preciso su questo fatto, non avendo prove decisive che conscienziosamente lo dimostrino, onde piuttosto che dare un prematuro giudizio sotto l' incubo di idee preconcette mi contenterò di esporre solo le mie idee e le mie osservazioni fatte in proposito.

De Bary nei suoi lavori sui rapporti fra gli Aecidium, Uredo, e Puccinie (1) dice di non avere neppure lui scoperta la fecondazione in questi micromiceti e di più scrive (2): « Si à l'intérieur de ce cycle de générations alternantes il y a place « pour une fécondation ou pour une conjugaison c'est probablement sur le mycelium « de l'Aecidium developpé a l'intérieur des feuilles de Berberis qu'il faut chercher « l'acte sexuel dont les fruits aecidiens ne sérajent que les résultats ». Ma siccome abbiamo visto e dimostrato che si ottiene sempre la Puccinia Malvacearum senza il concorso nè di Aecidium nè di Uredo si dovranno rivolgere le ricerche degli organi di fecondazione nel micelio della Puccinia e precisamente nell' epoca suddetta. Questa parmi l' ipotesi più logica, più consentanea nell' ordine dei fenomeni che si succedono; ed infatti in qual' altro organo del fungillo se non nel micelio, ed in qual' altra epoca se non nella suddetta deve accadere la fecondazione? trovandosi il micelio prima di essa appena in via di formazione, e dopo di essa dando già principio allo sviluppo delle Teleutospore.

Io sono di avviso che la fecondazione avvenga in un modo *quasi* consimile a quella delle Mucorinee (Phycomices) cioè che da 2 filamenti diversi del micelio, od anche dallo stesso filamento nascono due prolungamenti i quali si rivolgono l' uno verso l' altro fintantochè vengono ad incontrarsi; ed allora le due estremità di essi si uniscono e la loro sostanza granulosa si dispone in modo da dividerli in più cellule. Quella, fra queste, che trovasi nel mezzo pare possegga una vitalità maggiore delle altre, poichè va aumentando in grandezza, e forma così la *clava*, la quale come io nella Puccinia Torquati, ed il mio Collega Beltrani nella Puccinia Malvacearum abbiamo dimostrato, per ulteriore sviluppo formerà la Teleutospora.

Quanto io qui in breve ho esposto parmi che si riscontri benissimo nelle figure 13, 14, 15, 16, 17, 18, le quali affinchè venissero riprodotte colla massima fedeltà, ho creduto bene di disegnarle colla camera lucida.

Ma qui, ripeto, nulla io ho inteso di dare di veramente certo, *altro non ho fatto* che accennare semplici fatti sui quali intendo fare ulteriori osservazioni, ed intorno ai quali vivamente desidererei che qualche studioso rivolgesse la sua attenzione.

(1) De Bary — Neue untersuchunger über Uredineen etc.... Berlin 1865.

(2) Brano tolto dall' opera di Botanica di Sachs — Les Champignons — Paris 1874.

Ciò avvenuto ne succede lo sviluppo delle Teleutospore le quali pervenute a maturanza fruttificano producendo i promiceli.

Così mi sembra che poco manchi per conoscere perfettamente tutta la Vita e Morfologia di questo Micromicete arrivatoci dal nuovo Mondo, il quale fu già oggetto di studio di parecchi distinti Botanici e fra gli altri Montagne, Dorieu, Rees, Kellermann, Schoeter: i lavori dei quali non credo abbiano mirato allo stesso scopo mio, e quantunque il Kellermann e lo Schroeter abbiano accennato al fatto che in questa Puccinia non si verifichi la teoria accettata dai moderni sul passaggio allo stadio di Aecidium e di Uredo, non hanno però fatto delle esperienze in proposito.

Parvemi però che le suddette mie esperienze non fossero sufficienti riguardando esse una sola specie, onde rivolsi le mie ricerche sulla Puccinia Torquati vivente sullo Smirnio Olusatro al lato della quale sulla stessa pianta e spesse volte anche mescolati assieme sulla stessa foglia riscontrasi l'Aecidium Smirnii. Ed eccone i risultati.

Ripetendo le mie esperienze collo stesso metodo usato per la Puccinia Malvacearum cioè ponendo sotto una campana delle foglie di Smirnio Olusatro perfettamente sane, avviluppate in altre abbondantemente infette, con una temperatura media di 10 centigradi in 7 giorni potei avere la Puccinia perfettamente sviluppata. Moltissime sezioni di foglie, in vario senso ho fatto, durante tale periodo di tempo per sorprendere l'intiero sviluppo in tutte le sue fasi, ed osservai che il ciclo biologico di questa Puccinia si compie sempre *senza mai avere potuto osservare nè l'Aecidium nè l'Uredo.*

Su questa specie pure ho voluto notare l'influenza che ha la temperatura sullo sviluppo, ed ho osservato che questo si effettua anche a temperatura più bassa che non per la Puccinia Malvacearum, poichè mentre questa pareva che avesse dal 20 Gennajo al 15 Febbrajo del corrente anno sospesa la vegetazione per il frutto, quella invece vegetava rigogliosamente e si propagava abbondantemente. Anzi ho notato che allorquando il clima era più mite (come lo è quì in Roma al mese di Novembre) difficilmente si trovava in riproduzione ed era scarsissima.

Ma qui mi si potrebbe incolpare di voler ora negare la formazione delle Uredospore nello sviluppo di questo Micromicete mentre nel mio precedente lavoro (Note sulla Puccinia Torquati) ho scritto: « Nello stesso acervulo vi esistono pure Uredo-« spore che secondo avrebbe osservato il Passerini sarebbero di forma *variae su-« brotundae ovatae*, *vel irregulariter obovato spatulatae*, ma che secondo le mie « osservazioni sarebbero sempre *rotundae, seu ellipticae*, in generale poco numerose, « pallide, e ripiene di granulazioni giallognole ».

Ed io faccio notare che non nego la presenza di Uredo, ma la necessità di questa per lo sviluppo completo della Puccinia, e sostengo fermamente questa mia tesi poichè in tutte le coltivazioni da me fatte giammai mi fu occorso di osservare un Uredo, onde se queste fossero necessarie affinchè il Fungo arrivasse al grado di Puccinia esse si sarebbero dovute vedere. Le Uredo che allora io ho trovato erano Funghi che conducevano la loro vita parassitaria in compagnia della Puccinia Torquati avendo trovati ambedue un ambiente per loro adatto, precisamente come il Sig. Dott. Gaetano Licopoli in una sua memoria intitolata: *Osservazioni sulla Vegetazione dell' Uredo*

Ruborum DC. e Phragmidium incrassatum, Link, in rapporto alla dottrina della Metamorfosi Vegetale, ha dimostrato che la comunanza di vita di ambedue le da lui sopraccitate specie era cosa meramente accidentale, e che l'Uredo Ruborum non era un passaggio del Phragmidium come vollero Eysenhardt (1) e Schalvbe. Il fatto poi notato dal Licopoli che le due specie si sviluppano pure isolatamente, si riscontra parimenti esattamente coll'Uredo e la Puccinia Torquati, ed infatti da queste ottenni direttamente altre Puccinie e non Uredo che poi producessero quelle, di più la temperatura ha notabile influenza sopra questi due Micromiceti, poichè mentre colla temperatura bassa non mi era più possibile ritrovare alcun Uredo ma bensì tutte Puccinie le quali si producevano e si propagavano abbondantemente; quando il clima era più mite, si potevano rinvenire delle Uredo le quali d'altronde erano sempre *molto scarse* in numero.

Ma, proseguendo, l'Aecidium Smirnii fa parte del ciclo di vegetazione della Puccinia Torquati? Con quanto sin qui si è detto, mi pare oziosa ogni ulteriore spiegazione per dimostrare come ciò non sia vero, e come lo Aecidium sii invece una specie autonoma, ed altro non dirò, che per quanto io abbia procurato di far germogliare delle spore di Aecidium *giammai ho potuto ottenere da queste nè delle Uredo, nè delle Puccinie.*

Qui trovando propizia l'occasione accennerò la seguente mia idea la quale forse sul principio parrà a chi legge un po' troppo azardosa.

Come il dottore Licopoli molto accuratamente nel suo sopracitato lavoro dimostra che l'Oidium Uredinis vive costantemente parassitario sopra Uredo Ruborum, con molta probabilità ciò dipendendo dal substrato assai favorevole che questa a quello prepara; così parmi potersi sospettare che gli spermogoni che incontransi negli Aecidium, e che vennero considerati come organi appartenenti a questi, e dai quali dicesi aver principio lo sviluppo dell'Aecidium, e nel micelio dei quali si propone di rintracciare gli organi riproduttori degli Uredinei, non potersi più considerare come *organi* dell'Aecidium, ma bensì come costituenti una specie autonoma di Fungilli, che menano quasi costantemente una vita parassitaria cogli Aecidium, fatto che quasi si potrebbe chiamare coll'Unger *parassitismo necessario*; ed ecco in qual modo io sostengo questa mia idea. Studiando l'Aecidium Smirnii, io trovai che gli spermogoni quasi sempre accompagnano l'Aecidium, e spesso ancora lo precedono nella sua vita (come appunto sostengono tutti gli autori); ma trovai pure non pochi casi nei quali l'Aecidium era sviluppatissimo e non vi era traccia affatto di spermogoni, mentre altre volte trovai puri gruppi di spermogoni allo stato perfetto senza traccia alcuna di Aecidium, ed altre volte quando gli Aecidium erano già arrivati a perfetta maturazione, appena allora incominciavano a svilupparsi gli spermogoni. Ora parmi che se questi fossero organi necessari dell'Aecidium, costantemente si dovrebbero trovare uniti ad esso, e con esso sempre dovrebbe trovarsi in quel rapporto il loro sviluppo (2).

(1) Eysenhardt — Die gattung Phragmidium und Puccinia Potentillae. Linn. 1828.

(2) Negli ultimi giorni del trascorso Febbrajo mi è occorso di osservare un fatto che credo nuovo, e di sommo interesse pel nostro caso. Trovai una varietà dell'Aecidium Smirnii *tutta bianca (alba)* le spore della quale davano alle foglie lo stesso aspetto come se fossero state coperte da can-

In oltre mi pare che per convalidare vieppiù questa idea, *servi* molto l'esame microscopico degli spermogoni. Questi, presentano una forma più o meno di bottiglia e sono costituiti da un ammasso di peli i quali convengono tutti verso il collo di essa. Giunti questi al loro completo sviluppo molti di essi si dividono in tante cellule le quali si vanno man mano distaccando incominciando dall'apice e formando quelle sporule che dai micologi vennero chiamate *spermazi*, le quali secondo me servono a riprodurre lo spermogonio, come gli sporidi a riprodurre le Puccinie (fatto qui in avanti dimostrato); ed in fatti parmi non potersi dire che queste sporule servano per la riproduzione degli Aecidium, poichè questi ne posseggono già in grande abbondanza e parrebbe cosa superflua l'avere una stessa pianta, contemporaneamente due modi di fruttificazione con due specie diverse di frutti. Sarebbe l'unico caso che si riscontrerebbe nel regno vegetale. Di più come si spiegherebbe l'identità degli spermogoni in tutte le specie di Aecidium? Onde da tutto ciò mi sembra potersi stabilire che questi spermogoni assai naturalmente si possano considerare come specie autonome di fungilli i quali menano una vita parassitaria strettamente collegata cogli Aecidium.

Ma ritorniamo al vero scopo del nostro lavoro. Ho potuto accertarmi ancora della verità del fatto che le Puccinie producono direttamente Puccinie e non le altre due fasi di Aecidium e di Uredo, studiando lo sviluppo della Puccinia Picridis (Puccinia Compositarum). Ultimamente in una località presso Monte Mario (dintorni di Roma) trovai in piccola quantità sopra la Picris Hieracioides la suddetta Puccinia *perfettamente pura* senza la presenza nè di alcun Uredo nè di alcun Aecidium. Ritornato dopo pochi giorni, osservai che questa si andava grandemente diffondendo nei dintorni e tentate su di essa le uguali esperienze già fatte sulla Puccinia Torquati e Puccinia Malvacearum esse mi corrisposero perfettamente dandomi gli uguali risultati.

Da tutto ciò sin qui esposto mi sembra che si possa concludere che se la teoria emessa sulla Morfologia della Puccinia Graminis, e Puccinia Straminis fosse basata su vere fondamenta, si dovrebbe parimenti riscontrare in tutte le altre specie di Puccinie, cosa che non è, anzi di più, quantunque io non abbia ripetute le esperienze fatte sopra le due sopracitate specie, ho però argomenti tali che anche in questo caso mi convincono non potersi accettare la teoria dell'*eterecia*. Infatti io raccolsi abbondantemente l'*Uredo linearis*, e l'*Uredo rubiga vera*, e la *Puccinia sertata*, e la *Puccinia straminis*; ma non mi fu ancora in nessun modo possibile trovare l'Aecidium Berberidis, quantunque il Berberis vulgaris sii comune per tutto l'Agro Romano; anzi nell'Orto Botanico della Regia Università ho potuto osservare come abbondantemente spesse volte si riscontri l'Uredo delle Graminacce tutt'attorno a piante di Berberis senza che queste fossero mai state infette dall'Aecidium, per quanto attentamente io le abbia osservate nelle varie epoche dell'anno. Nè posso credere che queste Uredo si sieno sviluppate da spore di Aecidium Berberidis trasportate dal vento da luoghi più lontani poichè esplorata per buona periferia

dida farina, ed esaminatala attentamente al microscopio ed in vario periodo di sviluppo, la trovai perfettamente mancante di spermogoni. Or bene, dico, se questi fossero organi necessari alla vita dell'Aecidium come farebbe questo a svilupparsi senza di quelli?

la campagna circostante, ed anche in molti punti abbastantemente distanti giammai ho trovato un Berberis invaso dall'Aecidium. Anzi intorno all'origine dell' Uredo da me rinvenuto così abbondantemente sulle Graminacce, ho da fare un osservazione. Nell'Orto Botanico, come pure nell'Agro Romano trovai abbondante l' Allium Neapolitanum; or bene, io ho visto a comparire su questa Gigliacea una Uredo, molto prima che non sulle Graminacce, ed inoltre ripetute volte ho potuto osservare come i luoghi, nei quali l' infezione di questa Uredo sugli Agli era forte, si costituissero centri della diffusione, andando questa allargandosi circolarmente invadendo così le Graminacee che si trovano nei dintorni. Che sia poi la stessa Uredo quella che invade tanto l'Allium quanto le Graminacee, oltre a quanto sin qui si è detto, lo dimostra pure l'esame microscopico di esse. La forma e la disposizione degli acervuli è perfettamente la stessa, e la forma delle spore è talmente identica che mescolate assieme le spore delle due Uredo è impossibile di potere trovare una differenza benchè minima che le distingue l' una dall' altra. Con ciò parmi potersi stabilire non essere carattere sufficiente per costituire le varie specie di Uredo basandosi solamente sulla diversità della specie di piante sulle quali vivono. La presenza più volte poi da me constatata di quest' Uredo in vicinanza della Puccinia Graminis non fa per niente supporre che quella sia uno stadio di questa, poichè tentato lo sviluppo artificiale (come ho fatto per le Puccinie) dell'Uredo dell'Allium su altre foglie della stessa Gigliacea, o di Graminacee, questa mi ha dato altre Uredo e non Puccinie, come avrebbe dovuto dare secondo la teoria di De-Bary. Onde in ultimo volendo ritrarre una sola e generale conclusione di tutti i fatti in questo lavoro esposti parmi che si possa stabilire non aver luogo la teoria della metamorfosi degli Uredinei accettata da molti moderni Botanici, tanto più che questa sarebbe appena stata dimostrata sulla Puccinia Graminis e Puccinia Straminis senza alcuna conoscenza sulla vita di tutte le altre specie di Puccinie e dei generi affini appartenenti allo stesso tipo, quali sono gli Uromices, Triphragmium, Phragmidium ecc., che altro non sono che Puccinie uniloculari o pluriloculari e che certamente devono avere una vita perfettamente identica alle Puccinie.

Ma prima di por termine a questo mio scritto sulla biologia e morfologia degli Uredinei, ancora mi rimane ad esporre una osservazione da me fatta intorno alla natura delle *Parafisi* che si riscontrano in alcune specie di Puccinie.

Esaminando la Puccinia Allii, come pure la Puccinia Gladioli si trova che esse hanno una disposizione tutta particolare stando rinchiuse in più cavità sferiche formate da Parafisi che si trovano molto abbondanti in numero (come si vede nella fig. 25 che rappresenta un taglio verticale di un gruppo di Puccinia Allii). Ora queste parafisi, secondo me, altro non sono che Puccinie le quali non hanno raggiunto il completo loro sviluppo, o per essersi effettuata incompletamente la fecondazione, o per altre cause ancora ignote; e i dati coi quali sostengo questa mia veduta sono i graduati passaggi di sviluppo, i soli che possono dimostrare con esattezza il fatto. Questo appunto io ho potuto con facilità riscontrare nell' esame microscopico della Puccinia Allii. Infatti trattando questa con una soluzione diluta di potassa, si possono isolare le Parafisi fra di loro, e si può osservare come esse sorgano dal micelio precisamente come le Puccinie (teleutospore), come esse posseggano al pari di

queste un colore castagno chiaro che ben si distingue dai filamenti del micelio che sono incolori e diafani, e di più se ne può vedere la varia forma che presentano. Di queste parafisi, alcune (e sono le più) hanno una forma quasi cilindrica, allungata, ricurva e tondeggiante all' estremità (come le fig. 27, 28); altre poi passando da questa prima forma, arrivano a quella terminante precisamente come l' estremità della loggia superiore della Puccinia perfetta (fatto che si osserva nella fig. 29, 30, 31 delineate colla camera lucida); ma tanto queste quanto quelle sono costituite da una sola loggia. Di poi se ne osservano altre che conservando la forma di queste ultime cominciano a presentare una divisione della sostanza contenuta nella Parafisi, la qual divisione va divenendo in alcune così appariscente e ben costituita da formare una vera Puccinia. Ciò che in ultima analisi dimostra in modo più evidente ancora che queste Parafisi sono Puccinie; si è che più volte mi è occorso il fatto di averle sorprese in fruttificazione, precisamente come queste.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

Tavola 1.ª

Fig.ª 1. *a.* Sporidio di Puccinia Malvacearum formatosi secondo il sistema di Tulasne, in periodo di germogliamento. Il filamento esce lateralmente. Ingrandimento. $\frac{300}{1}$

b. Sporidio di Puccinia Malvac. formatosi secondo il sistema del Beltrani, di forma ovoidale, in periodo di germogliamento. Il filamento esce lateralmente. Ingr. $\frac{300}{1}$

» 2. Sporidio di Puccinia Torquati in germogliamento. Ingr. $\frac{350}{1}$ circa.

» 3. Disposizione della sostanza granulosa contenuta nel filamento germogliato (Puccinia Torquati. Ingr. $\frac{750}{1}$ circa.

» 4. Strato di cellule epidermoidali della pagina inferiore di una foglia di Malva Sylvestris sul quale si vedono degli sporidi di Puccinia Malvacearum in germogliazione Ingr. $\frac{270}{2}$ circa.

» 5. Taglio verticale del gambo di una foglia di Malva Sylvestris in cui si vede uno sporidio che è già penetrato fra le cellule. Ingr. $\frac{300}{1}$

» 6. Germogliamento delle Zoospore della Peronospora infestans. Figura tolta dell' opera di Botanica dello Sachs per confronto colla Fig.ª 5. Ingr. $\frac{400}{1}$

» 7. Strato cellulare superficiale del gambo di una foglia di Malva Sylvestris, invaso dal Micelio della Puccinia Malvacearum il quale giunto in prossimità dello stoma se ne allontana tutto allo intorno. Ingr. $\frac{800}{1}$ circa.

» 8. Disposizione dei filamenti del micelio di Puccinia Malvacearum attraverso i varî strati di cellule componenti le foglie. Taglio vert. $\frac{300}{1}$ Ingr.

» 9. Fascio di filamenti di micelio discendenti (Pucc. Malvaceorum) Ingr. $\frac{300}{1}$ circa.

Fig.ª 10. Tessuto cellulare del gambo di una foglia di Malva Sylvestris invaso dai filamenti del Micelio della Pucc. Malvacearum. Questi hanno deformato le cellule e le hanno allontanate le une dalle altre, ed i filamenti quantunque inoltrati in età conservano integra la loro forma. Ingr. $\frac{600}{1}$ circa.

» 11. Ustori della Puccinia Malvacearum. $\frac{600}{1}$ circa.

Tavola 2.

» 12. Ustori dell' Uredo Graminis. Ingr. $\frac{650}{1}$ circa.

» 12.' Ustori della Peronospera infestans (Figura per confronto colla Fig. 11 e 12). Ingr. $\frac{400}{1}$

» 13. Due filamenti del micelio della Puccinia Malvacearum che mandano ognuno un prolungamento per la fecondazione. Ingr. $\frac{700}{1}$ circa.

» 14 e 15. Sviluppo di questi prolungamenti, e disposizione della sostanza granulosa contenuta in essi. Ingr. $\frac{700}{1}$ circa.

» 16. Unione per contatto dei due prolungamenti e divisione di questi in cellule. Ingr. $\frac{700}{1}$ circa.

» 17. La cellula mediana prende uno sviluppo maggiore rigonfiandosi alquanto. Ingr. $\frac{700}{1}$ circa.

» 18. e formante per ulteriore sviluppo la *clava*.

» 19. Spermogonio che si riscontra coll' Aecidium Smirnii. Ingr. $\frac{300}{1}$ circa.

» 20. Peli che costituiscono lo spermogonio. Ingr. $\frac{360}{1}$ circa.

» 21. Divisione di questi peli in cellule. Ingr. $\frac{700}{1}$ ».

» 22. Le cellule si distaccano le une dalle altre e formano gli spermazi. Ingr. $\frac{350}{1}$ circa.

» 23. Uredo Allii. Ingr. $\frac{300}{1}$ circa.

» 24. Uredo Graminis. Ingr. $\frac{300}{1}$ circa.

» 25. Taglio di un gruppo di Puccinia Allii (sull' Allium neapolitanum). Ingr. $\frac{250}{1}$ circa.

» 26. Gruppo di Parafisi della Puccinia Allii. Ingr. $\frac{500}{1}$

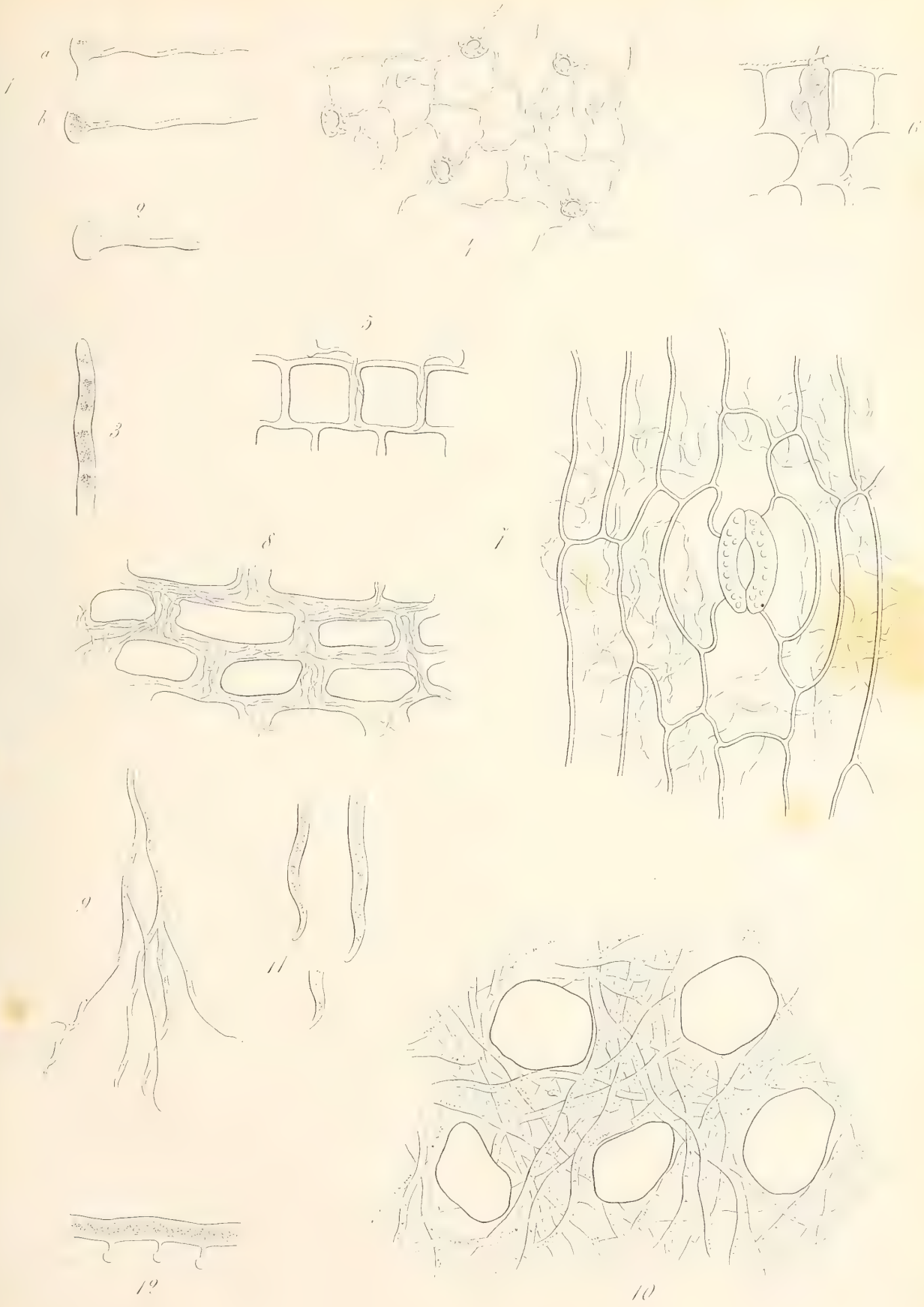
» 27. Parafisi isolata della P. Allii. Ingr. $\frac{400}{1}$

» 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34. Varî stadi di sviluppo progressivo delle Parafisi. Ingr. $\frac{400}{1}$ circa.

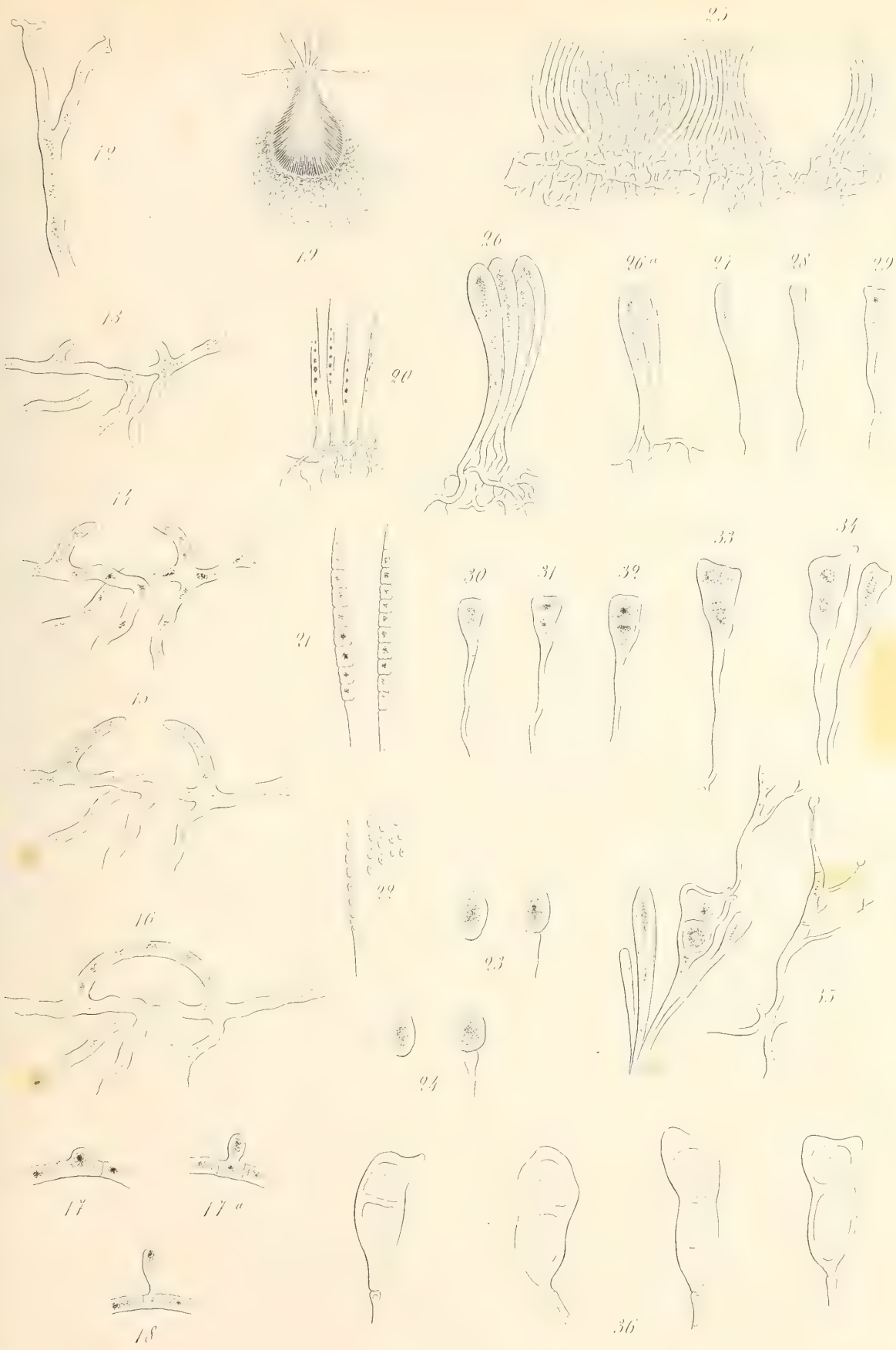
» 35. Parafisi in fruttificazione. Ingr. $\frac{500}{1}$ circa.

» 36. Puccinia Allii. Ingr. $\frac{600.}{1}$

N. B. Le presenti figure furono tutte delineate colla Camera lucida per maggior scrupolosità. Le fig. dal 1, al 18 si possono ripetere, tolta qualche insignificante varianza per la Puccinia Torquati, e P. Picridis.



Lith. Bruno, Chiomenti e Lucci - Roma.


12
13
14
15
16
17
17 a
18
19
20
21
22
23
24
25
26
26 a
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

Intorno alle figure reciproche della Statica grafica

Memoria dell'ingeg. G. B. FAVERO
presentata dal socio LUIGI CREMONA

nella seduta del 2 maggio 1875.

Introduzione.

1. Il chiar. prof. Cremona nella sua Memoria; « Le figure reciproche nella Statica grafica » dimostra come certe figure, che nella Statica grafica s' incontrano in via diretta, possano essere considerate come projezioni di due poliedri reciproci, qualora la legge di reciprocità di tali poliedri sia quella delle figure reciproche nello spazio, considerate dal sig. Möbius.

Anche il prof. Clerk Maxwell (Memoria citata, 10) aveva dedotto i diagrammi reciproci in questione dalla projezione di due poliedri reciproci. Se non che la legge di reciprocità essendo diversa, uno dei diagrammi riesce girato di 90° rispetto all'altro, qualora si confrontino colla posizione che hanno nella Statica grafica.

2. Nel presente studio queste figure sono considerate come caso particolare di figure più complete, le quali si deducono le une dalle altre nel loro piano mediante l'intersezione di fasci di rette. Viene inoltre osservato che il diagramma delle forze si compone sempre di tre parti distinte, cioè di un poligono chiuso (corrispondente delle rette indicanti le forze esterne), di un poligono aperto, e delle rette radiali che congiungono i vertici del primo con quelli del secondo; la quale osservazione facilita la costruzione di esso diagramma.

I. Figure complete.

3. *Generazione delle figure.* — Siano A e B (fig. 1) due fasci di rette, che si taglino nella retta r, e siano A′ B′, altri due fasci omotetici rispettivamente ai due A e B. Resterà così stabilita una corrispondenza di raggi fra i quattro fasci A, B, A′, B′.

Suppongasi ora che i centri A′, B′ si trovino in una retta r', parallela ad r. Preso a piacere un raggio qualunque a' del fascio A′, si troverà il suo corrispondente nel fascio B′, conducendo il raggio a del fascio A, parallelo ad a', ed il quale intersecherà la r nel punto P; poscia tirando il raggio b del fascio B, corrispondente ad a, e finalmente conducendo il raggio b' del fascio B′, parallelo a b; questo raggio b' sarà il cercato corrispondente di a'. Sia P′ il punto d'intersezione dei due raggi a' e b', e si tiri per P′ la P′ N′, parallela alla retta A B, la quale congiunge i centri dei due fasci A e B: sia inoltre N il punto, in cui la r incontra la A B.

Riusciranno simili i due triangoli A P N, A′ P′ N′ ed i due B P N, B′ P′ N′, e si avranno le proporzioni:

$$PN : AN = A'N' : P'N' \qquad PN : BN = B'N' : P'N'$$

ed eguagliando il prodotto degli estremi a quello dei medi:

$$PN \times P'N' = AN \times A'N' \qquad PN \times P'N' = BN \times B'N'$$

e quindi anche

$$AN \times A'N' = BN \times B'N', \text{ ossia } AN : BN = B'N' : A'N'$$

cioè la retta P′ N′, parallela alla AB, taglia l'intervallo A′ B′ in parti inversamente proporzionali a quelle in cui l'intervallo AB è tagliato dalla retta r. Ora siccome il raggio a' fu preso a piacere, ne viene che se si prende un altro raggio qualunque p' del fascio A′, il quale s'intersechi col suo corrispondente q' del B′ nel punto Q′, dovrà questo punto Q′ trovarsi nella retta P′ N′. Se infatti si tiri per Q′ una parallela alla AB, anche questa parallela taglierà la A′ B′ in parti inversamente proporzionali a quelle in cui la r taglia la AB; ciò che non potrebbe essere se Q′ non cadesse nella P′ N′. Dunque i raggi del fascio A′ s'intersecano coi loro corrispondenti del fascio B′ nella retta P′ N′, parallela alla AB. Si potrà dunque stabilire la seguente proposizione:

« Quando due fasci A, B, aventi i centri in una retta m, si tagliano in una retta r, e siano A′, B′ due altri fasci, rispettivamente omotetici agli A, B, ed aventi i loro centri in una retta r', parallela alla r, i fasci A′, B′ saranno fra loro prospettivi, e si taglieranno in una retta m', parallela alla m. L'intervallo A′ B′ sarà tagliato dalla m' in parti inversamente proporzionali a quelle in cui l'intervallo AB è tagliato dalla r ».

4. Qualora la retta m, i quattro centri A, B, A′, B′, e la retta r siano dati, la m' resta necessariamente determinata, e potrà essere considerata come *derivata* dalla retta m. Se i due centri A, B e la retta r siano dati, e sia dato inoltre uno dei due centri A′, B′ si potrà sempre determinare il centro mancante in modo che la m' coincida con una data retta m'', parallela alla m. La posizione del centro mancante si determinerà infatti osservando, ch'esso deve trovarsi nella retta r', condotta per il centro dato e parallela ad r, e che il tratto A′ B′ deve essere tagliato dalla m'' in parti inversamente proporzionali a quelle in cui il tratto AB è tagliato dalla r. La coincidenza della m' colla data m'' si potrà poi in infiniti modi ottenere, se, data essendo la m, si lasci libera la scelta dei centri dei quattro fasci, e della retta r. Da queste considerazioni sarà facile dedurre che:

« Date due rette parallele, una qualunque delle due può essere considerata come derivata dell'altra ».

Siano infatti m ed m' le due rette date, fra loro parallele, e trattisi di assegnare quattro fasci A, A′, B, B′, e due rette parallele r ed r', tali che la m' possa considerarsi come derivata della m. Preso un punto P′ ad arbitrio sulla m' si conducano per esso due rette a', b', non coincidenti, e preso un punto P, fuori della m, si conducano per esso due rette a, b, rispettivamente parallele alle a', b'. Si taglino le rette a', b' con una trasversale qualunque r', e si conduca per P la r, parallela ad r'. I punti A, B, in cui le a, b incontrano la m, ed i punti A′, B′, in cui la r' incontra le a', b', saranno i centri dei quattro fasci, e la r sarà la

retta in cui si tagliano i fasci A e B. Le rette a, b, a', b' saranno quattro raggi corrispondenti.

5. Si consideri ora un numero qualsivoglia di punti A, B, C,..., posti in uno stesso piano, ed i quali siano centri di altrettanti fasci, che si taglino tutti in una medesima retta r; e siano A′, B′, C′,... i centri di un egual numero di fasci omotetici rispettivamente ai primi, tutti collocati sopra una retta r', parallela alla r. Due fasci qualunque A e B, ed i loro rispettivi omotetici A′ e B′ si troveranno nel caso sopra contemplato al n.° 3; gli A′, B′ si taglieranno dunque in una retta parallela alla retta che unisce i punti A e B. Ne viene che i fasci A′, B′, C′,... si taglieranno fra loro in un sistema di linee rette.

Questo sistema di linee rette, e l'insieme delle rette che riuniscono fra loro i punti A, B, C,... formano due figure, la prima delle quali potrà considerarsi come *derivata* dalla seconda, cioè dal poligono completo dei punti A, B, C,...

Queste due figure comprendono come caso particolare le figure reciproche della Statica grafica, come risulterà nel corso di questo studio.

6. *Proprietà fondamentali delle figure.* — Intanto, appoggiati al procedimento mediante il quale dal poligono dei punti A, B, C,... si è passati alla figura derivata, dimostreremo alcune proprietà di questa figura derivata.

Se i punti A, B, C,... sono in numero di n, anche i fasci, di cui essi sono i centri, sono n di numero, ed n pure di numero sono i fasci A′, B′, C′,.... Questi si combineranno adunque a due a due in $\frac{n(n-1)}{2}$ maniere differenti, ed altrettante saranno perciò le rette in cui s'intersecano. Ora anche gli n punti A, B, C,..., combinati due a due, danno luogo ad $\frac{n(n-1)}{2}$ rette che li congiungono. Potremo dunque dire:

« Se il poligono completo A, B, C,... ha n vertici, la figura derivata avrà $\frac{n(n-1)}{2}$ rette, parallele rispettivamente alle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette, che congiungono i punti A, B, C,... fra loro ».

7. Si prendano ora a considerare tre qualunque degli n punti A, B, C,..., per es. i tre A, B, C (fig. 2). Ai tre fasci aventi i centri in A, B, C, e che si tagliano nella retta r, sono omotetici rispettivamente i tre fasci A′, B′, C′, aventi i centri nella r', parallela alla r. Sia m' la retta in cui s'intersecano i fasci A′ e B′, ed m'' quella in cui s'intersecano gli A′ e C′. Preso nella r ad arbitrio il punto P, e congiuntolo ai punti A, B, C colle rette a, b, c saranno queste tre raggi corrispondenti dei tre fasci A, B, C; tirate poi per i punti A′, B′, C′ le tre rette a', b', c', rispettivamente parallele alle a, b, c, avremo altri tre raggi corrispondenti a', b', c'. I due raggi a', b' s'intersecheranno in un punto Q della m', ed i due a', c' in un punto R della m''. Ma anche i due fasci B′ e C′ devono tagliarsi in una retta, che chiameremo m''', e nella quale dovrà trovarsi il punto S, nel quale s'intersecano i raggi b' e c'. Ora se N sia il punto d'intersezione della m' colla m'', si potranno sempre prendere i raggi a', b', c' (e per conseguenza anche gli a, b, c) in modo che il punto Q ed il punto R cadano ambedue in N, poichè N appartiene

tanto alla m', che alla m''; in tal caso il raggio a' s'intersecherà con b' nel punto N, e nello stesso punto s'intersecheranno i due raggi a' e c'. Dunque anche i raggi b' e c' s'intersecheranno nel punto N, ossia quando Q ed R cadono in N, anche S cadrà in N. Ma il punto S deve sempre trovarsi sulla m''', perciò le tre rette m', m'', m''' passeranno per uno stesso punto N. Siccome d'altronde esse devono essere parallele rispettivamente alle tre rette AB, AC, BC, così potremo dire:

« Ai tre lati del triangolo determinato da tre qualunque degli n punti A, B, C,..., come vertici, corrispondono nella figura derivata tre rette, rispettivamente parallele ai tre lati del triangolo e passanti per un medesimo punto ».

8. Questo punto potrà chiamarsi *nodo*, e giova osservare, in vista delle considerazioni che devono seguire, che non ogni punto per cui passano tre rette della figura derivata è un nodo. Perchè lo sia bisogna che le tre rette corrispondenti della figura primitiva formino un triangolo avente i vertici in tre degli n punti A, B, C,... contemplati. Si osservi anche che per un nodo possono passare altre rette, oltre le tre che costituiscono quel nodo. Per quest'altre rette quel punto non è un nodo. Fra tutti i punti, in cui una delle rette derivate è tagliata dalle altre, saranno nodi solamente quelli, nei quali essa è intersecata da due rette, le corrispondenti delle quali, insieme alla corrispondente della retta in questione, formino un triangolo, avente i suoi vertici in tre dei punti A, B, C,... considerati.

9. Gli n punti A, B, C,..., presi a tre a tre, danno $\frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3}$ combinazioni diverse, e tanti pure saranno i triangoli possibili, aventi i vertici in tre degli n punti. Dunque:

« Se il poligono completo A B C... ha n vertici, la figura derivata avrà $\frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3}$ nodi ».

La fig. 3 presenta il caso di cinque punti A, B, C, D, E, che si suppongono essere i centri di cinque fasci, i quali si tagliano tutti fra loro nella retta r. Presi a piacere nella r', parallela alla r, cinque punti A', B', C', D', E', si suppongano questi essere i centri di altrettanti fasci omotetici rispettivamente ai primi. La figura derivata si otterrà facilmente, prendendo un punto P della r, e conducendo le rette a, b, c, d, e, che saranno cinque raggi corrispondenti dei fasci A, B, C, D, E. Condotte poscia per i punti A', B', C', D', E' le a', b', c', d', e', rispettivamente parallele alle a, b, c, d, e, si avranno altri cinque raggi corrispondenti, i quali s'intersecheranno in dieci punti 1, 2,..., 10. Per questi punti si conducano dieci rette (segnate nella figura con due lettere minuscole ab, ac, ecc.), rispettivamente parallele alle dieci rette, che congiungono fra loro i cinque punti A, B, C, D, E. Queste dieci rette passanti per i punti 1, 2,..., 10, costituiscono la figura derivata, e, per quanto sopra si è detto, si tagliano a tre a tre in dieci nodi (1), (2),... (10).

10. La retta che unisce fra loro due degli n punti, per es. A e B, può essere riguardata come la base di $n-2$ triangoli, aventi il vertice negli altri $n-2$ punti. Ora siccome a tre rette formanti un triangolo coi vertici in tre degli n punti, corrispondono nella figura derivata tre rette passanti per un punto, e la retta AB è comune a tutti gli $n-2$ triangoli qui considerati, ne viene che nella figura

derivata la $A_1 B_1$, derivata della AB, conterrà $n-2$ punti, per ognuno dei quali passeranno due rette, oltre la $A_1 B_1$ stessa. Potrà dunque dirsi:

« Ogni retta della figura derivata da n punti A, B, C,... passa per $n-2$ nodi, ai quali essa appartiene ».

11. In ognuno di questi $n-2$ nodi la retta considerata è tagliata da due rette, dunque in tutti gli $n-2$ nodi, sarà tagliata in somma da $2(n-2)$ rette. Ora la figura derivata componesi di $\frac{n(n-1)}{2}$ rette; una di esse è dunque tagliata dalle altre in $\frac{n(n-1)}{2}-1$ punti; togliendo da queste intersezioni quelle dei nodi, ne viene che oltre i nodi, vi sono $\frac{n(n-5)+6}{2}$ punti, in cui una retta derivata è tagliata dalle altre.

12. Prendiamo ora a considerare uno degli n punti A, B, C,..., per es. A. Le rette che partono da esso e lo congiungono cogli altri $n-1$ punti, sono naturalmente $n-1$ di numero. Queste rette combinate a due a due danno $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ paja di rette; ogni pajo costituisce due lati di un triangolo, avente il vertice in A, e la cui base è formata dalla retta, che congiunge i due punti per cui passano quei due lati. Queste basi saranno dunque anch'esse $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ di numero, cioè tante quante sono le rette congiungenti gli altri $n-1$ punti B, C,... Avremo dunque $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ triangoli col vertice in A. Ora alle $n-1$ rette, che concorrono in A corrispondono nella figura derivata $n-1$ rette, le quali formeranno un moltilatero completo. I lati di questo moltilatero, presi a due a due, s'intersecheranno in $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punti; e siccome ad ognuno dei triangoli sopra indicati, corrisponde nella figura derivata un punto per cui passano tre rette, così ne viene, che per gli $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punti d'intersezione dei lati del detto moltilatero completo, passeranno quelle $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ rette della figura derivata, le quali sono le corrispondenti delle rette che congiungano fra loro gli altri punti B, C,... Queste $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ rette della figura derivata, unite alle $n-1$ formanti il moltilatero, costituiscono naturalmente il totale delle rette di cui si compone la figura derivata. Potremo dunque dire:

« Alle $n-1$ rette concorrenti in uno degli n punti A, B, C,... corrisponde nella figura derivata un moltilatero completo di $n-1$ lati. Gli $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punti d'intersezione dei lati di questo moltilatero fra loro si trovano sulle residue $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ rette della figura derivata ».

13. Similmente ed avuto riguardo alla definizione del nodo superiormente data, si potrà dire:

« A tre rette che concorrono a formare un nodo nella figura derivata, corrispondono tre rette formanti un triangolo nella figura primitiva coi vertici in tre dei punti A, B, C,... »

14. Siccome i punti A, B, C,... sono n di numero, così nella figura derivata vi saranno n moltilateri, ciascuno di $n-1$ lati. Per formare questi n moltilateri occorrono evidentemente tutte le rette della figura derivata, la quale perciò potrà riguardarsi come un intreccio di n moltilateri, ciascuno di $n-1$ lati. Il moltilatero relativo ad uno qualunque degli n punti, per es. al punto B, si potrà facilmente individuare nella figura derivata, cercandovi tutte le rette corrispondenti a quelle che concorrono in B.

15. Fra gli $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ triangoli aventi il vertice in A, e sopra considerati, n.° 12, si porti ora l'attenzione solamente a quelli, le cui basi si ottengono formando un poligono semplice chiuso cogli altri $n-1$ punti B, C, D,..., M. Questi triangoli sono $n-1$ di numero, ed alle loro basi corrispondano altrettante rette nella figura derivata. Sopra ognuna di queste rette si troverà un nodo L, per il quale, oltre alla retta stessa, passeranno le derivate degli altri due lati del triangolo, cioè le derivate di quelle due rette, che congiungono le estremità di questa base col punto A. Ora ognuna delle rette AB, AC,..., AM è lato comune a due dei triangoli che qui si contemplano; dunque la derivata di una qualunque di queste rette passerà per due dei nodi L. Se dunque coi nodi L si forma un poligono semplice chiuso, i lati di questo poligono saranno le derivate delle rette concorrenti in A.

16. Perciò, qualora siano date le corrispondenti dei lati del poligono semplice, formato coi punti B, C, D,..., M ed uno dei nodi L, si potranno trovare gli altri nodi tirando successivamente delle parallele alle rette che uniscono il punto A cogli altri punti. Se per es. il poligono sia BCDE... MB, e siano date le corrispondenti di BC, CD,..., MB, e sia pure dato il nodo L situato sulla corrispondente della BC, si tiri per L una parallela alla AC fino ad incontrare la corrispondente di CD; dal punto d'incontro con questa si tiri una parallela alla AD, fino ad incontrare la corrispondente della DE, ecc. La parallela alla AM incontrerà la corrispondente di MB nell'ultimo dei nodi L, il quale congiunto col nodo L dato sulla corrispondente di BC, dovrà dare una retta parallela alla AB.

17. Questa costruzione potrà dunque anche servire a determinare la posizione della corrispondente della BM, qualora non fosse data. La corrispondente della BM dovrà infatti passare per il punto dove la parallela alla AM s'interseca colla parallela ad AB, condotta per il nodo dato L. Questa osservazione relativa al lato BM può naturalmente farsi per ogni altro lato del poligono semplice BCD ... MB.

18. Si considerino ora due moltilateri completi qualunque fra gli n, n.° 14, per es. quelli relativi ai punti B e C. I lati del primo saranno formati dalle corrispondenti delle rette concorrenti in B, quelli del secondo dalle corrispondenti delle rette concorrenti in C. Ora la retta BC, e la sola BC, appartiene tanto al gruppo

delle rette concorrenti in B, come a quello delle rette concorrenti in C. Potremo dunque dire:

« Due qualunque degli n moltilateri di $n-1$ lati, di cui può riguardarsi composta la figura derivata, hanno sempre un solo lato comune ».

Gli n moltilateri avranno dunque, insieme presi, un numero $\frac{n(n-1)}{2}$ di lati diversi, cioè tanti quante sono le rette di cui si compone la figura derivata.

19. In ognuno degli $n-2$ nodi, che si trovano lungo una retta della figura derivata, per es. lungo la $A_1 B_1$, s'intersecano due rette, che sono le corrispondenti dei lati di uno dei triangoli aventi per base la AB; i quali triangoli sono $n-3$ di numero. Questi lati dei triangoli costituiscono due gruppi di rette concorrenti nei punti A e B; e precisamente $n-2$ lati concorrono in A, ed altri $n-2$ in B. Anche le rette adunque che si tagliano nei nodi della $A_1 B_1$ potranno dividersi in due gruppi, il primo comprendente tutte le rette corrispondenti di quelle che concorrono in A, il secondo comprendente le corrispondenti di quelle che concorrono in B. Ora il primo gruppo di rette, insieme alla $A_1 B_1$, costituisce il moltilatero di $n-1$ lati relativo al punto A, ed il secondo gruppo, insieme alla $A_1 B_1$, costituisce il moltilatero di $n-1$ lati relativo al punto B: la $A_1 B_1$ essendo comune ai due moltilateri. Diremo dunque:

« Se $N_1, N_2, \ldots, N_{n-2}$ sono gli $n-2$ punti in cui una retta della figura derivata è tagliata dai lati di uno dei due moltilateri, ai quali essa è lato comune, essa sarà tagliata negli stessi punti anche dai lati dell'altro moltilatero ».

20. Una retta della figura derivata, per es. la $A_1 B_1$, è intersecata in uno dei suoi nodi da due rette, che sono le corrispondenti di quelle che congiungono i punti A e B con un altro degli n punti, per es. C. Ora a tutte le rette concorrenti in C corrisponde nella derivata un moltilatero di $n-1$ lati, fra i quali dunque trovansi pure le corrispondenti delle AC e BC. Perciò:

« Le due rette che si tagliano in uno qualunque degli $n-2$ nodi situati lungo una retta della figura derivata sono lati di uno stesso moltilatero, al quale quella retta non appartiene come lato ».

21. Si osservi anche che avendo due moltilateri qualunque sempre un solo lato comune, ed ogni retta della derivata essendo sempre lato comune di due soli moltilateri, uno di essi moltilateri resta sempre individuato qualora se ne assegnino due lati.

In ogni retta derivata non vi sono altri nodi che quegli $n-2$, in cui essa è tagliata dai lati dei due moltilateri, dei quali essa è lato comune. Dunque quando due rette $A_1 B_1$, $A_1 C_1$, formanti parte della derivata, s'incontrano in un loro nodo A_1; esse sono lati d'uno stesso moltilatero. Se una terza retta $B_1 C_1$ incontra le altre due nei nodi comuni B_1 e C_1, essa dovrà essere un lato di quello stesso moltilatero, del quale sono lati le $A_1 B_1$, $A_1 C_1$. Dunque:

« Se nella derivata si scelgono tre nodi in modo, che i tre lati del triangolo, di cui essi sono i vertici, siano rette formanti parte della derivata stessa e per le quali quei vertici sian nodi, le corrispondenti di questi tre lati nella primitiva passeranno per uno stesso punto ».

22. Ora, se le tre rette formanti questo triangolo siano tagliate da una quarta retta appartenente alla derivata, e tale che i tre punti d'intersezione siano nodi spettanti ad essa ed alle tre rette rispettivamente, questa quarta retta formerà con due qualunque delle prime tre un triangolo, trovantesi nelle stesse condizioni del contemplato; dunque la corrispondente della quarta retta passerà per lo stesso punto per cui passano le corrispondenti delle altre tre. Dunque:

« Ad un moltilatero completo di p lati, $p \leqq n - 1$, formato da rette appartenenti alla derivata, ed avente tutti i suoi $\frac{p(p-1)}{2}$ vertici in nodi spettanti ai suoi lati, corrispondono nella primitiva p rette passanti per un punto ».

23. Ognuno degli $n - 2$ lati di un moltilatero è tagliato da tutti gli altri lati nei suoi nodi. Volendo dunque nella figura derivata trovare tutte le rette, che formano un moltilatero completo di $n - 1$ lati con una data $A_1 B_1$, senza ricorrere alla figura primitiva, si stabilirà ad arbitrio un ordine nei nodi $N_1, N_2, \ldots, N_{n-2}$ esistenti lungo la $A_1 B_1$. Poscia, partendo dal primo nodo, si percorrerà una delle due rette che vi s'incontrano fino a quel nodo, nel quale essa è tagliata dalla retta proveniente dal secondo nodo; si percorrerà poscia questa retta fino al nodo nel quale essa è tagliata dalla retta proveniente dal terzo nodo e così di seguito. Si saranno in tal modo individuate $n - 2$ rette, le quali colla $A_1 B_1$ formeranno uno dei due moltilateri, dei quali la $A_1 B_1$ è lato comune. L'altro moltilatero si otterrà partendo dal medesimo primo nodo, situato nella $A_1 B_1$, e percorrendo l'altra delle due rette, che vi si intersecano.

Questo procedimento si chiarirà con un esempio. Nella fig. 3 si cercano i due moltilateri, dei quali la retta $A_1 B_1$ è lato comune. Stabiliscasi fra i tre nodi (3), (2), (1), esistenti nella $A_1 B_1$ un ordine ad arbitrio, per es. (2) sia considerato come il primo nodo, (3) il secondo ed (1) il terzo. Nel nodo (2) la $A_1 B_1$ è tagliata dalle due rette (2) (7) e (2) (4); cominciando dalla (2) (7) e partendo da (2) si percorrerà la (2) (7) fino al nodo (9), nel quale essa è tagliata dalla retta proveniente dal secondo nodo, cioè dal (3); da questo nodo (9) si percorrerà la retta (3) (9) fino al nodo (8), in cui essa è tagliata dalla (8) (1), proveniente dal terzo nodo (1). Dal nodo (8) si percorre poi la (8) (1) fino al nodo (1). Le tre rette (2) (9), (9) (8), (8) (1), unitamente alla $A_1 B_1$ formeranno uno dei due quadrilateri, ai quali la $A_1 B_1$ è lato comune. L'altro quadrilatero si avrà partendo dallo stesso nodo (2), e percorrendo la linea (2) (4) invece della (2) (7); si troverà ch'esso è formato dalla $A_1 B_1$ e dalle tre rette (2) (6), (6) (5), (5) (1).

24. *Delle «rette diverse»*. — Ritornando al modo di deduzione della figura derivata, osserveremo che dati essendo gli n punti A, B, C, ..., la figura derivata non è però ancora determinata. Mantenendo fissi gli n punti, e variando la posizione delle rette r ed r', come pure variando la posizione dei centri A′, B′, C′, ..., si otterranno delle figure derivate diverse di posizione e di forma, in tutte queste figure derivate le rette analoghe si manterranno però fra loro parallele, dovendo esse sempre mantenersi parallele ad una delle rette, che congiungono due dei dati punti A, B, C, ...

25. Supponiamo ora che la primitiva e le rette r ed r' siano date, e che si ponga la condizione, che una delle rette della figura derivata, per es. la corrispondente della AB, concida con una retta MN, data di posizione e parallela alla retta AB. Basterà scegliere nella r' i centri A′, B′ in modo che la corrispondente della AB coincida colla MN: uno dei centri A′, B′ resta in questo caso ancor sempre arbitrario; fissato uno di essi, l'altro potrà sempre prendersi in modo da soddisfare alla voluta condizione (vedi sopra n.° 4). Gli altri centri C′,... potranno poi esser presi ad arbitrio nella r'.

26. Volendo che due delle rette della figura derivata coincidano con due date MN, LH, bisogna anzitutto distinguere se le due corrispondenti nella primitiva, fanno o non fanno parte di uno stesso triangolo, avente i vertici in tre dei punti A, B, C,... Nel primo caso siano per esempio AB e BC le due rette della primitiva, che devono avere rispettivamente per derivate le MN, LH. Uno dei tre centri A′, B′, C′ si prenderà ad arbitrio, per es. A′: B′ si determinerà in modo che la derivata della AB coincida colla MN; dopo di che la posizione di C′ riuscirà determinata, dovendo il fascio in C′ col già fissato in B′ tagliarsi nella LH. Nel secondo caso i centri da determinarsi nella r' saranno quattro, per es. P′, Q′, R′, S′; due di essi quindi, relativi a due diverse rette, potranno essere presi ad arbitrio: gli altri due riusciranno determinati.

Se dunque per *legame* fra due dei centri A′, B′, C′,... intendasi la condizione per la quale preso uno dei due ad arbitrio, o fissata essendone altrimenti la posizione, l'altro sia necessariamente determinato di posizione, si vede che coll'assegnare due rette MN, LH, le quali debbano far parte della derivata, si stabiliscono sempre due legami fra i centri A′, B′, C′,., Nel primo, infatti, dei due casi discussi resta stabilito un legame fra B′ ed A′, ed uno fra B′ e C′: nel secondo un legame fra P′ e Q′, ed uno fra R′ ed S′.

27. Volendo che abbiano luogo tre coincidenze di rette, bisogna anzitutto osservare che tre rette della figura derivata, corrispondenti ai tre lati di uno dei triangoli, aventi i vertici in tre dei punti A, B, C,..., passano per uno stesso punto. Se dunque si pone per condizione che, ad esempio, le derivate di AB e di BC coincidano colle date MN ed LH, la derivata della AC non si potrà più assoggettare ad alcuna condizione: essa resterà determinata e passerà per il punto d'intersezione delle MN, LH. Qualora dunque si voglia che tre rette della figura derivata coincidano con tre rette date ad arbitrio, non dovranno queste rette date essere le corrispondenti dei tre lati di un triangolo avente i vertici in tre dei punti A, B, C,..., a meno che non concorrano in uno stesso punto. Supponiamo che tale concorrenza non abbia luogo, e che una delle tre rette date debba quindi essere la corrispondente, non del terzo lato del triangolo a cui potrebbero riferirsi le altre due, ma di un'altra retta della primitiva, non facente parte di quel triangolo; e chiameremo per brevità *rette diverse* quelle che corrispondono a tale supposizione.

28. Un esame dei diversi casi, secondochè due delle tre rette date facciano o non facciano parte di un medesimo triangolo, esame analogo a quello fatto per due rette, ci condurrà a conchiudere, che date essendo tre *rette diverse*, le quali debbano appartenere alla derivata, restano stabiliti tre *legami diversi* fra i centri A′, B′, C′,...

29. Aggiungendo alle tre rette una quarta, una quinta e così di seguito, si verrà in generale a conchiudere, che date essendo p *rette* diverse, le quali debbano appartenere alla derivata, restano stabiliti p *legami diversi* fra i centri A′, B′, C′,... Per *rette diverse* dovranno intendersi rette tali, che la posizione di una qualunque di esse non sia determinata nè direttamente nè indirettamente dalla posizione delle altre in forza della nota proprietà che le corrispondenti dei tre lati di un triangolo della primitiva passano per un medesimo punto; e per *legami diversi* quei legami, nessuno dei quali sia direttamente od indirettamente conseguenza degli altri.

30. Ora fra gli n centri A′, B′, C′,... si possono stabilire tutt' al più $n-1$ legami diversi; le rette diverse date non potranno adunque essere superiori di numero ad $n-1$. Qualora esse siano $n-1$ di numero, nessun' altra retta potrà essere presa arbitrariamente, essendo allora ogn' altra retta determinata di posizione, direttamente od indirettamente, dalla condizione che le derivate dei tre lati di un triangolo, avente i vertici in tre dei punti della primitiva, devono passare per un medesimo punto. Quando siano stabiliti $n-1$ legami diversi fra gli n centri A′, B′, C′,..., uno di essi resterà ancora arbitrario: gli altri saranno necessariamente determinati. Riassumendo adunque diremo:

« Dato un numero di *rette diverse* non superiore ad $n-1$, si potrà sempre costruire la figura derivata degli n punti A, B, C,... in modo che quelle rette appartengano ad essa figura. Se le rette date sono $n-1$ di numero, la figura derivata resta totalmente determinata ».

31. Qui si presenta naturalmente la ricerca in quanti modi fra le $\frac{n(n-1)}{2}$ rette della figura derivata, se ne possano scegliere $n-1$, tali che esse siano rette diverse nel senso sopra esposto. Questa ricerca coincide con quella di sapere in quanti modi diversi possano collegarsi fra loro n oggetti, mediante $n-1$ legami, in modo da farne un solo gruppo collegato, e colla condizione che ogni legame non riunisca più di due oggetti fra loro. Il numero di modi cercato è espresso da n^{n-2}. Se dunque i punti A, B, C,... siano 2, 3, 4, 5, 6, 7,... le *rette diverse* potranno esser scelte in 1, 3, 16, 125, 1296, 16807,... modi diversi.

32. *Osservazione sui fasci generatori e teorema relativo.* — Noi abbiamo supposto fin qui che le r ed r' fossero date, ed abbiamo veduto, che essendo assegnate $n-1$ rette diverse, la figura derivata resta pienamente determinata; non però la posizione dei centri A′, B′, C′,..., di cui uno resta sempre arbitrario. Variando la posizione delle r ed r', e mantenendo quella delle rette diverse, si vede che varierà la posizione dei centri A′, B′, C′,..., non però quella della figura derivata. Una stessa figura derivata; corrispondente ad n punti dati, può essere ottenuta in infiniti modi diversi, variando la posizione delle parallele r ed r' e variando quella di uno dei centri A′, B′, C′,... Le rette r ed r' possono anche coincidere.

33. Quando siano dati gli n punti A, B, C, ... e siano date $n-1$ rette diverse della figura derivata, e si cerchi un sistema di centri A′, B′, C′,... atti a produrla, si potrà procedere come segue: Si tirino due rette parallele qualunque r ed r', di cui la prima non passi per alcuno dei punti A, B, C,... Preso poscia un'

punto P ad arbitrio nella r, lo si congiunga coi dati punti A, B, C,... e si avrà un gruppo di raggi corrispondenti a, b, c,.... Si prenda quindi a piacere sulla r' uno dei centri A′, B′, C′,... per es. B′, e si tiri per esso una b' parallela al raggio corrispondente b. Se ora B nel sistema delle rette diverse sia collegato con C, si cerchi il punto d'intersezione di b' colla data $B_1 C_1$, derivata della BC, e da esso punto si tiri la c', parallela alla c, e la quale taglierà la r' nel punto C′. Seguendo così la via di collegamento dei punti A, B, C,... stabilito dalle rette diverse date, si determineranno gli altri centri lungo la r'.

34. Si noti intanto che per determinare i raggi a', b', c',... le rette r ed r' non sono necessarie. Si può infatti prendere nel piano degli n punti A, B, C,... un punto P ad arbitrio, che non coincida con alcuno degli n dati, congiungerlo con essi punti, ed ottennero così i raggi a, b, c,.... Tirata poi una parallela ad uno qualunque di questi raggi, per es. b' parallela a b, si considererà la b' come il cercato raggio, e si procederà come sopra alla ricerca degli altri. Dopo ciò si potrà tirare per P una retta qualunque r, e parallelamente alla r, una r' qualunque, la quale taglierà i raggi a', b', c',... e darà così un sistema di centri A′, B′, C′,... Se uno di questi centri è dato di posizione nel piano, per es. B′, allora, dopo tirati da un punto qualunque P del piano i raggi a, b, c,... si tirerà per B′ la b', parallela a b, e si determineranno gli altri raggi a', c',... Tirate poscia due rette parallele qualunque r ed r', la prima passante per P, la seconda per B′, quest'ultima taglierà gli altri raggi a', c', ecc. negli altri centri cercati A′, C′,... Mediante la r, ed i centri A′, B′, C′,... si potranno poscia avere quanti si vogliano gruppi di raggi corrispondenti per determinare tutte le altre rette della figura derivata.

35. Se si voglia avere unicamente la figura derivata, corrispondente ad n punti dati A, B, C,..., e della quale siano date $n-1$ rette diverse, non saranno necessarie per costruirla nè le rette r ed r', nè i centri A′, B′, C′,..., nè i gruppi di raggi corrispondenti a, b, c, ... ; a', b', c', ... Le proprietà della figura derivata, che le tre rette corrispondenti ai tre lati di un triangolo avente i vertici in tre degli n punti dati passano per uno stesso punto, basta da sola a costruire la figura derivata mediante le $n-1$ rette date. Si fissino infatti fra le $\frac{n(n-1)}{2}$ rette, che congiungono gli n punti A, B, C, .. le corrispondenti delle date $n-1$ rette diverse della figura derivata; e poi procedendo a quelle che completano successivamente tutti i triangoli possibili degli n punti dati si tirino nella figura derivata le rette corrispondenti, sempre tenendo ferma la condizione, che le corrispondenti ai tre lati di un triangolo avente i vertici in tre dei punti A, B, C,..., passino per uno stesso punto.

36. Le considerazioni superiori rendono intanto chiara la proposizione seguente:

« Siano date in un piano n rette a_1, a_2,..., a_n, e si tirino per un punto O dello stesso piano n raggi O1, O2,... On, paralleli rispettivamente ad esse rette: si prendano poscia in questi raggi n punti 1, 2,..., n, uno per ogni raggio omonimo, e si conducano finalmente per tutti i punti nei quali le rette a_1, a_2,..., a_n prese a due a due s'intersecano fra loro, altrettante rette; e ciò in modo che per il punto

d'intersezione delle rette a_p, a_q sia tirata una retta parallela a quella che unisce fra loro i due punti p e q presi sui raggi. Le $\frac{n(n-1)}{2}$ rette così tirate s'intersecheranno a tre a tre in $\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ punti ».

Si vede infatti che il punto O, insieme ai punti $1, 2, \ldots, n$, costituisce una figura di $n+1$ punti. Le n rette $a_1, a_2, \ldots, a_n$ non sono altro che n rette diverse della figura derivata. Questa dunque sarà del tutto determinata e si potrà completare nel modo sopra indicato (n.° 35). La figura completata presenterà naturalmente i caratteri delle figure derivate; essa sarà composta cioè di $\frac{n(n+1)}{2}$ rette, che s'intersecheranno a tre a tre in $\frac{(n+1)n(n-1)}{2.3}$ punti o nodi. Se da questi numeri si escludono le n rette primitive date $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ed i loro $\frac{n(n-1)}{2}$ punti d'intersezione (i quali a figura completa sono nodi) le rette si ridurranno ad $\frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n(n-1)}{2}$, ed i nodi a $\frac{(n+1)n(n-1)}{2.3} - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$.

37. La proposizione superiore può anche esaminarsi sotto un altro aspetto. Condotta per O una retta r, e tirata una r', parallela alla r, che tagli le rette $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nei punti A′, B′, C′,... rispettivamente, si possono considerare i punti $1, 2, \ldots, n$ formanti una figura di n punti, con altrettanti fasci A, B, C,..., aventi i loro centri in quei punti, ed i quali si tagliano tutti nella retta r. I punti A′, B′, C′,... sono allora i centri dei fasci risp. omotetici: le rette che congiungono il punto O coi punti $1, 2, \ldots, n$ formano un gruppo di raggi corrispondenti, relativi ai fasci A, B, C,..., ed un altro gruppo di raggi corrispondenti, relativi ai fasci A′, B′, C′,... formano pure le rette $a_1, a_2, \ldots, a_n$: questi ultimi raggi s'intersecheranno a due a due in punti collocati nelle derivate delle rette, che uniscono fra loro in tutti i modi gli n punti $1, 2, \ldots, n$.

38. Qui cade in acconcio di osservare che i gruppi di raggi corrispondenti $a, b, c, \ldots$ ed $a', b', c', \ldots$ e le rette r ed r', che si ebbero finora spesso a considerare possono essere riguardati come parte integrante rispettivamente delle due figure, la primitiva cioè e la derivata, cosichè la primitiva sia composta degli n punti A, B, C,..., del gruppo di raggi $a, b, c, \ldots$, e della retta r; la derivata invece sia composta delle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette derivate, del gruppo dei raggi $a', b', c', \ldots$ e della retta r'. Prescindendo dalle rette r, r', questa considerazione equivale ad osservare, che gli n punti A, B, C,... ed il punto P preso nella r, costituiscono una figura di $n+1$ punti, la derivata della quale è formata dalle rette derivate relative agli n punti A, B, C,..., più il sistema di raggi $a', b', c', \ldots$ Così i cinque punti considerati al n.° 9 formano col punto P una figura di 6 punti, la cui derivata ha 20 nodi, cioè $1, 2, \ldots, 10$; $(1), (2), \ldots, (10)$ (vedi la relativa figura).

39. *Proprietà dedotte dal supporre mobile un punto della figura primitiva. Teorema esposto dal Sig. Cremona.* — Fra gli n punti A, B, C,... prendasi ora a considerarne uno, per es. A. Agli altri $n-1$ punti B, C,... corrisponderà una figura derivata di $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ rette, la quale sarà totalmente determinata, qualora $n-2$ rette diverse ad essa spettanti siano date di posizione. Ora alle $n-1$ rette che concorrono nel punto A, e le quali lo collegano cogli altri B, C,... devono corrispondere nella figura derivata altrettante rette rispettivamente parallele, formanti un moltilatero completo di $n-1$ lati. Se nessuno di questi lati sia dato, il moltilatero è solamente soggetto alla condizione, che i suoi lati siano paralleli alle rette concorrenti in A; del resto, salve le leggi della figura derivata, arbitrario. Si può dunque fissare ad arbitrio uno dei suoi lati, per es. il corrispondente della AB. Allora tutti gli altri lati restano determinati. Se ora il punto A si muove lungo la AB, tutti i lati del poligono, ad eccezione del lato $A_1 B_1$, corrispondente della AB, cambieranno di posizione. Ora questo lato $A_1 B_1$ è comune al moltilatero (immobile) relativo al punto B, ed è intersecato in $n-2$ punti dai lati di esso. Ma per questi stessi punti d'intersezione devono passare anche i lati del moltilatero relativo al punto A (vedi n.° 19). Nelle condizioni sopra fissate potremo dunque dire:

« Se uno degli n punti A, B, C,..., per es. A, si muove in linea retta verso uno degli altri punti, un lato del moltilatero relativo al punto A resterà immobile, e gli altri $n-2$ lati gireranno intorno ad altrettanti punti fissi collocati nel lato immobile ».

40. Suppongasi con che il punto A prenda un'altra posizione M qualunque del piano, e si considerino gli $n+1$ punti A, B, C,..., M. Applicando a questi $n+1$ punti la proposizione precedente, vedremo che se il punto A si muove in linea retta verso M, le $n-1$ rette della figura derivata corrispondenti di quelle che uniscono A cogli altri punti B, C,... gireranno intorno ad altrettanti punti fissi collocati sulla $A_1 M_1$ corrispondente alla AM. Relativamente adunque ai soli n punti A, B, C,... potremo dire:

« Se uno degli n punti A, B, C,..., per es. A, si muove lungo una retta qualunque AM, gli $n-1$ lati del moltilatero relativo al punto A gireranno intorno ad altrettanti punti fissi collocati nella retta $A_1 M_1$ corrispondente della AM ».

41. Come sopra si è osservato, se non sia data alcuna retta della figura derivata corrispondente ad una delle rette che congiungono il punto A cogli altri B, C,..., il moltilatero relativo al punto A non è determinato: uno de' suoi lati potrà esser preso a piacere, e si potranno avere così infiniti moltilateri relativi al punto A. Se il punto A passi in una nuova posizione M qualunque del piano, potrà dirsi altrettanto del moltilatero relativo al punto A nella sua nuova posizione. Questi infiniti moltilateri relativi al punto A, comunque variino, soddisfanno però sempre alla condizione, che tutte le intersezioni dei loro lati fra loro, sono nodi della figura derivata, cioè punti per cui passono tre rette di essa figura corrispondenti ad un triangolo della primitiva.

42. Da queste considerazioni potrà facilmente dedursi la verità del seguente enunziato geometrico (esposto al n.° 20 della citata Memoria del prof. Cremona):

« Sia dato un poligono piano di n lati 1, 2, 3..., $n-1$, n; e nello stesso piano siano inoltre date $n-1$ rette 1, 2, 3,..., $n-1$, rispettivamente parallele ai primi $n-1$ lati del poligono. Da un punto o polo, mobile nel piano (senz' alcuna restrizione), s' intendano projettati i vertici del poligono dato. Ora s' immagini un poligono variabile di n lati, i primi $n-1$ vertici del quale 1, 2, 3,..., $n-1$ debbano trovarsi ordinatamente nelle rette date omonime, mentre gli n lati $(n\,.\,1)$, $(1\,.\,2)$, $(2\,.\,3)$,..., $(n-1\,.\,n)$ debbano essere paralleli ai raggi che dal polo projettano i vertici omonimi del poligono dato. Il punto di concorso di due lati qualsivogliano $(r\,.\,r+1)$, $(s\,.\,s+1)$ del poligono variabile cadrà in una retta determinata, parallela alla diagonale fra i vertici $(r\,.\,r+1)$, $(s\,.\,s+1)$ del poligono dato ».

Si vede tosto che il dato poligono piano di n lati, ed il polo mobile costituiscono una figura di $n+1$ punti, analoghi agli n punti che formano l' oggetto delle precedenti considerazioni. Le $n-1$ rette date nel piano del poligono determinano completamente la figura derivata (n.° 30) relativa agli n punti di esso poligono. Il poligono (moltilatero) variabile è quello relativo al polo, ossia all' $(n+1)^{mo}$ punto. I vertici di questo poligono (moltilatero) sono nodi, e cadono necessariamente nelle $\frac{n\,(n-1)}{2}$ rette della figura derivata relative agli n punti del poligono dato.

43. Tanto il teorema ora esposto, come anche la proposizione superiore, n.° 36, possono compendiarsi nel seguente teorema, che li comprende ambedue, e nel quale l'espressione rette diverse è usata nel senso sopra indicato, n.° 29.

« Quando siano dati, o sieno presi, n punti A, B, C, ..., e sia dato un numero $m \leqq n-1$ di rette diverse della figura derivata, si possono prendere ad arbitrio altre $n-m-1$ rette diverse, e completare la figura. »

La figura completata presenterà naturalmente tutte le proprietà, che formano oggetto di quei teoremi.

44. *Dimostrazione elementare del teorema esposto dal Sig. Cremona; e nuovo modo di sviluppare la teoria delle figure.* — Relativamente al teorema superiore n.° 42 il prof. Cremona nella memoria citata fa l'osservazione, che la dimostrazione del medesimo per mezzo della sola *geometria piana* non pare ovvia. Non sembra quindi fuor di luogo il soggiungere qui una dimostrazione elementare del teorema stesso fatta per mezzo della geometria piana; dimostrazione che prestasi anche per la proposizione del n.° 36.

Sia ABCD (fig. 4) un quadrilatero qualunque, e si tirino per i punti A e B le AF, BE, rispettivamente parallele alle diagonali CB, DA, fino ad incontrare in E ed F i lati CA, DB prolungati. Si congiunga poi il punto E col punto F. La EF sarà parallela alla CD.

Prolungati infatti i lati CA, DB fino al loro incontro in G, saranno simili i due triangoli GAD, GEB, ed i due GCB, GAF, e daranno le due proporzioni.

$$GA : GD = GE : GB \qquad\qquad GA : GF = GC : GB$$

nelle quali essendo eguale il prodotto degli estremi, sarà eguale anche quello dei medi, ed avremo $GE : GF = GC : GD$, cioè il triangolo GEF sarà simile al triangolo GCD, e quindi la EF parallela alla CD (1).

(1) È il noto teorema di Pappo sull'esagono ADCBEF.

Questo teorema implica il seguente: *a*) Se in un quadrilatero qualunque ABCD si tiri la AF, parallela a CB, e si prolunghi la BD fino ad incontrare la AF in F, e si tirino poscia per B e per F due rette BE , FE rispettivamente parallele alle DA, DC, il punto d'incontro E cadrà nel prolungamento del lato AC.

E questo può anche presentarsi come segue: *b*). Se in un quadrilatero qualunque ABCD si prolunghi il lato DB verso F, e tirata AF, parallela a CB , si conducano per i tre punti A, B. F tre rette rispettivamente parallele alle tre CA, DA, DC, queste tre rette passeranno per uno stesso punto E.

Da queste proposizioni si passa facilmente alla seguente: c) sia dato un triangolo , coi lati 1, 2, 3 (fig. 5), e nello stesso piano siano date due rette AF , AB rispettivamente parallele ai primi due lati del triangolo. Da un punto qualunque O, mobile nel piano, si projettino i vertici del triangolo. Ora s'immagini un triangolo variabile, i primi due vertici del quale 1 e 2 debbano trovarsi rispettivamente nelle AF, AB date, mentre i tre lati (3 . 1), (1 . 2), (2 . 3) debbano essere paralleli ai raggi che dal punto O projettano i vertici omonimi del triangolo dato. Il punto di concorso dei due lati (1 . 3), (2 . 3) del triangolo variabile cadrà nella retta AE condotta per A, e parallela al terzo lato del triangolo dato.

Sia infatti O una delle posizioni del punto mobile O, ed il triangolo 123 una delle posizioni del triangolo variabile che vi corrisponde. Prolungata la EA verso C, e la 12 verso D, e tirate per A e per 2 le AD, 2C, rispettivamente parallele a 32, 1A, avremo un quadrilatero ACD2, il quale è simile ad LNOM , ed il quale , come è facile vedere, cade nel caso sopra contemplato *a*).

Ed alla seguente: *d*) si prendano in un piano tre rette (fig. 6) a_1, a_2, a_3, e per un punto O dello stesso piano si tirino tre raggi O1, O2, O3, paralleli rispettivamente ad esse rette: si prendano poscia su questi raggi tre punti 1, 2, 3, uno per ogni raggio omonimo, e si conducano finalmente per i punti A, B, F, nei quali le rette a_1, a_2, a_3, s'intersecano fra loro, tre rette rispettivamente parallele ai tre lati (1 . 2), (1 . 3), (2 . 3) del triangolo 123. Queste tre rette s'intersecheranno fra loro in uno stesso punto E.

Prolungate infatti le FB, EA verso D e C, e tirate le BC, AD, rispettivamente parallele alle EB, FA, avremo un quadrilatero ABCD, che è simile ad O123, e che ricade nel caso della superiore proposizione *b*).

In base alla proposizione *c*) si dimostra ora facilmente il teorema generico, relativo ad un poligono, citato sopra al n.° 42. Basta osservare che una posizione qualunque del punto o polo mobile nel piano, insieme a tre vertici qualunque del poligono dato, e che chiameremo L, M, N costituiscono un quadrilatero, analogo a quello LMNO contemplato sopra (fig. 5), mentre le tre rette parallele ai tre lati del triangolo LMN, siano esse in parte fra le $n-1$ date 1, 2, 3,....., $n-1$, o fra le parallele alle diagonali del poligono , costituiscono un gruppo di tre rette concorrenti in un punto, e sono analoghe alle A1, A2, A3 della proposizione *c*).

Con un simile ragionamento si potrà far servire la proposizione *d*) alla dimostrazione del teorema generico sopra esposto n.° 36.

45. Osserveremo intanto che il quadrilatero ABEF (fig. 4) non è che la figura derivata relativa ai quattro punti A, C, D, B.

Similmente dicasi del quadrilatero A213 (fig. 5) rispetto ai quattro punti A, C, D, 2, oppure ai quattro L, N, O, M; e così del quadrilatero ABEF (fig. 6) rispetto ai quattro punti A, B, C, D, oppure ai quattro O, 1, 2, 3.

La fig. 4 può essere considerata come fondamentale in questa teoria delle figure derivate da n punti A, B, C,....., qualora questa teoria si volesse sviluppare (e si può farlo) prescindendo affatto dai fasci, qui considerati come generatori della figura derivata; e senza ricorrere alla geometria dello spazio.

Si può infatti *definire* come figura derivata di un triangolo (cioè di tre punti e delle tre rette che li congiungono) l'insieme di tre rette passanti per un punto e parallele ai tre lati del triangolo; e come figura derivata di un poligono completo di n punti, il complesso di $\frac{n(n-1)}{2}$ rette parallele a quelle che uniscono fra loro in tutti i modi gli n punti, e tali che ai tre lati di un triangolo avente i vertici in tre degli n punti, corrispondano tre rette parallele ad essi lati, passanti per uno stesso punto. In tal modo la proposizione del n.° 7 sarebbe presa per definizione, e dovrebbesi anzitutto dimostrare che una tale figura per n punti è possibile. A ciò può servire una delle fig. 4, 5 o 6. Se ne può infatti dedurre, che essendo dati tre punti, e la rispettiva figura derivata, il che è evidentemente sempre possibile, si può aggiungere un quarto punto, e completare la figura derivata relativa a tutti quattro. Con simile processo si giunge facilmente a dimostrare, che se una figura derivata per n punti è possibile, essa è possibile anche per $n+1$. Dimostrata così la possibilità di una figura derivata corrispondente alla data definizione, si possono, partendo dalla definizione stessa, sviluppare tutte le proprietà ad essa spettanti senza aver ricorso ai fasci.

46. *Ulteriori proprietà e teoremi.* — Ritornando ora alle considerazioni dei num.ri 39 e 40, osserveremo, che quando si supponga mobile uno degli n punti, per es. A, e che esso si porti in linea retta, sia verso un altro degli n punti, per es. B, sia verso un punto qualunque M, le proposizioni colà esposte sussistono solamente qualora si supponga, che per ogni posizione K, che il punto A prende nel suo cammino rettilineo, la retta che congiunge il punto K colla posizione iniziale di A, abbia per corrispondente nella figura derivata costantemente la medesima retta, parallela ad AB, o ad AM. Supponiamo ora che a tale supposizione non si soddisfi, e, diviso il cammino rettilineo AM in m parti AK_1, $K_1 K_2$,....., $K_{m-1} M$, si conducano nella figura derivata m rette $A_1 M_1$, $A_2 M_2$, ..., $A_m M_m$, tutte parallele alla AM, e disposte collo stesso ordine con cui sono disposti i punti K_1, K_2, ..., lungo la AM. Si faccia ora muovere il punto A da A verso M, in linea retta, in modo ch'egli percorra successivamente i tratti AK_1, $K_1 K_2$, ... e stabiliscasi che ad ognuno di questi tratti corrisponda nella figura derivata la retta parallela omonima. Applicando allora ad ogni singolo tratto la proposizione del n.° 40, potremo dire, che nella figura derivata i lati del moltilatero corrispondente al punto A ruoteranno intorno a punti fissi collocati nella $A_1 M_1$, mentre il punto A percorre il tratto AK_1; ruoteranno poi intorno a punti fissi collocati nella $A_2 M_2$, mentre il punto A percorre il tratto $K_1 K_2$, e così di seguito. Prendendo considerare uno qualunque dei lati del moltilatero mobile corrispondente al punto A,

ed indicati con O_1, O_2, ..., O_m i centri successivi intorno ai quali egli gira, e che sono collocati rispettivamente sulle parallele $A_1 M_1$, $A_2 M_2$, ..., $A_m M_m$, vedremo facilmente che i lati del poligono $O_1 O_2$ ..... O_m non sono altro che le posizioni del lato girante corrispondenti ai punti K_1, K_2, ... del punto mobile A.

47. Se ora il numero m cresca indefinitamente, e si stabilisca a piacere una legge secondo la quale devono essere distribuite le parallele $A_k M_k$, fra la prima $A_1 M_1$ e l'ultima $A_m M_m$, che s'intenderanno restar fisse; si vedrà di leggeri che il poligono $O_1 O_2$ ..... O_m si trasforma in una curva, le cui tangenti non sono altro che le diverse posizioni del lato del moltilatero mobile preso a considerare.

La legge secondo la quale le rette $A_k M_k$ restano distribuite fra $A_1 M_1$ ed $A_m M_m$, mentre M cresce indefinitamente, essendo arbitraria, potrà essere stabilita in modo che il poligono $O_1 O_2$ ..... O_m si trasformi in una curva data. Queste considerazioni conducono alla proposizione seguente:

« Se uno degli n punti A, B, C, ... si muove in linea retta, e nella figura derivata un lato del moltilatero relativo al punto mobile si mantenga tangente ad una curva data, tutti gli altri lati si manterranno pure tangenti a curve determinate, che saranno curve *affini* alla data. »

48. L'affinità di queste curve si riconosce facilmente, qualora si consideri, che tagliandole con rette parallele a quella percorsa dal punto mobile, si hanno altrettanti punti corrispondenti, per i quali conducendo le rispettive tangenti, esse si tagliano in altrettante rette, cioè nelle rette fisse della figura derivata, le quali rispetto alle curve affini sono altrettanti assi di collineazione.

49. Il seguente teorema ne è un caso particolare:

« Siano AB, CD i due lati paralleli di un trapezio ABCD, e supponiamo che un angolo retto mobile passi con un lato costantemente per A, tagliando collo stesso lato in E un circolo avente il centro in A, e passi coll'altro lato costantemente per B, tagliando collo stesso lato in F una retta data GF. Un triangolo variabile LMN, avente i vertici L, M rispettivamente sulle BC, BD, abbia il lato LM tangente al circolo in E, ed i due lati NL, NM rispettivamente paralleli alle F C, FD. Questi due ultimi lati del triangolo variabile riusciranno costantemente tangenti a due elissi nei punti P e Q, in cui la retta EPQ, parallela alla GF, incontra quei lati. »

In questo caso gli $n-1$ punti fissi si riducono ai tre B, C, D; la figura derivata si riduce alle tre rette BA, BC, BD; ed F è il punto mobile. Vedi anche l'osservazione alla fine del n.° 52.

50. Ritornando ora alla figura primitiva degli n punti A, B, C, ... si immagini nel piano una curva L, passante per A, e preso un arco AK_m della stessa lo si suddivida in m parti mediante i punti successivi K_1, K_2, ..., K_m, e si tirino poscia le corde AK_1, $K_1 K_2$, ... $K_{m-1} K_m$. S'immagini poi un'altra curva N, tale che a partire da un punto A, della stessa si possano tirare le corde $A_1 M_1$, $M_1 M_2$, ..., $M_{m-1} M_m$, rispettivamente parallele alle AK_1, $K_1 K_2$, ..., $K_{m-1} K_m$, e tali che i punti M_1, M_2, ..., M_m si succedano collo stesso ordine con cui si succedono i punti K_1, K_2, ..., K_m. Ciò posto facciamo percorrere al punto A successivamente le corde AK_1, $K_1 K_2$, ..., alle quali supporremo che nella figura derivata corrispondano rispettivamente le parallele $A_1 M_1$, $M_1 M_2$, ...

Applicando a questo caso la proposizione del n.° 40 rileveremo, che nella figura derivata i lati del moltilatero relativo al punto A gireranno intorno a punti fissi situati prima nella $A_1 M_1$, poi nella $M_1 M_2$, ... Supponendo anche qui che il numero m cresca indefinitamente, alla serie delle corde AK_1, $K_1 K_2$, ..., resterà sostituito l'arco AK_m della curva L, ed alla serie di corde $A_1 M_1$, $M_1 M_2$, ... l'arco $A_1 M_m$ della curva N. I lati del moltilatero variabile relativo al punto A, riusciranno allora tangenti ad un sistema di curve i cui successivi punti si troveranno nelle successive tangenti alla curva N. Una tangente t alla curva N taglierà tutte quelle curve in punti tali, che condotte per essi altrettante tangenti, esse si taglieranno a due a due nelle rette fisse della figura derivata, e costituiranno il moltilatero relativo ad una delle posizioni del punto A: tale posizione si determinerà tirando una tangente alla L, parallela alla t; il punto di contatto sarà il cercato.

51. La natura delle curve a cui riescono tangenti i lati del moltilatero variabile, dipende dalla natura delle curve date L ed N; se sia data solamente la L, potrà fissarsi a piacere la curva a cui deve riuscire tangente un determinato lato del moltilatero variabile. In tal caso la N sarà l' inviluppo delle rette passanti per i corrispondenti punti di tangenza dei lati del moltilatero variabile colle curve da essi generate.

Se N si riduca ad un punto O, le curve generate dai lati saranno collineari, in posizione prospettiva: O sarà il centro di collineazione, e le rette fisse della figura derivata saranno gli assi di collineazione.

Se N si riduce ad un punto, e sia data la curva, a cui deve essere tangente uno dei lati, resterà determinata la L.

52. Queste ricerche sono di natura loro suscettibili di ulteriore sviluppo, e possono dar luogo alla considerazione di molti casi particolari, fra i quali può comprendersi il seguente teorema:

« Siano dati sul piano due circoli, un poligono semplice cogli n vertici 1, 2, ..., n, ed n rette a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_p, di cui le prime $n-1$ parallele rispettivamente ai lati 1 . 2, 2 . 3, ..., $(n-1)$. n del poligono dato, e la a_p parallela al raggio tirato dal centro del primo circolo al vertice 1. Un angolo retto mobile, coi due lati a, b rispettivamente tangenti ai due circoli, tocchi col lato a il primo circolo in A, e tagli col lato b la a_p in B. Si projettino da A i vertici del poligono dato, e s'immagini un poligono variabile con $(n+1)$ vertici, (o), (1), (2), ..., (n), di cui il vertice (o) coincida col punto B, e gli altri cadano rispettivamente sulle rette a_1, a_2, ..., a_{n-1}, b; i lati poi di questo poligono variabile siano paralleli rispettivamente ai raggi emananti da A, in modo che il lato congiungente i vertici $r-1$. r sia parallelo al raggio Ar. I lati del poligono variabile riusciranno tangenti ad altrettante coniche, eventi un foco comune nel centro del secondo circolo, e cogli assi maggiori normali alle rette, che uniscono il centro del primo circolo coi vertici 1, 2, ..., n. Secondochè uno qualunque di tali vertici sarà interno, esterno o cadrà nella circonferenza del primo circolo, la rispettiva conica sarà un'elisse, un'iperbola od una parabola. »

Chiamando C il centro del primo circolo ed O il centro del secondo, vedremo facilmente che gli n vertici 1, 2, ..., n, ed i due punti C ed A formano un

sistema di $n+2$ punti, di cui uno, il punto A, è mobile. La curva L da lui percorsa è il primo circolo; la curva N è ridotta ad un punto, il centro O del secondo circolo. Le curve dunque sono collineari, in posizione prospettiva, ed essendo il secondo circolo una di esse curve, non potranno essere che curve coniche. Ogni retta passante per O taglierà dunque da un lato tutte le coniche ed il circolo col centro O, il quale è una di esse, in $n+1$ punti: le $n+1$ tangenti condotte per questi punti daranno una delle posizioni del poligono mobile. I punti d' intersezione di queste tangenti, prese a due a due, cadono in rette parallele ai lati del poligono fatto dagli $n+1$ punti 1, 2, ..., n, C, ed alle sue diagonali. Questa osservazione facilita la costruzione del poligono variabile, quando alcuno de' suoi vertici prende una posizione incommoda per la costruzione grafica. Se per A si tira una tangente t al primo circolo, e per O un raggio parallelo a t, gli angoli d'intersezione di questo raggio colle coniche sono eguali rispettivamente agli angoli fatti dalla t coi raggi emananti da A. Conducendo da quelli degli n punti 1, 2, ..., n, che sono esterni al primo circolo, due tangenti allo stesso, si avranno le direzioni degli assintoti della relativa iperbola, ecc.

Si noti infine che ad un punto di contatto del lato a dell'angolo retto col primo circolo, corrispondono due punti di contatto dal lato b col secondo circolo. Ne viene che si avranno due gruppi distinti di coniche, le quali corrisponderanno al teorema superiore, e ciò secondochè si sceglierà l'uno o l'altro dei due punti di contatto spettanti al lato b. Una simile osservazione è da farsi relativamente al teorema del n.° 49, per il quale due sono i punti E d'intersezione col circolo avente il centro in A. Secondochè si prende l'uno o l'altro si avrà un diverso sistema di due elissi.

53. *Alcuni casi particolari.* — Fin qui si sono considerate le figure in questione sotto un aspetto generale. Facendo delle supposizioni particolari relativamente alla posizione degli n punti A, B, C, ..., gli uni rispetto agli altri, o rispetto alla posizione rispettiva delle rette che devono appartenere alla figura derivata, si potranno dedurre altre proprietà delle figure qui considerate.

54. Tre punti A, B, C, posti in linea retta danno luogo in generale a tre rette parallele. Nella fig. 7 A, B, C rappresentano i tre punti, ed A′, B′, C′, i centri dei rispettivi tre fasci omotetici, posti nella r', parallela alla r. Preso un punto P qualunque sulla r, e tirati i tre raggi corrispondenti PA, PB, PC si conducano per i punti A′, B′, C′ le tre rette A′ L, B′ G, C′ K rispettivamente parallele a' quei raggi, e per i tre punti d'intersezione I, G, K si tirino tre rette m_1, m_2, m_3, parallele alla ABC. Queste rette possono riguardarsi come rispettivamente corrispondenti alle tre AB, AC, BC, le quali coincidono nella stessa retta ABC. Al triangolo ABC, i cui lati son distesi nella stessa retta ABC, corrisponde il nodo a distanza infinita, in cui s'incontrano le m_1, m_2, m_3.

Si tiri PO normale ad ABC, si conducano LE, IKF normali alle m_1, m_2, m_3. Saranno i tre triangoli AOP, COP, BOP rispettivamente simili ai tre LIK, KGF, LGE, e si avrà facilmente la proporzione

$$AB : BC : AC = KF : IK : IF$$

Da quanto precede si vede che date due rette m' ed m'' parallele ad ABC si

potranno scegliere i tre fasci A′, B′, C′ in modo che due qualsivogliano delle tre rette m_1, m_2, m_3 coincidano colle due m', m''; la terza retta però avrà allora necessariamente una posizione determinata. Si potrà anche porre la condizione che m' ed m'' coincidano in una sola retta, nel qual caso, in forza della proporzione esposta, tutte tre le rette m_1, m_2, m_3 coincideranno in una stessa retta.

55. Se gli n punti A, B, C, ... sono tutti in una stessa linea retta, la figura derivata sarà costituita in generale da $\frac{n\,(n-1)}{2}$ rette parallele, delle quali $n-1$ potranno essere date a piacere, mentre le residue $\frac{(n-1)\,(n-2)}{2}$ avranno una posizione determinata: questo risultato si accorda con quanto sopra venne esposto ai numeri 30 e 32.

Se le $n-1$ parallele, date a piacere, coincidono con una data retta m', tutte le $\frac{n\,(n-1)}{2}$ rette coincideranno colla m'. Questa coincidenza è sempre possibile; per cui si potrà stabilire, che se i punti A, B, C, ... siano in linea retta, i centri A′, B′, C′, ... possono sempre scegliersi in modo, che tutta la figura derivata si riduca ad una data retta m', parallela alla ABC.....

56. Abbiamo sopra osservato, n.° 30, che la figura derivata relativa ad un certo numero n di punti, è completamente determinata, qualora ne siano date di posizione $n-1$ rette diverse. In questo caso diremo per brevità che quelle rette diverse *collegano* quegli n punti.

Supponiamo ora che $p-1$ rette diverse, spettanti alla figura derivata, colleganti p degli n punti, passino tutte per un medesimo punto M. In tal caso la derivata della retta che unisce due qualunque dei p punti fra loro, passerà anche essa per il punto M. Siano infatti P, Q, R, S, ... i p punti collegati, e siano le rette diverse parallele rispettivamente a PQ, QR, RS, ... Siccome le derivate di PQ e di QR passano per M, vi passerà anche la derivata di PR, lato del triangolo PQR: passando per M le derivate di PR e di RS, vi passerà pure la derivata di PS; e così seguitando si vedrà, che una retta qualunque, che unisce fra loro due dei punti P, Q, R, S, ... ha una derivata passante per M. Per questo punto M dunque passeranno $\frac{p\,(p-1)}{2}$ rette, cioè quante vi sono nel poligono completo di p punti. Inoltre in questo poligono vi sono $\frac{q\,(q-1)\,(q-2)}{2\,.\,3}$ triangoli, ai quali devono corrispondere altrettanti nodi: ora siccome le derivate delle tre rette che costituiscono uno qualunque di quei triangoli passano tutte tre per M, così in M si troveranno pure tutti i nodi relativi al poligono dei p punti.

Se per lo stesso punto M passassero pure altre $q-1$ rette diverse, colleganti altri q punti, se ne dedurrebbe che per M devono passare $\frac{q\,(q-1)}{2}$ rette, e che in esso trovansi $\frac{p\,(p-1)\,(p-2)}{2\,.\,3}$ nodi, oltre quelli relativi ai p punti. E così di seguito.

57. Il punto M potrà dirsi un nodo multiplo, qualora in esso siano concentrati più nodi semplici, intendendo per nodo semplice quello formato da tre rette. Per un nodo multiplo vale la stessa osservazione fatta per il nodo semplice al n.° 8, relativamente a quelle rette che passassero per il nodo multiplo, ma per le quali esso non è un nodo. Avuto adunque riguardo alla possibiltà dei nodi multipli, potrà esporsi in modo più generale la proposizione del n.° 13 dicendo:

« Ad un gruppo di rette spettanti alla figura derivata e concorrenti in un punto, che sia un nodo per ognuna di esse, corrispondono nella primitiva uno o più poligoni. »

58. *Relazioni di reciprocità.* — Se fra le $n-1$ rette che concorrono in uno dei punti A, B, C, ..., se ne considerano solamente un numero $p < n-1$, le corrispondenti di queste p formano nella derivata un moltilatero completo di p lati, per cui la proposizione del n.° 12 può esprimersi più generalmente dicendo:

« A p rette concorrenti in uno degli n punti A, B, C, ..., essendo $p \leqq n-1$, corrisponde nella figura derivata un moltilatero completo di p lati. »

Questa proposizione vale però solamente per quelle rette che uniscono uno degli n punti A, B, C,..., per es. A, cogli altri, e non per quelle rette, che unendo due degli altri punti fra loro passassero anche per il punto A. Per il punto A infatti possono passare, oltre alle n-1, rette che lo congiungono con gli altri punti, anche delle altre rette, le quali congiungendo fra loro altri punti all' infuori di A, passano per il detto punto per disposizione speciale della figura. Questa osservazione è affatto analoga a quella fatta superiormente ai n.i 8 e 57, relativamente a quelle rette, che passano per un punto, il quale è un nodo per altre rette, ma non per esse. Egli è perciò che potremo chiamare nodi anche gli n punti A, B, C,...

59. Qualora due o più dei punti A, B, C,... si avvicinino fra loro fino a confondersi in un solo punto, questo punto diverrà multiplo. In tal caso tutte le rette, che congiungono questo punto multiplo cogli altri, dovranno intendersi pure multiple, e le loro corrispondenti nella figura derivata saranno rette parallele. Perciò ad un numero p di rette concorrenti in un tale punto multiplo, e per le quali esso sia un nodo, corrispondono in generale più moltilateri completi diversi nella figura derivata.

60. In seguito a queste considerazioni si vede che le proposizioni dei numeri 12, 13, 57 e 58 possono riassumersi in quest' unica:

« A rette dell' una figura concorrenti in un nodo comune a tutte, corrispondono nell' altra figura uno o più poligoni o moltilateri completi. »

Questa proposizione stabilisce una specie di reciprocità fra queste figure. Questa reciprocità però non è completa in questo senso, che a rette della primitiva concorrenti in un nodo comune a tutte, corrisponde nella derivata un moltilatero completo, mentre a rette della derivata concorrenti in un nodo comune a tutte, corrisponde nella primitiva un poligono completo. La reciprocità invece diventa completa per le figure ridotte più avanti contemplate; vedi n.° 80.

61. Le considerazioni seguenti possono riguardarsi come relative alla reciprocità sopra indicata di queste figure, mentre appianano la via alla soluzione del problema, che qui naturalmente si presenta di ripassare dalla figura derivata alla

primitiva, mediante fasci collocati sui nodi della derivata, i quali si taglino in una data retta r, ed i rispettivi fasci omotetici coi centri sopra una r', parallela ad r.

62. La figura derivata relativa ad n punti A, B, C, . . . può ridursi ad un fascio di rette, passanti per un punto dato M. Preso infatti a piacere un punto O, si tirino i raggi OA, OB, OC,..., e per M si tirino le MA′, MB′, MC′, .., rispettivamente parallele ad essi raggi; si conduca quindi per O una retta r a piacere, e si taglino le MA′, MB′, MC′,... con una retta r', parallela alla r, nei punti A′, B′, C′,..., i quali saranno i centri di altrettanti fasci omotetici agli A, B, C,.... I fasci A′, B′, C′,..., s' intersecheranno secondo $\frac{n(n-1)}{2}$ rette concorrenti, corrispondenti di quelle che uniscono fra loro i punti A, B, C,.... Queste rette concorrenti costituiscono dunque la cercata figura derivata.

63. Si scelgano ora due degli n punti A, B, C,..., per es. A e B, e si partiscano gli altri $n-2$ in due gruppi, l'uno contenente un numero p di punti, l'altro contenente un numero q, essendo naturalmente $p+q=n-2$. Domandasi ora come debbano scegliersi i centri A′, B′ C′..., affinchè il gruppo costituito dai p punti, più i due A e B, diano per figura derivata un fascio di rette passanti per un dato punto M, mentre il gruppo di q punti, più i due medesimi A e B, debba avere per figura derivata un fascio di rette passanti per un dato punto N. La derivata della retta AB dovrà passare tanto per M che per N, e non potrà essere quindi altra che la retta MN; ma la derivata della AB deve essere ad essa parallela, dunque, affinchè la soluzione sia possibile, dovranno i punti M ed N trovarsi in una retta parallela alla AB. Se questa condizione sia soddisfatta, la posizione dei centri A′, B′ C′,... potrà determinarsi come segue. Si determinino anzitutto, procedendo come nel caso precedente, i centri dei fasci relativi al gruppo dei p punti, più i due A e B; e siano O il punto preso a piacere a questo scopo, r ed r' le due parallele di cui la prima passerà per O, ed A′, B′ i centri dei fasci relativi ad A e B: A′ e B′ saranno posti sulla r'. Si conducano, ora le A′N, B′N, e si tirino le AO_1, BO_1 ad esse rispettivamente parallele; il punto d' incontro O_1 di queste parallele cadrà nella r. Infatti i punti M ed N possono riguardarsi come centri di due fasci che si tagliano nella retta r'; le rette MA′, NA′, e le MB′, NB′ sono coppie di raggi corrispondenti; i due fasci in O, O_1 colle coppie di raggi OA, O_1 A ed OB, O_1 B sono fasci omotetici a quelli in M ed N, e s' intersecano lungo la AB, parallela ad MN; dunque i loro centri O, O_1 devono trovarsi in una retta parallela ad r'; dunque O_1 cadrà nella r, passante per O e parallela ad r'. Ciò posto e conservando le due rette r ed r', si proceda col punto O_1 rispetto al gruppo dei q punti, più i due A e B, come si è proceduto col punto O ed il primo gruppo. In tal modo resteranno determinati lungo la r' tutti i centri A′, B′,..., e le figure derivate dei due gruppi di punti si ridurranno alla retta MN, ed a due fasci di rette, l' uno passante per M, l'altro per N.

Nella fig. 8 coi sei punti A, B, C, D, E, F si sono formati i due gruppi A, B, C, D ed A, B, E, F, e si sono determinati nella r' i sei centri A′, B′, C′, D′, E′, F′, in modo che il primo gruppo si riduca ad un fascio di rette passanti per M, ed il secondo ad un fascio di rette passanti per N.

64. Per ripassare dalla figura derivata alla primitiva, formata dagli n punti A, B, C,..., e dalle rette che li uniscono, basterà, quando non sia posta la condizione, che in ogni nodo della derivata vi sia un fascio, supporre per ogni retta, per es. $A_1 B_1$ della figura derivata due fasci, aventi i centri in essa retta, e tagliantisi tutti in una retta r; si potranno allora prendere due altri fasci, omotetici ai primi, aventi i centri sopra una r', parallela ad r, in modo che la derivata della $A_1 B_1$ ricada nella AB. Occorreranno in tal modo $n(n-1)$ fasci da collocarsi nella figura derivata.

Se le rette della figura derivata s' intendano numerate con un certo ordine, e se ne formi un poligono semplice, si potranno uno o più fasci collocare nei suoi vertici, e ridurre così al minimo il numero di fasci necessari per ripassare dalla figura derivata alla primitiva.

65. Quando invece si pone la condizione, che in ogni nodo semplice della figura derivata vi sia un fascio, e nei nodi multipli tanti fasci quanta è la multiciplità del nodo, e che questi fasci si taglino in una retta r; e si vogliano scegliere sopra una retta r', parallela ad r, altrettanti fasci omotetici a quelli dei nodi, in modo da riprodurre la figura primitiva, si potrà procedere in base alle considerazioni seguenti. Supporremo naturalmente, che il numero dei punti della primitiva non sia inferiore a quattro, e che quando si tratta d' intersezioni di fasci relativi a nodi multipli s' intendano i limiti, a cui quelle intersezioni si riferiscono, mentre i nodi semplici si avvicinano indefinitamente per formare un nodo multiplo.

66. Si prenda a considerare il moltilatero relativo al punto A, ed in esso una delle rette, che lo compongono per es. la $A_1 B_1$ derivata della AB. Questa retta è lato comune di due moltilateri, uno relativo al punto A e l' altro relativo al punto B; ognuno di questi ha $n-1$ lati ed $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ nodi. Siccome il lato comune contiene $n-2$ di questi nodi, così i moltilateri hanno insieme $(n-2)^2$ nodi, nei quali vi saranno altrettanti fasci. Presa ora una r' parallela ad r vi si prendano $(n-2)^2$ fasci omotetici a quelli, in modo che la derivata di $A_1 B_1$ ricada sulla retta AB, ed i lati dei due moltilateri, a cui la $A_1 B_1$ è lato comune diano due gruppi di rette, ognuno di $n-2$, concorrenti rispettivamente nei punti A e B: queste rette s' intersecheranno evidentemente a due a due negli altri punti C, D,.... Si consideri poi un secondo lato del moltilatero relativo al punto A, per es. $A_1 C_1$. Anche questo lato è comune a due moltilateri, uno relativo al punto A, l' altro relativo al punto C. I fasci del moltilatero relativo al punto A furono già fissati nella r': fra questi trovansi anche gli $n-2$ fasci collocati nel lato $A_1 C_1$. Restano dunque da trovare i fasci residui del moltilatero relativo al punto C, per il quale la corrispondente della $B_1 C_1$ fu già assegnata, perchè facente parte del moltilatero relativo al punto B. Fisseremo adunque i fasci residui relativi al moltilatero di C, in modo che tutto il moltilatero si riduca ad $n-1$ rette possanti per C, fra le quali saranno comprese le CA, CB, già prima assegnate. Ora in ognuno degli $n-2$ nodi della $A_1 B_1$ s' interseca un pajo di rette: ogni pajo appartiene ad uno dei moltilateri relativi ai punti C, D,... (vedi n.° 20). Prescindendo dal pajo appartenente al moltilatero del punto C, ed il quale è formato dalle corrispondenti di CA, CB, già considerate, prendiamone un altro pajo, per es. quello relativo al punto D. Fra i

lati del moltilatero relativo al punto C, ve ne deve esser uno comune al moltilatero relativo al punto D. Questo lato ed il pajo di rette spettanti al moltilatero del punto D devono avere per derivate tre rette passanti per un punto. Dunque fra il fascio di rette passanti per C, ve ne sarà una passante anche per D: ossia ogni derivata dai lati del moltilatero relativo al punto C, passerà, oltre che per il punto C, anche per uno degli altri punti D, E, ecc. Questa considerazione vale per tutti i successivi lati del moltilatero relativo al punto A. Percorrendo adunque l'uno dopo l'altro i lati di questo moltilatero, prendendo sempre a considerare i due moltilateri a cui è comune, e determinando nella r' quegli fra gli $(n-2)^2$ fasci, che non fossero già stati determinati dalla considerazione dei lati precedenti, si finirà coll'ottenere nella r' un numero $\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ di fasci omotetici agli altrettanti collocati nei nodi della figura derivata, ed i quali daranno un insieme di rette derivate intersecantesi negli n punti A, B, C,..., in modo che da ogni punto partiranno $n-1$ rette che lo collegheranno cogli altri. Queste $\frac{n(n-1)}{2}$ rette ripristinano completamente la figura primitiva, che può quindi riguardarsi come la derivata della sua derivata.

67. Si noti intanto che i fasci collocati nella r', essendo in numero di $N = \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$, danno in tutto un numero $\frac{N(N-1)}{2}$ di rette. Per ognuno degli n punti A, B, C,... adunque, oltre alle $n-1$ rette, accennate sopra, passeranno inoltre altre $\frac{N(N-1)}{2} - (n-1)$ rette, le quali in generale non coincideranno con alcuna delle $n-1$ accennate.

68. Quando sia data una delle due figure, e si tratti semplicemente di costruire l'altra, della quale sia dato un numero sufficiente di elementi, perchè sia determinata, puossi procedere alla costruzione grafica della medesima senza far uso dei fasci. Si è sopra veduto al n.° 35 come dato il sistema di n punti A, B, C,..., e date $n-1$ rette diverse, si possa completare la figura derivata direttamente. Quando invece sia data la figura derivata, e trattisi di ripristinare il sistema di n punti, una delle distanze fra essi può esser data o presa ad arbitrio, dopo di che il sistema di punti potrà ripristinarsi, qualora della figura derivata siano date o tutte le rette, o per lo meno $n-1$ rette diverse. Sia data per es. la distanza AB, ossia siano dati i due punti A e B spettanti alla primitiva. Nella derivata si fissino allora i due moltilateri di cui la $A_1 B_1$, corrispondente della AB è lato comune, e poi si conducano per A delle parallele ai lati di uno dei due moltilateri, e per B delle parallele ai lati dell'altro. I punti d'intersezione di queste parallele, combinate a due a due nello stesso modo in cui sono combinate le loro corrispondenti nei nodi della $A_1 B_1$, saranno i punti cercati C, D,.... Conducendo per B le rette che prima si erano condotte per A, e viceversa, si avrà un altro sistema di n punti A, B, C,..., che potrà pure essere considerato come corrispondente della data figura derivata, e che non è che il primo sistema rovesciato. Si osservi intanto, che qualora siano date le tre rette passanti per un nodo, resta determinato il rapporto di

lunghezza fra due qualunque dei tre lati del triangolo relativo a quel nodo. Qualora dunque sia data la direzione di due delle tre rette, che formano un nodo semplice, e il rapporto della lunghezza dei lati corrispondenti del triangolo, anche la direzione della terza retta riuscirà determinata.

69. *Confronto col metodo dei poliedri reciproci.* — La reciprocità fra i diagrammi considerati, quale risulta dal procedimento esposto per passare dall'uno all'altro, è del tutto analoga a quella che risulta dal considerare i diagrammi stessi come projezioni ortografiche di due poliedri reciproci, quali vennero considerati dal prof. Cremona nella memoria più volte citata. Qualora infatti si voglia dal dato sistema di n punti A, B, C,... e delle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette che li congiungono, passare alla figura derivata mediante il sistema polare reciproco in questione, bisogna immaginare altri n punti nello spazio, situati nelle normali al piano della figura, elevate dagli n punti dati. Allora nel sistema polare reciproco del quale qui si fa uso, ad ognuno dei punti dello spazio corrisponde un piano passante per esso punto: alla retta che congiunge due punti nello spazio corrisponde l'intersezione dei piani corrispondenti ai punti congiunti. Alle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette congiungenti fra loro gli n punti dello spazio corrispondono adunque altre $\frac{n(n-1)}{2}$ rette, le quali, attesa la speciale posizione del sistema polare reciproco rispetto al piano su cui si fa la projezione, si projetteranno in esso piano in altrettante rette parallele a quelle che congiungono fra loro gli n punti dati A, B, C,.... Ai tre lati del triangolo formato da tre punti nello spazio, i quali lati quindi si trovano in uno stesso piano, corrispondono tre rette reciproche passanti per uno stesso punto di esso piano; le $\frac{n(n-1)}{2}$ rette reciproche projettate s'intersecheranno adunque a tre a tre in $\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ punti. Alle $n-1$ rette che congiungono uno dei punti dello spazio cogli altri punti, corrispondono $n-1$ rette reciproche situate nel piano reciproco di quel punto; queste rette projettate daranno un moltilatero completo di $n-1$ lati, intersecantisi in $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punti, situati nelle altre rette projettate.

70. Gli n punti dello spazio possono considerarsi come vertici di un poliedro, ma in tal caso è bene tener d'occhio, che ad ogni retta congiungente due vertici, e ad ogni triangolo formato da tre vertici, spettano le stesse proprietà, sia che quella retta sia uno spigolo del poliedro, sia che ne sia una diagonale; sia che quel triangolo sia una faccia esterna del poliedro, sia che trovisi entro il solido. In tal senso si potrà dire che il poliedro costituito dagli n punti è dotato di n angoli solidi, in ognuno dei quali concorrono $n-1$ spigoli, e di $\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ facce triangolari. Il poliedro reciproco avrà n facce moltilatere di $n-1$ lati ciascuno, ed $\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ angoli triedri. Se colle espressioni *poliedro completo*,

moltifacciato completo (analoghe alle espressioni *poligono completo, moltilatero completo*) s' intenda rispettivamente più punti nello spazio e l' insieme dei piani da essi determinati; e più piani nello spazio e l' insieme dei loro punti d' intersezione, potrà dirsi che ad un poliedro completo di n vertici corrisponde un moltifacciato completo di n facce. Queste figure dello spazio projettate nel piano ortografico danno allora origine alle stesse figure delle complete, che si ottengono coll' intersezione dei fasci. La reciprocità delle figure dello spazio è soggetta ad una simile restrizione a cui sono soggette le figure piane (n.° 60). Questo modo di considerare le figure nello spazio è più conforme allo spirito della geometria superiore (projettiva). Sopprimendo rette e piani (in parte), o la loro prolungazione oltre i vertici e gli spigoli, si ottengono dei poliedri che potrebbero chiamarsi ridotti, quali furono considerati dal Sig. Cremona, e per i quali la reciprocità è completa, come per le figure piane ridotte (n.i 73 e segg. ed 80). Il sistema polare reciproco si presta pure con eguale facilità alle considerazioni relative ai nodi multipli. Supponendo che gli n punti dello spazio siano presi in uno stesso piano, la figura reciproca si riduce ad un fascio di rette passanti per un punto.

71. Noteremo che la stessa indeterminazione, che ha luogo nella scelta dei fasci generatori per passare dall' una all' altra delle due figure, ha luogo pure quando si faccia uso di un sistema polare reciproco, invece dei fasci. Infiniti infatti sono i sistemi polari reciproci, mediante i quali da un diagramma si può passare al suo reciproco dato. Ad un medesimo punto dello spazio corrisponde un diverso piano passante per quel punto, secondo il sistema polare reciproco che si assume: i poliedri reciproci adunque, che colla loro projezione ortografica danno i diagrammi desiderati, possono variare all'infinito. Con un medesimo sistema polare reciproco si possono ottenere infinite figure derivate relative ad n punti A, B, C,..., dati nel piano. Infatti per un punto dato nel piano si può considerare come suo corrispondente nello spazio uno qualunque della normale al piano elevata da quel punto. Vi sono dunque infiniti poliedri nello spazio i cui vertici si projettano nei punti A, B, C... , e variando poliedro si varia la figura derivata, sebbene il sistema polare reciproco di cui si fa uso resti il medesimo.

Simili osservazioni possono farsi qualora data nel piano una figura derivata si tratti di ottenere la primitiva col mezzo di un sistema polare reciproco. Affinchè ad ognuno dei moltilateri completi di $n-1$ lati costituenti la derivata, corrisponda nella primitiva un fascio di $n-1$ rette passanti per un punto, bisogna che i punti nello spazio corrispondenti ai vertici di un moltilatero completo di $n-1$ lati siano scelti tutti in un piano. In generale la scelta nello spazio dei punti corrispondenti ai vertici della derivata, fatta in modo da ottenere la primitiva figura di n punti, dà luogo ad una ricerca analoga a quella fatta sopra, n.i 65 e 66, per determinare i centri dei fasci, che riproducono la primitiva.

72. Si può fare anche un' osservazione simile a quella fatta sopra al n.° 67 nel ripassare dalla figura derivata alla primitiva. Nel poliedro reciproco dotato di n facce moltilatere di $n-1$ lati, possono infatti considerarsi anche le diagonali. Le reciproche di queste diagonali saranno rette passanti per gli n punti reciproci dello spazio, diverse dalle $\frac{n(n-1)}{2}$ rette, che li congiungono fra loro; anche nella pro-

jezione adunque, considerata come derivata della propria derivata, si presenteranno queste rette.

II. Figure ridotte e proprietà meccaniche.

73. *Riduzione delle figure.* — Come fu più volte osservato, il numero delle rette che congiungono fra loro n punti è di $\frac{n(n-1)}{2}$, ed altrettante sono le rette della figura derivata. Quando nelle due figure siano segnate o s'intendano segnate tutte le rette che loro spettano, con tutti i rispettivi nodi, esse sono complete. Nel caso contrario esse possono chiamarsi incomplete o ridotte.

74. Queste figure ridotte s'incontrano direttamente nella Statica grafica, le cui figure reciproche non sono in generale, senonchè le figure finora contemplate, nelle quali sia stato omesso un certo numero di rette o di nodi.

Esse danno luogo ad alcune particolari considerazioni che verremo brevemente esponendo.

75. Le figure possono ridursi sopprimendo tanto nel sistema degli n punti, quanto nella figura derivata due o più rette corrispondenti; oppure sopprimendo nella derivata uno o più nodi, cioè intendendo che le rette che la costituiscono siano limitate di lunghezza, e cessino prima d'incontrarsi nel nodo che si vuol sopprimere; od anche applicando contemporaneamente l'una e l'altra di queste soppressioni. Quando si sopprime una retta nella figura derivata, restano necessariamente soppressi tutti i nodi semplici lungo quella retta; ognuno di essi riducesi all'intersezione di due rette.

76. Una riduzione alla quale giova specialmente portare l'attenzione si è quella di sopprimere un certo numero di nodi e di rette in modo, che lungo una medesima retta conservata si trovi almeno un nodo conservato, o tutt'al più due nodi, semplici o multipli, a cui quella retta appartiene, e che siano conservate tutte le rette, alle quali appartengono i nodi conservati.

La fig. 9 presenta un esempio di tale riduzione. La primitiva è composta di 6 punti, e la derivata ha due nodi multipli, corrispondenti ai quadrangoli completi ADEF e BCEF della primitiva. Si sono conservate tutte le rette relative ai due nodi multipli (1) e (2), e quelle relative ai nodi semplici (3) e (4). Le rette AC, BD nella primitiva, e le corrispondenti *ac*, *bd* nella derivata si sono soppresse: nelle due figure le linee o parti di linee soppresse sono tracciate in linee sottili. Dei 20 nodi, di cui è fornita la figura derivata completa, dieci si sono conservati, fra cui quattro sono riuniti nel nodo quadruplo (1), e quattro nell'altro nodo quadruplo (2): gli altri dieci si sono soppressi.

77. La riduzione qui accennata ha anche luogo qualora con p lati appartenenti ad uno dei moltilateri completi di $n-1$ lati, di cui al n.° 12, si formasse un poligono semplice di p lati, essendo $p \leqq n-1$, avente i suoi vertici in p nodi conservati, spettanti al moltilatero completo. In ogni nodo metterebbe capo, oltre i due lati che vi concorrono, la terza retta che appartiene al nodo, e sulla quale supporremo che non si trovino altri nodi conservati.

78. *Rette interne ed esterne: nodi semplici e multipli.* — In queste figure così ridotte possono chiamarsi *rette interne* quelle su cui si trovano due nodi ad esse spettanti, e *rette esterne* quelle sulle quali non se ne trova che uno. Diremo rette esterne anche quelle su cui trovansi due nodi ad esse spettanti, ma che s' intendano interrotte fra un nodo e l' altro. Una retta interna, interrotta a tal modo, dà luogo a due rette esterne. Così per es. nella figura 9 potrebbe interrompersi la retta che congiunge il nodo (1) col nodo (2), e considerarla come due rette esterne l' una facente capo al nodo (1), l' altra al nodo (2).

79. Quando un nodo è multiplo, le rette che passano per esso, ed alle quali esso appartiene sono più di tre, n.i 56 e 57. Ad un nodo multiplo corrispondono in generale uno o più poligoni completi (con tutte le diagonali) nella figura primitiva. Si possono adunque sopprimere alcune delle rette che concorrono a formare un nodo multiplo, in modo che colle corrispondenti di tutte o di una parte delle conservate, si possa nella figura primitiva formare il poligono semplice (chiuso), od i poligoni semplici (chiusi), a cui quel nodo corrisponde. Si potrà continuare a chiamarlo *nodo*, anche quando sia così ridotto. In un nodo semplice invece non si possono sopprimere rette senza distruggerlo.

80. Consideriamo ora i diagrammi ridotti in modo, che lungo una medesima retta conservata, si trovi almeno un nodo conservato, o tutt' al più due, e che siasi soppresso un numero sufficiente di rette, affinchè ad ogni nodo conservato, semplice o multiplo, corrisponda un solo poligono semplice chiuso.

S' intenderà sempre che per ogni retta conservata nella figura primitiva esista la corrispondente retta nella derivata.

La proposizione del n.° 60, applicata a questi diagrammi può così enunciarsi:

« A rette dell' un diagramma concorrenti in un nodo ad esse comune, corrisponde nell' altro diagramma un poligono semplice chiuso, i cui lati sono rispettivamente paralleli a quelle rette, ed in egual numero di esse. »

Questa proposizione stabilisce una completa reciprocità fra le due figure, poichè il moltilatero semplice è identico al poligono semplice, e cessa quindi la distinzione fatta al n.° 60.

81. La figura derivata, ridotta nel modo qui contemplato, sarà dotata in generale di rette interne e di rette esterne, di nodi semplici e multipli e sarà formata da vari gruppi di nodi, tali che i nodi di ogni gruppo saranno riuniti fra loro da rette interne; potranno inoltre esservi nodi non riuniti agli altri, per i quali passeranno adunque solamente delle rette esterne.

82. *Proprietà fondamentali delle figure ridotte.* — Prendiamo a considerare uno dei gruppi, i cui nodi sono fra loro riuniti da rette interne; ossia in altre parole supponiamo che tutta la figura ridotta presenti l' aspetto d' un solo gruppo di nodi riuniti da rette interne, e per i quali potranno inoltre passare delle rette esterne.

Se non vi sono che nodi semplici, tutta la figura potrà presentare l' aspetto di un poligono semplice, aperto o chiuso, ad ognuno dei cui vertici metta capo una retta esterna, eccetto che nel caso che il poligono sia aperto, mentre allora ai suoi punti estremi (nodi estremi) metteranno capo due rette. La fig. 10 rappresenta un

poligono aperto, ottenuto dalla derivata dei sette punti A, B, ..., G. Esso componesi dei quattro lati o rette interne *ad*, *ac*, *ab*, *ae*, corrispondenti rispettivamente alle AD, AC, AB, AE, e delle sette rette esterne *af*, *df*, *cd*, *bc*, *be*, *ag*, *eg*, corrispondenti alle omonime della primitiva. Se le figure fossero complete avrebbero ognuna 21 retta; in ogni figura si sono dunque soppresse 10 rette. Nella derivata completa vi sarebbero 35 nodi, dei quali 5 sono conservati, gli altri soppressi. In ambedue le figure le rette sono prolungate abbastanza da rendere visibili i poligoni relativi ai nodi.

83. Nel caso che vi siano nodi multipli la figura potrà presentare l'aspetto reticolare, con rette esterne che mettono capo ai punti (nodi) del contorno. La fig. 11 mostra un diagramma ridotto MN, derivato da 10 punti; i nodi (1), (4) sono semplici, i (3), (6) sono quadrupli e corrispondono ai quadrilateri ALGDA, BIHCB della primitiva; i due nodi (2), (5) sono decupli e corrispondono ai pentagoni BILGEB, ALIHFA della primitiva. Siccome 10 punti danno luogo a 45 rette tanto nella primitiva che nella derivata, si vede che sono state soppresse tanto nella primitiva che nella derivata 30 rette, e nella derivata 90 nodi. Nella derivata furono segnate da nodo a nodo le rette interne: le rette esterne invece sono segnate indeterminatamente, cosichè non sono più nella derivata direttamente visibili i vertici dei poligoni corrispondenti ai nodi della primitiva.

84. Considerando queste figure derivate colle primitive corrispondenti osserveremo che:

« Ad una retta interna nella figura derivata corrisponde nella primitiva un lato comune a due poligoni. »

Siccome infatti la retta interna mette capo a due nodi, così la sua corrispondente dev' esser lato tanto del poligono relativo ad un nodo, come del poligono relativo all' altro nodo. Ora nella figura derivata che consideriamo, tutti i nodi sono riuniti fra loro da rette interne; dunque un poligono qualunque della primitiva, relativo ad un nodo N della derivata, avrà uno o più lati comuni con quello o quei poligoni, che sono relativi ai nodi, con cui N è riunito dalla retta o dalle rette interne. Siccome poi due nodi non possono essere riuniti direttamente fra loro da più di una retta interna, così due poligoni della primitiva, relativi a due nodi della derivata, non potranno mai avere più di un lato comune; nè questo lato potrà essere comune a più di due poligoni, mentre una stessa retta interna non può riunire più di due nodi. I due vertici congiunti dal lato comune sono pure comuni.

85. Ora se si abbiano più poligoni semplici (nessuno dei cui lati sia nullo), ognuno dei quali abbia un solo lato comune con un altro, in modo che siano comuni anche i due vertici spettanti a quel lato, ed ogni lato comune non sia comune che a due soli poligoni, cosichè ne risulti un gruppo di poligoni così collegati fra loro, e si sopprimano tutti i lati comuni, i lati residui formeranno un poligono chiuso. I lati di questo poligono si succederanno con ordine determinato, ossia, in altre parole, il poligono chiuso formato dai lati non soppressi non avrà mai tre o più lati concorrenti in uno stesso vertice. Dunque:

« Le rette della figura primitiva corrispondenti alle rette esterne della derivata formano un poligono chiuso, i cui lati si seguono con ordine determinato. »

86. *Il poligono chiuso corrispondente alle rette esterne: ricerche e teoremi.* — Supponiamo ora che sia data la figura derivata, e che si voglia, senza ricorrere alla primitiva, determinare l'ordine col quale nella primitiva si succedono i lati del poligono corrispondente alle rette esterne, le quali mettono capo ai nodi. Osserveremo anzitutto che il perimetro di un poligono si può sempre percorrere in due sensi opposti: intenderemo dunque che l'ordine in cui si succedono i lati sia trovato, quando si assegni quali lati s'incontrano uno dopo l'altro percorrendo il poligono in uno dei due sensi.

Ciò premesso bisogna anzitutto distinguere se nella data derivata i lati dei poligoni relativi a rette concorrenti in un nodo della primitiva siano segnati completamente da vertice a vertice e non oltre: oppure se le rette interne siano bensì segnate da nodo a nodo, ma le rette esterne lo siano solo indeterminatamente, in modo che i vertici di quei poligoni non siano direttamente visibili.

87. Nel primo caso possono farsi le seguenti osservazioni. Si consideri il poligono chiuso formato da quelle rette della primitiva, che corrispondono alle rette esterne della derivata. In uno dei vertici di questo poligono, per es. in A, mettono capo due o più rette. Quando vi mettono capo due sole rette, per es. a' e b', esse non possono essere che due lati successivi del poligono stesso, e nello stesso tempo lati successivi di un altro poligono corrispondente ad uno dei nodi della derivata (che supporremo avere più di un nodo a cui mettono capo rette esterne). Dunque nella derivata le due rette esterne a e b corrispondenti di a', b' metteranno capo ad uno stesso nodo. Quando invece in A mettono capo altre rette oltre le a', b', nella derivata vi sarà un poligono semplice chiuso, formato delle a, b corrispondenti delle a', b', e delle corrispondenti delle altre rette. In questo poligono semplice chiuso le rette esterne a e b formeranno due lati successivi, incontrantisi in un vertice M. Infatti se non fossero successivi dovrebbero esservi frammezzo una o più rette esterne od interne. Ora, rette esterne non vi possono essere, poichè allora il poligono avrebbe più di due rette esterne nel suo contorno, e quindi nella primitiva vi sarebbero più di due rette corrispondenti alle esterne e concorrenti nel punto A, ciò che renderebbe indeterminato l'ordine dei lati del poligono formato dalle corrispondenti delle rette esterne (n.° 85). Nè vi possono essere rette interne, poichè i punti estremi delle interne sono nodi, ed allora le a e b non sarebbero più rette esterne. M non potrà poi essere un nodo nè per a nè per b, altrimenti queste rette non sarebbero esterne: dunque per M, oltre le a e b non passeranno altre rette se non accidentali. Per i vertici del poligono attigui ad M invece passeranno certamente altre rette, mentre quei due vertici sono nodi, a cui appartengono rispettivamente le due rette a e b, che si considerano. Da tutto ciò si vede che una retta esterna a viene incontrata dalla sua successiva b, o nel nodo comune ad a e b, se a e b abbiano un nodo comune, oppure, quando non abbiano nodo comune, in un punto M, al quale non mettono capo altre rette oltre le a e b, se non accidentali. Ora la a' mette capo non solo nel vertice A, ma anche nel vertice B, contiguo ad A, e nel quale deve pure metter capo il lato c', successivo ad a' nel vertice B. Dunque nella a, corrispondente di a', vi sarà inoltre un punto N, nel quale essa s'incontra colla c, corrispondente della c', e per il quale non passano altre rette se non accidentali. Siccome poi la a' mette capo unicamente ai

due vertici A e B, così la retta esterna *a*, oltre i punti M ed N, non ne avrà altri, in cui essa sia incontrata da rette esterne; in M ed N essa è incontrata rispettivamente dalla precedente e dalla seguente retta esterna, e per M ed N non passano altre rette della figura, se non accidentali. In base a quanto precede potremo dunque dire:

« Quando nella figura derivata i poligoni corrispondenti ai nodi della primitiva abbiano i loro lati segnati da vertice a vertice, e non più oltre, le rette esterne vi formeranno un poligono semplice chiuso, i cui lati si succederanno collo stesso ordine, con cui si succedono i corrispondenti lati del poligono della primitiva. »

88. Quando in un nodo della derivata concorrono due, e non più, rette esterne, esse sono successive, come sopra si è veduto, ed il loro punto d'incontro cade in quel nodo. Quando in un nodo concorrano più di due rette esterne, per due di esse uno dei punti M ed N coincide col nodo, per le altre vi coincideranno tutti e due. Notisi però che i punti M ed N relativi ad una data retta esterna, possono coincidere in un nodo, anche per la speciale disposizione delle rette esterne precedente e seguente: tale coincidenza sarà allora accidentale.

89. La proposizione superiore porge il mezzo di determinare l'ordine dei lati del poligono della primitiva, formato dalle corrispondenti delle rette esterne, senza ricorrere alla primitiva stessa. Si noti però che la coincidenza di alcuni dei punti M, N coi nodi della figura, o fra loro, o la loro posizione accidentale sopra altre rette, può rendere indeterminato il problema, od incerta la soluzione.

Nella fig. 12 sono nodi i sette punti (1), (2),..., (7): sono rette interne le undici *il*, *bi*, *ci*, *ch*, *cd*, *hl*, *eh*, *ef*, *eg*, *gm*, *gl*, e rette esterne le sette *al*, *ab*, *bd*, *df*, *fn*, *mn*, *ml*. Quest' ultime formano il poligono semplice chiuso O (1) PQR (4) SO; dal quale si desume, senza ricorrere alla primitiva, fig. 13, che le corrispondenti delle rette esterne si succedono nell'ordine *al* — *ab* — *bd* — *df* — *fn* — *mn* — *ml*. I nodi (1) e (4), in ognuno dei quali mettono capo due rette esterne, sono contemporaneamente vertici del poligono delle rette esterne.

Similmente considerando nella fig. 10 il diagramma derivato, se ne desumerà che l'ordine con cui si succedono nel diagramma primitivo le corrispondenti delle rette esterne, sarà indicato da *af* — *df* — *cd* — *bc* — *be* — *eg* — *ag*, poichè le rette esterne formano il poligono semplice chiuso M (1) NOPQ (5) M, due dei cui vertici, (1) e (5), cadono in due nodi, poichè in ognuno di questi mettono capo due rette esterne.

90. Nel secondo caso, cioè quando nella data figura derivata sia bensì indicata ogni retta interna ed i due nodi ad essa spettanti, ma le rette esterne siano indicate in modo generico, tale cioè che sia bensì indicato a qual nodo ognuna di esse appartiene, ma non quali siano, fra tutti i punti, in cui una di esse è tagliata da tutte le altre, quelli che sono i vertici dei poligoni relativi ai nodi della primitiva; in tal caso i punti M ed N, spettanti ad ogni retta esterna, e di cui sopra n.° 87, non saranno più riconoscibili direttamente; ed allora nel cercare l'ordine con cui nella primitiva si succedono i lati del poligono formato dalle corrispondenti delle rette esterne, si potranno seguire le seguenti avvertenze.

Qualora in uno stesso nodo concorrono più rette esterne, i lati corrispondenti del poligono nella primitiva si succedono l'uno all'altro senza intermezzo d'altri

lati; l'ordine loro può essere quello di una qualunque delle permutazioni di quelle rette esterne.

91. Si cerchi poscia di stabilire un ordine fra i nodi, e ciò osservando: *a*) che due nodi non possono essere immediatamente successivi l'uno all'altro se non siano direttamente congiunti con una retta interna, *b*) che quando un nodo A è direttamente riunito soltanto con un altro B da una retta interna, i nodi A e B si succedono senza altri nodi intermedi; *c*) che quando un nodo A è direttamente riunito solamente con due altri B e C, mediante due rette interne, il nodo A succede immediatamente all'uno e precede l'altro immediatamente; *d*) che quando alcuni nodi A, B,..., M siano successivi immediatamente gli uni agli altri, il primo e l'ultimo di essi nodi non possono essere immediatamente successivi l'uno all'altro, qualora nella figura vi siano ancora altri nodi aventi rette esterne; *e*) che quando un nodo A appartenga mediante rette interne da una parte ad un gruppo G di nodi, e dall'altra ad un altro gruppo G′, senza però che i nodi del gruppo G siano riuniti coi nodi dell'altro gruppo G′, altrimenti che per l'intermezzo del nodo A, allora il gruppo G′ deve considerarsi come una retta esterna spettante al nodo A, nel determinare il posto di questo nodo nel gruppo G. Nello stabilire poi l'ordine delle rette esterne, in luogo della retta esterna appartenente al gruppo G′ si sostituirà l'insieme delle rette esterne spettanti a G′ nell'ordine o negli ordini che loro spettano, prendendo a calcolo non solo l'ordine diretto ma anche l'inverso.

Nell'applicare queste regole si procede come se in tutti i nodi, di cui si stabilisce l'ordine successivo vi fossero rette esterne. Stabilito l'ordine dei nodi si sopprimono quelli, che non hanno rette esterne.

92. Seguendo queste avvertenze si giungerà a stabilire uno o più ordini, con cui nella primitiva possono succedersi le corrispondenti delle rette esterne; eccettuati naturalmente i casi in cui la riduzione delle figure non avesse avuto luogo nel modo che fu supposto superiormente. Quando gli ordini sono più di uno vuol dire che vi può essere più di una primitiva, che può considerarsi come la corrispondente della data figura derivata.

Nella fig. 14 vi sono i dodici nodi (1), (2),..., (12), per i primi otto dei quali passano rispettivamente le otto rette esterne 1, 2,..., 8, segnate in modo generico. Per trovare l'ordine dei lati nel corrispondente poligono della primitiva, osserveremo anzitutto, che per nessun nodo passano due o più rette esterne: trattasi dunque di stabilire primieramente l'ordine dei nodi. Il nodo (1) è unito coi soli (2) e (3); dunque l'ordine di questi tre nodi sarà (2) — (1) — (3) (n. 91 *c*)); dunque (2) e (3) non possono succedersi (n.° 91 *d*)); perciò al (2) non può far seguito che il (12) (n.° 91 *a*)); avremo dunque l'ordine (12) — (2) — (1) — (3), e non potendo succedersi (3) e (12) (n.° 91 *d*)), al (12) non potrà far seguito che il (4); avremo perciò (4) — (12) — (2) — (1) — (3): dunque (4) e (3) non possono succedersi, e quindi al (3) non potrà succedere che l'(11) (n.° 91 *a*)); ed avremo l'ordine (4) — (12) — (2) — (1) — (3) — (11). Così seguitando si vedrà che fra i nodi della proposta figura non è possibile altro ordine che il seguente (1) — (3) — (11) — (5) — (9) — (7) — (8) — (6) — (10) — (4) — (12) — (2). Esclusi i nodi (9), (10), (11) e (12), per i quali non passano rette esterne, l'ordine ci ridurrà al seguente (1) — (3) — (5) — (4) — (8) — (6) — (4) — (2); ed è

con quest' ordine che le corrispondenti delle rette esterne omonime si succederanno nel formare il relativo poligono della primitiva.

Un analogo ragionamento ci condurrà a stabilire per le sue rette esterne della fig. 11 l'ordine: (1) — (2) — (3) — (4) — (5) — (6).

93. Le rette interne della figura data possono costituire una sola serie di triangoli riuniti per modo, che ognuno di essi abbia un lato comune col triangolo che segue, un secondo lato comune col triangolo che precede, ed il terzo lato poi non comune con alcun altro triangolo; ad eccezione però del primo e dell' ultimo triangolo della serie, che avranno ognuno due lati non comuni con altri triangoli. In una tale figura tutti i lati non comuni costituiscono un poligono semplice chiuso, come è facile riconoscere. Tutti i nodi della figura data sono vertici di tale poligono, e percorrendone il perimetro nell' uno o nell' altro senso s' incontreranno successivamente i nodi nell' ordine che si cerca, come si può dimostrare in base alle avvertenze superiori, n.° 91.

94. Indicando dunque coll' espressione *semplicemente connessi* i triangoli disposti nel modo ora indicato, potremo dire:

« Qualora le rette interne formino una serie di triangoli semplicemente connessi, e s'intendano soppressi i lati comuni, i rimanenti lati formeranno un poligono semplice chiuso, i cui vertici saranno formati dai nodi della figura, e saranno disposti nell'ordine stesso in cui sono disposte nella primitiva le corrispondenti delle rette esterne. »

Nella fig. 14ª i lati non comuni sono tutti quelli formanti le crocere (1)(3), (2)(12), (3)(11), (12)(4); ecc., ed inoltre i due (1)(2) e (7)(8); il poligono semplice chiuso formato da questi lati è il (1) — (3) — (11) — (5) — (9) — (7) — (8) — (6) — (10) — (4) — (12) — (2) — (1), che dà appunto l'ordine cercato dei nodi.

95. Qualora il poligono in questione non sia intrecciato, come nella fig. 14ª, esso costituirà il contorno esterno del diagramma dato, come nella fig. 16ª. Percorrendo questo contorno in uno dei due sensi s'incontreranno successivamente i nodi nell'ordine che si cerca.

Nella fig. 15ª il nodo (15) trovasi nel caso della osservazione *e*) del n.° 91. Vi sono qui due gruppi di nodi, il primo (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7) e (15) ed il secondo (15), (8), (9), (10), (11), (12), (13) e (14). Considerando il secondo gruppo come una retta esterna m, passante per il nodo (15), avremo in questo nodo due rette esterne, la 4 e la m. Ora il primo gruppo dà l' ordine seguente: (1) — (2) — (4) — (6) — (7) — (15) — (5) — (3); e, soppressi i nodi (2), (3), (5), (7), che non hanno rette esterne, avremo per le rette esterne i due seguenti ordini: 1 — 2 — 3 — 4 — m, ed 1 — 2 — 3 — m — 4 (vedi n.° 90). Ora alla m dovrà sostituirsi l'ordine 5 — 6 — 7, oppure il 7 — 6 — 5, il quale spetta al secondo gruppo, (escluso il nodo (15)). Si vede adunque che i lati del poligono relativo alle rette esterne possono succedersi nella primitiva nei quattro seguenti ordini: 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7; 1 — 2 — 3 — 4 — 7 — 6 — 5; 1 — 2 — 3 — 5 — 6 — 7 — 4; 1 — 2 — 3 — 7 — 6 — 5 — 4. Se si fosse cominciato a considerare il secondo gruppo, sostituendo al primo una retta esterna, si sarebbe giunti allo stesso risultato.

96. Relativamente al poligono che nella primitiva corrisponde alle rette esterne della derivata, osserveremo ancora che:

« L'area del poligono formato dalle corrispondenti delle rette esterne, eguaglia la somma delle aree dei poligoni relativi ai nodi, prese coi segni che loro competono. »

Infatti se si abbiano due poligoni semplici, chiusi, ed aventi un solo lato comune, e comuni pure i due vertici spettanti a quel lato, e questo lato si sopprima, l'area del poligono formato da tutti i lati non soppressi eguaglia la somma (o differenza) delle aree dei due poligoni primitivi. Questa verità si estende facilmente ad un gruppo di poligoni semplici, ognuno dei quali abbia un solo lato comune, nel modo sopra indicato, con un altro del gruppo.

Per assegnare alle aree dei poligoni il segno algebrico che ad ognuna compete, si noti che se lungo il lato comune le aree dei due poligoni trovansi dalla stessa parte di esso lato le aree devono prendersi con segni opposti, e qualora si trovino da parti opposte devono prendersi collo stesso segno; ed inoltre che qualora il perimetro sia intrecciato, le aree che restano a destra di chi lo percorre, hanno segno opposto di quelle che restano a sinistra.

97. *Le corrispondenti delle rette interne: lati comuni e lati non comuni: rette radiali: il poligono aperto corrispondente ai lati comuni; numero e qualità dei nodi.* — Da queste considerazioni relative al modo con cui sono disposte nella primitiva le corrispondenti delle rette esterne della derivata, passeremo ad esaminare quale disposizione nella primitiva stessa prendano le corrispondenti delle rette interne della derivata.

Considerando il gruppo dei poligoni, di cui al n.° 85, si osservi, che i vertici del poligono semplice chiuso formato dai lati non soppressi presentano questa proprietà: Se il vertice è formato da due lati spettanti ad un medesimo poligono primitivo, a quel vertice non mettono capo altri lati: se invece il vertice è formato da due lati spettanti a due diversi poligoni primitivi, in esso vertice metteranno capo due o più lati comuni spettanti ai poligoni primitivi. Ora ai lati comuni dei poligoni corrispondono le rette interne della figura derivata, ai lati non comuni corrispondono le rette esterne, ed ai singoli poligoni corrispondono i singoli nodi. Se dunque due o più rette esterne mettono capo ad uno stesso nodo, le corrispondenti nella primitiva s'intersecheranno successivamente fra loro in punti, per i quali non passeranno altre rette se non accidentali. Quando invece, nell'ordine dei nodi di cui sopra n.° 91, due nodi P e Q ad ognuno dei quali appartiene una sola retta esterna, sono immediatamente successivi, vuol dire che nel vertice formato nella primitiva dalle corrispondenti di quelle due rette esterne, mette capo anche la retta corrispondente della interna PQ, che congiunge i due nodi in questione. Se invece i due nodi P e Q, ad ognuno dei quali appartiene una sola retta esterna, non sono immediatamente successivi, ma vi siano frammezzo altri nodi R, S, ..., T, non aventi rette esterne, le rette corrispondenti alle interne PR, RS, ..., TQ passeranno tutte per il vertice formato dalle corrispondenti delle rette esterne passanti per P e Q.

98. Oltre a queste osservazioni rammenteremo la proposizione del n.° 21, dalla quale risulta, che ad ogni triangolo della derivata, formato da tre rette interne, ed avente i suoi vertici nei tre nodi ad esse spettanti, corrisponde nella primitiva un nodo per il quale passano le tre corrispondenti di quei lati.

99. Qualora dunque la data figura derivata formi una serie di triangoli semplicemente connessi, quale fu sopra indicata, n.° 93, con lati comuni, lati non comuni e rette esterne passanti per i nodi, potremo compendiare come segue le osservazioni relative al modo, nel quale le corrispondenti delle rette della data figura derivata si distribuiscono nel costituire la primitiva:

Nella data figura derivata sono da distinguersi tre specie di rette, cioè le *esterne*, i *lati non comuni* dei triangoli ed i *lati comuni*. Se si chiami *ordine dei nodi* quello che si ha percorrendo il poligono dei lati non comuni, potrà dirsi che: le corrispondenti delle esterne formano un poligono semplice chiuso, i cui lati si succedono nell' ordine dei nodi; le corrispondenti dei lati non comuni mettono capo con una estremità ai vertici del detto poligono semplice chiuso, e restano distribuite nello stesso ordine dei nodi; le corrispondenti infine dei lati comuni formano un poligono semplice aperto (una spezzata), ai vertici del quale, ed ai suoi punti estremi, mettono capo con l' altra estremità le corrispondenti dei lati non comuni; e ciò in modo che ad ogni triangolo della serie corrisponde un punto per cui passano tre rette parallele ai lati.

100. Nella figura primitiva sono pure da distinguersi tre specie di rette, cioè: le corrispondenti delle esterne, formanti un poligono semplice chiuso; le corrispondenti dei lati comuni, formanti un poligono semplice aperto (una spezzata); infine le corrispondenti dei lati non comuni, le quali congiungono i vertici del primo poligono coi vertici e coi punti estremi dell' altro, e le quali potrebbero chiamarsi *rette radiali*. Il poligono aperto comincia nel punto dove s' incontrano le radiali relative al primo triangolo della serie, e finisce nell' analogo punto relativo all' ultimo triangolo.

Nelle fig. 17 e 18 si vede chiaramente questa disposizione. Alle rette esterne 1, 2, ..., 7 della fig. 17 corrispondono nella primitiva, fig. 18, le 1, 2, ..., 7 formanti un poligono chiuso; ai lati non comuni (1) (2) , (2) (3) , ..., (7) (1) della figura 17 corrispondono le radiali r_1 , r_2 , ..., r_5 ; e finalmente ai lati comuni (2) (7) , (7) (3) , (3) (6) , (6) (4) corrisponde il poligono semplice aperto (la spezzata) T_1 T_2 ... T_5 , che parte dal punto d'incontro delle r_1 , r_1 , e finisce al punto d'incontro delle r_5 , r_5.

101. Nella Statica grafica, nella quale s'incontrano direttamente i diagrammi qui specialmente considerati, le figure riescono generalmente molto intrecciate, specialmente la primitiva. Ma colla guida delle osservazioni superiori, e delle figure 17 e 18, che possono considerarsi come tipiche, sarà sempre facile riconoscere le tre parti organiche tanto dell' una che dell' altra figura, le quali sono nella figura derivata (schema della travatura): le rette esterne (forze esterne), il poligono dei lati non comuni, ed i lati comuni; e nella figura primitiva (diagramma delle forze): i due poligoni, l' uno chiuso (quello delle forze) e l' altro aperto, e le radiali che congiungono i vertici dell' uno con quelli dell' altro. La citata memoria del prof. Cremona contiene alcune figure più o meno intrecciate, in ognuna delle quali si possono facilmente riconoscere le tre parti organiche di cui si compone. (Vedi anche num. 115).

102. Quanto ai nodi della primitiva osserveremo, che se in nessun nodo della data figura derivata metta capo più di una retta esterna, e la figura sia com-

posta di p triangoli ed abbia q rette esterne, la primitiva avrà $p + q$ nodi, di cui q saranno i vertici del poligono chiuso corrispondente alle rette esterne, e p saranno i vertici del poligono aperto, comprendendovi i due punti estremi. In ognuno dei p nodi concorreranno solamente tre rette; in ognuno dei q nodi concorreranno tre rette, e non più, solamente nel caso, che due nodi successivi della data derivata abbiano ciascuno rette esterne; se vi sono nodi senza rette esterne, vi saranno fra i nodi p di quelli, in cui concorreranno più di tre rette. Quando in un nodo della primitiva concorrono r rette esterne, vi saranno nella derivata, oltre i $p + q$ nodi, $r - 1$ punti, nei quali concorreranno solamente due rette, e che saranno vertici del poligono formato dalle corrispondenti delle rette esterne: per q dovrà intendersi in questo caso il numero totale delle rette esterne diminuito di $r - 1$.

103. *Proprietà meccaniche: teoremi fondamentali: poligono delle forze: poligono funicolare.* — Chiuderemo il presente studio coll'aggiungere alle osservazioni di natura geometrica fin qui fatte, un cenno intorno alle proprietà meccaniche delle figure considerate. Come proposizione fondamentale, da cui si derivano le altre, può riguardarsi la seguente:

« Se due lati di un triangolo formato da tre degli n punti A, B, C,... rappresentino la grandezza e la direzione di due forze, la posizione delle quali sia data dalle rette derivate di quei due lati, la derivata del terzo lato darà la posizione della loro risultante, mentre il terzo lato stesso darà la grandezza e direzione della risultante stessa ».

Questa proposizione si dimostra osservando, che la derivata del terzo lato passa per i punti d'incontro delle derivate degli altri due lati. Costruito dunque il parallelogrammo delle forze la posizione della risultante coinciderà colla posizione della derivata del terzo lato.

104. Questa proposizione fondamentale si può estendere nel modo seguente:

« Formando con un certo numero delle rette, che congiungono i punti A, B, C,... un poligono semplice chiuso, avente i vertici in alcuni dei punti A, B, C,..., e riguardando uno dei lati di questo poligono come indicante la misura e la direzione della forza risultante, di cui gli altri lati indichino la misura e la direzione delle componenti, la posizione della risultante sarà data dalla retta derivata di quel lato, qualora le derivate degli altri lati diano la posizione delle componenti ».

Ciò si dimostra componendo successivamente le forze date col parallelogrammo delle forze, colla quale operazione non si fa che costruire una parte della figura derivata.

105. Questa proposizione porge il mezzo di trovare la posizione della risultante di un dato sistema di forze in un piano, senza costruire successivamente i parallelogrammi delle forze.

Basta infatti costruire un poligono semplice ABC ... M, i cui lati successivi AB, AC,... siano equipollenti alle date forze. I vertici B, C,... ed i due punti estremi A , M di questo poligono si considerino come formanti una figura, e le forze date come altrettante *rette diverse* spettanti alla sua derivata, vedi n.° 30. Si aggiunga ai punti A, B, C,..., M un altro punto O, e si costruisca il moltilatero, nella derivata, relativo al punto O, e del quale un lato, per es. quello corrispondente

ad OA, sarà arbitrario, vedi n.° 39. I lati di questo moltilatero, che corrispondono alle OA, OM, s' incontreranno in un punto per cui passerà la derivata di AM, cioè la cercata risultante, la quale sarà data in grandezza e direzione dalla AM stessa, n.° 17.

Se M coincide con A, le corrispondenti delle OA, OM saranno due rette parallele, aventi una distanza finita d l'una dall'altra, oppure coincideranno in una sola retta. Nel primo caso il dato sistema di forze equivale ad una coppia, che può essere misurata dal prodotto $OA \times d$, nel secondo caso esso è in equilibrio.

Il poligono ABC ... MA chiamasi *poligono delle forze,* il poligono relativo al punto O dicesi *poligono funicolare.*

Questo procedimento può applicarsi anche nel caso, che le date forze siano parallele, vedi n.° 55. Allora il poligono delle forze si distende lungo una linea retta AM; il punto O dovrà prendersi fuori di essa retta.

106. *Equilibrio d' un nodo: equilibrio d' una travatura reticolare.* — Se ad un nodo semplice della figura derivata si applicano tre forze equipollenti rispettivamente ai tre lati del triangolo relativo a quel nodo, le tre forze si faranno equilibrio. Ora il perimetro del triangolo può percorrersi in due sensi opposti, dunque vi sono due sistemi, ciascuno di tre forze, che nelle date condizioni sono in equilibrio, quando siano applicate ad un nodo semplice: le forze di un sistema hanno la stessa intensità e direzione di quelle dell'altro sistema, ma il senso opposto.

107. Ad un nodo multiplo della figura derivata corrisponde nella primitiva uno o più poligoni completi, n.° 57. Se con tutti o con una parte dei lati di uno di questi poligoni si formi un poligono semplice chiuso, avente i suoi vertici in alcuni degli n punti A, B, C, ..., e si applichino al nodo in questione altrettante forze equipollenti ai lati del poligono così formato, il nodo sarà in equilibrio sotto l'azione di queste forze. Anche qui osserveremo che il perimetro del poligono può percorrersi in due sensi opposti, e che quindi due sono i sistemi di forze, che nelle date condizioni possono applicarsi al nodo considerato.

108. Nelle figure ridotte di cui al n.° 80, ad un nodo dell' una figura corrisponde sempre un solo poligono semplice chiuso dell' altra. Potremo adunque dire che un nodo qualunque resta in equilibrio sotto l'azione di un sistema di forze equipollenti ai lati del relativo poligono. Ed anche qui osserveremo che due sono i sistemi di forze che corrispondono alle poste condizioni.

109. Estendendo questa considerazione a tutti i nodi della figura derivata, potremo dire, che tutti i nodi della figura resteranno in equilibrio, quando ognuno sia assoggettato all' azione di un sistema di forze equipollenti ai lati del rispettivo poligono.

110. Se ora si considerino due nodi così equilibrati, ed i quali siano immediatamente riuniti da una retta interna, si vedrà che nella direzione di quella retta agiscono due forze, una applicata ad un nodo, l'altra applicata all' altro; poichè i due poligoni relativi rispettivamente a quei due nodi, hanno un lato comune a quella retta interna. Ora due sono i sistemi di forze che possono applicarsi ad un nodo, e due pure i sistemi che possono applicarsi all' altro per equilibrarli nelle date condizioni. Fra le quattro combinazioni che si possono fare ve ne sono due, per ognuna delle

quali le due forze agenti nella direzione della retta interna avranno senso opposto. Nell'una di queste combinazioni queste due forze tenderebbero ad avvicinare i nodi, nell' altra ad allontanarli; ed in ambidue i casi le forze avranno eguale intensità. In questi due casi si potrà dunque sostituire alla retta interna un'asta rigida, e sopprimere le due forze che agiscono secondo quella retta. Avremo così un sistema di due nodi riuniti da un' asta rigida, e sollecitati ciascuno da forze: il sistema sarà in equilibrio, e l' asta rigida sarà compressa o stirata, secondochè si applichi l' una o l'altra combinazione, e reagirà sui nodi, sostituendo le due forze soppresse. Se si percorrano i perimetri dei due poligoni relativi ai due nodi nei sensi corrispondenti all' una od all' altra delle due combinazioni contemplate, si troverà che in ambedue i casi il lato comune ai due poligoni viene percorso in un senso per l' un poligono, in senso opposto per l' altro.

111. Questa considerazione si può estendere a tutta la figura derivata. Infatti siccome ogni poligono relativo ad un nodo ha un lato, ed uno solo, comune con un altro poligono, ne viene che si potrà sempre stabilire per ogni singolo poligono quel senso di percorrerne il perimetro, il quale soddisfaccia alla condizione: che il lato comune a due poligoni qualsiasi resti percorso in un senso quando si percorre il perimetro di uno dei due poligoni, ed in senso opposto quando si percorre il perimetro dell' altro.

Scelto a piacere per un poligono qualunque, che si consideri come il primo, il senso di percorrerne il perimetro, resterà determinato il senso, secondo il quale deve percorrersi il perimetro di ognuno degli altri poligoni. E siccome il perimetro del primo poligono può percorrersi in due sensi opposti, ne viene che vi sono due maniere di percorrere i perimetri dei poligoni in modo da soddisfare alla condizione superiore. Si osservi inoltre che per ognuna di queste due maniere i lati non comuni dei poligoni restano percorsi l' un dopo l' altro in un determinato senso. Secondochè si sceglie l' una o l' altra delle due maniere, il perimetro del poligono formato dai lati non comuni resta percorso in un senso o nel senso opposto.

112. Se adunque nell'equilibrare tutti i nodi della figura derivata si scelgono le forze equipollenti ad uno di questi due modi di percorrere i perimetri dei poligoni, ne viene che nella direzione e posizione di ogni retta interna vi saranno due forze, agenti in senso opposto sui nodi riuniti da quella retta. In un caso le due forze tenderanno ad avvicinare i due nodi, nell' altro ad allontanarli; ed in ambedue i casi con eguale intensità. Si potranno dunque sostituire a tutte le rette interne della figura derivata altrettante aste rigide, e sopprimere le forze agenti secondo quelle rette interne. La figura derivata si trasformerà così in un sistema di nodi riuniti da aste rigide, sollecitato da forze applicate ad essi nodi (tutti od alcuni), ed agenti nella posizione e direzione delle rette esterne. Queste forze saranno equipollenti ai lati del poligono formato nella primitiva dalle rette corrispondenti alle esterne. Vi saranno due sistemi di queste forze, che diconsi *forze esterne,* sotto l' azione delle quali i nodi riuniti restano in equilibrio: essi corrispondono ai due sensi nei quali può percorrersi il poligono della primitiva relativo alle rette esterne. Secondochè si sceglie l' uno o l' altro sistema, le aste rigide che sono compresse nell' un sistema sono stirate con egual forza nell' altro, e viceversa.

113. *Determinazione grafica degli sforzi interni d'una travatura reticolare.*— Data dunque una travatura reticolare, il cui schema presenti i caratteri delle figure derivate qui considerate, e dato il sistema delle forze esterne applicate ai nodi, sotto l'azione delle quali essa trovisi in equilibrio, basterà, per avere gli sforzi sopportati dai suoi membri, considerare lo schema come una figura derivata dotata di rette esterne, e cercarne la primitiva. In base alle considerazioni superiori, e limitandosi al caso di uno schema di travatura formato da un sistema di triangoli semplicemente connessi, intendendo ciò nel senso del n.° 94, potremo presentare il problema come segue:

« Una travatura reticolare, il cui schema è formato da una serie di triangoli semplicemente connessi, trovasi in equilibrio sotto l'azione di un certo numero di forze esterne, note in direzione senso e grandezza ed applicate ai nodi della travatura. Domandasi di determinare graficamente gli sforzi interni a cui sono soggetti i pezzi della travatura rappresentati dai lati dei triangoli ».

114. Nel risolvere questo problema potrà procedersi come segue, in relazione a quanto fu sopra osservato n.° 99.

1.° S'intendano soppressi tutti i *lati comuni* dei triangoli formanti lo schema della travatura: allora i *lati non comuni* formeranno un poligono semplice chiuso. Si percorra il contorno di questo poligono procedendo sempre in un senso, e se ne seguino i vertici, che sono i nodi dello schema dato, attribuendo l'indice (1) a quel vertice del primo triangolo, che è formato dai due lati non comuni, l'indice (2) al vertice successivo, e così via fino all'ultimo vertice. Per primo triangolo si prenderà a piacere uno dei due estremi della serie. Si segnino pure i triangoli indicando con t_1 il primo della serie, con t_2 il secondo, e così via fino all'ultimo. Si segnino infine le forze esterne, attribuendo loro lo stesso indice 1, 2, ... del nodo a cui sono applicate, e ciò anche se alcuni nodi mancassero di forze. Quando ad uno stesso nodo sono applicate più forze, ognuna di esse porterà lo stesso indice, distinto con apici crescenti, per es. p', p'', p''', ecc., applicati alle forze prese in un ordine a piacere.

2.° Si costruisca un poligono semplice con rette equipollenti alle forze, prese successivamente una dopo l'altra secondo l'ordine degl'indici crescenti. Quando ad un nodo sono applicate più forze, le loro equipollenti dovranno immediatamente succedersi l'una all'altra, nell'ordine scelto crescente degli apici.

Questo poligono (poligono delle forze) dovrà chiudersi, e si avrà in ciò una prima riprova dell'operazione.

3.° Per i vertici del poligono delle forze si tirino le rette radiali di lunghezza indefinita, cioè le rette parallele ai lati non comuni dei triangoli, e ciò colla legge, che per il vertice formato dalla forza p colla forza immediatamente successiva $p+q$ siano tirate le parallele ai lati $(p)(p+1)$; $(p+1)(p+2)$; ...; $(p+q-1)(p+q)$. Se p e $p+q$, o l'uno dei due, abbiano apici, per l'indice p s'intenderà quello dotato del massimo apice, per $p+q$ quello dotato del minimo.

Ad ogni triangolo dello schema della travatura corrisponderà così una radiale, ad eccezione del primo e dell'ultimo triangolo a ciascuno dei quali corrisponderanno

due radiali. Si segnino con r_1 ambedue le radiali relative al primo triangolo, con r_2 quella relativa al secondo, ecc.

4.° Si formi poscia un poligono aperto (una spezzata) procedendo come segue: per il punto d'incontro delle due rette r_1 si tiri una parallela al lato che è comune a t_1 ed a t_2: dal punto in cui questa parallela incontra la r_2, si tiri una parallela al lato che è comune a t_2 e t_3. E così di seguito.

L'ultima parallela tirata dovrà passare per il punto d'incontro delle due radiali relative all'ultimo triangolo, e si avrà in ciò una seconda riprova dell'operazione.

115. Ogni retta della figura così costruita avrà una lunghezza determinata; e quelle fra queste rette che corrispondono ai singoli lati dei triangoli, formanti lo schema della travatura, indicheranno colla loro lunghezza gli sforzi a cui sono soggetti i pezzi rappresentati da quei lati.

A tutte le rette che concorrono in un nodo della travatura, il quale loro appartenga, possono immaginarsi sostituite altrettante forze, che agiscono su quel nodo, e vi si equilibrano. Se il senso in cui agisce una di queste forze è noto, e si percorra il relativo poligono in modo che il lato corrispondente a quella forza vi sia percorso nel senso in cui essa agisce; il senso in cui sono percorsi gli altri lati del poligono indica il senso nel quale agiscono sul nodo le altre forze. Mediante questa osservazione si potrà decidere quali pezzi della travatura sono compressi e quali sono stirati.

Nelle fig. 17 e 18 il procedimento grafico sopra descritto si riconosce senza ulteriore spiegazione.

Nelle figure 12 e 13 sono applicate due forze al nodo (1), la 1′ e la 1″, e due pure al nodo (4) la 4′ e la 4″. La radiale quindi parallela al lato (1) (2) passerà per quel vertice del poligono delle forze che è formato dalla 1″ colla 2; e la radiale parallela al lato (3) (4) passerà per il vertice formato dalla 3 colla 4′. I nodi (6) e (7) non sono sollecitati da forze esterne, quindi le tre radiali corrispondenti ai lati (1) (7), (7) (6) e (6) (5), cioè relative ai triangoli t_1, t_3, t_5, passeranno tutte tre per quel vertice del poligono delle forze, che è formato dalla 5 colla 1′. Per la speciale disposizione dello schema della travatura queste tre radiali r_1, r_3, r_5 coincidono in una sola retta. Il poligono aperto o la spezzata, relativa ai lati comuni è la ICHEG, la quale comincia nel punto I, dove s'intersecano le due radiali r_1, e finisce in G, dove s'intersecano le due radiali r_5.

Nella fig. 11 i lati comuni dei triangoli sono (2) (6), (2) (5), (5) (3), soppressi i quali, resta il poligono intrecciato (1) (2) (3) (4) (5) (6). Il poligono delle forze è il CEGDFHC. La spezzata è la BILA, la quale parte dal punto d'intersezione delle due radiali r_1 e finisce in quello d'incontro delle due radiali r_4.

Si noti che se lo schema dato della travatura ha n nodi, le radiali saranno in numero di n; due di esse porteranno l'indice 2, due l'indice massimo $n-2$; il numero dei triangoli sarà $n-2$.

116. Osserveremo finalmente che lo schema della travatura (prescindendo dalle forze esterne), le rette radiali, ed il poligono semplice aperto (la spezzata) presentano la seguente relazione: Il poligono semplice aperto può considerarsi come

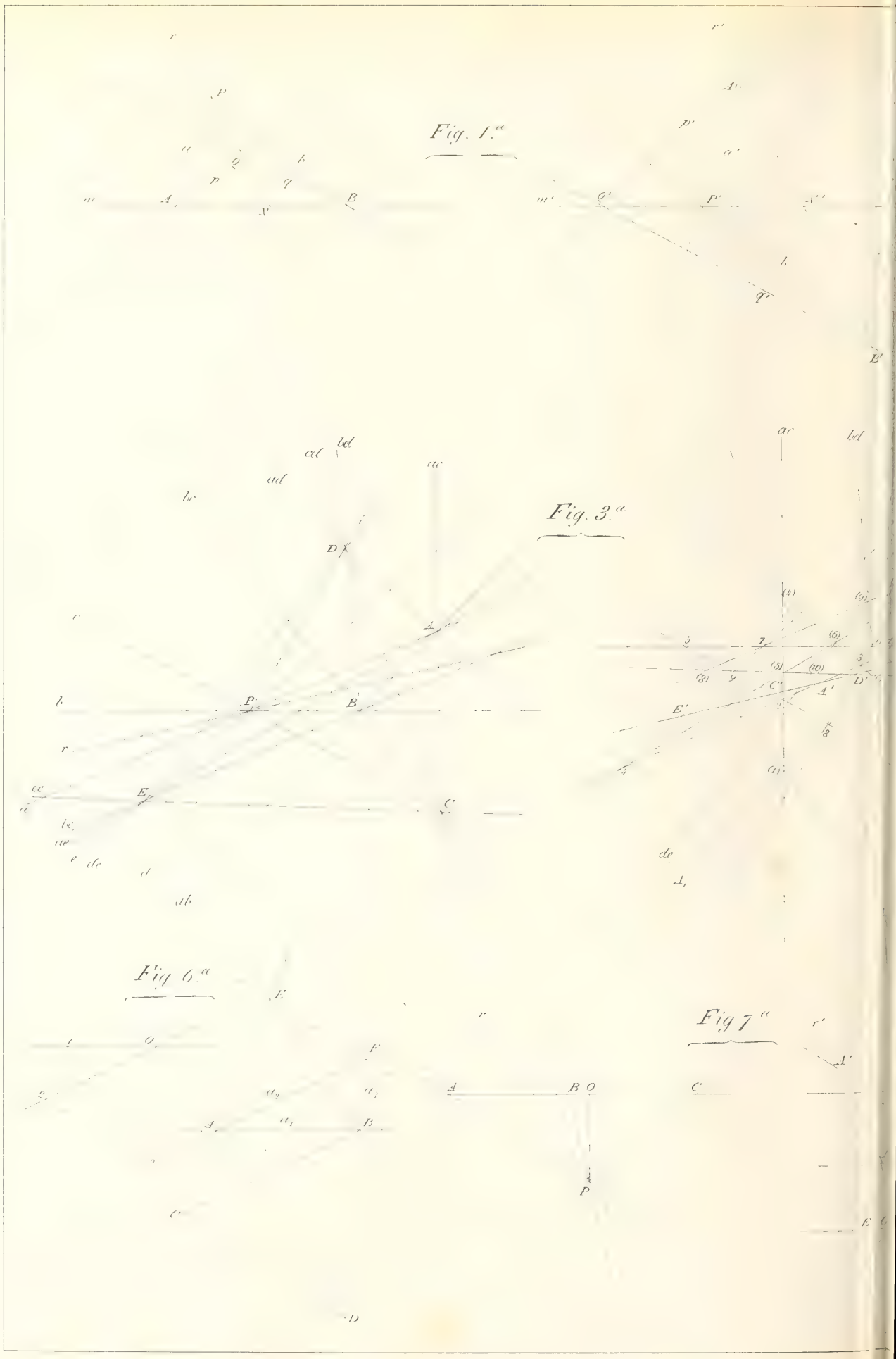
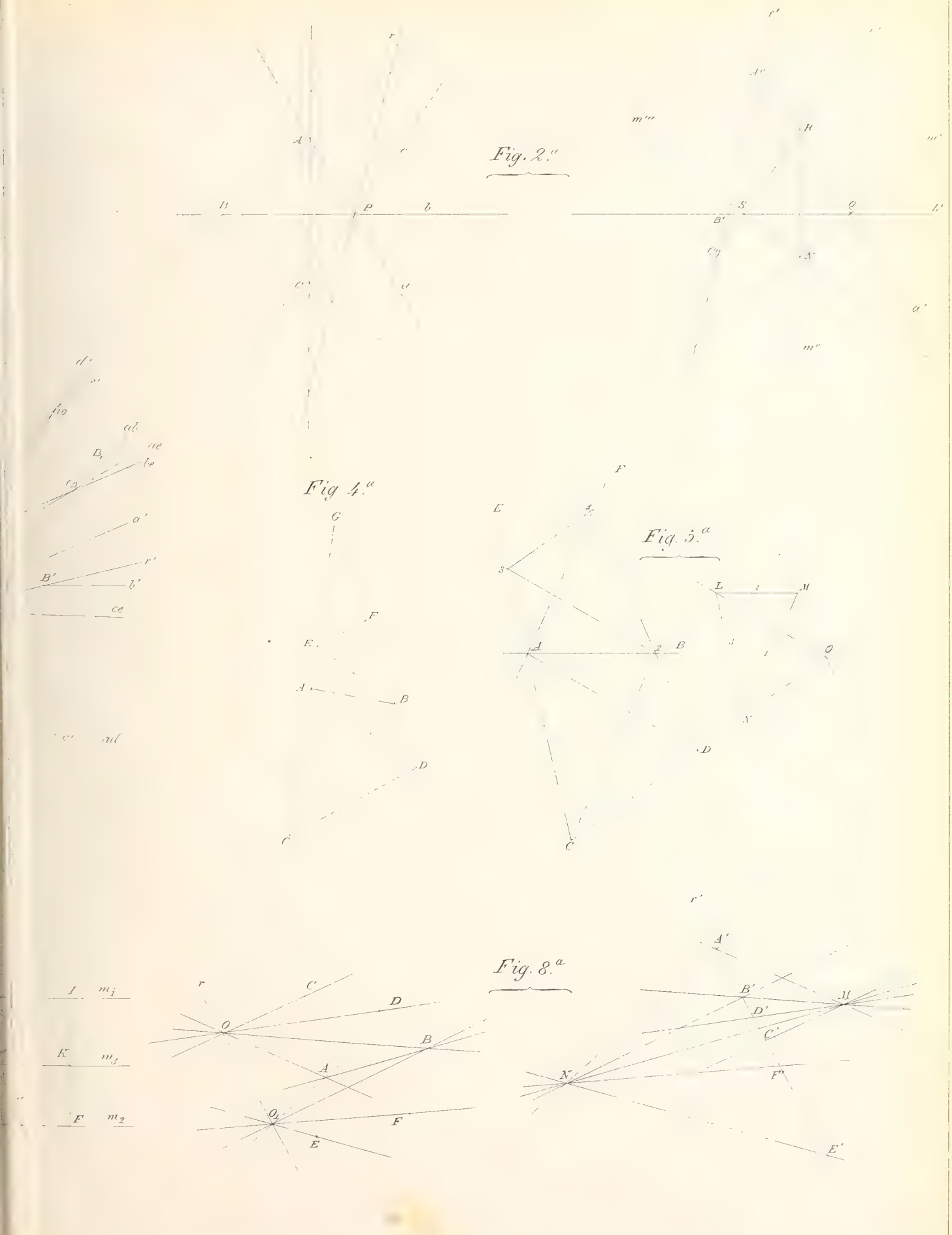


Fig. 1.ª
Fig. 3.ª
Fig 6.ª
Fig 7.ª



Lit. Martelli. Roma.

Act. de la S. Académie des Sc. Lincoln

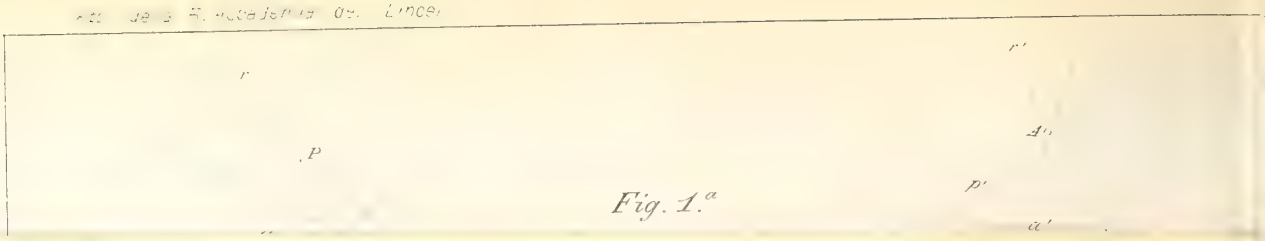


Fig. 1.ª

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

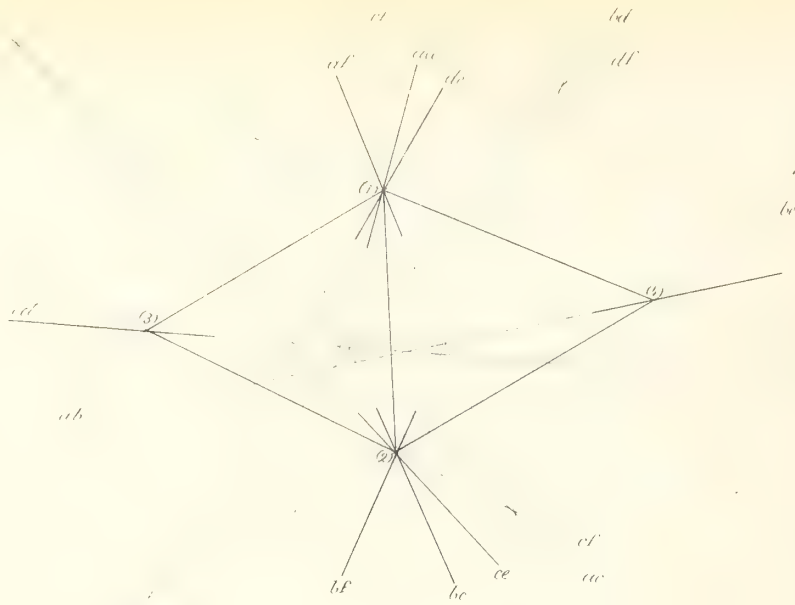
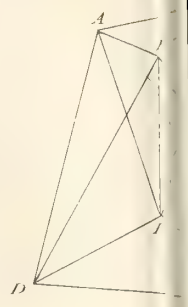


Fig. 9.ª



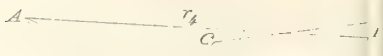


Fig. 11.ª

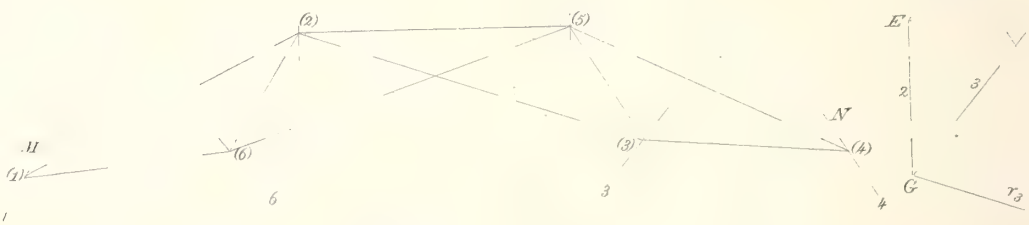
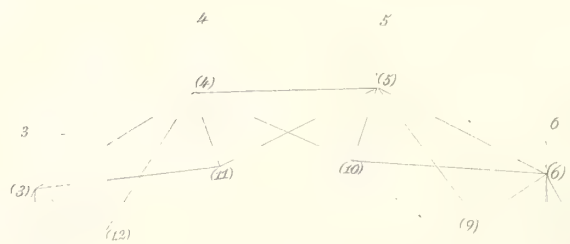


Fig. 14.ª



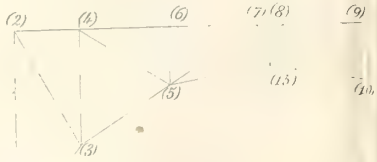


Fig. 15.ª

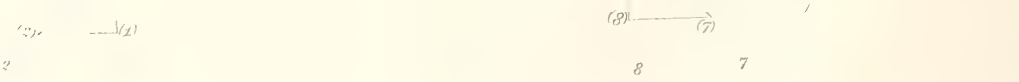
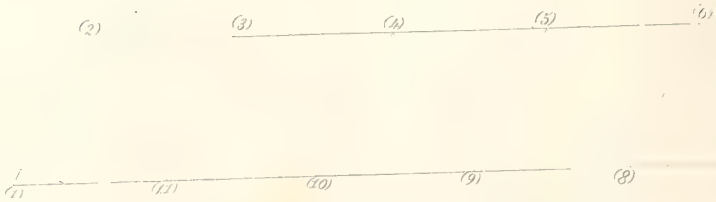
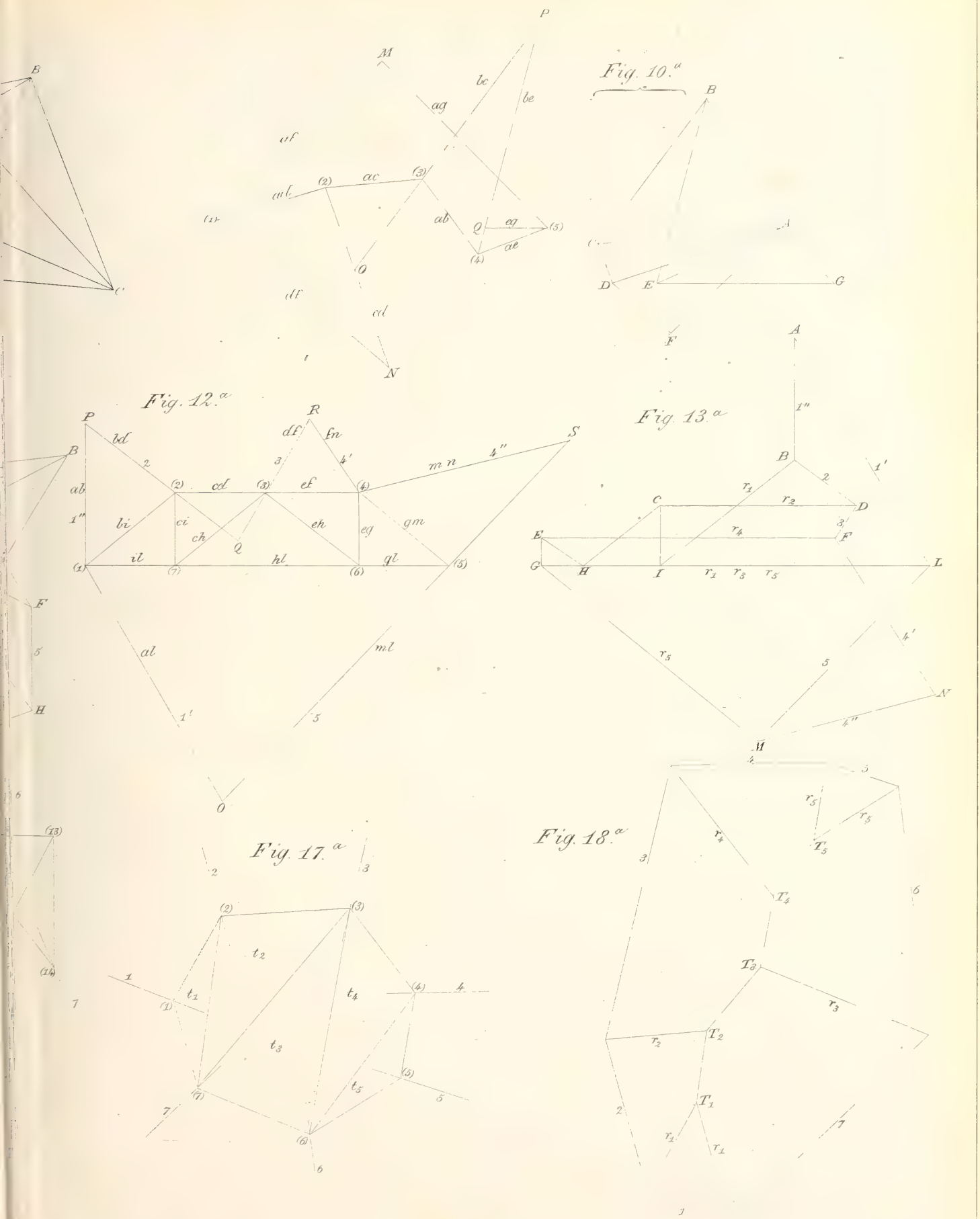


Fig. 16.ª





Lit. Martelli Roma

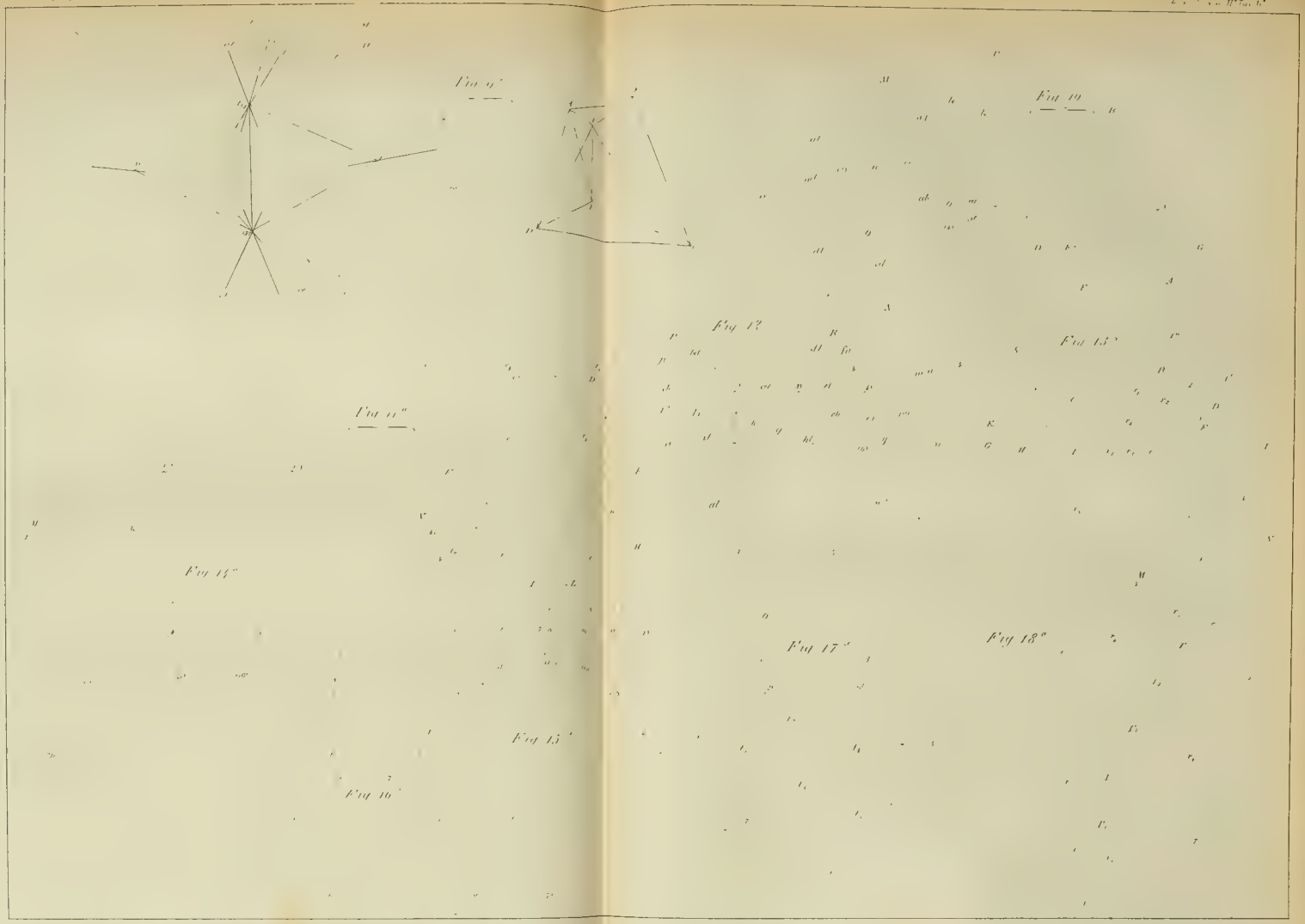


Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17
Fig 18
Fig 19

un poligono funicolare, le radiali come forze che lo tengono in equilibrio (la cui intensità non è però data dalla loro lunghezza); allora il poligono dei lati non comuni, nello schema della travatura, è il rispettivo poligono delle forze, ed i lati comuni rappresentano gli sforzi sopportati dai singoli lati del poligono funicolare.

Quando nello schema della travatura mancano i lati comuni, o quando gli sforzi da essi sopportati si annullano, allora la travatura trasformasi in un semplice poligono funicolare: il poligono aperto (la spezzata) riducesi ad un punto, nel quale concorrono le radiali (vedi fig. 10).

Lo sviluppo ulteriore di queste ricerche, l'esame dei diversi casi particolari, e l'indicazione dei procedimenti da adottarsi per ridurre al caso sopra contemplato anche quei casi che si presentano diversamente, spetta specialmente alla Statica grafica ed esce quindi dai limiti prefissi al presente studio.

Sullo scheletro di un mostro vitellino sternopago.

Memoria di LEONE DE SANCTIS

letta nella sessione del 2 maggio 1875.

1.° *Condizioni generali del corpo.* — Nel rivestimento cutaneo era facile vedere come i due individui avevano comunanza in tutta la regione corrispondente al tronco, dalla base del collo fino al pube; erano cioè fusi nella linea mediana toraco-ventrale; e la pelle, come un sacco, racchiudeva le cavità toracica ed addominale di entrambi; mentre invece ciascuno di essi aveva liberi i suoi quattro arti e pure libero aveva il collo, il capo e la coda; perfettamente come in un individuo normale. Tra le parti sporgenti della pelle vi erano le due orecchia di ciascuno, regolarmente sviluppate, e distinte per tutta la loro lunghezza. Del pari regolari erano i contorni delle aperture labiali, palpebrali, e nasali.

Premesse queste notizie a riguardo della cute, e, non potendosi dare una descrizione anatomica dei visceri, essendo stati già asportati, quando io riceveva il mostro, credo utile solo ricordare le condizioni anatomiche della cavità toracica ed addominale. Queste due cavità erano separate dal diaframma, il quale risultava dalla fusione de' due diaframmi di ciascuno individuo, al punto da sembrare unico; le medesime avevano tale ampiezza, da dimostrare, con tutta evidenza, che corrispondevano esattamente alla intera comunanza fra loro delle singole cavità proprie di ciascuno individuo.

Relativamente agli organi contenuti nella cavità addominale, per le anzidette ragioni, nulla si potrebbe dire se essi fossero duplici, o unici per fusione; mentre invece, per la integrità del diaframma, essendo restata intatta la cavità toracica, si è potuto studiare le condizioni di quelli ch' essa conteneva. E quindi si vide l' apparecchio respiratorio essere affatto duplice, con due trachee, e due pulmoni, ed il cuore, per l'opposto, unico, e racchiuso in un solo ed ampio pericardio; però appariva chiaro, nella sua costituzione, che esso risultava dalla fusione dei due cuori di entrambi gl' individui, e la sua particolareggiata descrizione, mi riserbo dare in prosieguo. Da questo unico cuore si originava il sistema vascolare, il quale però ben presto riprendeva il tipo della duplicità.

2.° *Generalità sullo scheletro, e sue misure.* — Tralasciando tutti gli altri particolari anatomici, che non si allontanano dal tipo regolare, avuto riguardo allo sviluppo conforme al normale di ciascuno dei due individui, incomincio la descrizione dello scheletro; nel quale principalmente, in un modo molto spiccato, si rileva la maniera in cui i due individui si sono fusi in un corpo unico non solo, ma pure le diverse modificazioni, che ciascuno presenta rispetto all' altro, e ciò determinate,

o dallo adattamento per tale fusione, ovvero dal relativo grado di maggiore o minore sviluppo di una parte, rispetto alla sua omologa.

A facilitare un' accurata descrizione dell' esemplare in discorso, si è collocato lo scheletro (come si vede dall' annessa tavola) con gli arti pelvici sopra un piano inferiore, e con i toracici sopra un altro piano superiore, di guisa che la posizione, dei due individui, non è più la orizzontale, come nella specie, ma la verticale; essendo questa, delle anormali posizioni, la più conveniente al caso presente, e che meglio si presta a determinarne i rapporti, e a considerarne i particolari. Per questa stessa posizione si ha, che una sola superficie sternale si presenta all' osservatore, e questa è chiamata anteriore, mentre la opposta è detta posteriore; e così pure anteriori sono denominate quelle altre parti, che parimenti si presentano innanzi all' osservatore, e posteriori le opposte a queste; sicchè quattro arti toraco-pelvici sono anteriori, e quattro posteriori; e similmente per ciascuna delle due teste bisogna distinguere una superficie anteriore ed una posteriore. Ciò posto, con la parola mostro intendo dire dei due soggetti, che a loro volta diventano per così dire le due metà costituenti un unico corpo mostruoso, e volendo separatamente parlare di ciascuno di essi, mi valgo delle parole, soggetti, individui, gemelli ecc. distinguendo col N. 1, l' individuo a sinistra della tavola; e col N. 2, quello a destra.

La semplice ispezione del mostro in discorso farebbe sorgere nell' animo il dubbio, se i due individui siano affatto uguali fra loro, ovvero se l' uno superi l'altro, o se invece si compensino reciprocamente ed alternamente. Per determinare con sicurezza, quale di queste tre ipotesi corrisponda al fatto, ho sentita la necessità d' istituire un rigoroso esame basato sulla esatta misurazione delle singole parti di ciascun soggetto, e tutto ciò si rileva dalle tabelle annesse alla presente memoria.

La 1ª tabella di misure in due serie parallele (colonne F. H.) contiene le cifre delle singole misure spettanti a ciascuno individuo. Or mettendo a confronto le cifre corrispondenti delle stesse parti dei due soggetti, ne risulta una serie di differenze, che, per tenerne conto, ho notato nella colonna I, e per maggior precisione sono le cifre precedute da segni +, o —, a seconda che la misura, rapportata unicamente all' individuo N. 1, come termine di paragone, era eccedente oppure inferiore. E perchè meglio risultasse la differenza delle suddette cifre in un modo più definito, le ho rapportate ad alcuni dati termini, cioè di *massima*, *media*, *minima* e di *eguaglianza*, distinguendo ciascuno dei primi tre termini ancora in due serie coi segni +, o — a seconda dell' eccesso o del difetto della cifra differenziale, in rapporto sempre, come si è detto, con l' individuo N. 1; e tutto ciò particolareggiatamente si rileva dalla Tabella II.ª Questa stessa poi è servita di base alla compilazione della IIIª tabella, in cui le differenze, sempre distinte co' segni + o —, e parimenti le eguaglianze sono assegnate alle varie regioni, delle quali si vedono ancora tutte le misure

Infine la tabella IVª presenta il riassunto generale di tutte le misurazioni, in quanto che si ha una prima colonna con le sei regioni del corpo, la seguente col numero corrispondente delle misure di ciascuna di esse, e poi succedono tre colonne in cui vi sono tutte le rispettive misure, nell'una le misure in meno, nell' altra le misure in più, ed in ultimo le eguali. Questa tabella dimostra ancora che il capo,

gli arti toracici, ed il torace, presentano cifre con i tre segni (—, +, =) mentre il bacino gli arti pelvici, ed il corpo presentano cifre solo con i due segni (— =).

In ultimo dalle 55 misure, giusta la tabella II^a, si ha per risultamento la seguente divisione; 31 in meno, 15 in più, e 9 uguali; e se a queste nove cifre uguali si aggiungano ancora le sei misure toraciche comuni della colonna K della I^a tabella, si avranno quindici cifre eguali, e così, per ultimo risultamento, si ha che le 61 misure del soggetto N. 1, rapportate al N. 2, ci presentano 31 misure in meno, 15 in più, e 15 uguali, il che vuol dire che nell' altro individuo si avrà l' inverso cioè 31 in più, 15 in meno, e 15 uguali. Ed in tal maniera si ottiene dalle prove di fatto delle misure, che i due individui non sono perfettamente uguali, nè l' uno supera totalmente l'altro; ma si compensano reciprocamente, e tale compenso, specialmente nel capo, è veramente mirabile, in quanto che delle 20 misure, 9 sono in meno, 9 in più, e 2 eguali, nell' individuo N. 1, in contrapposto delle 9 in più, 9 in meno, e 2 uguali del N. 2.

3.° *Regione cranica.* — Potendosi rilevare dalle tabelle tutto ciò che riguarda i particolari differenziali nel senso metrico; bisogna anche far rilevare le speciali modificazioni di ciascuna parte dello scheletro.

In prima le condizioni della colonna cranio-vertebrale nei due soggetti offrono le maggiori differenze, rispetto a tutte le altre parti; e tali differenze consistono nella lunghezza non solo, ma anche nelle varie inflessioni, e nelle modificazioni avvenute nelle singole parti componenti la stessa. In quanto alla lunghezza si nota che nel soggetto N. 1 essa è inferiore, sia nella sua totalità, sia anche più specialmente in alcune regioni, come nella cervicale e nella sacro-coccigea.

Riguardo alla sua porzione cranica si ha il diametro occipito-mascellare dello stesso soggetto eccedente (+ 8) e di questa eccedenza ne risente anche l' arco occipito-mascellare. Ed è importante rilevare, che la maggiore lunghezza è dovuta ad un considerevole sviluppo della faccia (+ 9), mentre la porzione cranica tende ad equilibrarsi (+ 1). Quasi come una conseguenza di questo allungamento del cranio può ritenersi il suo restringimento bi-parietale (— 10). La unica misura del cranio, in disaccordo fra la regolarità delle indicate proporzioni, è quella della mascella inferiore, la quale, per la sua lunghezza (— 13) non solo resta inferiore alla omologa dell' altro individuo, ma resta pure inferiore a quella del proprio cranio. Inoltre manca di un dente incisivo posteriore destro; infuori della quale mancanza le due formole dentarie sono perfettamente eguali.

Sotto il rapporto della simmetria debbono rilevarsi parecchie deviazioni, che sono da ritenersi come il risultato dello adattamento delle superficie di contatto fra di loro, condizionate alle pressioni reciprocamente esercitate, sia pel proprio peso, sia per lo allogamento nella cavità uterina; e di ciò si terrà discorso più esteso in seguito. Infatti il lato destro del cranio, N. 2, nella porzione facciale, è come incavato dalla regione cranica del gemello, e la pressione ha esercitato tale una influenza, da produrre perfino uno spostamento dell'orbita, alquanto in alto non solo, ma indietro per 13 mill. ed indentro ancora; di modo che il suo orlo superiore è, per 10 mill. più dell'altro dell' opposto lato, avvicinato alla sutura mediana. A queste condizioni d' inferiorità, che si riscontrano nel cranio del N. 2, si aggiunge ancora un punto di mancata ossificazione sulla parete occipitale, presso la sutura sagittale,

come un foro quasi circolare dell'ampiezza di 5 mill.; ed ancora un' altro, però meno largo, se ne rincontra sullo stesso osso, verso del lato sinistro, presso la sutura lambdoidea corrispondente.

4.° *Regione cervicale.* — Questa regione della colonna vertebrale presenta una ben notevole differenza nei due gemelli, sia nella sua lunghezza, sia nelle sue varie inflessioni, in quanto che nell'individuo N. 1 è più breve (—0.023) segue la linea retta, e la serie delle apofisi spinose si corrisponde nella stessa direzione, solo alla sua base, per la forzata flessione del collo sul torace, durante la gestazione, forma con la regione dorsale, verso il lato destro dell' individuo, un angolo ancora permanente sullo scheletro, malgrado che si sia spiegato il collo nella preparazione, per la migliore posizione relativa dei cranî. Nel N. 2 la inflessione sul torace è simile a quella del precedente, e forma lo stesso angolo con la porzione dorsale; ma invece verso il suo lato sinistro; però la serie delle apofisi spinose non è disposta in linea retta; giacchè vi si osserva una torsione sull' asse vertebrale da sinistra a destra. La differenza, nella lunghezza, di questa regione non dipende già da alcuna mancanza di vertebra, giacchè in tutte e due se ne hanno sette, come normalmente; ma invece è prodotta dalle due seguenti cause. La prima cioè, che nel N. 1 l'altezza di alcune vertebre (5ª 6ª 7ª) è minore; la seconda, che la direzione della serie di queste, in linea retta, come si osserva nell'individuo N. 1, fa occupare la minore lunghezza possibile; laddove nell'altro gemello le vertebre hanno maggiore altezza, e, per quella torsione sull' asse vertebrale, le superficie articolari dei loro corpi, non corrispondendosi esattamente, danno per conseguenza una lunghezza maggiore totale. Oltre a ciò si nota pure, che tanto nel soggetto N. 1, quanto nell'altro N. 2, per quella forzata flessione e compressione sul lato corrispondente di ciascuno, le apofisi trasverse della 3ª e 4ª vertebra sono fuse insieme. Di tali fusioni è facile vederne la ragione, considerando che esse sono avvenute nel lato concavo della curvatura, ove la stessa è più breve, rispetto alla convessità del lato opposto, ove essa è più lunga, e qui le apofisi trasverse delle rammentate vertebre sono perfettamente separate fra loro, tanto che offrono la distanza di 34 mill.; mentre nel lato della flessione se ne hanno appena 22 mill., da potere vedere la riduzione delle due vertebre quasi all'altezza di una sola.

5.° *Regione dorsale.* — Questa regione presenta modificazioni in maggior numero, più rilevanti, e diverse nei due gemelli. La serie dei corpi vertebrali, nella sua curvatura toracica, poco si allontana dal normale, specialmente nell' individuo N. 2, mentre nell'altro, massime nella ispezione dalla cavità toracica, si rilevano risentite deviazioni a destra ed a sinistra, da formare una linea serpentina. Questa linea nello stesso N. 1 offre, guardata allo stesso modo, quattro diverse curvature alternantisi, di cui la 1ª e la 3ª a cavità rivolta verso la destra del soggetto, e la 2ª e la 4ª con la cavità rivolta alla sua sinistra. Giova parimenti notare, che a ciascuna di tali curvature corrisponde un numero pressochè uguale di vertebre, e così si ha che i punti culminanti delle medesime coincidono quasi con la 3ª 6ª 9ª e 12ª vertebra; mentre che nel soggetto N. 2 la serie dei corpi vertebrali offre pure deviazioni, ma solo verso le sue estremità cervicale e lombare. La 1ª forma una curva con la cavità rivolta a sinistra di questo soggetto, il cui punto culminante coincide con la 3ª vertebra dorsale, e l' altra con la cavità verso la sua destra, il cui

punto culminante coincide con la 12ª vertebra. Inoltre, nella stessa ispezione dalla cavità toracica, si osserva nel medesimo N. 2 una direzione obliquamente inclinata da destra a sinistra, che le vertebre hanno, continuandosi dalla cervice ai lombi. Però ad onta di queste notate differenze fra i due gemelli, pure, per essere le due curvature dell'individuo N. 2 più arcuate delle quattro del gemello, e per la forte obliquità del suo asse vertebrale, si ha un perfetto compenso; di modo che l'altezza interna di tutta la regione, misurata col compasso in linea perpendicolare, tra il corpo della 1ª e 13ª vertebra dorsale, in entrambi i gemelli, è uguale (0.170); mentre che, misurata alle apofisi spinose, offre una differenza (— 0,010).

Queste apofisi si comportano ancora esse diversamente. Nel N. 1 alla svariata sinuosità della serie dei corpi vertebrali corrisponde una direzione, nella serie delle apofisi spinose, talmente regolare, che non avrebbe fatto giammai supporre tanta anormalità di direzione, nella serie dei corpi vertebrali, se si fosse guardata solo dal dorso; laddove quasi in contraccambio alla direzione meno irregolare, nella serie dei corpi vertebrali del gemello N. 2, corrisponde una serie di apofisi spinose, la cui direzione serpentina ricorda quella indicata nella serie dei corpi vertebrali del N. 1, ed anche le curve si corrispondono pel loro numero e direzione. Ed in vero questo stesso rapporto indicato fa sorgere il concetto, che il risultato dell'antagonismo delle pressioni si corrisponda in parti diverse ed opposte, e con regolare alternanza. A meglio dichiarare la enunciata idea, bisogna considerare, che gli assi vertebrali toracici sono puranco gli assi direttivi di tutte le altre parti annesse, cioè, dei doppi archi costo-sternali; per conseguenza è evidente, che, nella direzione regolare della colonna vertebrale, le parti annesse si corrispondono con la stessa regolarità; come ogni deviazione dell'asse vertebrale è seguita da corrispondente deviazione nelle parti appendicolari; e quindi, se i due gemelli fossero stati perfettamente liberi nel loro regolare sviluppo, i due assi vertebrali si sarebbero equilibrati in maniera che, essendo equipollenti, si sarebbe ottenuta una perfetta simmetria, come risultato di forze uguali ed opposte. Ma invece nell'individuo N. 1, per costanti e prolungate pressioni, esercitate da parti vicine durante la gestazione, essendosi deviato il suo asse vertebrale, i doppi archi laterali costo-sternali han dovuto trasmettere all'altro individuo siffatta pressione; notando però che l'asse vertebrale del medesimo potendo contrapporre la sua forza di antagonismo, dimostra poco o nulla le ricevute pressioni; mentre le apofisi trasverse, lateralmente situate, dovevano risentire più evidentemente ogni leggiero grado di rotazione del corpo vertebrale; e molto più che, per la loro articolazione con le costole, si trovavano nella condizione di risentire tutte le conseguenze della pressione esercitata dalle stesse; e quindi con l'avanzarsi o indietreggiare, con l'innalzarsi o abbassarsi, in un lato, di un gemello, potevano produrre una deviazione opposta nel lato dell'altro gemello. Le apofisi spinose per essere impari e poste nel mezzo della parte posteriore della massa apofisaria, e più allungate delle stesse apofisi trasverse, dovevano mostrare più manifeste siffatte deviazioni, comportandosi come l'indice di un quadrante, che traduce molto visibilmente i minimi gradi di rotazione dell'asse vertebrale, e si vede quindi la serie delle apofisi spinose del N. 2, la quale rappresenta il vero angolo di convergenza delle forze spiegate dall'asse vertebrale del gemello N. 1, ripetere presso a poco quasi le stesse ondu-

lazioni dell'asse vertebrale del medesimo; e viceversa, la serie delle apofisi spinose del gemello N. 1 ripetere quella meno irregolare direzione dell'asse vertebrale dell'individuo N. 2. Tanto più ciò è possibile in quanto che, durante il corso di sviluppo della ossificazione, i corpi delle vertebre restano per molto tempo divisi dalle appendici apofisarie, che tutto in assieme formano l'anello vertebrale; il quale, persiste ancora, così diviso nei due gemelli. Oltre a ciò le due serie di apofisi spinose sono rivolte quasi simmetricamente verso la parete toracica anteriore del mostro; e le apofisi delle vertebre 9ª e 10ª dell'individuo N. 1 sono saldate verso il quarto della loro estremità libera, ed altrettanto avviene in quelle delle stesse vertebre dell'altro gemello; il quale però, oltre alle maggiori irregolarità che presenta in questa serie di apofisi, com'è stato detto, offre pure la fusione, per tutta la loro estensione, delle apofisi spinose della 1ª 2ª e 3ª vertebra, le quali tutte assieme assumono l'aspetto di una lamina rettangolare.

6.° *Regione lombare, bacino ed arti.* — Le rimanenti parti della colonna vertebrale, il bacino, gli arti pelvici ed i toracici, offrono pochissime differenze, che enumero brevemente. La regione lombare è normalmente sviluppata in entrambi, avendo lo stesso numero di sei vertebre, e queste uguali in grossezza, lunghezza e direzione rettilinea. La porzione sacro-coccigea è quella che offre più differenze nella sua lunghezza totale (— 0.029) nell'individuo N. 1 contandosi 20 vertebre, mentre nell'altro gemello se ne hanno 22. Tale mancanza mi mette nel dubbio però, che abbia potuto dipendere dalla incompleta ossificazione delle due ultime vertebre coccigee, le quali in tal caso avrebbero potuto essere asportate con la pelle corrispondente.

Il bacino, nelle sue 8 misurazioni, dà in eguaglianza 3 cifre, ed in meno 5, il che vorrebbe dire, che questa parte nel N. 1 è alquanto inferiore a quella del gemello.

Dicasi lo stesso per gli arti pelvici, i quali tra 6 misurazioni, danno una sola cifra eguale e 5 in minoranza.

Per contrario un certo compenso si rileva negli arti toracici, i quali, su 10 misurazioni, danno 5 cifre in meno, 4 in più, ed una sola eguale.

All'infuori di queste lievi differenze metriche dette parti non ne offrono altre, essendo le più regolarmente sviluppate, come se appartenessero ad individui normali.

7.° *Regione toracica.* — La regione più importante di questo scheletro è certamente la toracica, nella quale è avvenuta la fusione, ed i gemelli non più si presentano indipendenti fra loro, come allo stato normale; ma invece si comportano, come fossero due metà di un solo soggetto, ed hanno congiunte le loro parti omologhe con tale regolarità, che, piuttosto che una mostruosità, si crederebbe di avere innanzi un vero *Diplozoon paradoxum*, il cui tipo normale organico fosse quello, come la migliore combinazione possibile di due soggetti in uno. Però in tanta regolarità apparente, dovuta principalmente alla combinazione simmetrica delle parti corrispondenti, si rileva una profonda modificazione nei rapporti delle medesime, in maniera da non avere più un torace compresso come in un vitello; ma un torace, nel mostro, a pareti spianate ed appiattite, da ricordare la forma di un torace umano, specialmente, avuto riguardo, che nel descriverlo si terrà conto dei rapporti delle parti secondo la stazione verticale data alla preparazione. La forma generale della cavità toracica è quella di un cono (a sezione orizzontale ellittica) con l'asse mag-

giore bi-vertebrale, con la base in basso, l' apice in alto. Concorrono a formare questa cavità le due colonne vertebrali dei due gemelli, che si trovano a destra ed a sinistra della figura; ed i due sterni che dividono le pareti costali in quattro parti, due anteriori e due posteriori. Il numero di 13 paja di costole, che è normale nella specie, è qui conservato, e naturalmente prendono parte alla costituzione del torace composto 26 paja di costole. Come si osservano differenze fra i due gemelli nell' asse vertebrale, che è proprio di ciascuno, così anche se ne notano negli assi sternali, ciascuno dei quali risulta dal concorso delle metà di entrambi gl' individui. Entrambi gli sterni sono incurvati nella faccia interna, e convessi nella esterna; entrambi hanno falcato il margine rivolto verso l' individuo N. 2, e convesso l'opposto rivolto verso l' altro N. 1; entrambi non sono sulla linea mediana, ma l'anteriore più vicino all' asse vertebrale del gemello N. 1, ed il posteriore è più prossimo a quello del gemello N. 2. Lo sterno anteriore è più breve, ma più largo del posteriore, però, tanto nell'uno, quanto nell'altro, l'estremità, in corrispondenza del manubrio, non è ancora completamente ossificata, per cui è ancora visibile la divisione nel senso longitudinale delle due metà sternali, ed invece le loro appendici xifoidi sono di normale ossificazione. Tutta la parete sterno-costale anteriore è piu convessa, e perciò più distante dal piano bi-vertebrale del mostro; la posteriore è fortemente depressa, e lo sterno corrispondente è alquanto rientrante verso l' interno della cavità toracica, per modo che rispetto all' anteriore è più prossimo al piano bi-vertebrale, e, per la sua maggiore lunghezza, si direbbe comportarsi come un' asse vertebrale rispetto all'anteriore. E se effettivamente s' immaginasse, che al posto dello sterno posteriore ci fosse una vera colonna vertebrale, e che gli archi costali si continuassero (senza l' interposizione delle due colonne vertebrali esistenti) da questo punto allo sterno anteriore, si avrebbe lo aspetto di un torace umano a superficie sterno-costale appianata. E lo stesso si avrebbe nel caso inverso, quando cioè lo sterno anteriore rappresentasse la colonna vertebrale rispetto al posteriore. Però tale rassomiglianza, con l' appianamento caratteristico della parete sterno-costale umana, è solo apparente, essendo grandissima la differenza nel modo onde è costituita tale superficie nello sterno umano, e nel presente mostro sterno-pago. In quanto che il torace umano è a sezione orizzontale ellittica, il cui asse maggiore è il bi-costale, ossia il trasverso, ed il minore è lo sterno-vertebrale, ossia l' antero-posteriore, inversamente a quanto si verifica nel vitello (e negli altri mammiferi a stazione orizzontale) in cui la cavità toracica, pure essendo a sezione ellittica, presenta il maggiore diametro fra lo sterno e la colonna vertebrale; ed il minore fra le costole. E per conseguenza, per ottenersi la supposta rassomiglianza, nei diametri, e nello appianamento della cavità toracica del mostro con quella dell' uomo, vi è stato bisogno del concorso dei due individui vitellini, i quali si sono congiunti reciprocamente nelle loro estremità sternali, per costituire i due sterni, che sono l' anteriore ed il posteriore del mostro. Se in tale costruzione si è ottenuta la rassomiglianza nei diametri toracici, però è da fare rilevare che il modo e le parti concorrenti a tale conformazione si comportano differentemente. In quanto che la parete toracica anteriore umana è costituita dallo sterno e dalle due metà sternali delle costole, e la posteriore dalle due metà vertebrali delle medesime e

dalle vertebre dorsali. Mentre che nel caso presente, non trattandosi di un solo individuo, gli sterni sono due, le colonne vertebrali dorsali due, e le pareti costali sono quattro, di cui due (destra e sinistra spettanti a' due gemelli) formano col relativo sterno la parete toracica anteriore del mostro; e le altre due (destra e sinistra) ne formano col relativo sterno la posteriore. In tal modo si ha, che le pareti toraciche anteriore e posteriore, presentano una grand' estensione ed un appianamento insolito in questa specie; perchè alla loro costituzione han preso parte, non le sole porzioni sternali, o vertebrali delle costole, ma invece esse interamente per tutta la loro lunghezza, che rappresenta nella specie la larghezza vertebro-sternale della parete laterale della cavità toracica. Considerato così il torace nella sua totalità; conviene dire qualche cosa dei lati costali, indicandone le modificazioni avvenute. Il lato costale che più si avvicina alle condizioni normali è il destro del gemello N. 2, le cui costole dalla 5ª alla 13ª hanno la regolare curvatura, e solo le prime quattro hanno direzione più rettilinea, da formare quasi una superficie appianata. Dopo questo lato, per la minore irregolarità, segue il destro del gemello N. 1, il quale però ha solo le 6 ultime costole pressochè regolari, e le altre superiori sono nelle loro metà fortemente depresse, ed incavate leggermente, indizio di subìta pressione in questa regione. Entrambi questi lati destri per la concorde direzione delle loro costole hanno i loro spazî intercostali quasi regolari. Per contrario i due lati costali, che hanno maggiormente sofferto da queste anomale condizioni sono i due lati sinistri; ma però in modo diverso. Nel soggetto N. 1 le prime 4 costole sono perfettamente dritte, e le 3 seguenti hanno quasi la ragolare curvatura; vi ha ravvicinamento degli spazi tra la 6ª e 7ª, e contatto dei margini della 5ª e 6ª; laddove dalla 8ª alla 13ª gli spazi intercostali sono regolari, ma tutte le costole però sono fortemente depresse, da mostrare una superficie concava di adattamento.

Nel soggetto N. 2 l'assieme della direzione delle costole, degli spazi intercostali, ed in gran parte anche delle curve costali, si presenta meno irregolare; però nella 6,ª 7,ª ed 8ª costola si ha l'unico caso della incurvatura falciforme sul margine superiore, associata con depressione sulla convessità costale; mentre, le prime cinque costole sono quasi dritte.

In conclusione il massimo risultato di queste modificazioni consiste; 1° nello avvallamento della convessità dei lati costali per subìte pressioni; 2° nel raddrizzamento delle prime quattro costole, dipendente da reciproche trazioni in senso opposto, che hanno permesso un ampliamento della unica cavità toracica; raddrizzamento avvenuto nelle quattro prime costole di tutti i lati, meno il destro dell'individuo N. 1.; 3° nel ravvicinamento o allontanamento dei margini costali; 4° nella inserzione vertebro-costale e sterno costale, avvenuta sotto un angolo più acuto del normale.

8.° *Condizioni embriogeniche del mostro.* — Dallo assieme delle osservazioni fatte sulla totalità del torace del mostro, e sulle singole parti di ciascun gemello, n'emerge la mirabile armonia, e singolare simmetria nelle parti omologhe, e bisogna riandare i punti culminanti delle fasi embrionali evolutive dei due gemelli, per potere intendere una così regolare combinazione, per costituire un mostro sterno-pago.

In prima, delle varie ipotesi possibili che abbiano potuto dar luogo alla genesi e sviluppo contemporaneo di due embrioni, la più confacente al presente caso, avuto

riguardo alla eguaglianza di sviluppo e simmetria del mostro, è quella di ammettere, che in un solo uovo ci siano state due vescicole germinative, ciascuna delle quali ha iniziato il suo processo evolutivo regolarmente, come se fosse stata isolata; e con la sola particolarità di polarizzarsi, per così dire, nella direzione del loro sviluppo, e comportarsi come due lamine parallele compensatrici. Non è difficile ammettere questa particolare direzione reciproca dei due embrioni, perchè già i teratologi hanno formulata la legge che «*parti omologhe tendono a trovarsi riunite.* Quindi in questo caso la linea vertebrale di ciascuno embrione si è trovata dicontro all'altra. Il processo evolutivo essendosi iniziato contemporaneamente in entrambi, ed essendo per essi anche identiche le condizioni in cui si compiva il loro tranquillo e graduale sviluppo, per qualche tempo i due embrioni, durante lo stato di *nota primitiva*, della formazione delle *lamine dorsali*, della *corda dorsale*, della *doppia serie di corpi vertebrali*, degli *anelli ossei vertebrali*, delle *gemmazioni delle apofisi trasverse*, e dei loro prolungamenti successivi, *le costole*, sono in certo modo rimasti uniti, ma distinti. Come gradatamente gli embrioni si andavano sempre più individuando per la saldatura delle *lamine dorsali* sulla linea mediana dorsale, nella costituzione del *tubo cefalo-spinale;* così anche le altre *lamine viscerali*, a direzione opposta, si andavano sempre più avvicinando sulla linea mediana ventrale, per costituire con la loro saldatura anche esse il *tubo toraco-addominale.* Però, come è noto dall'embriologia, tale saldatura avviene in diverso tempo, nelle diverse regioni; cioè, prima nella testa, poi nel collo, in seguito nella pelvi, nel torace, ed in ultimo, in corrispondenza del futuro addome, in cui le lamine viscerali restano aperte per molto tempo. Nel caso presente la saldatura nella testa, nel collo, e nel bacino, è proceduta regolarmente, ed i due individui in questo tempo erano ancora divisi; in seguito con lo svilupparsi delle costole, atteso la loro lunghezza, lo spazio di separazione si faceva sempre più ristretto fino al punto di toccarsi e comprimersi reciprocamente. Le estremità sternali delle costole sono riunite in qualche modo da una listerella, che va ossificandosi, e che rappresenta la metà dello sterno; ed è quindi facile intendere; (con la ennnciata legge, che, *parti omologhe tendono a trovarsi riunite*, ed anche in forza di quell'altro principio; che, *parti omologhe tendono a variare nella stessa maniera e contemporaneamente)* che le due metà sternali essendo divise, ed il torace ampiamente aperto, per la interposizione dei visceri comuni in ciascuno dei due individui, ne veniva di conseguenza che le due metà sternali di un individuo si dovevano incontrare non tra loro, ma con quelle dell'altro individuo, e tra di esse si dovevano immarginare con la stessa regolarità delle condizioni normali. Oltre a ciò è da far rilevare, che come lo scheletro è rimasto congiunto solo nella linea mediana sternale, e le altre parti dello stesso sono rimaste indipendenti e proprie a ciascuno individuo; così anche è avvenuto per gli organi e gli apparecchi interni, in cui quelli, presso la linea vertebrale, (come l'apparecchio tracheo-polmonale ed il genito-urinario) sono rimasti distinti; mentre ve ne sono di quelli uniti, come il cuore; ed altri, in parte uniti ed in parte distinti, secondo la posizione, come i grandi vasi e l'apparato digerente, che è distinto nell'esofago, perchè il collo era già chiuso in ciascuno individuo, e distinto anche nella estremità anale per la divisione dei bacini.

9.° *Adattamento del mostro alla cavità uterina.* — Una volta stabilitesi queste condizioni embrionali, i due individui hanno regolarmente progredito nel loro sviluppo, fino all'epoca prossima allo sgravo. Ora, come abbiamo già notate le modificazioni speciali avvenute per la congiunzione dei due individui in un solo mostro; così anche, queste condizioni medesime hanno dovuto influire nello adattamento alla cavità uterina; e, riassumendo quanto si è detto precedentemente, nel parlare delle diverse regioni, è utile trattare la quistione anche più estesamente nel senso dello adattamento in generale. In questa specie di ruminanti, che sono abitualmente unipari, la presenza contemporanea di due gemelli nella cavità uterina, costituisce già una certa differenza nella distensione delle pareti di questa cavità, pel maggior volume dei prodotti; nel caso della duplicità non è indifferente la condizione dell'essere i due gemelli perfettamente separati fra loro, il che permette ad essi di adagiarsi nella posizione, che fosse ad un tempo la più comoda per entrambi, e per la cavità uterina stessa, occupando il minore spazio possibile; ottenendo ciò col contrapporre reciprocamente parti dure a parti molli, e parti sporgenti a quelle naturalmente rientranti. Nel caso presente della gestazione del mostro, oltre al fatto della esistenza dei due gemelli, vi è una condizione ancora più sfavorevole nella congiunzione dei medesimi; e per giunta avvenuta in una regione la più prominente e la più estesa del corpo; il che non solo impediva la comoda contrapposizione di parti diverse, ma riuniva in un tutto solo parti più voluminose, e meno compressibili. In tal modo la superficie toracica ha sofferto il maggior numero di compressioni, mediatamente dalle pareti uterine, e direttamente dalle altre parti del corpo che vi si sono addossate. Già è stato precedentemente detto, che i due colli e le due teste erano ripiegate solamente sopra la parete toracica anteriore del mostro, ed in questa stessa parete erano anche addossati e raccolti gli arti toracici e pelvici del lato corrispondente; mentre nella parete opposta si trovavano solamente le due paja di arti. Per conseguenza le ondulazioni per pressioni, prodotte sulle due pareti toraciche, sono diversamente manifestate. In quanto che, oltre ai parziali avvallamenti, già notati nei lati costali, messa in confronto la parete toracica posteriore con l'anteriore, si vede quella manifestamente appianata con lo sterno, lungo il suo asse, rientrante verso la cavità toracica; e quest' ultima invece convessa, con lo sterno alquanto prominente. Però per meglio intendere tali modificazioni non bastano le ricordate condizioni, ma bisogna anche riandare alla posizione, che il mostro aveva durante la gestazione. Dalle notizie raccolte sullo sgravo, effettuitosi con trazioni, operate sugli arti posteriori, e con tale violenza da produrre il distacco di tutta la regione lombare dell'individuo N. 2, e con le successive trazioni sul rimanente, per mezzo degli altri arti posteriori, è data la direzione del mostro nella cavità uterina, nel senso, che il suo asse corrispondeva all'asse vertebrale materno, ed egualmente anche le parti posteriori ed anteriori del mostro a quelle della madre. Conosciuto questo principale rapporto, tutti gli altri dati fanno ammettere, che la parete toracica posteriore poggiava sulla superficie ventrale della cavità uterina, e per conseguenza dovendo sostenere tutto il peso del corpo del mostro, è stata fortemente depressa ed appianata; così pure s'intende come la doppia serie di apofisi spinose delle colonne vertebrali, per diminuire il diametro trasverso, si sia rivolta in alto verso la parete toracica ante-

riore. Per contrario la parete anteriore, trovandosi in corrispondenza della volta uterina, ed essendone separata dalla interposizione delle teste e dei due colli, ha goduto di maggior libertà nel conservare una più normale convessità; ma d'altra parte nei punti, in corrispondenza delle pressioni esercitate dalle due teste, vi è stata una spinta sul manubrio dello sterno, che si è comunicata a tutto il corpo dello stesso, secondo il suo asse, spingendo a sua volta anche le inserzioni costali, ed incurvando persino a falce alcune costole. L'aumento anomalo nel mostro, nel senso del suo diametro bi-vertebrale, e principalmente del bi-sternale, per l'addossamento degli otto arti, quasi tutti in un senso; con l'aggiunta della spessezza delle teste, e dei due colli, ha dovuto produrre una riduzione nel diametro uterino antero-posteriore. Per conseguenza, il raccorciamento delle colonne vertebrali nei due gemelli non essendo possibile, oltre la sua naturale lunghezza dal dorso agli ischii, e dovendosi pur ridurre alquanto, per le esigenze delle pareti uterine, divenute anguste alla occasione; ha dovuto produrre per la forte compressione uterina le indicate flessioni laterali nelle colonne vertebrali, e le saldature nelle apofisi trasverse, e come anche, per differente lunghezza nei due individui, per ineguale compressione dell'uno, rispetto all'altro, vi è stata torsione sull'asse comune del mostro; e di ciò se ne ha una dimostrazione nelle descritte deviazioni della colonna vertebrale e dello sterno.

10.° *Assi del mostro.* — A completare lo studio delle altre quistioni, che possono riguardare il presente mostro, credo utile di parlare ancora degli assi del corpo del medesimo.

Il Geoffroy Saint-Hilaire, dovendo stabilire una unità di linguaggio, nel definire i diversi tipi delle mostruosità, e dovendo fissare alcuni punti fondamentali e costanti, a cui rapportare tutte le altre parti di minore importanza nella descrizione anatomica dei medesimi, adottò le denominazioni di *asse individuale,* che corrisponde alla colonna cranio-vertebrale di ciascuno individuo, componente un mostro multiplo; e di *asse comune* o di *unione,* che corrisponde alla linea di congiunzione dei singoli individui, per costituire un mostro composto. Oltre a ciò, egli stesso dichiarò, che la simmetria bilaterale dell'individuo è conservata anche nel mostro, e per conseguenza le due metà destra e sinistra dell'individuo, in un mostro binario o gemino, corrispondono a quattro metà, e che ciascun margine omologo si congiunge alternamente all'altro; il destro dell'uno al sinistro dell'altro, e viceversa. Da tali condizioni stabilite ne segue, che la simmetria bilaterale dell'individuo è moltiplicata nel mostro; e per convincersene basta ricordare, che in un mostro doppio le parti si corrispondono simmetricamente in rapporto a tre assi, a ciascuno dei quali corrisponde una duplice simmetria; cioè, le due simmetrie bilaterali, in corrispondenza dei due assi individuali, e la simmetria dell'uno e dell'altro gemello, in rapporto all'asse comune di unione. Inoltre nel caso presente di un mostro sterno-pago il contorno della comune cavità toracica si mostra di figura pressochè ellittica, e che si può dividere in quattro parti uguali, o altrimenti in quattro *archi* simili. Tale divisione non è arbitraria, ma è effettuata dall'incontro dei due piani corrispondenti, all'asse maggiore dell'ammessa ellissi toracica, cioè all'asse *bi-vertebrale,* ed all'asse minore cioè *bi-sternale.* La perfetta uguaglianza degli archi di questa ellissi consiste in ciò, che ciascun arco è composto di tre parti, cioè dell'arco costale nel mezzo, e

di due estremità l'una vertebrale (cioè la metà di una vertebra corrispondente), e l'altra sternale (cioè la metà del tratto sternale corrispondente). Nè ciò è una semplice divisione artificiale, ma si basa anche sulla condizione organica dello scheletro; giacchè si sa dall'embriologia, che a ciascuna costola, in un periodo di sviluppo, corrisponde un punto di ossificazione sternale, ed è facile, anche nei mammiferi adulti (carnivori), vedere conservata la divisione trasversa del presterno, del mesosterno, e del xifosterno, nelle sue cinque o sei parti, e come anche in alcuni mammiferi (cetacei *odontoceti*) nell'adulto è conservata la divisione longitudinale, come si vede benissimo nel capidoglio. Tali divisioni trasverse e longitudinali dello sterno persistono anche in molti giovani mammiferi, per un tempo più o meno lungo dopo la nascita, secondo il processo più o meno rapido di ossificazione. Del pari è noto, che le vertebre incominciano con due punti di ossificazione nel corpo, e così anche due sono gli archi neurali, e due le lamine dell'apofisi spinosa, e ciò specialmente si vede nelle cervicali ad apofisi spinose fendute. Cosicchè volendo riassumere tutto ciò in una formola più generale, ciascuno dei quattro archi della ellissi toracica è rappresentato dalla metà di una vertebra tipo, cioè; 1° una semineurospina, 2° un semiarconeurale, 3° un semicorpo vertebrale, 4° una pleurospina, 5° un semiarco ematico, 6° una semiematospina, cioè il punto corrispondente ad un elemento di sterno.

11.° *Costruzioni grafiche.* — Precedentemente è stata riferita la legge formulata dai teratologi, che parti omologhe tendono a ravvicinarsi, e modificarsi simultaneamente e nello stesso tempo. Per quanto questa legge mi par giusta, dal canto suo è insufficiente a far intendere tutte le possibili combinazioni delle singole parti dei diversi individui, e per condurla a questo scopo bisogna svilupparla più ampiamente, acciocchè, fissati alcuni punti principali, questi siano di norma per la determinazione di altri, i quali per cambiati rapporti sarebbero di difficile determinazione. Finchè si tratta di una semplice fusione di due soggetti, regolarmente sviluppati, sarà facile cosa il determinare il modo come si siano congiunte le singole parti; mentre se invece vi sarà sviluppo in eccesso in un individuo, ed in difetto in altro, o che una parte sia stata riassorbita in un solo, o in entrambi, è facile vedere che i rapporti si cambiano siffattamente che, senza una cognizione dei limiti possibili di variazione, non si è al caso di orientarsi. Per tale ragione, profittando della grande simmetria del mostro sterno-pago, ho voluto rilevare dal fatto naturale tutti i rapporti importanti, e per metterli in maggior evidenza mi sono servito di costruzioni geometriche, come si può vedere dalla tavola annessa. La figura schematica adoperata, per rappresentare una sezione della cavità toracica del mostro sterno-pago, è l'ottagono, ad otto angoli eguali, con quattro lati minori, alterni con quattro altri maggiori. Dei lati minori, due opposti rappresentano le due regioni vertebrali, e gli altri due le due regioni sternali. I quattro lati maggiori rappresentano le quattro costole. Ciascuno degli otto lati è stato diviso in tre punti, uno medio e due estremi.

1.° Congiungendo i punti medî opposti dei due lati vertebrali si avrà un asse *bi-vertebrale* (secondo gli assi individuali) che passa pel centro dell'ottagono e lo divide in due metà: parimenti congiungendo i punti medî opposti dei due lati sternali si avrà un altro asse *bi-sternale* (secondo l'asse di fusione) che passa pel centro dell'ottagono, ed è perciò normale all'altro asse, e divide anche esso l'ottagono in

due metà. In tal modo, per la intersezione dei due assi bivertebrale e bisternale, la figura resta divisa in quattro metà uguali fra loro, e simmetriche rispetto ai due assi; le metà adiacenti sono *omologhe*, ma *eteronome*, cioè l'una destra e l'altra sinistra, e le alternanti sono omologhe ed omonime, cioè due destre e due sinistre.

2.° Congiungendo tra loro i quattro punti medî dei lati costali con quattro rette, che non passano pel centro dell'ottagono, si avrà un quadrato a vertici *quadricostali*.

3.° Congiungendo tra loro i punti estremi dei lati vertebrali e sternali, con rette parallele agli assi rispettivi, si avranno due rettangoli l'uno *bi-vertebrale* e l'altro *bi-sternale*. In questi rettangoli si tirino le diagonali rispettive.

4.° Congiungendo tra loro i punti estremi ed opposti dei lati costali con rette, ciascuna delle quali interseca i due assi, si avranno due altri rettangoli *bi-costali*, l'uno destro e l'altro sinistro; il rettangolo destro avrà due vertici vertebro-costali, e due altri costo-sternali destri; il rettangolo sinistro avrà due vertici vertebro-costali, e gli altri due costo-sternali sinistri. Anche in questi rettangoli si tirano le diagonali.

5.° Congiungendo tra loro i punti medî dei lati vertebrali e sternali, con rette parallele ai lati costali, si avrà un quadrato *vertebro-sternale*, cioè con due vertici vertebrali e due sternali.

6.° Prendendo il lato minore del rettangolo bi-costale destro, ed il lato maggiore del rettangolo bi-costale sinistro, ed i due lati dell'ottagono, il vertebrale e lo sternale corrispondenti, si avrà un trapezio *vertebro-sternale*, in cui i lati paralleli sono i due lati minore e maggiore di due rettangoli bi-costali differenti, ed i lati non paralleli sono il vertebrale e lo sternale corrispondenti. Anche in questo trapezio bisogna tirare le diagonali. Ciò che si è fatto per un lato costale si faccia anche per gli altri tre lati, e così si avranno quattro trapezî, che a due a due hanno i lati comuni, o vertebrali o sternali.

Riassumendo le precedenti costruzioni, in prima dalla intersezione degli assi bi-vertebrale e bi-sternale si ha la divisione dell'ottagono in quattro parti uguali, due destre alterne a due sinistre. Si è costruito un quadrato vertebro-sternale, ed un quadrato a vertici quadricostali. Inoltre quattro rettangoli, cioè il bi-vertebrale, il bi-sternale, il bi-costale destro, il bi-costale sinistro, ed infine quattro trapezî vertebro-sternali. In ciascuna di queste figure bisogna considerare i lati, le diagonali ed i vertici, per stabilire se i loro estremi congiungano punti *omologhi*, cioè due punti vertebrali, due sternali o due costali, o *eterologhi*, cioè uno vertebrale ed un altro sternale o costale; come pure determinare se i due punti congiunti siano *omonimi*, cioè entrambi destri o entrambi sinistri, ovvero eteronomi, cioè l'uno destro e l'altro sinistro.

I lati del quadrato vertebro-sternale congiungono punti medî eterologhi, cioè l'uno vertebrale e l'altro sternale. I lati del quadrato quadricostale congiungono punti costali medî, che sono omologhi ed eteronomi. Gli otto lati dei rettangoli bi-vertebrali e bi-sternali congiungono punti omologhi ed eteronomi; mentre invece gli otto lati dei rettangoli bi-costali congiungono punti costali omologhi ed omonimi, quattro destri e quattro sinistri, e ciò perchè essi punti si trovano rispettivamente in due metà opposte, destre o sinistre. I lati paralleli dei trapezî congiungono punti

costali omologhi ed omonimi, due destri e due sinistri, ed i lati non paralleli uniscono punti vertebrali o sternali omologhi ed eteronomi.

Tutte le diagonali dei quattro rettangoli, e del quadrato quadricostale, congiungono punti omologhi ed omonimi destri o sinistri, perchè sono in parti opposte; mentre invece tutte le diagonali dei trapezi vertebro-sternali congiungono punti eterologhi ed eteronomi. I quattro vertici dei due quadrati, dei quattro rettangoli e dei quattro trapezi, si comportano tra loro in diverso modo: 1° nel quadrato vertebro-sternale corrispondono a quattro punti medî, due vertebrali e due sternali, 2° nel quadrato quadricostale a quattro punti medî costali, due destri e due sinistri, secondo le diagonali, 3° nei rettangoli bi-vertebrale e bi-sternale corrispondono a quattro punti omologhi e sono due destri e due sinistri, secondo le diagonali, 4° nel rettangolo bi-costale destro corrispondono a quattro estremi costali omonimi, due costo-vertebrali e due costo-sternali, 5° nel rettangolo bi-costale sinistro si ha lo stesso, con la differenza che i quattro vertici corrispondono a quattro punti costali estremi sinistri, 6° i vertici dei trapezi sono secondo i lati paralleli (cioè il vertebro-costale, e lo sterno-costale), eterologhi ed omonimi, e secondo i lati non paralleli sono omologhi ed eteronomi, e questi lati sono comuni a due trapezi adiacenti, come anche a'lati minori dei rettangoli bi-vertebrale e bi-sternale.

12.° *Applicazioni organiche.* — Sarebbe molto difficile esporre e rendere dimostrabili un gran numero di rapporti senza poter adoperare le precedenti costruzioni grafiche, le quali, una volta che siano ben comprese nelle figure, limitano in un modo definito i rapporti stessi, e permettono di esprimere, per così dire in formole, il concetto sulle possibili o impossibili combinazioni delle parti. Forse considerandosi queste divisioni, che io propongo per la cavità toracica del mostro vitellino sternopago, e che sono applicabili in gran parte anche ad altre regioni, come il cranio, il bacino, ed anche agli apparati doppî, potranno esse giudicarsi artificiali; ma se con lunga meditazione si va addentro in questo concetto, sarà facile persuadersi, come la natura stessa, sotto certe date condizioni, che disturbano il regolare sviluppo formativo di una organizzazione, si vede obbligata dagli ostacoli a lasciare le vie abituali e profittare di quelle, le quali si presentano all'occasione, e percorrendo queste essa arriva allo stesso scopo, compiendo un lavoro organico, più o meno perfetto, secondo che gli ostacoli sormontati, o deviati, hanno con più o meno potenza esercitato la loro efficacia. Le condizioni eccezionali che si presentano, potendo essere moltissime e svariatissime, di breve o lunga durata, di piccole o grandi proporzioni, possono dar luogo a tutte le combinazioni, che, senza quel complesso di concomitanze, si sarebbero ritenute il risultato di un puro artificio mirabile. Non intendo parlare delle forme tipiche, che si potrebbe dire, che la natura fa perfette per la lunga abitudine ereditaria, quasi a stampo; ma di quelle nuove ed ingegnose combinazioni che fa, traendo profitto da ogni piccola risorsa, ed obbligando a collaborare, nel suo stesso intento, forze avverse in quel momento. Di ciò ne fornisce una mirabile prova la combinazione a diverso grado e posizione di due cranii, in cui vi è un nuovo ravvicinamento nelle singole ossa dell'uno con quelle dell'altro, ed in cui vi è un adattamento, fatto ora da accrescimento, ora da diminuzione, ora dalla direzione modificata, e tutto concorrente a dare per risultato una combinazione armonizzata. Non si potrebbe dire in

che modo sia proceduto un così ordinato lavoro organico, e solo ci è dato vederne e studiarne il fatto compiuto; e così, volendo fare le applicazioni dei precedenti rapporti grafici in un modo semplice, mi servo di sezioni tracciate in un senso, o in un altro, secondo cui sono possibili, o impossibili, dei ravvicinamenti. Ciò che io indico con le sezioni schematiche regolate razionalmente dalle linee precedentemente tracciate, secondo il concetto delle varie mostruosità note, in natura può realizzarsi pel concorso di molte e svariate circostanze; come per esempio, la graduale e progressiva atrofia, o l'arresto di sviluppo di una parte di uno dei gemelli del mostro, può dare dei ravvicinamenti che non si verificano in altro caso. Come pure una cagione meccanica, che opera istantaneamente o lentamente, può produrre negli individui in via di formazione, prima della loro fusione, o dopo, degli scollamenti in vario senso; che, se sono entro i limiti di una nuova possibile combinazione, permettono una nuova congiunzione, senza impedire il compimento dello sviluppo completo ad entrambi; ovvero, impedendolo ad uno solo, l'altro gemello può continuare il suo sviluppo, su cui si sovrappone, come a suo corpo, qualche parte sola superstite dell'altro (per esempio un collo ed una testa, oppure una testa sola, o un arto, che vi si adatta in diverso modo); ovvero che il regolare arresto di sviluppo di due metà, destra di un gemello e sinistra dell'altro, dia una combinazione, delle due differenti metà rimaste, in un solo individuo; che potrebbe conservare solo qualche traccia della originaria duplicità, o mancarne affatto, al punto da non fare distinguere un individuo solo da un individuo risultato per fusione di due metà differenti, ma simili, come due gemelli tra loro. Non si creda ciò una combinazione puramente ipotetica o artificiale, giacchè ritornando a mente tutte le diverse combinazioni di mostri doppî in totalità, o in qualche parte, descritti dal Geoffroy Saint-Hilaire, e da molti altri, si può trovare esempî di questi diversi casi. Ed è così anche più facile il trovarne, nel seguire lo sviluppo dei pesci e specialmente dei salmonidi, nei quali i mostri doppî sono molto frequenti, e se ne osservavano a centinaia, come attesta Giraldès, nel laboratorio di piscicoltura di Coste al Collegio di Francia; in cui si potevano verificare negli embrioni tutte le varietà di mostruosità doppie, i cui gemelli erano fusi ora per la testa, ora pei lati, ora pel ventre, ovvero presentavano doppia solo la testa o la coda, ed offrivano anche tutte le gradazioni di fusione più o meno estesa.

Stabilito questo concetto fondamentale, ho eseguito le precedenti costruzioni grafiche nella cavità toracica del mostro sterno-pago, e per mezzo di determinate sezioni si possono rilevare i possibili ravvicinamenti o distacchi di parti, e qui s'indica per via di separazione o decomposizione, ciò che potrebbe aversi per via di congiunzione teratogenica. Giova anche notare, che ciascuna parte omologa ha un lato destro, ed un lato sinistro, l'anteriore e il posteriore, il superiore e l' inferiore, e dippiù ciascuna metà di una parte omologa, poniamo il semisterno destro, è omologo col semisterno sinistro corrispondente dello stesso individuo, come col semisterno sinistro dell'altro, e si può combinare egualmente con uno dei due; come pure, esso è omologo col semisterno destro dell'altro individuo con cui può avere anche una congiunzione, ma però con altri rapporti, e non possono le due metà destre integrarsi tra loro per formare l' intiero, essendo condizione necessaria che le due metà, per congiungersi normalmente siano omologhe, ma eteronome, cioè l'una destra e

l'altra sinistra. Così pure l'omologia si potrebbe estendere anche a quelle parti diverse, le quali per ragione del tipo di costruzione organica sono normalmente congiunte fra loro, come l'estremità vertebrale di una costola destra, si può fissare col lato vertebrale corrispondente, sia dello stesso individuo, come di un altro, ma non si potrà comportare come fosse una estremità sternale, congiungendosi col lato sternale corrispondente o di altro individuo; e così si dica per l'estremità sternale di una costola che potrà unirsi a due semisterni corrispondenti di uno o di altro individuo, ma non con le vertebre, e la stessa difficoltà si ha nel ravvicinamento tra vertebre e sterno.

Da tutto ciò che si è detto sarà possibile indicare con poche parole che una sezione, secondo l' asse bi-sternale, isolerebbe perfettamente i due individui, una sezione, secondo l'asse bi-vertebrale, darebbe due individui, ciascuno composto di due metà di due gemelli. Così pure le sezioni, secondo le diagonali bi-vertebrali e le bi-sternali, dividendo il mostro in due parti uguali, potrebbero permettere il completarsi di ciascuno con parti di due individui. Anche nella sezione, secondo la diagonale bi-costale destra e sinistra, si ha la divisione in due metà eguali di due individui, ed il punto medio costale sarebbe il punto comune di fusione tra la metà sternale e la metà vertebrale di una costola. Secondo queste divisioni ciascuna metà avrebbe tutte le parti componenti di una cavità toracica, cioè vertebra, costole, e sterno prese, o date, per così dire, ora dall'uno, ora dall'altro individuo. Facendo invece le sezioni, secondo le due parallele agli assi bi-vertebrale, o bi-sternale, la cavità toracica sarebbe divisa in quattro modi ciascuno dei quali darebbe due parti disuguali, l'una maggiore e l'altra minore; la parte minore sarebbe in difetto, o dello sterno o della colonna vertebrale, mentre invece la parte maggiore potrebbe completarsi in una cavità toracica anomala, che avesse o due sterni, o due colonne vertebrali. La sezione, secondo le parallele alle diagonali bi-costale destra e sinistra, darebbe anche otto parti disuguali nelle quattro diverse sezioni praticate, di cui quattro minori e quattro maggiori.

Queste sezioni capitano sui trapezii vertebro-sternali, la porzione minore, per mancanza di una costola, avendo l'elemento vertebrale, lo sterno, ed una sola costola, non può costituire una cavità toracica; e del pari la porzione maggiore, avendo l'elemento vertebrale, lo sternale e tre costole, queste non permettono, col ravvicinamento, la formazione di una cavità toracica, perchè vi sarebbe incontro di un estremo vertebrale di una costola e di un estremo sternale di un' altra. Per modo che un atrofia, o un arresto di sviluppo, che avvenisse in uno degli embrioni in via di fusione, secondo l' uno degli indicati trapezii vertebro-sternali, non renderebbe possibile all'altro il seguire il suo corso, per dar luogo ad un mostro unicorporeo, con qualche residuo dell'altro individuo; ma dovrebbe avvenire il riassorbimento di una delle due costole estreme per potere aversi o l' incontro con lo sterno, se la costola ha l' estremo sternale libero, o della vertebra se la costola ha invece libero l' estremo vertebrale.

Anche quando si asportasse, secondo le diagonali dei trapezii, una piccola parte, come uno sterno ed una costola, le due colonne vertebrali rimaste con uno sterno e tre costole non potrebbero dare col ravvicinamento una possibile cavità toracica, per-

chè i due estremi sarebbero fatti da vertebre e da estremi sternali di costole, che non permettono saldature. Per conseguenza dai diversi casi di combinazioni presentate, e da tante altre che si potrebbero fare sulle figure, ne viene d'importante, che tanto nella congiunzione di due gemelli per fare un mostro, come nella scomparsa di qualche parte di uno di essi, per dar luogo ad un solo individuo con parti in eccesso, vi può essere una economia o una esuberanza entro certi limiti, varcati i quali, o non raggiunti, non è possibile combinazione di sorta, e dei due gemelli nessuno potrà andare più in là di un dato periodo di sviluppo, e ne seguirà un aborto mostruoso.

Tutto ciò che ho detto, se non è interamente applicabile, gioverà a mettere la mente in caso di potere meglio addentrarsi nella quistione, e tutto ciò che di opposizione o di ulteriore sviluppo ne potrà seguire, da parte di chi avesse occasione di occuparsi di questa intricata quistione, sarebbe tanto di guadagnato. Io mi sono limitato nel caso presente dello sterno-pago a studiare in questo modo solo il torace, ma con poche modificazioni si potrebbe applicare questo processo d'investigazione, anche per chiarire il modo di combinazione in vario grado di due cranii, fino a farne un solo, e così anche pel bacino, e per la ripetizione e simmetria degli organi interni, che possono essere o secondo la simmetria individuale, o secondo quella del mostro.

Non ho creduto superfluo estendermi in molti particolari nello studio del presente mostro sterno-pago, che è uno dei più importanti pel tipo, e perchè, ad onta di una fusione così estesa, i due individui erano regolarmente giunti a quel grado di sviluppo prossimo al parto, che se esso fosse stato felice, come ha avuto occasione di vedere Geoffroy Saint-Hilaire a Parigi nel 1831, ed il mostro avesse potuto essere assistito da cure intelligenti, pel regolare sviluppo, e per le buone condizioni di salute, avrebbe potuto seguitare a vivere anche dopo la vita estrauterina, ed offrire largo campo di osservazioni.

L'importanza dello studio del modo di produzione dei mostri doppî, e delle loro singole particolarità, ha richiamato sempre l'attenzione dai più antichi ai moderni, e qui basta ricordare Aristotile, Gesner, Aldrovando, Belon, Fabricio d'Aquapendente, Harvey, Wolff, Tiedemann, Vottem, Haller, Geoffroy Saint-Hilaire, Allen-Thompson, Coste, Serres, Schultze, Reichert, Valentin, Lereboullet, Lesauvage, Davaine, Broca, Bert, Panum, Dareste ecc.

Quantunque in questi ultimi tempi, per opera del fisiologo danese Panum e di Dareste, si è cercato di studiare lo sviluppo dei mostri nelle uova di pollo, e questo ultimo, in circa venti anni di diligenti ricerche di teratogenia, in molte migliaia di embrioni di pollo, ha potuto osservare una trentina di casi di diplogenesi e di mostri doppi in via di formazione; pure con tanto lavoro fatto resta moltissimo a farsi, ed è tuttora viva la quistione sulla divisione del germe, o sulla fusione degli embrioni nella costituzione di un mostro doppio, avendo il Broca sostenuto la prima opinione, ed il Dareste la seconda, nell'adunanza antropologica di Parigi del 4 Dicembre 1873. Non potendosi avere una prova sperimentale, perchè non è possibile di potere seguire lo sviluppo di un mostro, come si fa di un pulcino semplice, questa quistione sarà difficile risolverla direttamente, e quindi bisogna tener conto di tutte le menome osservazioni, nei casi che capitano, per definirla. Pel momento mi pare che la teorica della fusione possa spiegare un maggior numero di fatti; ed alcuni rapporti di po-

sizioni e di certe parti, che non si potrebbero altrimenti intendere. Credo potere essere utile il riferire che nelle statistiche dei parti osservati in mandre numerose di cavalle, che sono unipare, meno rarissime eccezioni, non si hanno casi di mostruosità doppia; mentre che nelle vacche, in cui il parto gemino non è rarissimo, circa il 5 per mille si hanno di tanto in tanto dei mostri doppi, e così anche questi sono più frequenti nelle pecore che sono il 20 a 30 $^0/_0$ gemellipare, e nelle gatte e nelle troie che sono multipare. Anche nella specie umana, in cui la gemellipa-rità non è rarissima, i mostri doppî non sono relativamente difficili, ed alcuni hanno destato l'ammirazione popolare e scientifica per molto tempo della loro vita, come Elena e Giuditta, Rita e Cristina, Millie e Cristina, ed i fratelli Siamesi. Inoltre al presente che vi è un vivo movimento tra i fautori ed oppositori della teorica darwiniana, lo studio delle mostruosità può fornire importanti risultamenti in proposito, giacchè l'ipotesi del trasformismo darwiniano si può ridurre ad una modificazione teratologica embrionale, quando sia così lieve da non impedire la vita, e che possa anzi essere utile nella lotta per l'esistenza.

13° *Considerazioni generali.* — Nell'unione dei due gemelli vi può essere un rapporto differente tra l'asse di fusione e gli assi individuali. Nel caso dello sterno-pago i tre assi sono quasi paralleli tra loro, ma in altre combinazioni può darsi, che gli assi convergano nell'estremo cefalico, ed aversi un mostro unicipite e bi-corporeo, ovvero nell'estremo sacrale, e così dalle teste e colli, ed anche di parte o di tutto il torace distinti, si va a finire in un corpo solo nella regione sacrale o pubio-addominale. Oltre all'essere i due assi paralleli e convergenti ad angolo cefalico o sacrale, questi due angoli possono spiegarsi in una retta continua, ed allora nel primo caso i due estremi cefalici si toccheranno, come nel caso dell'epicomo, ovvero spiegando l'angolo sacrale, gli estremi cefalici saranno ai due poli opposti del mostro. Meglio che i mammiferi e gli uccelli si prestano a mostrare tutte le gradazioni dei suddetti rapporti i pesci, ed ancora meglio di tutti i serpenti, il cui corpo può nella sua distensione paragonarsi ad una retta. Cade qui acconcio il ricordare le osservazioni fatte da quel felice ingegno del nostro Redi sopra un serpentello da due teste, e due brevi tratti di collo, che si biforcavano da un corpo unico in tutto il rimanente.

Nell'esame anatomico Redi trovò due trachee, due pulmoni, due esofaghi, due stomachi e un solo intestino, due fegati, due cistifellee, due cuori, con due pericardii distinti, ed un solo apparato maschile normale, come in un individuo solo. Come si vede in questo esempio, i due embrioni si avvicinarono e si riunirono sotto un angolo acutissimo posteriore, per guisa che per buon tratto vi è stata una perfetta sovrapposizione dei due individui; la cavità toraco-addominale era unica, con duplicità dei visceri contenuti, ed infine, in avanti, tutto era sdoppiato, e le due teste ed i due colli erano come di due individui differenti. Ammettendo il caso che quella unione si fosse estesa ancora dippiù anteriormente, fino al punto da unificare i due colli e le due teste, l'osservatore si sarebbe trovato di contro ad un individuo, apparentemente unico, ma in realtà originariamente doppio; e se nell'esame anatomico avesse trovato duplicità di visceri interni, con ogni probabilità avrebbe creduto trattarsi di anomalia per duplicità di organi, senza forse sospettare, che la ragione di ciò fosse stata la originaria duplicità embrionale; e tanto meno avrebbe supposto la

vera cagione, se i visceri stessi si fossero ancor' essi perfettamente fusi. Oltre a questo esempio credo utile ricordare che il Panum, nelle sue numerose osservazioni di embrioni di pollo, ne ha notato due, in cui l' individuo era unico ed il cuore doppio. Così pure vi sono numerosi casi di biforcazioni a diverso grado nella coda dei pesci, dei serpenti e dei ramarri. Le osservazioni sulla vita dei mostri con estesa fusione nel corpo, sono molto scarse, trovo nel Redi che il suo serpentello bicipite era vivace, e le due teste avevano movimenti perfettamente indipendenti; dopo 21 giorni che l'ebbe, in cui non prese cibo, al principio di febbraio morì nel mattino la testa destra, e la sera dopo 7 ore la sinistra; e ne attribuisce la morte agli strapazzi da lui fattigli nel forzarlo a mordere alcuni animaletti, per fare le sue esperienze. Di un vitello unicorporeo bicipite a cranii comunicanti con due cervelli, di cui ho fatto una pubblicazione, seppi che, nei tre giorni di vita che ebbe, spesso batteva al muro una delle teste per liberarsene, come di un corpo estraneo, di un parassita; e mentre una bocca era sul capezzolo per succhiare, l'altra eseguiva anche per conto suo dei movimenti con le labbra, e per la comunicazione della faringe avveniva che, non potendosi formare il vuoto, per l'apertura della bocca dell'altro, la suzione non si effettuava, e fu ciò forse la cagione della morte.

Da questi fatti ora ricordati, e da tutto l'assieme di quelli precedentemente esposti, vorrei trarre una conseguenza la quale potrà sembrare arrischiata, ma non mi pare impossibile: che vi possa essere una perfetta fusione di due individui in uno solo, tanto nelle specie animali, che nell'uomo stesso, e che possa vivere i suoi giorni, senza che nè altri, nè egli stesso, ne abbia alcun sentore. L'essere questo fatto passato inosservato finora non dovrebbe fare meraviglia, considerando che l' esattezza nella ricerca anatomica non è di lunga data, e che il numero degl'individui, soggetti ad esame, è relativamente molto ristretto. Intanto chi sa che i numerosi casi indicati come anomalie organiche, come asimmetrie, come ermafrodismo, non siano tracce residuali di una originaria duplicità embrionale? e che le molte autopsie fatte, senz' alcun sospetto di ciò, non abbiano trascurato alcune altre minute osservazioni, che avrebbero potuto fornire schiarimenti complementari? o infine che tali meravigliose fusioni si siano compiute in maniera da non offrire indizio all'occhio di sagace osservatore, ed a'mezzi ora adoperati? Certo che vi sono molti altri casi in cui la scienza non può indagare la vera ragione dei fatti, la quale non manca, ma non la si scorge, come per esempio, quando si tratta di assegnare la sede a tanti evidenti fenomeni morbosi o psicologici. Se la ricerca anatomica fosse insufficiente a rilevare la duplicità dell'essere, potrebbe aversi anche qualche altro criterio che, se non riuscisse a risolvere direttamente la quistione, potrebbe però farla intravedere, e questo criterio si otterrebbe dalle manifestazioni psicologiche e dalle azioni dell' individuo. Quello che si è detto nel caso del vitello bicipide unicorporeo, che urtava una delle sue teste, per liberarsene come di corpo estraneo, e che voleva poppare contemporaneamente con entrambe le bocche, come a gara, mentre unico era l'esofago, ed il rimanente dell'apparato digerente, indica nei due esseri un contrasto interiore, un disaccordo, che si manifestava a quel modo. Ora se anche, ad onta di una completa e perfetta fusione fisica, persistesse la duplicità del carattere speciale a ciascuno, e che per giunta fosse differente e con-

traddittorio, un tale soggetto sarebbe una vera attuazione del « *si e il no nel capo mi tenzona* » e rassomiglierebbe veramente a nave, che da contrarii venti è combattuta; e dai due caratteri opposti si avrebbe, o un predominio alterno dell'uno sull'altro, da tradursi in una oscillazione, in un'altalena continua, come l'irresolutezza d'animo; o un equilibrio forzato e fugace, che sarebbe cagione di un fiero antagonismo, di un conflitto perenne, da potersi spingere fino all'alienazione mentale, o ad inesplicabili e folli contraddizioni, di cui potrebbero essere tristi esempii, Nerone, ed Amleto.

In conclusione, qualunque possa essere l'accettazione di questo mio concetto generale, resta sempre questo fatto, che un individuo, risultante dalla fusione di una originaria duplicità embrionale, si avrebbe quando i tre assi di un mostro doppio, cioè quello di fusione, ed i due assi individuali coincidano perfettamente sulla medesima linea; e d'altra parte, quando i tre assi fossero ad una distanza minima, si avrebbero tracce residuali della duplicità primitiva, e così si andrebbe oltre al punto, che quanto più si allontanino i due assi individuali, tanto più la distinzione dei gemelli sarà manifesta, ed infine un grado ulteriore darebbe luogo ad una completa separazione.

I.ª Tabella generale

A	B	C	D	
Num. progressivo	REGIONI DEL CORPO	PUNTI ESTREMI DELLE MISURE	POSIZIO DELLE PAR SECONDO LA T	
			Ant.	*I*
1	Corpo	Lunghezza cranio-coccigea	»	
2	»	» della porzione cervicale della colonna vertebrale.	»	
3	»	» della porzione toracica	»	
4	»	» della porzione lombare	»	
5	»	» della porzione sacro-coccigea	»	
6	Capo	Diametro occipito-mascellare	»	
7	»	Arco occipito-mascellare	»	
8	»	Diametro bi-parietale	»	
9	»	» bi-auricolare	»	
10	»	Distanza fra le due orbite	»	
11	»	» fra i due fori sott'orbitarî	»	
12	»	Altezza dell'orbita	ant.	
13	»	Idem	»	l
14	»	Larghezza dell'orbita	ant.	
15	»	Idem	»	l
16	»	Distanza orbito-mascellare	ant.	
17	»	Idem	»	l
18	»	Distanza orbito-occipitale	ant.	
19	»	Idem	»	l
20	»	Altezza dall'osso basilare al vertice	»	
21	»	Diametro verticale del foro occipitale	»	
22	»	Idem trasverso dello stesso.	»	
23	»	Lunghezza del mascellare inferiore	»	
24	»	Altezza della sua branca montante	ant.	
25	»	Idem	»	l
26	Torace	Altezza misurata allo sterno	ant.	
27	»	Idem	»	l
28	»	Detta misurata alle costole.	ant.	
29	»	Idem	»	l
30	»	Diametro bi-sternale	»	
31	»	Idem	»	

sure dello scheletro.

F	G	H	I	K	L
Cifre spettanti allo stesso	Individuo a destra designato col N. 2.	Cifre spettanti allo stesso	Differenza rapportata al N. 1.	Cifre comuni ai due individui	ANNOTAZIONI
0.990	»	1.020	— 0.030	»	Dal bordo incisivo del mascellare superiore all'estremo del coccige.
0.089	»	0.112	— 0.023	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra cervicale a quella della 7ª.
0.150	»	0.160	— 0.010	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra dorsale a quella dell'ultima.
0.103	»	0.103	0.000	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra lombare a quella dell'ultima.
0.288	»	0.317	— 0.029	»	Dal bordo sup. del primo pezzo del sacro all'estremo del coccige.
0.210	»	0.202	+ 0.008	»	Dal bordo incisivo del mascellare superiore al tubercolo occipitale.
0.270	»	0.250	+ 0.020	»	
0.082	»	0.092	— 0.010	»	
0.064	»	0.070	— 0.006	»	
0.061	»	0.063	— 0.002	»	
0.042	»	0.044	— 0.002	»	
0.035	»	0.032	+ 0.003	»	
0.035	»	0.032	+ 0.003	»	
0.043	»	0.039	+ 0.004	»	
0.039	»	0.041	— 0.002	»	
0.102	»	0.093	+ 0.009	»	Dall'orlo ant. dell'orbita al bordo incisivo del mascellare sup.
0.100	»	0.101	— 0.001	»	
0.082	»	0.081	+ 0.001	»	Dall'orlo post. dell'orbita al contorno laterale del foro occipitale.
0.082	»	0.080	+ 0.002	»	
0.083	»	0.083	0.000	»	
0.031	»	0.034	— 0.003	»	
0.027	»	0.031	— 0.004	»	
0.161	»	0.174	— 0.013	»	
0.060	»	0.060	0.000	»	
0.064	»	0.062	+ 0.002	»	
»	»	»	»	0.116	Dal manubrio all'appendice xifoide.
»	»	»	»	0.130	
0.153	»	0.173	— 0.020	»	Dalla prima costa all'ultima.
0.176	»	0.182	— 0.006	»	
»	»	»	»	0.110	A livello del manubrio dello sterno.
»	»	»	»	0.140	A livello dell'appendice xifoide.

I.ª Tabella generale delle misure dello scheletro.

A	B	C	D		E	F	G	H	I	K	L
Num. progressivo	REGIONI DEL CORPO	PUNTI ESTREMI DELLE MISURE	POSIZIONE DELLE PARTI SECONDO LA TAV.		Indicazione o indice rapporti al N. 1.	Cifre spettanti all'alcesco	Indicazione o indice designato col N. 2.	Cifre spettanti allo stesso	Differenza rapportata al N. 1.	Cifre comuni al suo individuo	ANNOTAZIONI
			Ant.	Post.							
1	Corpo	Lunghezza cranio-coccigea	»	»	»	0.990	»	1.020	— 0.030	»	Dal bordo incisivo del mascellare superiore all'estremo del coccige.
2	»	» della porzione cervicale della colonna vertebrale.	»	»	»	0.089	»	0.112	— 0.023	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra cervicale a quella della 7ª.
3	»	» della porzione toracica	»	»	»	0.150	»	0.160	— 0.010	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra dorsale a quella dell'ultima.
4	»	» della porzione lombare	»	»	»	0.103	»	0.103	0.000	»	Dall'apofisi spinosa della 1ª vertebra lombare a quella dell'ultima.
5	»	» della porzione sacro-coccigea	»	»	»	0.288	»	0.317	— 0.029	»	Dal bordo sup. del primo pezzo del sacro all'estremo del coccige.
6	Capo	Diametro occipito-mascellare	»	»	»	0.210	»	0.202	+ 0.008	»	Dal bordo incisivo del mascellare superiore al tubercolo occipitale.
7	»	Arco occipito-mascellare	»	»	»	0.270	»	0.250	+ 0.020	»	
8	»	Diametro bi-parietale	»	»	»	0.082	»	0.092	— 0.010	»	
9	»	» bi-auricolare	»	»	»	0.064	»	0.070	— 0.006	»	
10	»	Distanza fra le due orbite	»	»	»	0.061	»	0.063	— 0.002	»	
11	»	» fra i due fori sott'orbitari	»	»	»	0.042	»	0.044	— 0.002	»	
12	»	Altezza dell'orbita	ant.	»	»	0.035	»	0.032	+ 0.003	»	
13	»	Idem	»	post.	»	0.035	»	0.032	+ 0.003	»	
14	»	Larghezza dell'orbita	ant.	»	»	0.043	»	0.039	+ 0.004	»	
15	»	Idem	»	post.	»	0.039	»	0.041	— 0.002	»	
16	»	Distanza orbito-mascellare	ant.	»	»	0.102	»	0.093	+ 0.009	»	Dall'orlo ant. dell'orbita al bordo incisivo del mascellare sup.
17	»	Idem	»	post.	»	0.100	»	0.101	— 0.001	»	
18	»	Distanza orbito-occipitale	ant.	»	»	0.082	»	0.081	+ 0.001	»	Dall'orlo post. dell'orbita al contorno laterale del foro occipitale.
19	»	Idem	»	post.	»	0.082	»	0.080	+ 0.002	»	
20	»	Altezza dall'osso basilare al vertice	»	»	»	0.083	»	0.083	0.000	»	
21	»	Diametro verticale del foro occipitale	»	»	»	0.031	»	0.034	— 0.003	»	
22	»	Idem trasverso dello stesso	»	»	»	0.027	»	0.031	— 0.004	»	
23	»	Lunghezza del mascellare inferiore	»	»	»	0.161	»	0.174	— 0.013	»	
24	»	Altezza della sua branca montante	ant.	»	»	0.060	»	0.060	0.000	»	
25	»	Idem	»	post.	»	0.064	»	0.062	+ 0.002	»	
26	Torace	Altezza misurata allo sterno	ant.	»	»	»	»	»	»	0.116	Dal manubrio all'appendice xifoide.
27	»	Idem	»	post.	»	»	»	»	»	0.130	
28	»	Detta misurata alle costole	ant.	»	»	0.153	»	0.173	— 0.020	»	Dalla prima costa all'ultima.
29	»	Idem	»	post.	»	0.176	»	0.182	— 0.006	»	
30	»	Diametro bi-sternale	»	»	»	»	»	»	»	0.110	A livello del manubrio dello sterno.
31	»	Idem	»	»	»	»	»	»	»	0.140	A livello dell'appendice xifoide.

A	B	C	D	
Num. progressivo	REGIONI DEL CORPO	PUNTI ESTREMI DELLE MISURE	POSIZIO DELLE PART SECONDO LA TA	
			Ant.	*Pc*
32	Torace	Diametro bi-vertebrale	»	»
33	»	Idem	»	»
34	»	Lunghezza della 1ª costa	ant.	
35	»	Idem	»	pc
36	»	Lunghezza della 9ª costa	ant.	
37	»	Idem	»	pc
38	Bacino	Lunghezza massima	»	
39	»	Distanza ileo-pubica	»	
40	»	Distanza sacro-pubica	»	
41	»	Lunghezza della sinfisi pubica	»	
42	»	Larghezza del margine sup. dell'osso ileo	ant.	
43	»	Idem	»	p t.
44	»	Distanza fra le due ossa iliache	»	
45	»	Larghezza pube-ischiatica	»	
46	Arti toracici	Lunghezza della scapola	ant.	
47	»	Idem	»	p t.
48	»	Larghezza massima della stessa alla base	ant.	
49	»	Idem	»	p t.
50	»	Lunghezza dell'omero.	ant.	
51	»	Idem	»	p t.
52	»	Lunghezza del raggio	ant.	
53	»	Idem	»	p t.
54	»	Lunghezza del metacarpo	ant.	
55	»	Idem	»	p t.
56	Artipelvici	Lunghezza del femore	ant.	
57	»	Idem	»	p t.
58	»	Lunghezza della tibia.	ant.	
59	»	Idem	»	p t.
60	»	Lunghezza del metatarso	ant.	
61	»	Idem	»	p t.

F	G	H	I	K	L
Cifre spettanti allo stesso	Individuo a destra designato col N. 2.	Cifre spettanti allo stesso	Differenza rapportata al N. 1.	Cifre comuni ai due individui	ANNOTAZIONI
»	»	»	»	0.200	A livello della 9 vertebra toracica.
»	»	»	»	0.261	A livello della ultima vertebra toracica.
0.084	»	0.084	0.000	»	
0.080	»	0.078	+ 0.002	»	
0.143	»	0.153	— 0.010	»	
0.159	»	0.153	+ 0.006	»	
0.162	»	0.162	0.000	»	Dalla spina iliaca alla tuberosità ischiatica.
0.117	»	0.118	— 0.001	»	Dalla spina iliaca alla sinfisi del pube.
0.077	»	0.080	— 0.003	»	Dalla base del sacro alla sinfisi del pube.
0.068	»	0.072	— 0.004	»	
0.059	»	0.060	— 0.001	»	
0.058	»	0.058	0.000	»	
0.050	»	0.052	— 0.002	»	
0.045	»	0.045	0.000	»	Tra la sinfisi del pube ed il margine post. dell'osso ischiatico.
0.132	»	0.140	— 0.008	»	
0.131	»	0.129	+ 0.002	»	
0.069	»	0.068	+ 0.001	»	
0.058	»	0.060	— 0.002	»	
0.126	»	0.128	— 0.002	»	
0.127	»	0.127	0.000	»	
0.135	»	0.134	+ 0.001	»	
0.135	»	0.134	+ 0.001	»	
0.133	»	0.135	— 0.002	»	
0.130	»	0.135	— 0.005	»	
0.144	»	0.146	— 0.002	»	Dal trocantere al condilo del femore.
0.144	»	0.146	— 0.002	»	
0.158	»	0.159	— 0.001	»	
0.158	»	0.159	— 0.001	»	
0.135	»	0.135	0.000	»	
0.135	»	0.136	— 0 001	»	

A	B	C	D		E	F	G	H	I	K	L
Num. progressivo	REGIONI DEL CORPO	PUNTI ESTREMI DELLE MISURE	POSIZIONE DELLE PARTI SECONDO LA TAVOLA		Indicativo a sinistra designato col N. 1	Cifre spettanti allo stesso	Indicativo a destra designato col N. 2	Cifre spettanti allo stesso	Differenza riportata al N. 1	Cifre comuni ai due individui	ANNOTAZIONI
			Ant.	Post.							
32	Torace	Diametro bi-vertebrale	»	»	»	»	»	»	»	0.200	A livello della 9 vertebra toracica.
33	»	Idem	»	»	»	»	»	»	»	0.261	A livello della ultima vertebra toracica.
34	»	Lunghezza della 1ª costa	ant.	»	»	0.084	»	0.084	0.000	»	
35	»	Idem	»	post.	»	0.080	»	0.078	+ 0.002	»	
36	»	Lunghezza della 9ª costa	ant.	»	»	0.143	»	0.153	— 0.010	»	
37	»	Idem	»	post.	»	0.159	»	0.153	+ 0.006	»	
38	Bacino	Lunghezza massima	»	»	»	0.162	»	0.162	0.000	»	Dalla spina iliaca alla tuberosità ischiatica.
39	»	Distanza ileo-pubica	»	»	»	0.117	»	0.118	— 0.001	»	Dalla spina iliaca alla sinfisi del pube.
40	»	Distanza sacro-pubica	»	»	»	0.077	»	0.080	— 0.003	»	Dalla base del sacro alla sinfisi del pube.
41	»	Lunghezza della sinfisi pubica	»	»	»	0.068	»	0.072	— 0.004	»	
42	»	Larghezza del margine sup. dell'osso ileo	ant.	»	»	0.059	»	0.060	— 0.001	»	
43	»	Idem	»	post.	»	0.058	»	0.058	0.000	»	
44	»	Distanza fra le due ossa iliache	»	»	»	0.050	»	0.052	— 0.002	»	
45	»	Larghezza pube-ischiatica	»	»	»	0.045	»	0.045	0.000	»	Tra la sinfisi del pube ed il margine post. dell'osso ischiatico.
46	Arti toracici	Lunghezza della scapola	ant.	»	»	0.132	»	0.140	— 0.008	»	
47	»	Idem	»	post.	»	0.131	»	0.129	+ 0.002	»	
48	»	Larghezza massima della stessa alla base	ant.	»	»	0.069	»	0.068	+ 0.001	»	
49	»	Idem	»	post.	»	0.058	»	0.060	— 0.002	»	
50	»	Lunghezza dell'omero	ant.	»	»	0.126	»	0.128	— 0.002	»	
51	»	Idem	»	post.	»	0.127	»	0.127	0.000	»	
52	»	Lunghezza del raggio	ant.	»	»	0.135	»	0.134	+ 0.001	»	
53	»	Idem	»	post.	»	0.135	»	0.134	+ 0.001	»	
54	»	Lunghezza del metacarpo	ant.	»	»	0.133	»	0.135	— 0.002	»	
55	»	Idem	»	post.	»	0.130	»	0.135	— 0.005	»	
56	Artipelvici	Lunghezza del femore	ant.	»	»	0.144	»	0.146	— 0.002	»	Dal trocantere al condilo del femore.
57	»	Idem	»	post.	»	0.144	»	0.146	— 0.002	»	
58	»	Lunghezza della tibia	ant.	»	»	0.158	»	0.159	— 0.001	»	
59	»	Idem	»	post.	»	0.158	»	0.159	— 0.001	»	
60	»	Lunghezza del metatarso	ant.	»	»	0.135	»	0.135	0.000	»	
61	»	Idem	»	post.	»	0.135	»	0.136	— 0.001	»	

II.ª Tabella riassuntiva delle varie differenze

Num. progressivo	INDICAZIONI DELLE DIVERSE PARTI E LORO NUMERI CORRISPONDENTI						DIFFERENZA						Eguaglianza
							Massima		Media		Minima		
	Corpo	Capo	Torace	Bacino	Arti toracici	Arti pelvici	in più +	in meno —	in più +	in meno —	in più +	in meno —	=
1	»	7	»	»	»	»	0.020	»	»	»	»	»	»
2	1	»	»	»	»	»	»	0.030	»	»	»	»	»
3	5	»	»	»	»	»	»	0.029	»	»	»	»	»
4	»	»	28	»	»	»	»	0.020	»	»	»	»	»
5	»	»	»	41	»	»	»	0.004	»	»	»	»	»
6	»	»	»	40	»	»	»	0.003	»	»	»	»	»
7	»	»	»	»	46	»	»	0.008	»	»	»	»	»
8	»	»	»	»	»	56	»	0.002	»	»	»	»	»
9	»	»	»	»	»	57	»	0.002	»	»	»	»	»
10	»	16	»	»	»	»	»	»	0.009	»	»	»	»
11	»	6	»	»	»	»	»	»	0.008	»	»	»	»
12	2	»	»	»	»	»	»	»	»	0.023	»	»	»
13	»	23	»	»	»	»	»	»	»	0.013	»	»	»
14	»	8	»	»	»	»	»	»	»	0.010	»	»	»
15	»	»	36	»	»	»	»	»	»	0.010	»	»	»
16	»	»	»	44	»	»	»	»	»	0.002	»	»	»
17	»	»	»	»	55	»	»	»	»	0.005	»	»	»
18	»	14	»	»	»	»	»	»	»	»	0.004	»	»
19	»	12	»	»	»	»	»	»	»	»	0.003	»	»
20	»	13	»	»	»	»	»	»	»	»	0.003	»	»
21	»	19	»	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»	»
22	»	25	»	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»	»
23	»	18	»	»	»	»	»	»	»	»	0.001	»	»
24	»	»	37	»	»	»	»	»	»	»	0.006	»	»
25	»	»	35	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»	»
26	»	»	»	»	47	»	»	»	»	»	0.002	»	»
27	»	»	»	»	48	»	»	»	»	»	0.001	»	»
28	»	»	»	»	52	»	»	»	»	»	0,001	»	»

Numero progressivo	INDICAZIONI DELLE DIVERSE PARTI E LORO NUMERI CORRISPONDENTI						DIFFERENZA						Eguaglianza
							Massima		Media		Minima		
	Corpo	Capo	Torace	Bacino	Arti toracici	Arti pelvici	in più +	in meno —	in più +	in meno —	in più +	in meno —	=
29	»	»	»	»	53	»	»	»	»	»	0.001	»	»
30	3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.010	»
31	»	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.006	»
32	»	22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.004	»
33	»	21	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.003	»
34	»	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»
35	»	11	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»
36	»	15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.002	»
37	»	17	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.001	»
38	»	»	29	»	»	»	»	»	»	»	»	0.006	»
39	»	»	»	39	»	»	»	»	»	»	»	0.001	»
40	»	»	»	42	»	»	»	»	»	»	»	0.001	»
41	»	»	»	»	49	»	»	»	»	»	»	0.002	»
42	»	»	»	»	50	»	»	»	»	»	»	0.002	»
43	»	»	»	»	54	»	»	»	»	»	»	0.002	»
44	»	»	»	»	»	58	»	»	»	»	»	0.001	»
45	»	»	»	»	»	59	»	»	»	»	»	0.001	»
46	»	»	»	»	»	61	»	»	»	»	»	0 001	»
47	4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
48	»	20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
49	»	24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
50	»	»	34	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
51	»	»	»	38	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
52	»	»	»	43	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
53	»	»	»	45	»	»	»	»	»	»	»	»	0.000
54	»	»	»	»	51	»	»	»	»	»	»	»	0.000
55	»	»	»	»	»	60	»	»	»	»	»	»	0.000

III.ª Tabella riassuntiva delle varie misure secondo le differenze e l'eguaglianze.

Num. progressivo	REGIONI	Massima		Media		Minima		EGUAGLIANZE =	TOTALE DELLE MISURE PER OGNI REGIONE
		in +	in —	in +	in —	in +	in —		
1	Corpo	»	2	»	1	»	1	1	5
2	Capo.....	1	»	2	2	6	7	2	20
3	Torace.....	»	1	»	1	2	1	1	6
4	Bacino.....	»	2	»	1	»	2	3	8
5	Arti toracici	»	1	»	1	4	3	1	10
6	Arti pelvici	»	2	»	»	»	3	1	6
		1	8	2	6	12	17	9	55

IV.ª Tabella riassuntiva generale.

Capo.....	20	9, —	9, +	2, =	con tre segni
Arti toracici.	10	5, —	4, +	1, =	
Torace.....	6	3, —	2, +	1, =	
Bacino.....	8	5, —		3, =	con due segni
Arti pelvici..	6	5, —		1, =	
Corpo	5	4, —		1, =	
Totale.....	55	31, —	15, +	9, =	

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

Tavola I.ª

La I.ª tavola presenta la figura dello scheletro del Mostro vitellino sterno-pago, secondo la posizione data alla preparazione.

Il gemello a sinistra è indicato nel testo e nella spiegazione della II.ª tavola col N.° 1. e l'altro a destra col N.° 2.

Tavola II.ª

Costruzioni grafiche schematiche.

Fig. I.ª *Indicazione delle parti secondo la nomenclatura adottata; del quadrato quadricostale e delle sue diagonali.*

V'. Sezione in corrispondenza della colonna vertebrale N. 1.

V''. Id. in corrispondenza del N. 2.

St.a. Sezione in corrispondenza dello sterno anteriore del mostro; s'indica come anteriore questo sterno comune, perchè le teste erano rivolte in questo senso.

St.p. Sezione posteriore dello sterno.

(DD) Parti destre, e tutte le linee comprese in queste due aree sono parimenti destre.

(SS) Parti sinistre, e tutte le linee comprese in queste due aree sono parimenti sinistre. (Il destro ed il sinistro è rapportato alla colonna vertebrale di ciascun soggetto).

(CCCC) Punti stabiliti come medii sui lati costali.

(V' V'') Asse bi-vertebrale, che congiunge i punti medii delle due colonne vertebrali del N. 1. e del N. 2.

(St.a. St.p) Asse bi-sternale, che congiunge i punti medii dei due sterni, anteriore e posteriore del mostro.

1 Semivertebra destra del N. 1 ed estremo costo-vertebrale. (1)

2 Punto medio vertebrale del N. 1.

3 Semivertebra sinistra del N. 1 ed estremo costo-vertebrale.

4 Punto medio del lato costale sinistro del N. 1, che divide la semicostola vertebrale (3 4) dalla semicostola sternale (4 5).

5 Semisterno sinistro del N. 1 ed estremo costo-sternale.

6 Punto medio sternale posteriore.

7 Semisterno destro del N. 2 ed estremo costo-sternale.

8 Punto medio del lato costale destro del N. 2, che divide la semicostola sternale (7. 8) dalla semicostola vertebrale (8. 9).

9 Semivertebra destra del N. 2 ed estremo costo-vertebrale.

10 Punto medio vertebrale del N. 2.

11 Semivertebra sinistra del N. 2 ed estremo costo-vertebrale.

12 Punto medio del lato costale sinistro del N. 2 che divide la semicostola vertebrale (11. 12) dalla semicostola sternale (12. 13).

13 Semisterno sinistro del N. 2 ed estremo costo-sternale.

14 Punto medio sternale anteriore.

15 Semisterno destro del N. 1 ed estremo costo-sternale.

16 Punto medio del lato costale destro del N. 1 che divide, la semicostola sternale (15. 16) dalla semicostola vertebrale (16 1).

(C^4 C^8 C^{12} C^{16}) Quadrato quadricostale formato sui punti medii dei quattro lati maggiori dell'ottagono, i suoi quattro vertici coincidono sui punti costali medii.

(C^4 C^{12}) Diagonale bi-costale sinistra.

(1) La semivertebra destra dovrebbe indicarsi con le due cifre 1. 2. e la sinistra con le cifre 2 3; però per semplificare la denominazione delle parti si adopererà una sola cifra, che secondo il caso indicherà o tutta la semivertebra o l'estremo di contatto col lato seguente. Lo stesso s'intenda anche per le cifre indicanti i semisterni e le semicostole.

(C^8 C^{16}) Diagonale bi-costale destra.

Fig. II.ª — *Rettangoli bi-vertebrali e bi-sternali, e loro diagonali.*

(1. 11) Parallela bi-vertebrale anteriore.

(3. 9) Parallela bi-vertebrale posteriore.

(1.3. 9. 11) Rettangolo bi-vertebrale.

(1. 9) Diagonale bi-vertebrale destra.

(3. 11) Diagonale bi-vertebrale sinistra.

(5. 15) Parallela bi-sternale del N. 1.

(7. 13) Paralella bi-sternale del N. 2.

(5. 7. 13. 15) Rettangolo bi-sternale.

(5. 13) Diagonale bi-sternale sinistra.

(7. 15) Diagonale bi-sternale destra.

Fig. III.ª *Indicazione dei vertici del quadrato vertebro-sternale, e dei rettangoli bi-costali sinistro, e destro.*

(2. 6. 10. 14) Sono i quattro vertici del quadrato vertebro-sternale, costruito sugli assi bi-vertebrale e bi-sternale; dei quattro vertici, due coincidono sui punti medii vertebrali, e due sui punti medii sternali.

(3. 5. 11. 13) Rettangolo bi-costale sinistro, le cui diagonali sono comuni con le diagonali bi-vertebrale e bi-sternale sinistra, i quattro vertici dello stesso coincidono su qnattro punti omonimi sinistri; due costo-vertebrali, e due costo-sternali.

(1. 7. 9. 15) Rettangolo bi-costale destro, le cui diagonali sono comuni con le diagonali bi-vertebrale e bi-sternale destre; i quattro vertici dello stesso coincidono su quattro punti omonimi destri; due costo-vertebrali, e due costo-sternali.

Fig. IV.ª — *Trapezi.*

(1. 3, 13. 15) 1° Trapezio vertebro-sternale anteriore del N. 1.

(1. 3. 5. 7.) 2° Trapezio vertebro-sternale posteriore del N. 1.

(5. 7. 9. 11) 3° Trapezio vertebro-sternale posteriore del N. 2.

(9. 11. 13. 15) 4° Trapezio vertebro-sternale anteriore del N. 2.

(1.13) (3.15) Diagonali del 1° Trapezio.

(1. 5) (3. 7) Diagonali del 2° Trapezio.

(5. 9) (7. 11) Diagonali del 3° Trapezio.

(9.13) (11.15) Diagonali del 4° Trapezio.

INDICE

§ 1. Condizioni generali del corpo . . . . . Pag. 496
« 2. Generalità sullo scheletro e sue misure. . . . . » ivi
» 3. Regione cranica . . . . . » 498
» 4. » cervicale . . . . . » 499
» 5. » dorsale . . . . . » ivi
» 6. » lombare, bacino, ed arti. . . . . » 501
» 7. » toracica . . . . . » ivi
» 8. Condizioni embriogeniche del mostro. . . . . » 503
» 9. Adattamento del mostro alla cavità uterina . . . . . » 505
» 10. Assi del mostro . . . . . » 506
» 11. Costruzioni grafiche . . . . . » 507
» 12. Applicazioni organiche. . . . . » 509
» 13. Considerazioni generali . . . . . » 513
I.ª Tabella delle misure dello scheletro del mostro vitellino sterno-pago . . » 516
II.ª Tabella riassuntiva delle varie differenze . . . . . » 520
III.ª Tabella riassuntiva delle varie misure secondo le differenze e l'uguaglianze . » 522
IV.ª Tabella riassuntiva generale . . . . . » ivi
Spiegazioni delle tavole . . . . . » 523

Fig. 1.

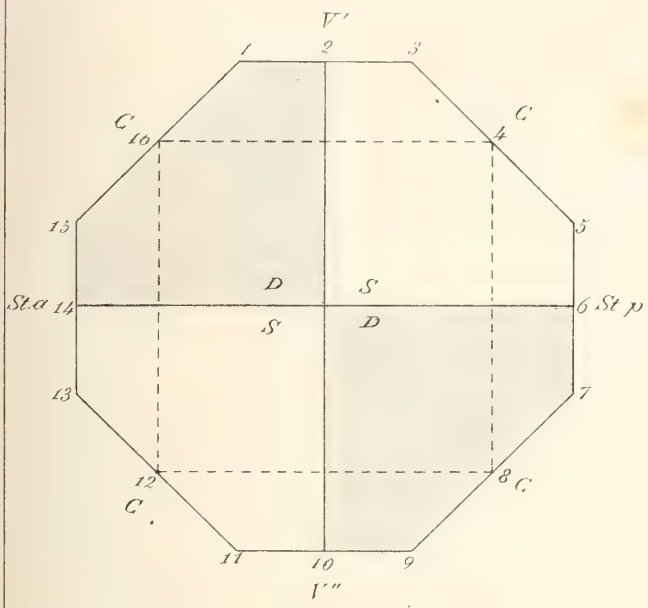


Fig. 2

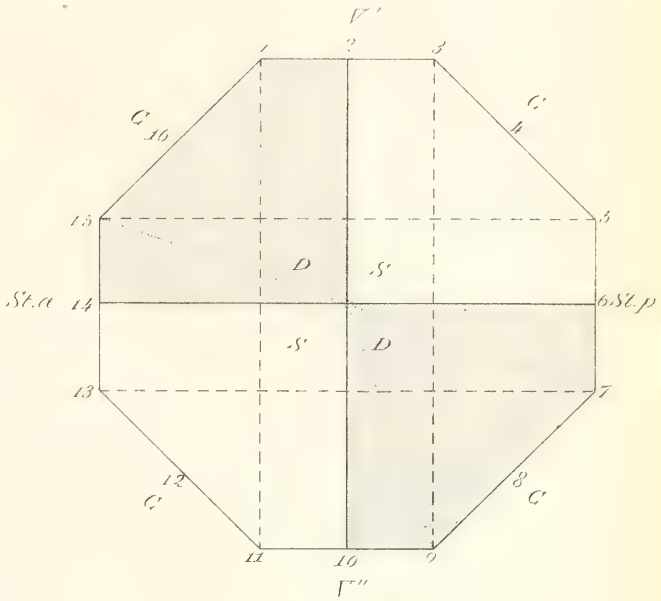


Fig. 3

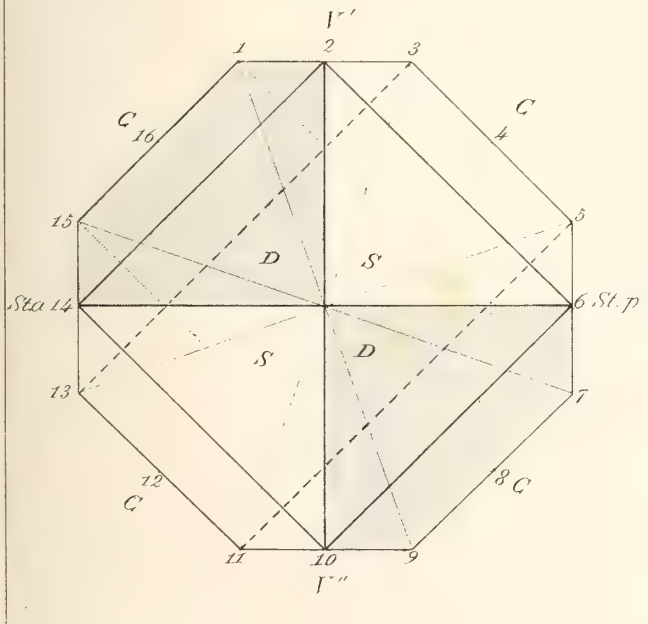
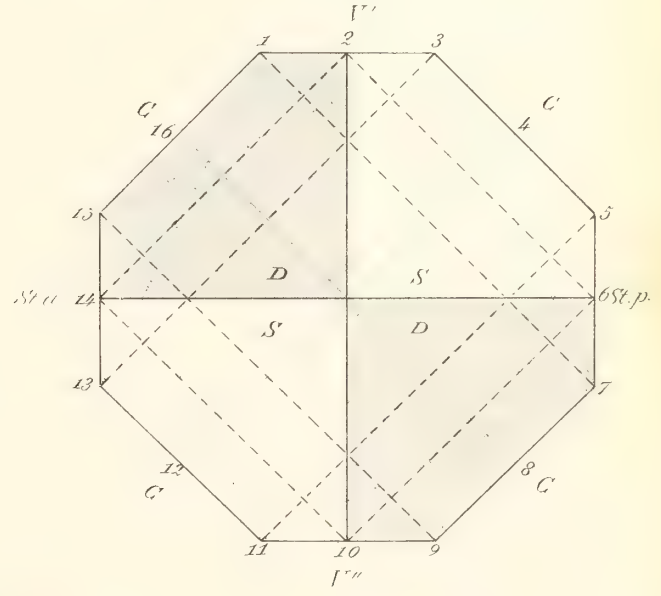
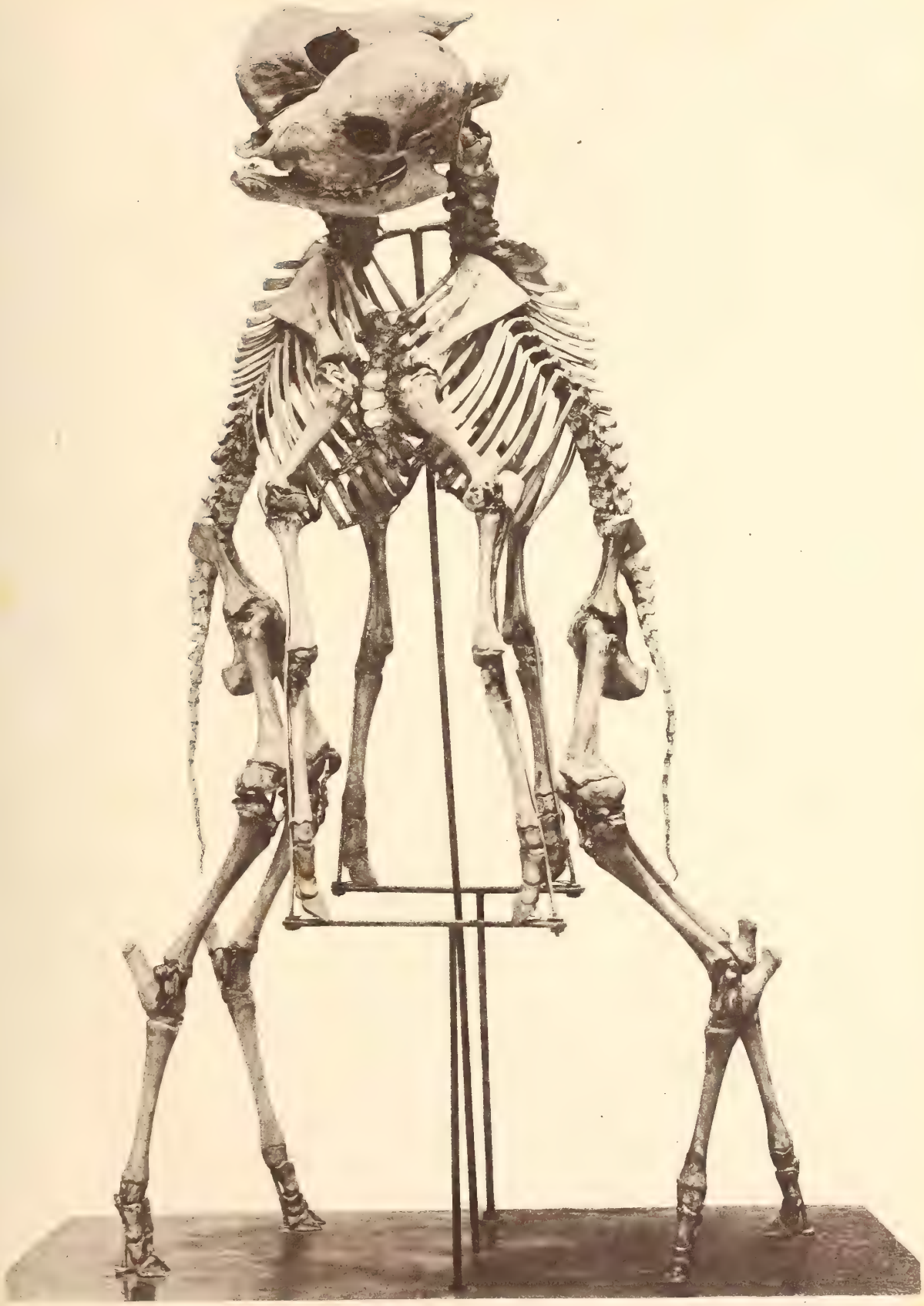


Fig. 4



Lit. Martelli



Sulla fecondazione artificiale negli animali, sperienze di A. MORIGGIA (1)

lettura fatta nella sessione 3 *gennaio* 1875.

A ragione Carlo Bonnet in una sua lettera allo Spallanzani (2) in proposito della fecondazione artificiale da questo ottenuta nella cagna, gli scrivea: *C'est là une des plus grandes et des plus intéressantes nouveautés, qui se soienl offertes aux yeux des Naturalistes et des Philosophes, depuis la Création du Monde:* e la meraviglia gli sarebbe cresciuta, se avesse assistito ai fatti de' nostri giorni, che si sono preso l' incarico di realizzare pienamente quant' esso prevedea allora colle seguenti parole, che si trovano nella medesima lettera a pag. 225: *je ne sais même si ce que vous venez de découvrir n'aura pas quelque jour dans l'Espéce humaine des applications aux quelles nous ne songeons point et dont les suites ne seront pas legéres.*

Dopo i molteplici ed importantissimi trovati della statistica e della chirurgia moderna (3) da cui si evinse riscontrarsi circa una donna sterile sopra otto conjugate e la sterilità nove volte su dieci dipendere dalla donna od essere soventissimo in correlazione ad impedimento più o meno assoluto all' entrata od alla sosta dello sperma in vagina (4) e più specialmente all'ingresso da questa nell' utero, la fecondazione artificiale con o senza beneficio di coito, (5) giustamente ha cercato di al-

(1) Alcune delle sperienze furono eseguite col concorso zelante ed intelligente del sig. Scurti Realino studente in medicina.

(2) Fisica animale e vegetale di Spallanzani, Venezia 1782 tom. 3° pag. 223.

(3) Già Hunter, a dire preciso, ebbe consigliato con risultato positivo ad un uomo affetto da ipospadia la injezione con siringa dello sperma nella vagina della moglie: ma le circostanze della prova non furono tali da lasciarci tranquilli sulla purezza del risultato.

(4) Marion Sims (*Notes cliniques sur la chirurgie utérine, Paris* 1866) tra le cagioni diverse di sterilità dipendenti da deviazioni dell' utero, da ipertrofia del collo, da procidenza ecc., dalle stenosi ed irregolarità del canale cervicale, dalla densità del muco, dall'impossibilità di coito per vaginismo, vizi di vagina, ecc., notò pure quella in correlazione alla mancanza di sosta dello sperma in vagina, per cui dopo il coito non gli veniva fatto di trovare sperma nè in vagina nè entro il canale cervicale uterino, sebbene parrebbe che degli spermatozoi dovessero facilmente farsi adesi alla mucosa od al muco.

(5) Ai molti casi attestanti la possibilità della fecondazione della donna senza sua diretta o cosciente compartecipazione al coito, mi piace godere l' occasione per addurre il fatto riportato dal Sims di una novella sposa che per estremo vaginismo non potendo nemmeno iniziare l' atto conjugale, ebbe poi a figliare per ben due volte, coll' ajuto del medico, che l' andava ad eterizzare due o tre volte per settimana, prima del coito maritale.

largare i suoi antichi confini, trapassando massimamente nelle mani de' chirurghi e degli ostetrici.

Certamente che gli uteri tuttavia lavoranti alla procreazione, se ben si guarda, si potrebbero proclamare economicamente già al disopra del bisogno, ma di ciò lasciando all'industria ed all'attività umana il pensiero ed anche un pò alla provvidenza, torna dolce e caro alla medicina potere con una fertilizzante siringazione salutare madre la donna, che si vergogna dell' ozio del suo ventre o che ne trae cagione di vita malatticcia, uggiosa, e triste per se e talfiata pel suo compagno di vita.

Varî sono i metodi proclamati dalla fisiologia sperimentale e dalla medicina pratica per operare la fecondazione artificiale; (1) v'ha chi preferisce far compiere il congresso venereo dal marito, e quindi applicato lo specolo, con sonda elastica o metallica tiepida ire a cercare dello sperma nel cul di sacco vaginale, e poscia introdotta per mezzo di pinze la sonda fino al cavo uterino, con soffiatura nella canula, spingerne il contenuto nel cavo stesso (2): altri piglia lo sperma caldo ejaculato dentro o fuori la vagina e con sonda od adatta siringhetta (3) tosto ne opera l'injezione di una piccola quantità nella camera uterina (4). Lesueur si servì di un tampone imbevuto di sperma e portato e lasciato al fondo della vagina. V'ha pure un'altro spediente di fecondazione artificiale, che in certi casi potrebbe pur ricevere utile applicazione (5): esso consiste nel far ejaculare lo sperma in acconcia soluzione

(1) Io tralascio di dire dell' esame preventivo dello sperma per assicurarsi, che la sterilità non dipenda dall' uomo, dei sussidi medici o chirurgici da apprestarsi intorno all' utero prima o durante la fecondazione artificiale, supponendo già il tutto ridotto possibilmente ad opportunità di sperienza, locchè oggidì si può tanto bene operare in molti casi, che lo stesso Sims racconta nella sua opera, d'aver tenuto a lungo in posto l'utero ad una sposa con un pessario a permanenza, senza che lo sposo neppure s' accorgesse del corpo straniero in vagina, nel compiere il dovere matrimoniale.

(2) Metodo di Girault.

(3) Roubaud presentò ultimamente (1872) all' Accademia medica di Parigi una siringa abbastanza ingegnosa per questo scopo.

(4) Già Spallanzani avea scritto (opera citata tom. 3° pag. 179) *che tanto nei minuti, che nei grandi animali, la dose di quel liquido vitale per cui la natura dolcemente si rinnovella, è sempre picciolissima.* E ciò fu verificato anche nelle fecondazioni artificiali umane, anzi Marion Sims dopo d'avere cominciato coll'injettare 3 goccie di sperma, ultimamente si limitava solo a $\frac{1}{2}$ goccia, anche perchè già 2 a 3 goccie producevano forti dolori uterini. Però nei casi di ipospadia, di strettezza vaginale, di vaginismo, di mancante sosta dello sperma in vagina, insomma quando può bastare l'injezione vaginale, è naturale che si faccia uso della massima quantità possibile di sperma. Del resto io credo, che nei casi ordinari e nell' utero si possa pure senza inconvenienti andare oltre le minime dosi indicate da Sims, come precisamente hanno operato tutti gli altri fecondatori nella donna, senza gl' incommodi capitati forse eccezionalmente a Sims, a cagione della sorta di donne e di malattie, con cui ebbe a fare: si conosce pure dalla terapeutica che nel cavo uterino anche di donna, che non figliò, senza offesa si può injettare per lo meno 1 cent. cub. di liquido. La capacità del cavo uterino essendo di 5 cent. cub. nella donna che figliò e di 3 in quella che non partorì: però è da tenere conto che la cavità uterina scema di molto pel turgore della mucosa durante le regole e subito dopo: allora injezione può essere anche più dolorifica.

(5) Col mezzo di siffatto modo anche l'animale potrebbe avere la sua fecondazione a distanza, come i vegetali, per mezzo del vento, dell' acqua e degl' insetti: poichè vivendo abbastanza a lungo gli spermatozoi nella soluzione salina. potrebbe essere possibile la fecondazione da una città all' altra senza la diretta presenza dei due sessi in funzione.

salina tiepida, o prima nella saccoccia vuota e sopravanzante al ghiande di un *condom*, tagliando questa rapidamente e facendo calare il liquore seminale nella soluzione salina conservatrice degli spermatozoi, e con essa tosto procedere ad una o due injezioni più o meno ravvicinate nelle vie genitali della donna. Non so se questo metodo sia già stato per taluno proposto od adoperato, conosco solo come riferii in altro lavoro (1) essersi suggerita la injezione alcalina in vagina prima o dopo il coito nei casi di sterilità creduti in correlazione a soverchia acidità del muco vaginale.

Si potrebbe pure in certe contingenze di sterilità dipendente da sola difficoltata entrata dello sperma nell'utero (per sperma o muco troppo denso) ed impedita sosta vaginale, far operare l'ejaculazione dello sperma nel cul di sacco vaginale e poscia injettata in vagina una certa dose di acconcia soluzione salina, mantenere la donna in opportuna posizione, e per un certo tempo chiuso l'ostio vaginale, onde gli spermatozoi assai più liberi per l'avvenuta diluzione dello sperma (2) si facciano a camminare per ogni dove e più facilmente rimontino e trovino aperta la via per l'ulteriore progressione.

Quale de' due modi di fecondazione artificiale è da preferire? L'injezione di solo sperma, o diluito con opportuna soluzione salina? Parlando degli animali superiori noi conosciamo, che col 1° metodo Spallanzani riuscì nell'unica cagna tentata: anche a Rossi venne ciò fatto (3). Presso la nostra specie abbiamo avuto il caso accennatoci da Hunter: un sol caso riuscito nelle mani di Sims sopra 6 donne da esso tentate a tal'uopo: esso in tutto operò 27 injezioni (buone) spermatiche uterine (4): nella donna ingravidata dovette andare fino alla 10,ª distribuendo le

(1) *Effetti del muco acido genitale della donna sui nemaspermi*, negli atti dell'Accademia dei Lincei 1875, in esso lavoro io ridussi assai l'importanza attribuita al muco acido vaginale nella sterilità, praticamente però e nell'uomo non posso ancora credere che l'injezione di acqua o di aceto anche solo in quantità uguale allo sperma, possa non nuocere alla fecondità come trovò Spallanzani per lo sperma de' batraci, quantunque esso confessi che l'aceto vi uccida detto fatto tutti i *vermicelli*. È conosciuto che nelle prostitute le frequenti lavature cooperano potentemente alla poca loro fecondità; in donne aborrenti da ulteriori gravidanze, con esito sicuro suggerii le abluzioni acetiche diluite prima o dopo il coito. E quindi la novella riferita da Averroe (ed altre da altri) della sfortunata regina, che senza avere usato dell'uomo trovossi incinta nel bagno, non può avere fondamento, salvo che il bagno fosse salino.

(2) Già Kölliker come notai in altro lavoro, fece osservare rimanersi talora immobili gli spermatozoi nello sperma puro e denso, per cui nelle fecondazioni artificiali tentate cogli altri metodi, sarà sempre meglio avere lo sperma per coito che per opera *Onanesca*, perchè è meglio sollecitata la rottura dei follicoli di Graaf, ed anche gli umori secreti dalla donna nell'estro venereo concorrono con quelli dell'uomo alla diluzione dello sperma, la quale riuscì così efficace nelle mani di Spallanzani per la fecondazione delle ova di rane, rospi, salamandre, che esso non esitò a spingerla a proporzioni colossali (diluzione di 3 grani di sperma in 12 a 18 oncie di acqua): anzi nelle salamandre la fecondazione non gli riusciva che a patto di diluirne lo sperma; e la natura ce ne porge continui esempî col diluire lo sperma nell'acqua dolce o marina delle stesse salamandre acquajole, de' pesci ecc.

Però debbo aggiungere che io trovai conservati assai bene i movimenti spermatozoidici anche nell'albume dell'ovo di gallina (la parte più liquida) solchè i nemaspermi vi operavano piuttosto un'agitazione che una progressione.

(3) Opuscoli scelti, Milano tom, V, pag. 96.

(4) Esso operava l'injezione con adatta siringa per la via del canale cervicale dell'utero.

injezioni nel lasso di tempo di circa 12 mesi, per cui esso dice di non voler più tentare la fecondazione meccanica almeno fino a che l'embriologia non avrà meglio trovato il momento della opportunità della concezione.

Giorgio Harley professore al collegio dell' università di Londra comunicò a Sims d'avere più volte invano sperimentata la fecondazione artificiale: pure inutilmente (però con una sola injezione) la praticò il mio amico professore Tibone.

Girault in Francia fu più felice: sopra 12 donne operò 27 injezioni: ne fecondò otto, di cui una gemellò.

Gigon, Lesueur, Delaporte operarono pure con successo, senza contare i casi di risultati pure positivi non giunti a mia cognizione. Però de' casi tanto positivi, che negativi occorre finora fare una discreta tara, sia perchè la donna è di più difficile isolazione, che la cagna di Spallanzani (nel senso che possono essere possibili insieme all'injezione artificiale anche altre naturali maritali o non) come pure perchè possono sorgere delle coincidenze fortunate (modificazioni, guarigioni ecc., dell'apparato genitale) d'impregnazione, sia a motivo della poca insistenza, che in generale per le circostanze sociali od altro si pone nell'injezione, del non essersi ancora per bene famigliarizzata l' operazione a medici, ed a cagione in fine dell' operarsi quasi sempre in donne offrenti molti ostacoli e talora gravi al retto funzionare delle vie genitali.

Certo i risultati finora ottenuti non sono tali da leggittimare la decisione di Sims di non volervi più ricorrere: meglio addimesticati i medici all' operazione e tentata con tutte le necessarie cautele (1) e ripetutamente, essa già fin d'ora promette discreti risultamenti, che cresceranno coll' istruzione maggiore, che ne verrà dalla sua più larga applicazione, e dal concorso sempre migliore, che sapranno apprestare i progressi della medicina e della chirurgia, nonchè l'embriologia nel senso desiderato dal Sims.

L' altro modo, a cui accennai, di fecondazione artificiale con sperma raccolto in soluzione salina finora come dissi, non credo che conti delle prove, specialmente per l'injezione nell' utero, essendosi finora la pratica limitata alla semplice injezione salina od alcalina nel canale vaginale, per vincerne la supposta grande nocevolezza del secreto sul movimento degli spermatozoi.

Io credo, che in certi casi specialmente, data sempre la innocenza salina sullo sperma, convenga assai più la fecondazione in simile maniera, che col solo sperma: sia perchè la semenza diluita può meglio penetrare la cavità uterina (2), ma più ancora perchè lo sperma solo è difficile a maneggiare nelle siringhe o nelle sonde,

(1) Benchè la injezione spermatica possa a prima giunta parere un' operazione abbastanza facile, essa esige molte e minuziose precauzioni, dalle quali dipende il successo, tantochè lo stesso Sims sopra moltissime injezioni tentate nella donna con tutta la sua perizia, pure nel suo libro ha ridotte a sole 27 quelle, su cui potea per ogni verso contare sicuramente.

(2) Perchè ne diluisce il muco presente e gli spermatozoi più liberi possono meglio avanzare; come per l' alcalescenza della soluzione salina può venire corretta quella qualunque nocevolezza, che dal muco acido ne possa derivare, benchè il muco uterino in generale soglia mostrarsi neutro o leggermente alcalino e raramente acido.

per la naturale sua densità e per la facile coagulazione, formazione di grumi ecc. (1): infine perchè la soluzione salino-spermatica mantenendo per lungo tempo gli spermatozoi vivi, permette un lasso di tempo assai maggiore al medico fecondatore per operare (2), anzi replicare diverse volte nella medesima seduta la injezione fecondante, praticarla anche con traccie minime di sperma, quando di questo siavi scarsità, e nel caso d'impotenza maritale, fecondare per chi ne avesse talento, con sperma anche di sconosciuto, all'infuori di ogni gelosia, la propria moglie.

Non parlo dei vantaggi economici, che forse si potrebbero pure ricavare da cotesta fecondazione artificiale per gli animali, approssimativamente come si sono cercati dalla piscicultura, per la moltiplicazione di certi animali, la conservazione della loro specie o per certi incrociamenti ecc. massime per gli animali piccolissimi, dove col seme solo per se sarebbe impossibile, per la piccola quantità, fare injezioni (3).

Tutti siffatti ed altri vantaggi non possono essere se non sotto la condizione, che il liquido usato a diluire lo sperma, ne conservi integra la virtù fecondatrice; ciò, sebbene assai probabile (4) per le opportune soluzioni alcaline o saline, non mi pare ancora sperimentalmente provato.

Si conoscono dei liquidi (soluzioni di zuccaro, cloruro e fosfato sodico ecc.) che in determinate proporzioni della sostanza sciolta valgono a tener vivaci, anzi a far vivacissimi gli spermatozoi per molte ore, ma chi ci assicura, che la conservazione, anzi l'aumento della vivacità spermatozoidea vada compagna col potere fecondante?

Non potrebbe la loro vivacità in simili liquidi rappresentare un *quid simile* dei moti tumultuari indotti dalla stricnina nel tetano dell'animale? (5).

(1) La tendenza alla coagulazione di certe parti dello sperma in certi individui, viene ancora eccezionalmente cresciuta per l'aggiunta di certa mucosità particolare spremuta nelle vie genitali durante l'ejaculazione.

Nella fecondazione della cagna, Spallanzani dice che di 19 grani di sperma avuti dal cane, 6 restarono attaccati alla siringa, quantunque esso operasse presto, in *vagina*, e con siringa calda.

(2) Un professore di ostetricia mi raccontava che una signora si rifiutò alla fecondazione artificiale solo per non fare testimone il medico dello stato fisico morale, in cui essa era subito dopo il coito.

(3) Però se si dovesse misurare da quanto vide Spallanzani per le rane, i rospi, e le salamandre acquajole, in cui i rispettivi spermi furono incapaci a fecondare le ova dell'una o dell'altra specie, alcune delle speranze qui accennate non avrebbero molto fondamento, se non chè in simili cose gli argomenti di analogia non valgono molto, e sebbene, gli animali tentati sieno stati assai vicini tra loro, pure in ciò non sarà che l'esperienza giudice suprema, tanto più che la progredita scienza potrà forse circondarla di maggiori cautele, sebbene assai e diligenti sieno state quelle dello Spallanzani.

(4) Almeno se si tiene a calcolo l'innocenza dei liquidi alcalini sopra le ciglia vibranti delle cellule, sulle *opaline*, sui leucociti ecc., come pure la composizione salina ed alcalina degli umori più essenziali alla vita ecc.

(5) Sims a pag. 424-5 della sua *chirurgia uterina* fa giustamente notare che mentre i nemaspermi nella vagina gozzovigliano in preda a moti precipitosi, nel muco del canale cervicale (cioè da 15 a 20 ore dopo il coito) mentre sempre più vanno avvicinandosi al bacio amoroso dell'ovicino, allora *ils se meuvent avec plus de lenteur*, *avec plus de precaution*, *si j'ose dire*. Però come non è giusto per certe circostanze, che gli spermatozoi fermi sieno morti, secondo esso Sims crede (come provò Kölliker ed io pure per gli spermatozoi nell'acqua, dove tosto tornano assai mobili coll'aggiunta di opportuna soluzione salina), così stando a quanto riferii delle sperienze di Spallanzani nel-

Nell' interesse quindi tanto della fecondazione artificiale che della naturale (nei casi in cui i medici per acidità vaginale suggeriscono le injezioni saline in vagina avanti o subito dopo il coito), ho cercato di colmare questa lacuna, cioè di rispondere al quesito, se le soluzioni capaci a conservare a lungo i moti dei filamenti spermatici, ne tutelino nello stesso tempo la facoltà fecondatrice.

De' varii menstrui capaci alla conservazione dei moti spermatici mi limitai a sperimentare quello, la cui confezione è più facile e che per mia od altrui sperienza si può dire per questo scopo andare avanti a tutti gli altri, cioè la soluzione di fosfato sodico 3 a 5 $^0/_0$, mescolata di piccola porzione albuminoidea per meglio avvicinarsi alla costituzione del muco, ricettacolo naturale degli spermatozoi (1); a tal' uopo, preparata una piccolissima quantità di soluzione salina (8 a 9 cent. cub.) tiepida, leggermente albuminosa per mischianza di qualche poco di sangue e del totale sperma tolto ai due canali deferenti ed in parte agli epididimi di porcellino d' India giovane, adulto, robusto, si praticarono in 3 porcelline adulte, separate da un mese dai maschi, 1 a 2 siringazioni vaginali nella stessa seduta a distanza di non molti minuti l' una dall' altra, con parte del liquido preparato, facendo rimontare e tenere il poco liquido injettato più in alto possibile della vagina con opportuna posizione dell' animale e con provvisoria e manuale chiusura dell' ostio vaginale: s' intende, che ciascuna volta prima dell' injezione ci assicuravamo della bontà dei moti spermatici nel liquido sperma-salino, e della ricchezza degli spermatozoi. Le porcelline venivano conservate in rigoroso sequestro dai maschi.

La fecondazione artificiale è stata tentata nel medesimo modo per ciascuna delle 3 porcelline 7 volte a distanza varia di tempo (2), onde secondo i dettati della teoria e della pratica, cogliere più facilmente l' opportunità dell' ovo da fecondare.

Finora i risultati furono negativi: saranno essi da ripetere da offesa della soluzione salina alla virtù fecondante dello sperma o da altre cagioni estranee? Tra queste ultime, mi pare di annoverare probabile la mancanza della frega nelle porcelline, per averle tenute in assoluta divisione e lontananza dai maschi: la casuale mancanza di coincidenza tra l' injezione spermatica e l' ovo in opportuna condizione, al che pure può per qualche lato contribuire la diminuzione di fecondità, che noi abbiamo sempre verificata negli animali domestici in certe condizioni, quali sono precisamente quelle, che dal luogo noi siamo sforzati a fare nel Laboratorio a porcellini e conigli i quali benchè ben pasciuti e tenuti in camere spaziose ed abbastanza sane, pure si trovano ancora ben lontani dal condurre la vita ne' modi più consentanei alla loro natura. Siccome lo sperma usato presentò spesso ed anche copiosi de' spermatozoi a fasci, qualcuno potrebbe pur trovare là una causa concorrente

l' altro mio lavoro (*Effetti del muco acido genitale della donna sui nemaspermi*) potrebbe parere possibile una fecondazione senza spermatozoi o con essi morti, per quanto ciò contrasti colle idee del giorno.

(1) Umori forse ancora più opportuni li protrebbero offrire il siero del sangue, il sangue medesimo, il liquido amniotico, ecc., ma crescerebbero le difficoltà per ottenerli, o per averli freschi, liquidi ecc.

(2) Sims guidato dalla propria esperienza, scrive che il tempo più opportuno nella donna alla fecondazione si è un giorno o due prima delle regole, e da due a sette dopo di esse.

all' insuccesso, e perchè immaturi e perchè associati possono fare il loro cammino assai più a disagio: però è da osservare (1) che per altre sperienze ebbi talora a trovare i nemaspermi aggruppati più vivaci e più a lungo che gl' isolati e maturi: in ogni caso vivaci pressochè ugualmente che i più sviluppati: inoltre sempre ai fili spermatici associati in certo numero in linea andavano compagni nello sperma usato moltissimi ben maturi ed isolati.

A togliere almeno in parte le difficoltà accennate, in altre sperienze che mi propongo di fare, voglio tenere i maschi e le femmine solo sequestrati da un semplice divisorio con larga fenestra a gratugia da cui si possano tra loro vedere, come pure ottenere possibilmente lo sperma coll' opera di Onan.

Benchè i miei tentativi finora non sieno stati coronati da successo, non perciò verrò io nella conclusione che questo modo di fecondazione artificiale sia da sbandire e che si debba credere che se le soluzioni saline conservano i movimenti agli spermatozoi, tolgono però loro la proprietà fecondatrice: se anche non stessero molte ragioni per credere probabile conservata coi loro moti, la virtù del fecondare, i risultati negativi non debbono condurci a stabile conclusione, almeno generale, se non quando le sperienze tentate saranno moltissime e variatissime per natura, condizioni di vita, di età ecc. degli animali maschi e femmine, natura, quantità ecc. dei liquidi conservatori dello sperma, modo, intervalli ecc. della siringazione, tempo, luogo di pigliar lo sperma del maschio, sua quantità ecc.

Le nostre risultanze, negative dovrebbero solo, stante l' importanza dell' argomento, invitare altri a ripeterle, variarle, crescerle di numero, onde finalmente operata la somma generale de' risultati, si possa conchiudere al negativo ed al positivo, e con quale frequenza questo e quello si rinnovi, ed in quali circostanze più specialmente.

Per ora almeno mi pare prudente conchiudere che ad operare la fecondazione artificiale si debba attenere all' injezione dello sperma in natura, per la quale solo finora si conoscono risultati positivi e sicuri.

Riguardo poi alle siringazioni in vagina di soluzioni leggermente alcaline per correggere l' acidità del muco, che si potesse credere causa assoluta o cooperatrice di sterilità, sarà pure prudenza il farle con il meno di liquido possibile, onde all' arrivare dello sperma, questo più che dal liquido injettato, sia ricevuto dalla mucosità naturale commista e modificata nella sua reazione da piccolissima dose di liquido alcalino.

(1) Del resto per gli animali inferiori (batraci ecc.) è noto che Spallanzani ne operava la fecondazione ugualmente bene col sugo de' testicoli schiacciati, che collo sperma delle vescichette: però è anche da dire, che gli animali erano con certezza in amore.

Effemeridi e Statistica del Fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1874. Memoria del socio BETOCCHI.

letta nella sessione del 2 maggio 1875.

Nel presentare a questa onorevole Accademia l'effemeride e la statistica del fiume Tevere relativa al decorso anno 1874 ricorderò innanzi tutto come alle stazioni di osservazione già indicate nella effemeride dell'anno precedente altre nuove sono state aggiunte, e cioè a Capo-due-rami ed a Fiumicino.

Mi limiterò non pertanto a presentare le tre serie di osservazioni e rispettive rappresentazioni grafiche analoghe a quelle presentate l'anno decorso, e cioè:

La prima relativa all'altezza del pelo d'acqua del Tevere osservata al mezzodì di ciascun giorno del decorso anno 1874 all'idrometro di Orte, ossia superiormente alla confluenza dell'Aniene;

La seconda relativa all'altezza del pelo di acqua dello stesso Aniene osservata alla medesima ora ogni dì all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli;

Terza finalmente la consueta effemeride a continuazione della serie di quelle già pubblicate negli anni decorsi, relativa all'altezza del pelo di acqua del Tevere osservata all'idrometro di Ripetta, ossia dopo la confluenza dell'Aniene.

A queste effemeridi fanno seguito, come di consuetudine, le rispettive statistiche delle altezze massime e minime mensili ed annuali.

Ripeterò anche oggi quello che dissi già nel presentare l'effemeride dell'anno precedente, e cioè che ad eccezione di quella relativa alle altezze misurate all'idrometro di Ripetta che è già la 53ma, le altre sono ancora troppo scarse di numero per poterne istituire utili confronti, e trarne fondate conseguenze sia sulla natura e leggi dei fenomeni idrologici in generale, sia sul particolare problema, se cioè le piene dell'Aniene aggravino o no le condizioni del Tevere urbano; sul quale argomento ho avuto già più volte occasione di manifestare l'opinion mia, appoggiandola alle osservazioni fatte fin quì.

Arrogge che l'anno 1874, siccome chiaro apparisce dalle unite rappresentazioni grafiche, è fra quelli in cui le altezze delle acque del Tevere non presentarono straordinarie variazioni.

A due sole possono limitarsi le piene dell'anno 1874, e cioè quelle dei giorni dal 5 all'8 e dal 20 al 23 dicembre, non meritando altro nome che quello di semplici escrescenze i rigonfiamenti delle acque che ebbero luogo nei giorni dal 19 al 21 gennaio, dal 18 al 22 febbraio, dal 15 al 17 aprile, dal 10 al 17 maggio, del 26 luglio, del 31 agosto, dal 14 al 16 novembre, e dal 10 al 12 dicembre.

Altezze giornaliere dell' Aniene all'imbocco dei Cunicoli a Tivoli
1874
Metri
Altezze giornaliere del Tevere all'idrometro di Orte
1874
Altezze giornaliere del Tevere all'idrometro di Ripetta
1874
Gennaio
Febbraio
Marzo
Aprile
Maggio
Giugno
Luglio
Agosto
Settembre
Ottobre
Novembre
Decembre

La piena dal 5 all' 8 dicembre segnò il suo colmo a Ripetta alle 2 antimerid. del dì 6 raggiungendo l'altezza di met. 12, 75 che mantenne per ben 5 ore. Questa piena aveva segnato il suo colmo all'idrometro di Orte alle ore 10 antimeridiane del giorno 5 elevandosi a met. 6, 50. Impiegò adunque ore 16 per propagarsi da Orte a Roma.

L' altra dal 20 al 23 detto salì all'idrometro di Ripetta alle 3 pomeridiane del dì 21 segnando met. 12, 69 al qual segno si mantenne per 3 ore consecutive. All'idrometro di Orte aveva raggiunto il colmo alle ore 5, 30 antimeridiane dello stesso dì segnando met. 5, 70. Impiegò quindi sole ore 9, 30 per scendere da Orte a Roma; il che costituisce il primo caso di così rapida trasmissione. La quale trova la sua spiegazione nel fatto dimostratoci dal confronto delle rispettive rappresentazioni grafiche, confermatoci dai registri della pioggia constatata agli osservatorii meteorologici; e cioè che la piena in parola più che alle acque cadute nel bacino superiore del Tevere fu dovuta a quelle cadute nel bacino inferiore, e segnatamente nella vallata da Orte a Roma.

Chiuderò questo breve cenno aggiungendo alcuni altri dati a quelli già comunicati l'anno decorso, e cioè come il segno di guardia del fiume Tevere, di cui già indicai le altezze agl'idrometri di Pontenovo presso Perugia, di Orte e di Ripetta sia stato in seguito stabilito pel tratto di Tevere superiore agl'idrometri di ponte-Falcino e ponte s. Giovanni a met. 2, 80 e pel tratto inferiore del Tevere all'idrometro di Capo-due-rami a met. 4, 00 ed a quello di Fiumicino a met. 1, 00. E come il tempo impiegato per giungere la piena dal ponte di s. Giovanni a ponte Felice sia risultato in media di . . . . . ore 12
da ponte Felice a Roma . . . . . , » 14
e da Roma a Fiumicino. . . . . » 9

EFFEMERIDE DEL TEVERE ossia Registro giornaliero dell'altez
al mezzodì di ciasc

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osserva Met. lin.
1	1, 75	1, 90	1, 90	1, 77	1, 85	1, 86
2	1, 72	1, 80	1, 88	1, 75	1, 85	1, 63
3	1, 70	1, 88	1, 88	1, 75	1, 87	1, 63
4	1, 70	1, 79	1, 77	1, 74	2, 35	1, 69
5	1, 69	1, 76	1, 75	1, 74	2, 50	1, 62
6	1, 69	1, 74	1, 75	1, 77	2, 20	1, 62
7	1, 69	1, 73	1, 74	1, 89	2, 05	1, 60
8	1, 66	1, 73	1, 73	1, 90	1, 87	1, 58
9	1, 65	1, 72	1, 73	2, 00	1, 87	1, 58
10	1, 55	1, 71	1, 73	2, 12	3, 04	1, 57
11	1, 58	1, 95	2, 10	2, 30	3, 35	1, 53
12	1, 57	2, 10	2, 10	2, 22	3, 87	1, 50
13	1, 56	2, 25	2, 07	2, 22	2, 83	2, 00
14	1, 55	2, 35	2, 00	2, 35	2, 81	1, 70
15	1, 54	3, 30	1, 88	4, 20	3, 05	1, 85
16	1, 90	3, 90	1, 88	2, 80	2, 35	1, 85
17	1, 42	3, 55	1, 85	2, 50	2, 20	1, 80
18	2, 50	2, 90	1, 83	2, 35	2, 00	1, 80
19	2, 05	2, 88	1, 82	2, 29	1, 85	1, 80
20	2, 05	2, 37	1, 82	2, 26	1, 85	1, 77
21	1, 85	2, 05	1, 83	2, 16	1, 80	1, 75
22	1, 80	2, 00	1, 83	2, 10	1, 76	1, 74
23	1, 75	1, 90	1, 83	1, 90	1, 72	1, 74
24	1, 74	1, 65	1, 84	1, 90	2, 88	1, 72
25	1, 73	1, 95	1, 84	1, 86	2, 16	1, 90
26	1, 73	1, 90	1, 82	1, 90	1, 88	1, 79
27	1, 72	1, 80	1, 81	2, 05	1, 81	1, 73
28	1, 70	1, 85	1, 81	2, 12	1, 81	1, 70
29	1, 70		1, 81	2, 00	1, 76	1, 68
30	1, 68		1, 81	1, 90	1, 73	1, 63
31	1, 68		1, 78		1, 68	
Sommata	53, 60	60, 41	57, 22	63, 81	68, 60	51, 36
Media	1, 73	2, 16	1, 85	2, 13	2, 21	1, 72
Massima	2, 50	3, 90	2, 10	4, 20	3, 87	2, 00
Minima	1, 42	1, 71	1, 73	1, 74	1, 72	1, 50
Differenza	1, 08	2, 19	0, 37	2, 46	2, 15	0, 50

pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte
no dell'anno 1874.

Luglio Altezza osservata Met. lin.	**Agosto** Altezza osservata Met. lin.	**Settembre** Altezza osservata Met. lin.	**Ottobre** Altezza osservata Met. lin.	**Novembre** Altezza osservata Met. lin.	**Dicembre** Altezza osservata Met. lin.
1, 55	2, 10	2, 20	1, 70	1, 63	1, 50
1, 56	2, 00	2, 00	1, 80	1, 63	1, 54
1, 54	1, 92	1, 90	1, 75	1, 63	1, 43
1, 51	1, 83	1, 87	1, 90	1, 62	1, 37
1, 51	1, 83	1, 85	1, 75	1, 62	6, 40
1, 50	1, 81	1, 82	1, 90	1, 62	4, 45
1, 47	1, 84	1, 81	1, 95	1, 62	2, 50
1, 41	1, 80	1, 79	2, 10	1, 62	2, 08
1, 47	1, 80	1, 80	3, 00	1, 62	2, 00
1, 90	2, 15	1, 78	2, 10	1, 62	3, 27
1, 84	1, 85	1, 79	1, 95	1, 62	2, 58
1, 84	1, 80	2, 10	1, 85	1, 62	2, 15
2, 03	1, 80	2, 15	1, 83	1, 68	2, 48
1, 57	1, 78	2, 45	1, 79	3, 45	3, 06
1, 56	1, 71	2, 00	1, 76	4, 10	2, 26
1, 54	1, 73	1, 85	1, 72	3, 65	2, 25
2, 75	1, 90	1, 80	1, 70	2, 20	2, 15
1, 80	1, 87	1, 79	1, 69	1, 90	2, 60
1, 76	1, 57	1, 76	1, 68	1, 80	2, 70
1, 74	1, 56	1, 74	1, 70	1, 75	3, 96
1, 74	1, 56	1, 73	1, 69	2, 00	4, 60
1, 71	1, 50	2, 20	1, 72	1, 75	3, 30
1, 68	1, 50	1, 75	1, 67	1, 47	2, 68
1, 68	1, 49	1, 74	1, 69	1, 45	2, 40
3, 05	1, 48	1, 73	1, 68	1, 43	2, 15
3, 61	1, 43	1, 76	1, 65	1, 40	2, 05
2, 03	1, 71	1, 73	1, 65	1, 40	3, 15
1, 85	1, 80	1, 72	1, 64	1, 38	2, 50
1, 77	1, 80	1, 71	1, 63	1, 37	2, 90
1, 90	4, 00	1, 69	1, 63	1, 35	2, 55
2, 11	2, 31		1, 62		2, 50
56, 98	57, 23	56, 01	55, 89	55, 00	83, 51
1, 84	1, 85	1, 87	1, 80	1, 83	2, 70
3, 61	4, 00	2, 45	3, 00	4, 10	6, 40
1, 41	1, 43	1, 69	1, 62	1, 35	1, 37
2, 20	2, 57	0, 76	1, 38	2, 75	5, 03

dell'alte

EFFEMERIDE DEL TEVERE ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1874.

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1, 75	1, 90	1, 90	1, 77	1, 85	1, 86	1, 55	2, 10	2, 20	1, 70	1, 63	1, 50
2	1, 72	1, 80	1, 88	1, 75	1, 85	1, 63	1, 56	2, 00	2, 00	1, 80	1, 63	1, 54
3	1, 70	1, 88	1, 88	1, 75	1, 87	1, 63	1, 54	1, 92	1, 90	1, 75	1, 63	1, 43
4	1, 70	1, 79	1, 77	1, 74	2, 35	1, 69	1, 51	1, 83	1, 87	1, 90	1, 62	1, 37
5	1, 69	1, 76	1, 75	1, 74	2, 50	1, 62	1, 51	1, 83	1, 85	1, 75	1, 62	6, 40
6	1, 69	1, 74	1, 75	1, 77	2, 20	1, 62	1, 50	1, 81	1, 82	1, 90	1, 62	4, 45
7	1, 69	1, 73	1, 74	1, 89	2, 05	1, 60	1, 47	1, 84	1, 81	1, 95	1, 62	2, 50
8	1, 66	1, 73	1, 73	1, 90	1, 87	1, 58	1, 41	1, 80	1, 79	2, 10	1, 62	2, 08
9	1, 65	1, 72	1, 73	2, 00	1, 87	1, 58	1, 47	1, 80	1, 80	3, 00	1, 62	2, 00
10	1, 55	1, 71	1, 73	2, 12	3, 04	1, 57	1, 90	2, 15	1, 78	2, 10	1, 62	3, 27
11	1, 58	1, 95	2, 10	2, 30	3, 35	1, 53	1, 84	1, 85	1, 79	1, 95	1, 62	2, 58
12	1, 57	2, 10	2, 10	2, 22	3, 87	1, 50	1, 84	1, 80	2, 10	1, 85	1, 62	2, 15
13	1, 56	2, 25	2, 07	2, 22	2, 83	2, 00	2, 03	1, 80	2, 15	1, 83	1, 68	2, 48
14	1, 55	2, 35	2, 00	2, 35	2, 81	1, 70	1, 57	1, 78	2, 45	1, 79	3, 45	3, 06
15	1, 54	3, 30	1, 88	4, 20	3, 05	1, 85	1, 56	1, 71	2, 00	1, 76	4, 10	2, 26
16	1, 90	3, 90	1, 88	2, 80	2, 35	1, 85	1, 54	1, 73	1, 85	1, 72	3, 65	2, 25
17	1, 42	3, 55	1, 85	2, 50	2, 20	1, 80	2, 75	1, 90	1, 80	1, 70	2, 20	2, 15
18	2, 50	2, 90	1, 83	2, 35	2, 00	1, 80	1, 80	1, 87	1, 79	1, 69	1, 90	2, 60
19	2, 05	2, 88	1, 82	2, 29	1, 85	1, 80	1, 76	1, 57	1, 76	1, 68	1, 80	2, 70
20	2, 05	2, 37	1, 82	2, 26	1, 85	1, 77	1, 74	1, 56	1, 74	1, 70	1, 75	3, 96
21	1, 85	2, 05	1, 83	2, 16	1, 80	1, 75	1, 74	1, 56	1, 73	1, 69	2, 00	4, 60
22	1, 80	2, 00	1, 83	2, 10	1, 76	1, 74	1, 71	1, 50	2, 20	1, 72	1, 75	3, 30
23	1, 75	1, 90	1, 83	1, 90	1, 72	1, 74	1, 68	1, 50	1, 75	1, 67	1, 47	2, 68
24	1, 74	1, 65	1, 84	1, 90	2, 88	1, 72	1, 68	1, 49	1, 74	1, 69	1, 45	2, 40
25	1, 73	1, 95	1, 84	1, 86	2, 16	1, 90	3, 05	1, 48	1, 73	1, 68	1, 43	2, 15
26	1, 73	1, 90	1, 82	1, 90	1, 88	1, 79	3, 61	1, 43	1, 76	1, 65	1, 40	2, 05
27	1, 72	1, 80	1, 81	2, 05	1, 81	1, 73	2, 03	1, 71	1, 73	1, 65	1, 40	3, 15
28	1, 70	1, 85	1, 81	2, 12	1, 81	1, 70	1, 85	1, 80	1, 72	1, 64	1, 38	2, 50
29	1, 70		1, 81	2, 00	1, 76	1, 68	1, 77	1, 80	1, 71	1, 63	1, 37	2, 90
30	1, 68		1, 81	1, 90	1, 73	1, 63	1, 90	4, 00	1, 69	1, 63	1, 35	2, 55
31	1, 68		1, 78		1, 68		2, 11	2, 31		1, 62		2, 50
Sommata	53, 60	60, 41	57, 22	63, 81	68, 60	51, 36	56, 98	57, 23	56, 01	55, 89	55, 00	83, 51
Media	1, 73	2, 16	1, 85	2, 13	2, 21	1, 72	1, 84	1, 85	1, 87	1, 80	1, 83	2, 70
Massima	2, 50	3, 90	2, 10	4, 20	3, 87	2, 00	3, 61	4, 00	2, 45	3, 00	4, 10	6, 40
Minima	1, 42	1, 71	1, 73	1, 74	1, 72	1, 50	1, 41	1, 43	1, 69	1, 62	1, 35	1, 37
Differenza	1, 08	2, 19	0, 37	2, 46	2, 15	0, 50	2, 20	2, 57	0, 76	1, 38	2, 75	5, 03

EFFEMERIDE dell'ANIENE ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo di ac
al mezzodì di cias

Giorni del mese	Gennaro Altezze osservate Met. lin.	Febbraro Altezze osservate Met. lin.	Marzo Altezze osservate Met. lin.	Aprile Altezze osservate Met. lin.	Maggio Altezze osservate Met. lin.	Giugno Altezze osser Met. lin.
1	1, 00	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 30
2	1, 00	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 30
3	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 10	1, 30
4	0, 90	0, 80	0, 90	0, 90	1, 60	1, 30
5	0, 90	0, 80	0, 90	0, 90	1, 50	1, 30
6	0, 85	0, 80	0, 90	0, 85	1, 40	1, 30
7	0, 85	0, 80	0, 90	1, 20	1, 40	1, 70
8	0, 85	0, 80	0, 90	1, 00	1, 60	1, 20
9	0, 85	0, 80	0, 90	1, 20	1, 50	1, 20
10	0, 80	0, 80	0, 90	1, 20	1, 50	1, 20
11	0, 80	0, 80	0, 90	1, 20	1, 70	1, 20
12	0, 80	0, 80	0, 90	1, 30	2, 30	1, 20
13	0, 80	0, 80	0, 90	1, 30	2, 40	1, 40
14	0, 80	0, 80	0, 90	1, 70	2, 20	1, 10
15	0, 80	0, 80	0, 90	2, 00	2, 00	1, 10
16	0, 80	0, 80	0, 90	2, 30	1, 80	1, 05
17	0, 90	1, 00	0, 90	1, 80	1, 60	1, 05
18	2, 10	1, 70	0, 90	1, 50	1, 50	1, 05
19	1, 40	1, 70	0, 90	1, 40	1, 50	1, 05
20	1, 20	1, 00	1, 00	1, 30	1, 50	1, 05
21	1, 00	1, 00	0, 90	1, 30	1, 50	1, 05
22	0, 90	1, 00	1, 00	1, 20	1, 40	1, 05
23	0, 90	1, 00	1, 00	1, 20	1, 40	1, 05
24	0, 90	1, 00	1, 10	1, 20	1, 40	1, 05
25	0, 90	0, 95	1, 00	1, 20	1, 40	1, 00
26	0, 90	0, 95	1, 00	1, 15	1, 40	1, 00
27	0, 90	0, 95	0, 95	1, 10	2, 10	1, 00
28	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 80	1, 00
29	0, 90		0, 90	1, 05	1, 60	1, 00
30	0, 90		0, 90	1, 05	1, 40	1, 00
31	0, 90		0, 90		1, 40	
Sommata	29, 40	26, 30	28, 75	37, 25	49, 00	34, 5
Media	0, 95	0, 94	0, 93	1, 24	1, 58	1, 1
Massima	2, 10	1, 70	1, 10	2, 30	2, 40	1, 7
Minima	0, 80	0, 80	0, 90	0, 85	1, 05	1, 0
Differenza	1, 30	0, 90	0, 20	1, 45	1, 35	0, 7

Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli
no dell'anno 1874.

Luglio Altezze osservate Met. lin.	**Agosto** Altezze osservate Met. lin.	**Settembre** Altezze osservate Met. lin.	**Ottobre** Altezze osservate Met. lin.	**Novembre** Altezze osservate Met. lin.	**Dicembre** Altezze osservate Met. lin.
1, 00	1, 20	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80
1, 00	1, 30	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80
1, 00	1, 40	0, 90	1, 40	0, 80	0, 80
1, 00	1, 20	0, 90	1, 00	0, 80	0, 80
1, 00	1, 30	0, 90	1, 00	0, 80	3, 00
1, 00	1, 20	0, 90	1, 00	0, 80	2, 00
1, 00	1, 10	0, 90	0, 90	0, 80	1, 70
1, 00	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 50
1, 00	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 20
1, 40	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 80
1, 30	1, 00	1, 00	0, 90	0, 80	1, 60
1, 20	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	2, 00
1, 30	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 80
1, 30	0, 95	1, 00	0, 90	1, 70	1, 60
1, 30	0, 95	1, 50	0, 90	2, 00	1, 50
1, 30	0, 95	0, 90	0, 80	1, 50	1, 20
1, 40	0, 95	0, 90	0, 80	1, 00	1, 40
1, 20	0, 95	0, 85	0, 80	0, 90	1, 80
1, 00	0, 95	0, 85	0, 80	0, 90	2, 10
1, 00	0, 90	0, 85	0, 80	0, 90	2, 00
1, 00	0, 90	0, 85	1, 00	0, 85	2, 20
1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	0, 85	1, 70
1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	0, 85	1, 50
1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 50
1, 50	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
1, 90	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
1, 20	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 30
1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 80
1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 90
1, 40	1, 20		0, 80		1, 50
35, 70	32, 20	26, 70	27, 30	27, 85	48, 70
1, 15	1, 04	0, 89	0, 88	0, 90	1, 57
1, 90	1, 40	1, 50	1, 40	2, 00	3, 00
1, 00	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80	0, 80
0, 90	0, 50	0, 70	0, 60	1, 20	2, 20

EFFEMERIDE dell'ANIENE ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo di acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1874.

Giorni del mese	Gennaro Altezze osservate Met. lin.	Febbraro Altezze osservate Met. lin.	Marzo Altezze osservate Met. lin.	Aprile Altezze osservate Met. lin.	Maggio Altezze osservate Met. lin.	Giugno Altezze osservate Met. lin.	Luglio Altezze osservate Met. lin.	Agosto Altezze osservate Met. lin.	Settembre Altezze osservate Met. lin.	Ottobre Altezze osservate Met. lin.	Novembre Altezze osservate Met. lin.	Dicembre Altezze osservate Met. lin.
1	1, 00	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 30	1, 00	1, 20	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80
2	1, 00	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 30	1, 00	1, 30	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80
3	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 10	1, 30	1, 00	1, 40	0, 90	1, 40	0, 80	0, 80
4	0, 90	0, 80	0, 90	0, 90	1, 60	1, 30	1, 00	1, 20	0, 90	1, 00	0, 80	0, 80
5	0, 90	0, 80	0, 90	0, 90	1, 50	1, 30	1, 00	1, 30	0, 90	1, 00	0, 80	3, 00
6	0, 85	0, 80	0, 90	0, 85	1, 40	1, 30	1, 00	1, 20	0, 90	1, 00	0, 80	2, 00
7	0, 85	0, 80	0, 90	1, 20	1, 40	1, 70	1, 00	1, 10	0, 90	0, 90	0, 80	1, 70
8	0, 85	0, 80	0, 90	1, 00	1, 60	1, 20	1, 00	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 50
9	0, 85	0, 80	0, 90	1, 20	1, 50	1, 20	1, 00	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 20
10	0, 80	0, 80	0, 90	1, 20	1, 50	1, 20	1, 40	1, 00	0, 90	0, 90	0, 80	1, 80
11	0, 80	0, 80	0, 90	1, 20	1, 70	1, 20	1, 30	1, 00	1, 00	0, 90	0, 80	1, 60
12	0, 80	0, 80	0, 90	1, 30	2, 30	1, 20	1, 20	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	2, 00
13	0, 80	0, 80	0, 90	1, 30	2, 40	1, 40	1, 30	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 80
14	0, 80	0, 80	0, 90	1, 70	2, 20	1, 10	1, 30	0, 95	1, 00	0, 90	1, 70	1, 60
15	0, 80	0, 80	0, 90	2, 00	2, 00	1, 10	1, 30	0, 95	1, 50	0, 90	2, 00	1, 50
16	0, 80	0, 80	0, 90	2, 30	1, 80	1, 05	1, 30	0, 95	0, 90	0, 80	1, 50	1, 20
17	0, 90	1, 00	0, 90	1, 80	1, 60	1, 05	1, 40	0, 95	0, 90	0, 80	1, 00	1, 40
18	2, 10	1, 70	0, 90	1, 50	1, 50	1, 05	1, 20	0, 95	0, 85	0, 80	0, 90	1, 80
19	1, 40	1, 70	0, 90	1, 40	1, 50	1, 05	1, 00	0, 95	0, 85	0, 80	0, 90	2, 10
20	1, 20	1, 00	1, 00	1, 30	1, 50	1, 05	1, 00	0, 90	0, 85	0, 80	0, 90	2, 00
21	1, 00	1, 00	0, 90	1, 30	1, 50	1, 05	1, 00	0, 90	0, 85	1, 00	0, 85	2, 20
22	0, 90	1, 00	1, 00	1, 20	1, 40	1, 05	1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	0, 85	1, 70
23	0, 90	1, 00	1, 00	1, 20	1, 40	1, 05	1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	0, 85	1, 50
24	0, 90	1, 00	1, 10	1, 20	1, 40	1, 05	1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 50
25	0, 90	0, 95	1, 00	1, 20	1, 40	1, 00	1, 50	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
26	0, 90	0, 95	1, 00	1, 15	1, 40	1, 00	1, 90	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
27	0, 90	0, 95	0, 95	1, 10	2, 10	1, 00	1, 20	1, 00	0, 80	0, 80	0, 85	1, 30
28	0, 90	0, 95	0, 90	1, 05	1, 80	1, 00	1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 30
29	0, 90		0, 90	1, 05	1, 60	1, 00	1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 80
30	0, 90		0, 90	1, 05	1, 40	1, 00	1, 00	1, 00	0, 80	0, 80	0, 80	1, 90
31	0, 90		0, 90		1, 40		1, 40	1, 20		0, 80		1, 50
Sommata	29, 40	26, 30	28, 75	37, 25	49, 00	34, 55	35, 70	32, 20	26, 70	27, 30	27, 85	48, 70
Media	0, 95	0, 94	0, 93	1, 24	1, 58	1, 15	1, 15	1, 04	0, 89	0, 88	0, 90	1, 57
Massima	2, 10	1, 70	1, 10	2, 30	2, 40	1, 70	1, 90	1, 40	1, 50	1, 40	2, 00	3, 00
Minima	0, 80	0, 80	0, 90	0, 85	1, 05	1, 00	1, 00	0, 90	0, 80	0, 80	0, 80	0, 80
Differenza	1, 30	0, 90	0, 20	1, 45	1, 35	0, 70	0, 90	0, 50	0, 70	0, 60	1, 20	2, 20

EFFEMERIDE DEL TEVERE ossia Registro giornaliero dell' alt
al mezzodì di cia

Giorni del mese	**Gennaro** Altezza osservata Met. lin.	**Febbraro** Altezza osservata Met. lin.	**Marzo** Altezza osservata Met. lin.	**Aprile** Altezza osservata Met. lin.	**Maggio** Altezza osservata Met. lin.	**Giugn** Altezza osse Met. lin
1	6, 39	6, 12	6, 64	6, 10	6, 56	6, 76
2	6, 22	6, 12	6, 59	6, 08	6, 43	6, 69
3	6, 12	6, 09	6, 57	6, 06	6, 38	6, 61
4	6, 08	6, 06	6, 54	6, 06	6, 61	6, 57
5	6, 05	6, 03	6, 48	6, 05	6, 99	6, 50
6	6, 36	6, 00	6, 34	6, 05	7, 55	6, 49
7	6, 35	6, 00	6, 29	6, 05	7, 14	6, 50
8	6, 25	6, 00	6, 22	6, 62	7, 12	6, 45
9	6, 17	6, 05	6, 20	6, 46	7, 44	6, 48
10	6, 13	6, 08	6, 21	6, 44	8, 15	6, 38
11	6, 12	6, 08	6, 30	6, 66	9, 73	6, 34
12	6, 06	6, 03	6, 55	6, 99	9, 74	6, 29
13	6, 04	5, 99	6, 88	6, 91	10, 74	6, 27
14	6, 03	5, 95	6, 65	7, 34	10, 10	6, 53
15	6, 02	5, 94	6, 58	9, 85	10, 02	6, 33
16	5, 99	5, 98	6, 41	11, 11	9, 44	6, 31
17	6, 04	6, 04	6, 36	9, 27	8, 71	6, 39
18	7, 19	7, 84	6, 31	8, 43	8, 35	6, 28
19	8, 92	9, 50	6, 28	7, 88	7, 90	6, 18
20	8, 08	9, 33	6, 35	7, 50	7, 74	6, 08
21	7, 18	8, 50	6, 37	7, 28	7, 59	6, 10
22	6, 85	7, 83	6, 35	7, 10	7, 44	6, 09
23	6, 66	7, 48	6, 29	6, 95	7, 26	6, 09
24	6, 62	7, 26	6, 26	6, 88	7, 14	6, 05
25	6, 43	7, 02	6, 22	6, 88	7, 71	6, 15
26	6, 39	6, 94	6, 20	6, 82	7, 82	6, 33
27	6, 33	6, 79	6, 16	6, 76	7, 24	6, 09
28	6, 28	6, 70	6, 16	6, 67	7, 32	6, 07
29	6, 24		6, 16	6, 61	7, 10	6, 00
30	6, 21		6, 14	6, 58	6, 93	5, 98
31	6, 16		6, 13		6, 84	
Sommata	199, 96	187, 75	197, 19	212, 44	243, 23	189, 38
Media	6, 45	6, 71	6, 36	7, 08	7, 85	6, 3
Massima	7, 19	9, 50	6, 88	11, 11	10, 74	6, 7
Minima	5, 99	5, 94	6, 13	6, 05	6, 38	5, 9
Differenza	1, 20	3, 56	0, 75	5, 06	4, 36	0, 7

pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta
no dell'anno 1874.

Luglio Altezza osservata Met. lin.	**Agosto** Altezza osservata Met. lin.	**Settembre** Altezza osservata Met. lin.	**Ottobre** Altezza osservata Met. lin.	**Novembre** Altezza osservata Met. lin.	**Dicembre** Altezza osservata Met. lin.
5, 96	6, 77	6, 32	5, 72	5, 75	5, 95
5, 95	6, 42	5, 98	5, 72	5, 74	6, 05
5, 93	6, 33	5, 90	5, 95	5, 73	6, 13
5, 90	6, 30	5, 82	6, 27	5, 73	6, 04
5, 87	6, 52	5, 79	6, 31	5, 73	9, 43
5, 86	6, 56	5, 76	6, 30	5, 72	12, 66
5, 85	6, 40	5, 75	6, 75	5, 72	10, 18
5, 84	6, 35	5, 74	7, 51	5, 72	8, 04
5, 84	6, 05	5, 73	7, 10	5, 72	7, 46
6, 05	5, 94	5, 71	8, 18	5, 71	7, 43
6, 09	6, 58	5, 75	6, 83	5, 71	10, 98
6, 07	6, 06	5, 80	6, 28	5, 75	8, 50
6, 06	5, 90	5, 96	6, 11	5, 76	7, 97
6, 34	5, 89	5, 83	6, 01	6, 41	9, 74
6, 15	5, 86	6, 85	5, 93	10, 82	9, 22
6, 06	5, 85	6, 21	5, 93	9, 16	8, 14
5, 97	5, 94	6, 02	5, 87	9, 56	7, 74
6, 74	6, 10	5, 92	5, 86	7, 52	7, 84
6, 32	5, 86	5, 92	5, 85	6, 90	9, 56
6, 25	5, 85	5, 86	5, 84	6, 72	9, 74
6, 00	5, 85	5, 81	5, 82	6, 51	12, 60
5, 93	5, 85	5, 78	5, 88	6, 82	12, 18
5, 85	5, 82	5, 96	6, 03	6, 40	9, 92
5, 82	5, 78	5, 94	5, 93	6, 27	8, 79
5, 87	5, 77	5, 86	5, 81	6, 18	8, 16
9, 70	5, 76	5, 78	5, 79	6, 11	7, 81
8, 60	5, 76	5, 75	5, 79	6, 07	7, 80
6, 65	6, 08	5, 75	5, 77	6, 03	9, 05
6, 30	6, 15	5, 75	5, 75	6, 02	8, 45
6, 14	5, 93	5, 73	5, 75	5, 96	8, 87
6, 07	7, 93		5, 75		8, 20
94, 03	190, 21	176, 73	190, 39	193, 95	270, 63
6, 23	6, 14	5, 56	6, 14	6, 46	8, 73
9, 70	7, 93	6, 85	8, 18	10, 82	12, 60
5, 82	5, 76	5, 71	5, 72	5, 71	5, 95
3, 88	2, 17	1, 14	2, 46	5, 11	6, 65

EFFEMERIDE DEL TEVERE ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1874.

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	6, 39	6, 12	6, 64	6, 10	6, 56	6, 76	5, 96	6, 77	6, 32	5, 72	5, 75	5, 95
2	6, 22	6, 12	6, 59	6, 08	6, 43	6, 69	5, 95	6, 42	5, 98	5, 72	5, 74	6, 05
3	6, 12	6, 09	6, 57	6, 06	6, 38	6, 61	5, 93	6, 33	5, 90	5, 95	5, 73	6, 13
4	6, 08	6, 06	6, 54	6, 06	6, 61	6, 57	5, 90	6, 30	5, 82	6, 27	5, 73	6, 04
5	6, 05	6, 03	6, 48	6, 05	6, 99	6, 50	5, 87	6, 52	5, 79	6, 31	5, 73	9, 43
6	6, 36	6, 00	6, 34	6, 05	7, 55	6, 49	5, 86	6, 56	5, 76	6, 30	5, 72	12, 66
7	6, 35	6, 00	6, 29	6, 05	7, 14	6, 50	5, 85	6, 40	5, 75	6, 75	5, 72	10, 18
8	6, 25	6, 00	6, 22	6, 62	7, 12	6, 45	5, 84	6, 35	5, 74	7, 51	5, 72	8, 04
9	6, 17	6, 05	6, 20	6, 46	7, 44	6, 48	5, 84	6, 05	5, 73	7, 10	5, 72	7, 46
10	6, 13	6, 08	6, 21	6, 44	8, 15	6, 38	6, 05	5, 94	5, 71	8, 18	5, 71	7, 43
11	6, 12	6, 08	6, 30	6, 66	9, 73	6, 34	6, 09	6, 58	5, 75	6, 83	5, 71	10, 98
12	6, 06	6, 03	6, 55	6, 99	9, 74	6, 29	6, 07	6, 06	5, 80	6, 28	5, 75	8, 50
13	6, 04	5, 99	6, 88	6, 91	10, 74	6, 27	6, 06	5, 90	5, 96	6, 11	5, 76	7, 97
14	6, 03	5, 95	6, 65	7, 34	10, 10	6, 53	6, 34	5, 89	5, 83	6, 01	6, 41	9, 74
15	6, 02	5, 94	6, 58	9, 85	10, 02	6, 33	6, 15	5, 86	6, 85	5, 93	10, 82	9, 22
16	5, 99	5, 98	6, 41	11, 11	9, 44	6, 31	6, 06	5, 85	6, 21	5, 93	9, 16	8, 14
17	6, 04	6, 04	6, 36	9, 27	8, 71	6, 39	5, 97	5, 94	6, 02	5, 87	9, 56	7, 74
18	7, 19	7, 84	6, 31	8, 43	8, 35	6, 28	6, 74	6, 10	5, 92	5, 86	7, 52	7, 84
19	8, 92	9, 50	6, 28	7, 88	7, 90	6, 18	6, 32	5, 86	5, 92	5, 85	6, 90	9, 56
20	8, 08	9, 33	6, 35	7, 50	7, 74	6, 08	6, 25	5, 85	5, 86	5, 84	6, 72	9, 74
21	7, 18	8, 50	6, 37	7, 28	7, 59	6, 10	6, 00	5, 85	5, 81	5, 82	6, 51	12, 60
22	6, 85	7, 83	6, 35	7, 10	7, 44	6, 09	5, 93	5, 85	5, 78	5, 88	6, 82	12, 18
23	6, 66	7, 48	6, 29	6, 95	7, 26	6, 09	5, 85	5, 82	5, 96	6, 03	6, 40	9, 92
24	6, 62	7, 26	6, 26	6, 88	7, 14	6, 05	5, 82	5, 78	5, 94	5, 93	6, 27	8, 79
25	6, 43	7, 02	6, 22	6, 88	7, 71	6, 15	5, 87	5, 77	5, 86	5, 81	6, 18	8, 16
26	6, 39	6, 94	6, 20	6, 82	7, 82	6, 33	9, 70	5, 76	5, 78	5, 79	6, 11	7, 81
27	6, 33	6, 79	6, 16	6, 76	7, 24	6, 09	8, 60	5, 76	5, 75	5, 79	6, 07	7, 80
28	6, 28	6, 70	6, 16	6, 67	7, 32	6, 07	6, 65	6, 08	5, 75	5, 77	6, 03	9, 05
29	6, 24		6, 16	6, 61	7, 10	6, 00	6, 30	6, 15	5, 75	5, 75	6, 02	8, 45
30	6, 21		6, 14	6, 58	6, 93	5, 98	6, 14	5, 93	5, 73	5, 75	5, 96	8, 87
31	6, 16		6, 13		6, 84		6, 07	7, 93		5, 75		8, 20
Sommata	199, 96	187, 75	197, 19	212, 44	243, 23	189, 38	194, 03	190, 21	176, 73	190, 39	193, 95	270, 63
Media	6, 45	6, 71	6, 36	7, 08	7, 85	6, 31	6, 23	6, 14	5, 56	6, 14	6, 46	8, 73
Massima	7, 19	9, 50	6, 88	11, 11	10, 74	6, 76	9, 70	7, 93	6, 85	8, 18	10, 82	12, 60
Minima	5, 99	5, 94	6, 13	6, 05	6, 38	5, 98	5, 82	5, 76	5, 71	5, 72	5, 71	5, 95
Differenza	1, 20	3, 56	0, 75	5, 06	4, 36	0, 78	3, 88	2, 17	1, 14	2, 46	5, 11	6, 65

Anno 1874.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro	53, 60	1, 73	2, 50	1, 42	1, 08
Febbraro.	60, 41	2, 16	3, 90	1, 71	2, 19
Marzo	57, 22	1, 85	2, 10	1, 73	0, 37
Aprile.	63, 81	2, 13	4, 20	1, 74	2, 46
Maggio	68, 60	2, 21	3, 87	1, 72	2, 15
Giugno	51, 36	1, 72	2, 00	1, 50	0, 50
Luglio.	56, 98	1, 84	3, 61	1, 41	2, 20
Agosto.	57, 23	1, 85	4, 00	1, 43	2, 57
Settembre	56, 01	1, 87	2, 45	1, 69	0, 76
Ottobre	55, 89	1, 80	3, 00	1, 62	1, 38
Novembre	55, 00	1, 83	4, 10	1, 35	2, 75
Dicembre.	83, 51	2, 70	6, 40	1, 37	5, 03
	719, 62				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{719, 62}{365}$ = 1,969918 ossia = 1,970

Altezza massima dell'intero anno m. l. 6,40
» minima » » » 1,35
} Differenza massima m. l. = 5,05

Anno 1874.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro	29, 40	0, 95	2, 10	0, 80	1, 30
Febbraro.	26, 30	0, 94	1, 70	0, 80	0, 90
Marzo	28, 75	0, 93	1, 10	0, 90	0, 20
Aprile	37, 25	1, 24	2, 30	0, 85	1, 45
Maggio	49, 00	1, 58	2, 40	1, 05	1, 35
Giugno	34, 55	1, 15	1, 70	1, 00	0, 70
Luglio.	35, 70	1, 15	1, 90	1, 00	0, 90
Agosto.	32, 20	1, 04	1, 40	0, 90	0, 50
Settembre	26, 70	0, 89	1, 50	0, 80	0, 70
Ottobre	27, 30	0, 88	1, 40	0, 80	0, 60
Novembre	27, 85	0, 90	2, 00	0, 80	1, 20
Dicembre	48, 70	1, 57	3, 00	0, 80	2, 20
	403, 70				

Altezza media generale dell'anno m. l. $\frac{403,70}{365} = 1,106027$ ossia $= 1,106$

Altezza massima dell'intero anno m. l. 3,00
» minima » » » 0,80 } Differenza massima m. l. $= 2,20$

Anno 1874.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL' IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL' ANIENE

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro	199, 96	6, 45	7, 19	5, 99	1, 20
Febbraro.	187, 75	6, 71	9, 50	5, 94	3, 56
Marzo	197, 19	6, 36	6, 88	6, 13	0, 75
Aprile	212, 44	7, 08	11, 11	6, 05	5, 06
Maggio	243, 23	7, 85	10, 74	6, 38	4, 36
Giugno	189, 38	6, 31	6, 76	5, 98	0, 78
Luglio.	194, 03	6, 23	9, 70	5, 82	3, 88
Agosto.	190, 21	6, 14	7, 93	5, 76	2, 17
Settembre	176, 73	5, 56	6, 85	5, 71	1, 14
Ottobre	190, 39	6, 14	8, 18	5, 72	2, 46
Novembre	193, 95	6, 46	10, 82	5, 71	5, 11
Dicembre	270, 63	8, 73	12, 60	5, 95	6, 65
	2445, 89				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2445, 89}{365} = 6,701068$ ossia $= 6,701$

Altezza massima dell'intero anno m.l. 12,60
» minima » » » 5,71
} Differenza massima m. l. $= 6,89$

L'influenza dell'abbassamento di temperatura sullo sviluppo dell'uovo di gallina

del Dott. GIUSEPPE COLASANTI.
Nota presentata dal Socio TOMMASI CRUDELI

nella sessione del 6 giugno 1875.

(Lavoro fatto nel Laboratorio d'Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Roma. III.)

L' esame delle speciali circostanze che possono avere una influenza sullo sviluppo dei germi animali fu ai nostri giorni il soggetto che interessò i studi di vari sperimentatori.

Nella fisiologia di Giovanni Müller (1) trovo registrato sotto il titolo « *respirazione dell' uovo* » una ricca serie di lavori che hanno per oggetto il determinare l'azione che possono esercitare varii gas sullo sviluppo dell'uovo.

In prima questo argomento venne studiato da Michelotti sopra le uova degl'insetti e quindi da Viborg, da Erman, da Schwann, da Bischoff, da Dulk sopra l'uovo della gallina. Tutti questi autori, come diceva, ebbero di mira di studiare l'esclusiva influenza dei gas, e per quanto mi sia dato premura non ho potuto fin ora trovare che fisiologi si sieno occupati d'indagare la questione onde conoscere quali abbassamenti di temperatura possono sopportare le uova, senza che il germe perda la facoltà di un ulteriore sviluppo.

Guidato da un tal punto di vista, nella decorsa primavera intrapresi alcune esperienze dalle quali ho potuto apprendere che l' uovo di gallina può sopportare degli abbassamenti di temperatura da 7° fino a 10° sotto zero e che può giungere sino ad una perfetta congelazione senza perdere la facoltà di svilupparsi. Mi adoperai a fare una serie di dette esperienze in un modo molto semplice che in succinto voglio descrivere.

Prendeva uova fresche, fatte accuratamente incubare nelle stalle del Laboratorio, le seppelliva sotto una mescolanza frigorifera preparata come nel consueto modo, cioè cloruro di sodio e ghiaccio. In sulle prime che mi accinsi a fare simili esperienze io credetti necessario usare molte cautele, volendo separare e proteggere la superficie dell' uovo dal contatto del liquido salato, il quale avrebbe forse potuto esercitare una speciale e dannosa influenza sullo sviluppo del germe, cosicchè feci le prime esperienze immergendo l'uovo nella mescolanza frigorifera o inviluppato in una carta impermeabile o riposto in un bicchiere di vetro a sottilissime pareti per poter così studiare l'influenza esclusiva del freddo senza che venisse turbato il risultato dell' esperienza per altri effetti contemporanei e forse dannosi, come ad esempio il contatto immediato coll'acqua salsa. Ora però dopo una serie di esperienze indirizzate a detto scopo mi sono convinto che il contatto di un liquido salso non ha nessun effetto dannoso sul germe. Infatti: si può tenere immerso per circa

(1) I. Müller Manual de Physiologie traduit de l'Allemand sur la dernière édition. Paris 1851 pag. 241-42.

due ore un uovo di gallina in una soluzione satura di cloruro di sodio, senza che questo perda la facoltà di svilupparsi. Ammaestrato da tali fatti ho creduto conveniente di profittare del metodo più comodo mettendo semplicemente le uova sotto la mescolanza frigorifera senza adoperare nessun mezzo protettore.

Accadde in ogni esperienza (e debbo aggiungere che ogni esperienza feci contemporaneamente con tre o quattro uova) che l'uno o l'altro degli uovi rompeva il suo guscio, fatto però che si ripeteva nella minoranza degli uovi che faceva soggetto delle esperienze. L'esame del contenuto delle uova che avevano rotto il guscio risultava che questo era completamente solido e resistente, perfettamente congelato, il bianco semitrasparente e di un aspetto quasi cristallino. Ho cercato darmi una spiegazione del perchè sotto l' azione del freddo si spezzassero i gusci dell'uovo e ciò credo possa avvenire nel modo seguente: la bolla d' aria che esiste in ogni uovo, nelle uova spezzate era tanto piccola che non poteva compensare l'aumento di volume che subisce sotto la congelazione il contenuto dell' uovo stesso, mentre che nelle uova non spezzate la vescicola d' aria era abbastanza grande per supplire alla deficienza dello spazio. Ed andando oltre nell' istituire ricerche aprii ora uno ora l'altro delle uova non spontaneamente spezzate e mi convinsi che il loro contenuto subisce la medesima solidificazione che mostrava il contenuto delle uova spezzate. Teneva a permanenza nella mescolanza frigorifera per lo spazio di una a due ore varie uova e determinava l'abbassamento di temperatura per mezzo di un termometro di Geissler che era posto in essa mescolanza ad immediato contatto delle uova. Durante il tempo di siffatte esperienze il termometro oscillava fra diversi gradi, discendendo molto presto fino a 7° — 10° C. sotto zero, ed in questo abbassamento estremo si manteneva per un tempo variabile che può essere calcolato da 30 a 40 minuti circa, quindi la temperatura si rialzava alcun poco per segnare verso la fine della seconda ora dell'esperienza, 4° o 5° sotto zero. Le uova che per tutto questo spazio di tempo erano tenute nella mescolanza frigorifera, ne furono estratte e lavate accuratamente con acqua pura ed asciugate, venivano poste nella stufa da covare la temperatura della quale era a permanenza tenuta a 36° e 40° C. circa. Esaminando le uova, otto giorni dopo l' esperienza e dopo che erano covate, mi accorsi che in ognuna di esse aveva avuto luogo lo sviluppo di un normalissimo embrione di pollo che in nessun caso mostrò la menoma traccia di anomalia. Questi embrioni non differiscono punto da quelli di altre uova che erano messe contemporaneamente nella stufa senza avere preventivamente subito nè l'influenza della mescolanza frigorifera, nè di altro agente qualunque.

Come corollario di tali esperienze risulta che una temperatura di 7° fino a 10° C. sotto zero, che dura per lo spazio di due ore circa ed è sufficiente a trasformare il contenuto nell'uovo in uno stato perfettamente solido non basta però di togliere al germe la *vitalità* e la *forza dell'ulteriore sviluppo.*

Questo fatto che ho avuta l'opportunità di osservare nell'uovo di gallina sembrami in perfetto accordo con un'altra serie generale di fatti che tutti concorrono a provare, come i germi degli organismi sono premuniti di una resistenza più forte che non mostrano gli organismi nel loro stato di perfezione.

Dei Monti Mario e Vaticano e del loro sollevamento
Memoria del socio G. PONZI
letta nella sessione del 2 maggio 1875.

Nelle varie mie pubblicazioni sovente mi è occorso rammentare una frattura della crosta terrestre, la quale correndo col Tevere attraverso Roma pel sollevamento del suo lato destro, costituisce il Monte Mario. Essendomi stata fatta qualche obbiezione scientifica su tale argomento, ho creduto conveniente trarre dal magazzino delle mie osservazioni, certi vecchi studî sulle fratture del nostro suolo onde meglio ne venga dimostrata la verità, e così tolto ogni inciampo al libero progresso della scienza.

Io credo, non esista Geologo che non conosca, o almeno non abbia inteso parlare o letto del Monte Mario presso Roma, famoso non tanto per la sua preeminenza sulle circostanti colline, quanto per la ricchezza dei fossili che contiene. I petrefatti di questo monte fino dai più rimoti tempi, sempre destarono l'attenzione e la meraviglia dei curiosi; nulla di meno per quanto sia stato fatto o detto del Monte Mario, manca ancora una cognizione tale che valga a render conto della sua origine, della sua costituzione, e delle sue epoche accusate dai fossili che racchiude. Però in tanto avanzamento delle scienze della Natura, oggi al certo non era più tollerabile che, una contrada così interessante restasse negletta, e priva di una investigazione scientifica, che può tanto contribuire all'avanzamento della Geologia italiana. In questo stato di cose mi feci un dovere, rivolgere le mie cure, ad occupare un tal vuoto, perchè nulla mancasse al giusto apprezzamento di questa classica terra. Mi accingo adunque, per quanto posso, a dir qualche cosa di ciò che ho osservato nelle mie peregrinazioni su quelle colline allo scopo di riconoscerne la loro vera natura.

Il Monte Mario situato a poco meno di due chilometri da Roma, è parte di quella costiera che forma il fianco destro del grande alveo alluvionare, nel fondo del quale colle sue ripetute spire si conduce il Tevere attraverso l'eterna Città. Il Monte Mario si solleva imponente fino a metri 146 sul livello del mare tirreno. Però non è solo a distinguersi in quella costiera, giacchè quantunque separato dalla Valle dell' Inferno, ne fa parte altresì il Vaticano che per poco non lo raggiunge in altezza: monte universalmente cognito, sia per la residenza dei Pontefici, sia per la quantità di materiale che somministra ai figulinari. Da queste due sommità scendono serialmente in opposta direzione i rilievi che gli fanno seguito: sicchè dal Monte Mario declinando verso il Nord trovansi le colline di Villa Madama e della Farnesina, che per le prominenze di Tor di Quinto terminano al fosso della Crescenza. Così dal Vaticano camminando verso Sud si succedono il Gianicolo, e i suoi prolungamenti fino a Monte Verde.

Dalla sommità del Monte Mario la vista si slancia per abbracciare il più magnifico panorama di Roma e del suo bacino, circoscritto dai monti che disegnandone l'orizzonte gli fanno corona, e dai quali le acque scendono per irrigarne il fondo e farsi tributarie del Tevere, che col suo ultimo tronco tutto l'attraversa. Di lassù può altresì valutarsi l'ampiezza della gran valle alluvionale di quel fiume, aperta ai suoi piedi, limitata dalle laterali sue sponde rapidamente tagliate. La destra è costituita dagli stessi monti Mario e Vaticano e dalle altre colline testè nominate; ma la sinistra è formata da una serie di prominenze, rappresentate dai monti Parioli, Pincio, Quirinale, Esquilino, Celio, e nel mezzo del grande alveo, gli isolati colli, Capitolino, Palatino e Aventino, la maggior parte dei quali sono compresi nei sette Colli sui quali fu posta l'antica Roma.

Se si faccia un confronto fra l'una e l'altra di queste due opposte ripe salterà tosto agli occhi una discrepanza: sia che la destra fiancata si mostri più incisa di valli affluenti: sia che le colline dal lato sinistro siano sensibilmente più depresse. Se poi a questa differenza aggiungi quella delle assise costituenti, ben si vedrà che la sponda destra si compone di tutta la scala dei terreni subappennini, coronata da un ultimo strato di tufi vulcanici; mentre sulla sinistra questi soli compariscono, in potenti e ripetuti strati, come su tutto il soprassuolo delle campagne romane. Tale differenza venne notata con colori diversi nella carta del suolo fisico di Roma, pubblicata dal celebre Brocchi nell'anno 1820; nondimeno passò inavvertita, perchè allora la Geologia era ancor minorenne, altrimenti una osservazione di tanta entità non sarebbe sfuggita a quel sagace indagatore delle nostre contrade. L'annessa sezione geologica fra il Monte Mario e i Parioli, Tav. I, Sez. I, farà meglio comprendere la differenza che passa fra l'una e l'altra sponda della grande vallata alluvionale del Tevere.

Al cospetto di tale diversità il Geologo non può trattenersi dall'indagare la causa di cosifatto fenomeno. E qui sorge un dilemma: o il fatto è derivato da vaste abrasioni del suolo sostituite da più recenti sedimenti; ovvero si deve ripetere da un qualche cosmico avvenimento, compito in queste nostre contrade. Quanto al primo non saprei a quale gagliarda potenza erosiva attribuire quella mancanza, mentre per l'altro caso si hanno le prove più sicure di cataclismi, che misero a soquadro il suolo, e lo ridussero allo stato attuale. Io credo che uno sperimentato Geologo non esiterebbe a riconoscervi una frattura della crosta terrestre che scorrendo in compagnia col Tevere abbia sperimentato il sollevamento del destro lato, e con esso il dislivello delle corrispondenti stratificazioni, per modo che sul lato sinistro si trovino profonde, quelle che sul destro si resero manifeste pel innalzamento. Ma questa è un' osservazione che convien dimostrare.

Posto adunque il sospetto che i monti Mario e Vaticano siano il risultato di un movimento del suolo, sorgono varî problemi a sciogliere. In qual modo desso si effettuò: qual valutazione dargli: in quale epoca avvenne; e quale ne fu la causa immediata.

A risolvere il primo quesito fa d' uopo formarsi un concetto dei dislocamenti ricorrenti su questo piovente subappennino che forma la spiaggia del mare tirreno; imperocchè conosciutone il portamento, sarà facile comprendere come certi brani di suolo fratturato siano stati rimossi e sollevati dall' impeto di un immenso vulcanismo spiegatosi in queste nostre contrade dell' Italia centrale.

Nel mio tirocinio geologico, salito sugli appennini, altro non vedea che con fusione nella giacitura delle assise sedimentarie di cui sono formati. Ovunque volgea lo sguardo sempre si presentavano, inclinazioni, raddrizzamenti, contorzioni e tormenti di ogni genere sofferti. Ma le incertezze non tardarono a scomparire tosto che per mezzo della bussola vennero determinate una quantità di direzioni e i gradi de' loro spostamenti. Allora mi si rese chiaro che il suolo era stato fatto tutto in brani, e che ciascuno di questi avea sperimentato un movimento in proporzione di una forza inumana che aveva agito sotto di loro. Vidi altresì che i principali fiumi si raccolgono per la più gran parte in quelle fenditure, il cui divaricamento ascensivo avea servito loro di canali, per scendere nelle convalli, uscire dalle angustie dei monti e spaziare in pianura. L'esperienza in seguito mi fece anche conoscere che quegli stessi dislocamenti, non si arrestano già alle sole montagne; ma si continuano, prolungandosi nel sotto suolo dei sedimenti che il mare subappennino vi depose sopra, e li nascose, in tutto il loro cammino. E perchè anche quì non lasciano di esser di guida ai fiumi maggiori, così il Geologo, non deve trascurare questo fatto che può condurlo a qualche interessante deduzione. Ma non bastano i fiumi ad indicare le fratture del suolo; vi concorrono eziandio i dislivelli, o le depressioni derivate dalla sconnessione dei brani, specialmente nei loro incrociamenti, che spesso lungo il corso dei fiumi fanno l' ufficio dei bacini lacustri. Aggiungi a questi i crateri vulcanici, le sorgenti specialmente termali, e le emanazioni gassose, che certamente non si manifesterebbero all' esterno senza una soluzione di continuità per attraversare la crosta terrestre.

Dietro questi indicatori di probabilità, non sarà difficile tener dietro ad un ordinamento di fratture che attraversano il bacino romano in certe determinate direzioni. Lungo la depressa zona subappennina uno dei più grandi dislocamenti è quello a cui nello sviluppo del gran vulcanismo tellurico dell'epoca glaciale si diressero le forze eruttive del pianeta terrestre, per isbucare su tanti punti della sua distesa. Questa linea eruttiva, o catena dei vulcani italiani, corre da N.O a S.E nella stessa direzione degli appennini e della penisola, fra la catena littorale tirrena e le montagne del centro : dai vulcani Vulsinii nell'Italia centrale all' isola di Pantellaria oltre la Sicilia.

Se si presti attenzione si vedrà che i centri eruttivi che a luogo a luogo si succedono su questa zona si verificano dove, un incrociamento di fenditure traverse, od una confluenza, di esse resero più facile la via alla eruzione delle lave e dei gas che si spingevano ad attraversarle. E di fatti vediamo che il primo centro eruttivo dei vulcani vulsinii trovasi ove la fenditura del corso superiore del Tevere s' incontra con quella del Paglia : il mamellone trachitico e il cratere Cimino stanno di fronte allo sbocco della Nera , e perciò all' incrociamento delle due fenditure: il gruppo dei crateri Sabatini , dove viene a congiungersi la fessura del Farfa; ed i vulcani del Lazio parati all' ingresso della grande fessura che forma l'ampia e lunga valle del Trero o fiume Sacco. Così i vulcani degli Ernici, di Rocca Monfina, e tutti gli altri restanti della zona, coincidono sempre coi punti della più facile permeabilità della scorza terrestre.

Un' altra fra le maggiori fessure della crosta terrestre, scende dallo spazio che

separa la catena dei monti narnensi da quella di Sabina. Col suo prolungamento si approssima al Soratte, che rappresenta l'angolo di un brano giurese sollevato ed emerso. Quivi si associa alla fenditura che conduce il Tevere; cosicchè delle due vien fatta una che guida il fiume a versarsi nel mare tirreno. In questo cammino il corso del Tevere nell'attraversare la città di Roma separa la confluenza delle basi di due grandi coni vulcanici Sabatino e Laziale, e finalmente quella stessa frattura va a perdersi nella trasversa littorale che forma il limite della spiaggia del mare tirreno.

Durante la traversata del bacino romano a questo dislogamento concorrono varie fenditure laterali che a diverse distanze l'incrociano, specialmente quella della zona vulcanica italiana. Una minuta descrizione di queste fratture ci porterebbe a smarrire nella confusione, perciò intendiamo accennare soltanto le principali o quelle che meglio sono indicate dagli sopra esposti segni. Tuttavia a meglio comprendere il loro ordinamento preghiamo il lettore di tenere sott' occhio la carta Tav. II., perchè più facilmente possano comprendersi.

Entrata pertanto nel bacino romano la fenditura tiberina, giunta a quella depressione che servì di recipiente lacustre alle acque alluvionali, riceve a destra una soluzione di continuità, che separati i monti eocenici della Fara dai giuresi del Monte Flavio e di Montorio, conduce il fiume Correse a versarsi nel Tevere. Poco più innanzi incontra a destra un' altra fessura indicata da una serie lineare di tre crateri vulcanici, quali sono quelli di Scrofano, Martignano e Polline che raggiungono il lago di Bracciano o Sabatino. Seguitando il cammino verso Roma, ecco l'incrociamento di una frattura traversa, corrispondente agli opposti sbocchi del fosso della Crescenza a destra, e del fiume Aniene a sinistra. Nella prima di queste, chiari sono i segni della discrepanza nelle roccie delle due sponde, costituite da un lato, dalle breccie diluviali di Tor di Quinto, dall'altro dai tufi litoidi della punta dei Nasoni.

Il dislogamento di sinistra che corre coll'Aniene, raggiunge le acque Albule ove ne confluiscono altri tre: uno scorrente fra i Monti Cornicolani e la massa del Monte Gennaro: il secondo va a Tivoli e per la spaccatura fra il Monte Catillo e quel di Ripoli, per la quale si getta l'Aniene sulle campagne romane, passa quindi alla Valle degli Arci, per subire altre suddivisioni: il terzo attraverso il cratere gabino, si dirigge al centro eruttivo del Lazio.

Dopo l' accennata incrociatura, la frattura tiberina prima di entrare in Roma, ne riceve un' altra, quale è quella della Valle dell' Inferno, che divide il Monte Mario dal Vaticano. Dai movimenti sofferti dal suolo lungo questa frattura, vedremo in seguito, corrispondere dessa probabilmente a quella linea fratturale che lega tutti i vulcani italiani sul piovente tirreno. Però questa soluzione di continuità sembra non avere riscontro sul lato sinistro. Ma se si procede oltre, appena superata la città di Roma, un altro incrociamento si presta a compensare quella mancanza. Quivi la fenditura di sinistra viene ravvisata dal De Rossi nel corso del fiumicello Almone diretta al centro vulcanico laziale (1); la destra divide i colli Gianicolensi

(1) Vedi: *Le Fratture vulcanico laziali ed i terremoti del Gennajo* 1873. Studi del Cav. Prof. M. S. De Rossi.

dalle prominenze del Monte Verde. Anche in questa ben si scorge la discordanza delle roccie : avvegnachè quelle del Gianicolo sono costituite dalle sabbie gialle plioceniche, e quelle del Monte Verde da tufi vulcanici che si estraggono come pietre da costruzione. La fessura tiberina all'approssimarsi alle sorgenti delle acque Salvie, dà origine ad un'altra che per il piccolo cratere di Tre Fontane e le emanazioni solfuree della strada di Albano, parimenti si conduce nel Lazio. Finalmente arrivata a Ponte Galera termina in quel lungo dislogamento littorale che forma il risalto delle coste, per il quale si resero manifeste le testate dei sedimenti vulcanici che costituiscono la campagna romana.

A fronte di tante soluzioni di continuità, chi non vede quanto guadagni nella mobilità la crosta terrestre? E quanto sia reso facile lo spostamento, o il cambiamento di mutua relazione dei brani risultanti, in forza delle azioni esercitate dal pianeta contro il suo involucro? Laonde crediamo non errare se ammettiamo che, come sulle catene delle montagne, così sotto i sedimenti subappennini si continuino le stesse fratture, e i brani rocciosi si trovino più o meno sconnessi in ragione delle violenze sismiche sofferte nei passati cataclismi. A tale causa crediamo attribuire il più alto livello in cui si trovano le campagne spiegate a destra del Tevere, prodotto dal salto della frattura che lo accompagna. Similmente a queste stesse violenze sismiche crediamo dover riferire, il movimento di altalena, sperimentato da quei brani, che si alzarono verso i crateri Sabatini, e si abbassarono per formare quella depressione del suolo che servì di bacino lacustre alla grande corrente alluvionale tra Fiano e Monte Rotondo.

Ma che il lato destro sia stato quello che sperimentasse anche più gagliarde oscillazioni, chiaramente lo dimostra il sollevamento dei due brani che resero prominenti i monti Mario e Vaticano, separati dalla Valle dell'Inferno. Le assise di questi rilievi non sono più basse ed orizzontali quali avrebbero dovute essere, ma rialzate ad un angolo di 3 o 4 gradi, per modo che la Valle dell'Inferno intercorrente accenna alla direzione dell'angolo anticlinale. Nell'annessa Tav. I, Sez. II ben si scorge che la forza sollevatrice investì quella frattura, ne sollevò le masse laterali, e divaricandole produsse i due opposti rilievi colla valle intermedia che li distingue. L'innalzamento di questi brani, portò altresì la discordanza che abbiamo notata alle loro opposte estremità, vale a dire al Fosso della Crescenza ed al Monte Verde fra le due ripe.

Questo stato di cose chiaramente dimostra quale fu il punto specialmente investito dalle forze espansive del pianeta, come quello che per la confluenza delle fratture presentava minor resistenza allo sforzo delle forze medesime. E siccome nel risalto tiberino la Valle dell'Inferno è il punto più prossimo fra i vulcani Sabatini e Laziali, così v'ha tutto il motivo a credere che la fenditura della Valle dell'Inferno formi parte del gran dislogamento che lega tutti i vulcani della catena italiana.

Giova ora passare al secondo quesito, che si riferisce ad apprezzare la forza impiegata allo spostamento di quelle assise dalla loro orizzontale giacitura per prendere l'inclinazione in cui oggi si presentano. Rispondere a questo problema fin quì non è cosa facile; imperocchè sulla sponda sinistra del Tevere non sappiamo

a quale profondità corrispondono le roccie così rilevate del Monte Mario. Sopra alcuni punti della città per fondare edificî sono state fatte escavazioni fino a raggiungere le marne turchine che al Monte Mario e al Vaticano servon di base a tutta la scala delle roccie subappennine che loro sovraincombono. Mi si assicura che l'Ingegnere Poletti le trovasse nella piazza di Spagna, nella fondazione della Colonna della Concezione, e l'Ingegnere Canevari asserisce averle viste presso la fontana di Piazza Barberini il cui piano è a metri 32,39 sul livello del mare, a metri 21,77 di profondità, e all'ingresso della villetta Massimi sotto l'Esquilino, alto metri 41,94 a metri 24,50. Ma siccome queste marne formavan letto immediato ai sedimenti di trasporto, di cui è ingombro tutto intero il fondo della gran vallata tiberina, senza la ricorrenza delle sabbie gialle, dei conglomerati diluviali, e dei tufi vulcanici; così siamo condotti a credere ad un'abrasione, prodotta dalla corrente alluvionale che vi passò sopra per iscavarsi il grande alveo. Ora se vi fu esportazione degli strati subappennini, come quei punti possono servire di confronto per calcolare lo spostamento delle roccie nel risalto tiberino? Peraltro non dobbiamo del tutto disprezzare tali osservazioni, giacchè tenendo conto dei metri 146 del punto culminante del Monte Mario, del piano di Roma a 13. o 14 metri sul livello del mare, e delle profondità a cui sonosi rinvenute le sopracitate marne, si può approssimativamente imaginare che il sollevamento della destra sponda del Tevere non fu minore di metri 130.

Quanto al tempo e alla causa a cui riferire quel fenomeno, credo che nessun Geologo, non vi riconosca un fatto cosmico, e conosciute le relazioni topografiche di quei monti, non esiti ad attribuire il fatto allo stesso vulcanismo, e specialmente a quei violenti terremoti che precedettero ed accompagnarono le eruzioni sottomarine dei vulcani Sabatini. A provare questa verità concorre il più elevato livello della sponda destra del Tevere corrispondente a quei crateri, in confronto colla sinistra più bassa e depressa. Dislivello che non sarebbe, senza ammettere violenze prodotte dai più gagliardi terremoti.

Se si accetta questa dottrina, il sollevamento di questi nostri monti dev'essere annoverato fra i tanti fenomeni sovversivi prodotti da quel gran cataclisma vulcanico, che mise a soquadro tutta intera la superficie terrestre nell'epoca glaciale e ne cangiò interamente l'aspetto geografico.

La stessa emersione dei continenti, l'apertura dello stretto di Gibilterra e del Bosforo, la separazione della Sicilia dalla estremità dell'Italia e dalla costa d'Africa, lo sprofondamento del Monte Pisano colla emersione del terreno pliocenico, che costrinse l'Arno a cangiare di corso, e tanti altri fenomeni di simil genere, tutti si mostrano più o meno contemporanei alla grande mostra della vulcanicità terrestre, o almeno sono compresi in una medesima epoca, corrispondente al grande avvenimento tellurico.

Ma le osservazioni fatte su i nostri monti ci spingono anche più oltre, dandoci argomento a precisare meglio il tempo a cui riferire il loro innalzamento. Sulle loro cime i tufi vulcanici presentano un più leggiero spessore che sull'opposta fiancata, ove contano tale potenza da costituire tutta intera la massa delle colline di cui risulta. A prima vista questa differenza sembrerebbe non doversi tenere a

calcolo, ma se bene si consideri lo stato delle cose, non può farsi a meno di attribuire l' innalzamento durante la deposizione delle materie vulcaniche, cioè durante le eruzioni sabatine. Imperocchè ci sembra logico, che quel rilievo, non giungesse ad emergere dalle acque marine sotto le quali accadevano tutti quei fenomeni, e perciò sotto di esse formasse una specie di gradino. In questo modo le onde trasportando, e rimaneggiando i materiali vulcanici li fecero scorrere su quel rialzamento, e precipitare nella parte più profonda per colmarla e così guadagnare una notevole potenza. Ad avvalorare questo concetto, abbiamo entro la stessa Roma una giacitura di tufi che non può spiegarsi altrimenti.

Presso la Porta S. Spirito alle radici del Monte Vaticano, e precisamente sotto i bastioni della Città leonina trovasi un banco di tufi adossato alle marne turchine, non finito di consumare dalla corrente alluvionale che gli passò sopra, e perciò restato a testificare il fatto geologico, che si vede nell'annessa sezione Tav. I. Sez. III. Per tal modo adunque non crediamo errare, nell' attribuire il sollevamento dei monti Mario e Vaticano al tempo in cui la violenza vulcanica della Terra, faceva la più grande comparsa, cioè quando il fuoco del pianeta scorazzava sulla sua superficie accompagnato da un corteggio di terremoti tremendi.

Soddisfatto ai proposti quesiti e così acquistata una migliore cognizione dei nostri due Monti e dei loro prolungamenti, a conferma e schiarimento di quanto abbiamo detto, ci sembra pregio dell' opera volgere uno sguardo alle stratificazioni speciali che li compongono, non tanto per perfezionare la loro conoscenza, quanto per avere un' idea dei tempi trascorsi fino alla loro emersione, in cui cessarono le operazioni delle acque salse per far succedere quelle delle acque dolci e della sopraincombente atmosfera. Le deposizioni marine pertanto che si succedono nell'ascendere dal basso alla sommità del Monte Mario sono le sequenti :

1.° Potenti strati di marne turchine alternati con sabbione dello stesso colore.

2.° Una successione delle stesse marne in letti meno potenti, ma intercalati da sabbie giallastre.

3.° Una grande assisa delle sabbie gialle subappennine di natura siliceo calcare.

4.° Un banco di ghiaje più o meno grosse della stessa natura delle sabbie che gli formano letto.

5.° Finalmente chiudono la scala sull'alto del Monte strati di tufi o di conglomerati vulcanici, costituenti il soprasuolo delle campagne romane.

Tutte queste deposizioni nettuniane nei tempi passati venivano indistintamente attribuite al pliocene o al declinare del gran periodo terziario. Questo giudizio si mantenne fino a che presi di mira numerosi fossili estratti dalle marne del Vaticano, si conobbe una differenza da quelli delle sabbie gialle del Monte Mario già tanto conosciuti, che li faceva riportare ad un' epoca più antica e diversa. Questa scoperta mi fece fare un altro passo : avvegnachè considerando che fra la scala subappennina e la subalpina, tanto bene conosciuta dai Geologi piemontesi e lombardi, vi dev'essere un perfetto parallellismo, ne feci il confronto, e vi rinvenni chiara analogia, discordante solo in alcune parti, dipendenti da circostanze locali. Così il terreno terziario al Monte Mario si dovette limitare soltanto alle assise inferiori, mentre le superiori

passarono al quaternario, per comporre tutte insieme una serie di epoche, che passarono dai tempi miocenici ai glaciali.

Questa successione di roccie e fossili indicatori delle loro età rispettive, verranno meglio fatte conoscere in una memoria che porta il titolo di *Cronaca subappennina*, consegnata negli atti dell' XI congresso scientifico tenuto in Roma nell'anno 1873. E perchè questa memoria sarà fatta di pubblica ragione, mi dispenso ora dall' entrare in minuti dettagli, per non incorrere il difetto di pubblicare due volte la medesima cosa. Nondimeno per non lasciar privo di una migliore intelligenza ciò che abbiamo detto, in attenzione della suddetta pubblicazione ci sembra opportuno accennare le epoche delle successive formazioni che precedettero il sollevamento dei nostri monti.

Le marne turchine inferiori che giustamente portano il nome di subappennine tanto alle radici del Vaticano quanto al Monte Mario, sono scavate per usi figulinari. Per tutto in esse si trovano fossili ; ma dal Vaticano ove sono più approfondite se ne hanno in maggior copia e di bella conservazione. Una raccolta di essi e lo studio che vi fu fatto vari anni or sono, chiaramente appalesò una fauna speciale, e caratteristica del Miocene superiore, nella quale la presenza di certe specie accenna al prossimo passaggio all'epoca pliocenica.

Le assise marnose superiori che abbiamo veduto cangiarsi nell' ascendere in un' alternanza di sabbie giallastre, a dire il vero non furono fin quì trovate fossilifere, nè al Monte Mario nè al Vaticano ; ma a Formello sotto Monticelli, ove si mostrano i medesimi strati, si trovano così pieni di fossili da non errare nel giudicarli. Questi offrono più marcato il passaggio, colla scomparsa di alcune specie miocceniche vaticane, e l'apparizione di certe altre assolutamente plioceniche.

Sul Monte Mario al di sopra di questi letti uno strato d'argilla giallastra contiene numerose impressioni di piante arboree terrestri, annunziando così una interruzione della serie delle deposizioni marine, d' attribuirsi forse ad oscillazioni del suolo. Dall' insieme delle cose ci sembra poter dire che al Monte Mario, quello strato eccezionario, sia il rappresentante del pliocene inferiore, che difatti nelle nostre contrade non manca vedendolo rappresentato altrove da roccie e da fossili. Noi vogliamo alludere a quelle calcarie grossolane, che diconsi macco e che in masse a stratificazione inclinata, siccome isole, si manifestano lungo il littorale del mare tirreno, per formare il Capo d'Anzio la spiaggia di Palo, e le colline di Civitavecchia e Corneto. In queste si contengono fossili decisamente pliocenici, ma di uno sviluppo gigantesco che accenna ad un clima ancora elevato e favorevole allo svolgimento della vita. Che dopo la deposizione degli strati marnosi vi siano stati perturbamenti cosmici, lo dimostrano le numerose fenditure che attraversano quelle roccie e i complicati salti che vi si leggono sui tagli fattivi dai figulinari, con i rari cristalli di selenite che sparsi si trovano nelle loro masse. Io sarei d'opinione che quelle oscillazioni del suolo siano riferibili, a movimenti sofferti pel sollevamento delle masse trachitiche della Tolfa. Ma ciò dico solo per dar ragione della differenza di giacitura nelle sudette roccie, non essendo mio scopo una dimostrazione che mi allontanerebbe dal proposto fine.

Allo strato con fossili terrestri sul Monte Mario, succedono i letti della Farnesina, nei quali si contiene già la stessa fauna delle sovraincombenti sabbie

gialle, decisamente spettanti al pliocene superiore. Tali e tanti sono i fossili contenuti in queste assise sabbiose, da colpire tutti coloro che salgono questa amenissima collina. Da esse uscirono le tante collezioni di petrefatti che si sparsero nei diversi gabinetti scientifici d'Europa e d'America. Però la diminuzione di volume di questi individui, e la scomparsa di certe specie caratteristiche del macco, verificata eziandio in varie altre località, accennano ad un abbassamento di temperatura climaterica o all'incominciato raffreddamento del periodo glaciale, sebbene ancora i tempi corressero tranquilli.

Ma questa calma accusata dalle sabbie gialle, non potea essere durevole, avvegnachè avanzando la sottrazione del calorico, la natura non potea restare insensibile, ma dovea necessariamente reagire. A quelle medesime sabbie gialle succedono letti di ghiaje e ciottoli, e questi appunto son quelli che annunciano tempi non più placidi, ma bensì agitati e tempestosi. I vapori per mancanza di calorico si condensano, e si convertono in diluvî di pioggie dirottissime, che cadute sui monti generarono impetuosi torrenti, validi a trascinare in basso una quantità di ciottoli per consegnarli alla diffusione marina. Questi banchi concordano nella giacitura con quelli stessi delle sabbie gialle, ed occupano precisamente il posto del diluvio alpino, perciò non dubitai, attribuire ad essi il titolo di Diluvio appennino, e il tempo in cui avvennero quei fatti, Epoca diluviale. Pochi fossili si contengono in tali conglomerati; solamente qualche raro vestigio di grossi pachidermi spettanti alla fauna pliocenica, che si andava lentamente disfacendo sulle altitudini appennine, dal freddo incalsante.

Però questo trasporto di materiali si arrestò, allorchè coll'incessante progredire della depressione calorifica si solidificarono le acque, e le cime dei monti si ammantarono di nevi e di geli. Secondo il mio modo di vedere, la stessa sottrazione di calorico fu causa che si promovesse nel pianeta terrestre il più intenso vulcanismo, e perciò durante l'epoca glaciale si sparsero sulla sua superficie, quella gran quantità di crateri che oggi ritroviamo spenti in ogni continente, tutti presso a poco contemporanei, o compresi nel decorso di quella stessa epoca.

Anche l' Italia ebbe i suoi, spiegati specialmente lungo il piovente del mare tirreno, a quei tempi ancora sommerso, e costituenti la zona vulcanica italiana. Da essi fu vomitata quella immensa copia di materie arsiccie che le onde marine diffusero e impastarono per comporre i tufi vulcanici delle campagne romane e viterbesi. Questi figurano come le ultime assise della scala stratigrafica subappennina, sovrastanti alle breccie diluviali, e perciò corrispondenti e rappresentanti le morene alpine.

Se si faccia poi attenzione, che le materie vulcaniche furono le ultime ad essere depositate dalle acque marine e in tempi di sovvertimenti cosmici, tosto se ne tirerà la conseguenza che al compiersi del periodo vulcanico glaciale, i monti Mario e Vaticano insieme a tutti gli altri subappenini, furono messi in secco per un lento e generale sollevamento. Per tale emersione si fecero manifeste le pianure sotto montane, e l'Italia prese presso a poco la forma che tuttora mantiene. Ora credo aver soddisfatto all' impegno assunto di far conoscere la genesi e la natura di quei monti, presa a dimostrare. Tuttavia mi sembra logico che al compimento delle cognizioni, non si debba trasandare ciò che avvenne dopo la loro comparsa sia per azione atmosferica, sia per quella delle acque dolci che ne presero il possesso.

Uscite dalle acque le pianure sotto montane, il risalto tiberino dei monti Mario e Vaticano dovette presentarsi nelle sue naturali forme, o almeno poco alterate, risultanti dal sollevamento degli angoli contigui di due brani della crosta terrestre spinti in alto e divaricati da interna forza. Perciò tali monti dovettero presentarsi più pronunciati, e quasi piramidali; quale aspetto scomparì col tempo in grazia del logoramento operato dalla instancabile azione atmosferica che ne abrase la superficie, e li rese quasi conici. Lungo le radici di essi colla frattura longitudinale dovea correre altresì una depressione del suolo, per dividere i laterali dislivelli, e questa, dalla Crescenza al Monte Verde; cosicchè ne risultò un terreno accidentato e scabro.

Ma collo scuoprimento del suolo dalle acque, i fiumi scendenti dalle balze appennine allungandosi, e confluendo per comporsi in sistemi, dovettero serpeggiare in pianura per procurarsi una più facile discesa. Allora fu che il Tevere primigenio raggiunte le sopraccennate irregolarità rinvenne fra di esse un passaggio sino a raggiungere quella depressione fratturale che rasenta i due monti per meglio correre dietro al mare, che battendo la ritirata lo tirava a sè fino ai moderni confini.

Frattanto giunto l'abbassamento di temperatura al punto in cui dovea arrestarsi, con essa cessò la caduta delle nevi per disporsi ad un cammino retrogrado. Col ritorno del calorico incominciò la fusione delle nevi e dei geli, e le immense fiumane che ne derivarono, corsero per quei medesimi fiumi che si erano precedentemente costituiti. L'epoca alluvionale era così subentrata alla glaciale, che dovea durare fino al ristabilimento dell'equilibrio planetario per dar principio all'epoca moderna, coll'arresto della generale fusione. Nel considerare la grande distesa del sistema tiberino, ben si comprende quale portata dovea avere la sua corrente in quei tempi d'immense inondazioni. Nell'attraversare Roma, la grande fossa alluvionale del Tevere non segna meno di 2 a 3 chilometri d'ampiezza, ed il suo fondo è riempito di materiali di trasporto, tali da indicare la rapidità di quella immane corrente. Ma la fiumana dell'Aniene condottagli da una laterale frattura, fu pure di tale possanza da spingere la tiberina a descrivere un gran cerchio fino a scorrere sulle radici del Monte Mario, che vennero abrase, col massimo ingrandimento dell'alveo. Però fra l'Aventino e il Gianicolo questa valle tornava a chiudersi, da rendersi così strozzata, che la corrente dovette staccare un braccio succursale tagliando in attraverso gli affluenti di sinistra. Laonde i brani risultanti restarono siccome isole nel mezzo del gran fiume, e questi sono, il Capitolino, il Palatino, l'Aventino.

Abbassate finalmente le acque per cessazione della fusione, le fosse si vuotarono e i fiumi residuali conducenti gli scoli ordinarî di tanto minor calibro, furono ridotti a serpeggiare nel fondo fra i depositi degli antichi trasporti. Così tutto si ridusse allo stato moderno, e il suolo romano, insieme ai monti Mario e Vaticano, raggiunse quella forma che tuttora mantiene.

Dopo tuttociò che abbiamo esposto, conviene riassumerlo per distinguere a colpo d'occhio una contrada a cui nulla manca per essere considerata siccome tipo, a dimostrare colla sua stratigrafia tutti i tempi subappennini che sono trascorsi dall'ultima comparsa dei monti maggiori fino a noi. Tali sono.

1.° Le marne turchine inferiori le quali colla fauna vaticana si mostrano

spettanti al miocene superiore, e rappresentano un'epoca tranquilla sotto un cielo quasi tropicale.

2.° Marne turchine superiori intercalate a sabbione grigio giallastro, la cui fauna di Formello accusa un passaggio più avanzato al pliocene.

Le fenditure che presentano tutte queste roccie, dimostrano le potenti oscillazioni sofferte dopo la loro deposizione.

3.° Un letto d'argilla giallastra con impressioni di foglie di piante terrestri, che al Monte Mario tiene le veci del pliocene inferiore, forse equivalenti alle calcarie grossolane del Macco, limitate in tre punti lungo il littorale tirreno, e continenti gigantesche conchiglie plioceniche.

4.° Le Argille della Farnesina che passano alle sovraincombenti sabbie gialle, tanto ricche delle famose conchiglie del Monte Mario, conducenti la fisionomia di un pliocene superiore, indicanti un abbassamento di temperatura climatologica che conducendo al periodo glaciale fa declinare al suo termine il gran periodo terziario.

5.° Le breccie e i conglomerati che succedono alle sabbie gialle, aprono il periodo quaternario, coll'epoca diluviale, nella quale i vapori condensati dal freddo fanno cadere sui monti pioggie dirottissime, da cui derivano i torrenti che le trasportarono. Queste assise contengono varî resti di pachidermi, e rappresentano il diluvio appennino, come l'alpino, o l'epoca diluviale.

6.° I tufi vulcanici sovrapposti alle breccie diluviali, rappresentano il tempo in cui le pioggie convertite in nevi e geli, per più avanzata sottrazione di calorico, costituirono l'epoca glaciale propriamente detta. Imperocchè nell'Italia centrale sviluppato in questi tempi un grande vulcanismo, questo non permise la formazione del terreno erratico, perchè sostituito dalle materie eruttate sotto le acque di un tempestoso mare, dal cui impasto risultarono i conglomerati vulcanici che si dicono tufi. Questi, o non contengono fossili, o se ne contengono non sono che avanzi di esseri terrestri trascinati dalle tempeste atmosferiche.

All'azione di questi vulcani si deve l'emersione dei subappennini, e con essi tanti altri fenomeni sismici che cambiarono l'aspetto geografico del paese; e perciò l'arresto della scala dei sedimenti marini; cosicchè finisce la serie delle stratificazioni del Monte Mario e Vaticano e dei loro prolungamenti.

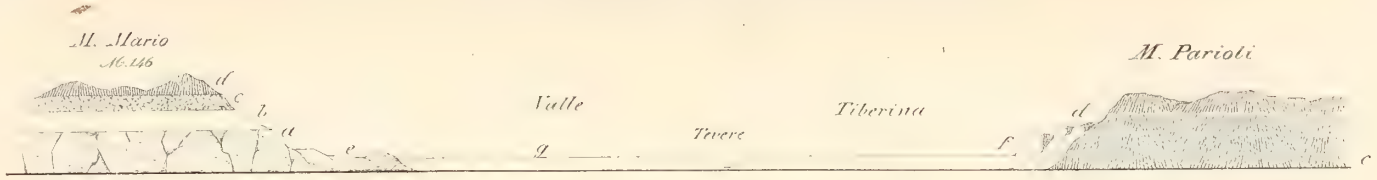
7.° Per la emersione adunque di quelle prominenze, i terreni riferibili ad epoche posteriori, si devono ricercare nella valle tiberina aperta ai loro piedi, e lasciati dalla grande fiumana generata dalla generale fusione delle nevi e dei geli pel ritorno del calorico, che caratterizza l'epoca alluvionale succeduta alla glaciale. Tali sono le breccie e i ciottoli rimaneggiati con tutte le altre roccie esistenti fino allora stratificate nel fondo del grande alveo e le grandi masse di travertini addossate alle sue pareti.

I fossili contenuti in questi depositi sono numerosissimi, e si devono distinguere in due categorie: ad una appartengono le ossa rotolate e disperse dei grandi pachidermi, e di altri mammiferi e uccelli componenti una fauna più antica: nell'altra sono compresi gli scheletri e le ossa conservate nella loro integrità, di quegli animali che viveano sul luogo, corrispondenti alla fauna moderna meno qualche eccezione. A quest'epoca arsero nel seno dell'atmosfera i vulcani del Lazio

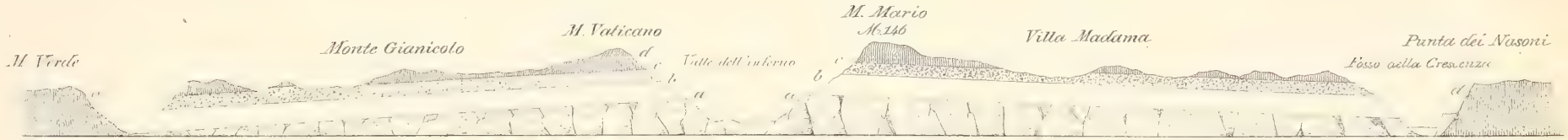
succeduti ai sottomarini dei Cimini, che doveano prolungarsi fino a spengersi nelle epoche storiche.

Finalmente chiudono la serie delle assise subappennine le leggiere argille condotte dal moderno Tevere e sparse lungo il suo corso, contenenti opere manufatte e vestigia di esseri a noi contemporanei.

I. Sez.e traversa della Valle Alluvionale

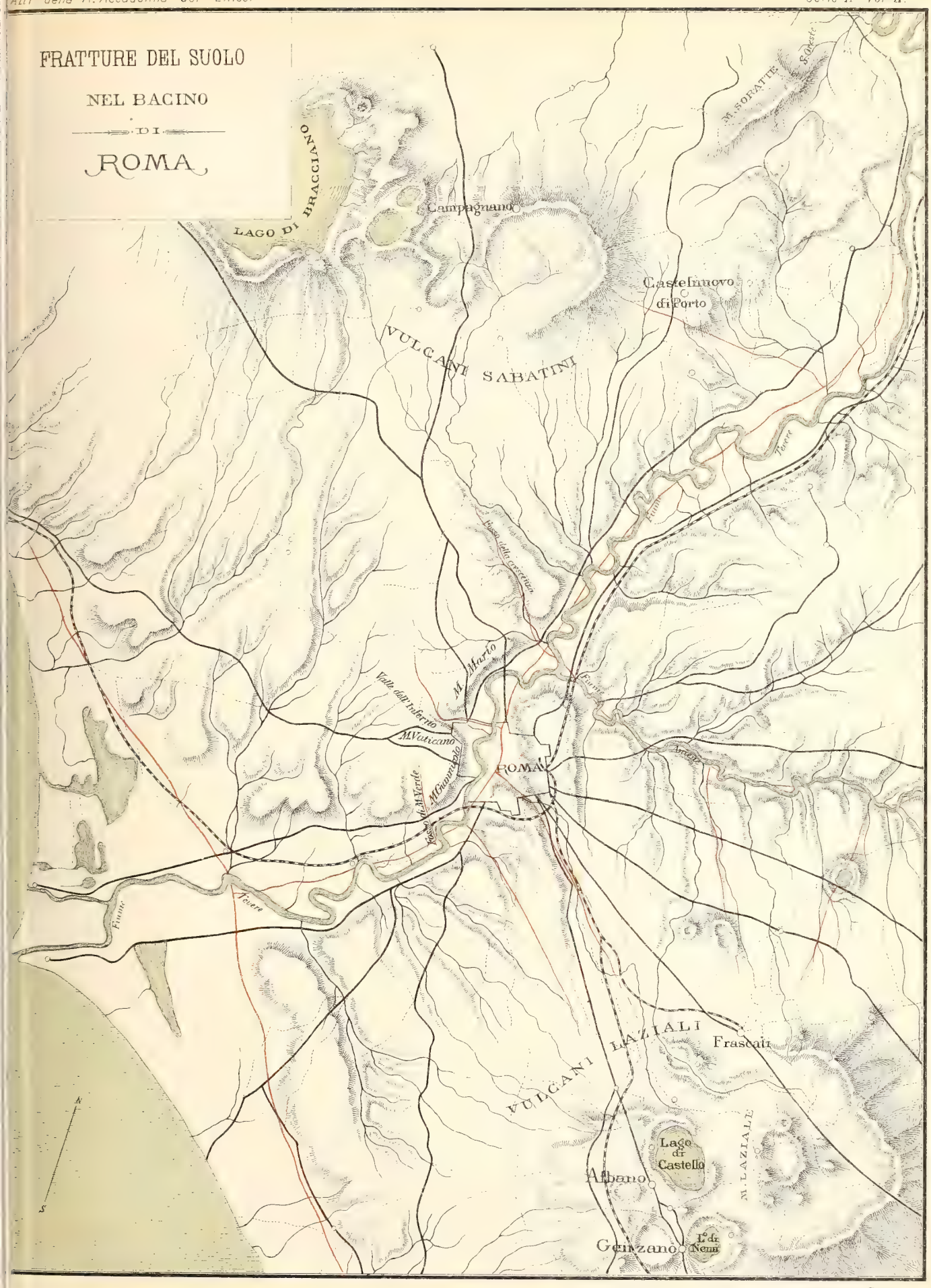


II. Sez.e della sponda destra da M.e Verde alla Crescenza



III. Sezione del Gianicolo alla Porta S. Spirito

Sedimenti marini		Sedimenti fluviali	
a Marne turchine	Miocene super.e	e Ghiaje	Quaternari
b Sabbie gialle	Pliocene super.e	f Travertini	Quaternari
c Breccie	Diluvio	g Depositi moderni	Quaternari
d Tufi vulcanici	Glaciale		



L. I. Martel Roma

Cranio etrusco con singolare processo osseo sul tubercolo occipitale.

Memoria di LEONE DE SANCTIS

letta nella sessione del 2 maggio 1875.

---

1. *Condizioni del cranio.* Debbo alla gentilezza del prof. Mantovani, a cui rendo pubbliche grazie, l'occasione dello studio di questo cranio, il quale, secondo le date assicurazioni, è stato rinvenuto a Rieti in una tomba etrusca. Considerandone la fisonomia generale, non sono molto manifesti i caratteri craniologici che sarebbero di maggior vantaggio per poterlo definire con precisione, come appartenente al tipo etrusco, meno il carattere di una certa compressione e prominenza dell'osso occipitale, ed una grande levigatezza nelle sue superficie. Dal punto di vista della craniologia esso appartiene al tipo dolicocefalo, e dall'annesso quadro si possono vedere le misure prese secondo il metodo proposto dalla società Antropologica di Parigi, per meglio studiarne i rapporti delle singoleparti fra di loro. Ved. pag. 14.

In questo cranio mancano le ossa mascellari superiori, le ossa nasali, l'etmoide, il vomere, il corpo dello sfenoide coi processi pterigoidei, le ossa zigomatiche, ed il mascellare inferiore. Non essendovi il sistema dentario non è facile determinare l'età dell' individuo, e quindi riesce anche parimenti difficile, di potere determinare il sesso.

Considerando la sua piccolezza, la levigatezza delle sue superficie si è nel dubbio se apparteneva ad un giovane maschio, ovvero ad una femmina di età più inoltrata, però questa seconda supposizione mi parrebbe più giusta valutando tutte le particolarità.

Le suture coronale e sagittale si presentano allo stato regolare, mentre le suture temporo-parietali e la parte destra inferiore della lambdoidea sono interrotte dalla interposizione di grandi ossa wormiane mancanti nel pezzo; e solo un osso wormiano abbastanza grande persiste nel lato destro, alla parte posteriore inferiore della sutura temporo-parietale. L'osso basilare è molto breve.

In questo cranio è da notare l'assimetria bi-laterale; un piano verticale mediano antero-posteriore non lo dividerebbe in due metà eguali, perchè il cranio è come torto da destra a sinistra nella ispezione basilare nel senso del suo asse antero-posteriore; e la cresta occipitale interna non è nel mezzo, ma si dirige a sinistra, così anche la volta orbitale sinistra è più slargata della destra. Questa torsione, e questa assimmetria accennerebbero a condizioni di rachitismo.

Una parte che richiama specialmente l'attenzione è quella dei condili occipitali. Di essi il destro è molto più prominente del sinistro, il che vuol dire che non sono entrambi sullo stesso piano, e ciò in conseguenza della suddetta torsione a cui si è anche aggiunta la inclinazione a sinistra della testa, come è mostrato dalla

diversità del piano dei condili. Entrambi non presentano una superficie arrotondita e liscia come quando detti condili avessero goduto dei movimenti articolari, ma la superficie è appianata ed alquanto irregolare per depressioni e prominenze nel condile sinistro; oltre a ciò una sottile cornice ossea a margine tagliente circonda il contorno di ciascun condile, però in modo diverso, essendochè detto contorno nel condile sinistro è quasi completo, mentre che nel destro si trova solo nel margine interno e posteriore, che vuol dire nel lato corrispondente all'altro condile, in cui era avvenuta la inclinazione. È da aggiungersi ancora che il forame condiloideo anteriore sinistro è anche esso alquanto compresso e più slargato nel senso traverso, mostrando di aver sofferta la suddetta compressione, che non è avvenuta sul condile destro allo stesso modo, in cui il suo lume è normale. Dalle sovraesposte particolarità delle superficie condiloidee si è indotti ad ammettere un' anchilosi parziale sul margine interno e posteriore nel condile destro, e totale nel contorno del sinistro coi punti corrispondenti alle fossette articolari condiloidee dello atlante.

Avendo fatto rilevare alcune minute particolarità dei condili occipitali, non si può trasandare di accennare a due punti di erosione del tavolato esterno, in forma di due fossette allungate trasversalmente, del diametro di circa un centimetro, fra di loro distanti per due centimetri, e dal processo occipitale per un centimetro a destra, ed un centimetro e mezzo a sinistra, per cui sono inferiori e laterali al processo, e propriamente sul contorno posteriore della linea curva inferiore dell'occipitale, ch' è la sola esistente; non osservandosi alcuna traccia della superiore, perchè la superficie ossea corrispondente è molto levigata.

Ho fatto precedere queste poche notizie sulla condizione generale del cranio, e vi aggiungo un quadro delle sue misure per solo schiarimento, giacchè nel caso presente non è lo studio di questo cranio nel senso anatomico o antropologico che m'interessa, ma la presenza nel medesimo di un processo osseo molto singolare pel suo considerevole sviluppo, per la sua forma, per la sua posizione, per la sua direzione, e per essere l'unico caso che sia noto nella scienza.

Nelle varie collezioni craniologiche da me visitate nei musei italiani, e nella ricerca bibliografica sulle condizioni anomale dello sviluppo delle ossa craniche e del turbercolo occipitale, non ho trovato alcun indizio di fatti analoghi. Tra i molti cranii raccolti nella Università di Siena in un solo ho potuto notare un prolungamento di circa un centimetro del tubercolo occipitale, ma molto sottile e come un piccolo uncinetto.

Per la importanza e singolarità del fatto ho creduto necessario di accompagnare la descrizione con una tavola a grandezza ridotta in cui si può vedere la forma ed i rapporti di questo processo osseo occipitale col rimanente del cranio.

2. *Descrizione del processo osseo.* Questo processo osseo per la sua anomala posizione, per la sua lunghezza, per la sua direzione, desta veramente sorpresa a chi ne osservi la sua conservazione; giacchè mentre altre ossa del cranio, certo in condizione molto più favorevole, sono state distrutte dalle cagioni alteranti del tempo, lo stesso ha conservato persino tutte le sue ramificazioni anche le meno resistenti. La sua base d' inserzione inferiormente dista dal margine posteriore del forame occipitale per 0.037 e superiormente dall' apice sagittale di detto osso per 0.065; la sua

forma è stiloidea, della lunghezza totale di 0.120 misurata superiormente alla base d' inserzione; ed inferiormente di 0.115; e nelle successive misure questo limite inferiore sarà preso come punto di rapporto.

Il suo diametro alla base d' inserzione è di 0.014. Pel suo primo quarto, lungo circa 0.024, è perfettamente cilindrico nella sua superficie superiore, e nella faccia inferiore, a sinistra, presenta il cominciamento poco sensibile di una cresta arrotondita, che si va sempre più assottigliando, procedendo indietro, e diventando così sporgente sullo stesso lato da formare un margine tagliente, che in un punto si slarga in espansione squamiforme, il che raddoppia quasi la larghezza del suo diametro, però a scapito della sua spessezza. In tal modo avviene che nel suo secondo quarto conserva la forma cilindrica nella sua faccia superiore, ed inferiormente è appianato con superficie alquanto ondulata nella sua prima metà di 0.018, e nella seconda escavata in una fovea semiovale, la quale è fatta, per una metà del suo maggiore asse 0.016, da depressione ed escavazione del processo stesso; e per l'altra dall' espansione a cucchiajo della cresta marginale del medesimo. Questa fossetta a cucchiaio sporge alquanto a sinistra (fig. 2), e superiormente la sua superficie convessa ripete la sua forma (fig. 3).

Il processo osseo, che nella sua parte cilindrica ha il calibro di 0.009, e nella successiva porzione appianata si riduce a 0.006, in dietro del margine della fossetta conserva questo diametro, nel senso della sua lunghezza; e solo decresce gradatamente nell'altezza da ridursi a 0.004. Questa grande uniformità del diametro del processo nelle sue diverse parti fa supporre che lo stesso sarebbe stato cilindrico in tutta la sua lunghezza, se non avesse incontrato nel suo processo di ossificazione un resistente attrito da produrre una faccetta di riposo, come è indicato dalla fossetta semiovale sopradescritta. In guisa che la indicata fossetta si può considerare come il limite della prima metà, molto regolare nella sua direzione, nel suo calibro, e nella sua superficie; e della seconda, in cui si osserva chiaramente un lussoreggiamento osteofitico abbastanza bizzarro da presentare un aspetto ramoso.

Però anche in questa parte si conserva la stessa direzione dell'asse principale con piccolo deviamento a destra.

Venendo alla descrizione particolare di questa seconda porzione ramosa si vede sorgere a circa 0.005 dal margine posteriore della fossetta semiovale un ramo osseo secondario, della lunghezza di 0.035, il quale per calibro eguaglia l'asse principale, ed anzi nella sua base d' inserzione ne supera il diametro. La sua direzione rispetto all'asse principale è a sinistra, ed alquanto obliqua d'avanti indietro, da sotto in sopra. Questo ramo è anch'esso arrotondito superiormente, ed alquanto appiattito inferiormente, presentando due margini; anteriore l'uno, posteriore l'altro. Dal margine anteriore si spicca, quasi a metà della sua lunghezza, un piccolo processo osseo di 0.002 circa; di forma conica e tronco irregolarmente all'estremità; e dal margine posteriore ne sorgono altri due di ineguale forma e grossezza; il più piccolo è opposto al precedente, che lo supera in grandezza; mentre l'altro è maggiore e di una forma particolare, da apparire come una gemma fungiforme o a cavolfiore, avendo un picciuolo alquanto grosso e sormontato da un ingrossamento appianato

all'estremità a contorno poligonale, e con tre brevi e sottili punte ossee, che a guisa di raggi, si prolungano dal suo margine esterno. All'estremità questo processo laterale finisce biforcato con due rami differenti per lunghezza e grossezza; l'anteriore, più corto e più sottile, è anche esso a cavolfiore con un collo ristretto e con un rigonfiamento terminale, che finisce tronco con superficie spongiosa; il posteriore, che si direbbe la vera estremità di questo ramo laterale ha esso pure la forma del precedente a bottone, a superficie spongiosa con tre prominenze.

Dopo di aver descritto questo ramo laterale, che si potrà riscontrare guardando le figure, continuo la descrizione dell'asse principale. Questo dopo di aver dato il suddetto ramo laterale continua per 0.005 il suo corso quasi rettilineo, meno una leggiera deviazione a destra; dapprima è cilindrico, e dopo quella specie di restringimento, che mostra la figura, si appiattisce e si slarga conservando pel rimanente un eguale diametro. Anche qui si ha a considerare, due margini alquanto assottigliati, l'uno a destra, e l'altro a sinistra, e la sua estremità. Il margine sinistro non presenta altro a notare che quella intaccatura, che è poco indietro del ramo laterale sinistro, nel rimanente non vi è alcuna gemmazione ossea, mentre nel margine destro ve ne sono due; l' una anteriore, e l' altra posteriore; l' anteriore è quasi opposta al grande ramo laterale, è piccola, depressa, a margini taglienti ed appuntati, la posteriore è ancor'essa a bottone, con due punte d'ineguale grossezza. L'estremità dell'asse principale finisce con due gemmazioni, l'una breve e tronca, e l' altra termina in una espansione di 0.019, a cresta di gallo, con sei intaccature che distinguono sette prominenze a superficie spongiosa; detta cresta è posta orizzontalmente, e bisogna notare ancora alla base del picciuolo, che porta la cresta, due prolungamenti ossei laterali, l'uno sottile come una setola, che unisce a sinistra l'estremità della cresta all'asse, e l'altro più grosso appiattito, che s'interpone tra le due biforcazioni terminali; ed oltre a ciò superiormente vi è un'altra corta gemma ossea tronca, a superficie irregolare e spongiosa; e questa è l'unica che si trovi nella parte superiore diretta in alto; e non ve ne ha alcuna nella superficie inferiore del processo osseo.

I forami nutritizii di entrata e di uscita dei vasi sono numerosi in rapporto al processo e molto apparenti per la loro grandezza. Ve ne sono una quindicina dei principali e per la loro distribuzione si ha che tutto il tratto, che si estende dalla base d'inserzione del processo fino in vicinanza della fossetta semiovale, non ne ha alcuno, e la superficie ossea è compatta e di aspetto eburneo; mentre nella faccia inferiore e superiore della fossetta ve ne sono gran parte; gli altri appartengono specialmente all'asse principale, e sono scarsi nelle ramificazioni, e ve ne sono perforanti l'osso. Ho voluto notare tutte queste particolarità per avere qualche indizio sui possibili rapporti che ha potuto avere questo processo osseo con le parti contigue.

Dopo di avere detto le particolarità dell'osteofito sarà di schiarimento l'indicare i suoi rapporti di posizione e direzione rispetto al cranio guardato dal vertice, dalla base e di lato come si vede nelle figure.

La base d'inserzione è al disopra del cortorno della linea semicircolare inferiore dell'osso occipitale, ed al disopra della cresta occipitale esterna; la quale per l'assimmetria generale è deviata alquanto a sinistra. Lateralmente alla base del

processo, ed al disopra della linea semicircolare inferiore, vi sono sull'osso occipitale due infossamenti di cui il sinistro è alquanto più approfondito. Come si è visto la cresta occipitale esterna deviare a sinistra, così la cresta interna devia considerevolmente a destra, e la prominenza interna crociata corrisponde a circa un centimetro al disopra ed a destra della base del processo osseo.

Il punto del tubercolo occipitale esterno normalmente corrisponde alla intersezione della linea curva occipitale superiore e della cresta occipitale esterna, ma qui invece, ove sorge il processo osseo, non appare alcuna distinzione, tanto della cresta occipitale esterna, che della linea semicircolare superiore, atteso la levigatezza della superficie, come è stato precedentemente detto. Nella ispezione del processo dalla parte superiore non si vede alcuna particolarità notevole ; la sua superficie è arrotondita e regolare; guardato dalla base invece si notano varie particolarità, come il tratto appianato e la fossa semiovale. L'ispezione più importante è quella di profilo, in cui si rileva bene la direzione e le curvature del processo. Da questo punto di vista il medesimo si può dividere in due metà, l'una dalla base d'inserzione al margine posteriore della fossa semiovale, l'altra da questo punto all'estremità slargata a cresta. La prima metà forma una curvatura rivolta indietro, e la seconda una altra rivolta in avanti. Questa doppia inflessione, che ricorda quella di un *S*, molto spiegata nelle sue curve, è un indizio che mi fa supporre la possibile posizione del processo stesso nel vivente, ed i rapporti con le altre parti della regione in cui si trovava. Come si vedrà in seguito la prima curva ha dovuto seguire l'inarcamento in avanti del collo, atteso la condizione rachitica dell'individuo e la fossetta avrebbe riposato sulla settima vertebra cervicale, cioè la *prominente;* da questo punto il processo ha formato la seconda curva per adattarsi alla convessità dorsale, ed allogarsi nella regione interscapolare. Solo l'esatto adattamento delle curve del processo osseo a quelle della colonna vertebrale, nella regione cervico-dorsale, può fare intendere la possibilità di conservazione dello stesso per lungo tempo. Come anche, considerando la biforcazione posteriore, poggiata sopra un piano con tutte le sue gemmazioni ossee aderenti al connettivo della regione, e la sua fossetta adattata sull'apofisi spinosa della prominente, ed i due condili occipitali legati nell'articolazione con l'atlante, si hanno cinque punti di contatto da rendere impossibile ogni movimento del cranio sui condili; e se a tutto ciò si aggiunga la immancabile condizione, che il più lieve movimento avrebbe arrecato forti dolori, sarà facile il comprendere come dapprima questa ragione abbia potuto far sospendere i movimenti del collo, ed in seguito il riposo delle masse muscolari protratto per lungo tempo, abbia di conseguenza cagionato, per sospesa funzione, l'anchilosi, in grado differente nei due condili, con le faccette articolari dell'atlante; d'accordo con ciò che precedentemente è stato notato. In tale maniera si può anche intendere, come non essendo la neoformazione disturbata dall'attrito, che avrebbe prodotto i movimenti della regione, ha potuto progredire regolarmente nella sua direzione e nelle sue numerose gemmazioni ossee, ed essere così poco o nulla apparente all'esterno, sia per la semplice rivestitura della pelle e del pannicolo adiposo sottocutaneo, sia per la presenza di qualche tumore prodotto dalla irritazione dei tessuti circostanti, che si è potuto aggiungere da fargli come un cuscino protettore.

Per intendere la genesi di questa neoformazione ossea, e quali siano stati gli elementi, che hanno concorso alla sua costituzione, a regolarne la sua direzione, ed a proteggerlo per lungo tempo da qualunque attrito od urto, che avrebbe facilmente potuto produrne la rottura; credo indispensabile ricordare le condizioni anatomiche della regione posteriore del collo, limitandomi solo a quelle particolarità, che possono fornire schiarimento al caso presente. Dopo di ciò dirò quale sia la parte che specialmente ha concorso alla sua formazione, ed in che modo ha dovuto seguire il processo. Per potere dire in seguito dell'età della formazione ossea anormale, se sia coeva all' individuo, o se posteriore, e con quali criterii determinarne il tempo. Ed infine quali siano state le condizioni della parte nel vivente, per fare compiere questo processo formativo, e renderne possibile la conservazione per lungo tempo.

3. *Condizioni anatomiche della regione occipito-cervicale.* Questa regione si estende dal tubercolo occipitale esterno e dalla linea semicircolare superiore, all'apofisi spinosa della settima vertebra cervicale o *prominente*, e misura in media 0.180. Volendo stabilirne i limiti ed i rapporti, secondo la posizione verticale, considero la cute come limite esterno, posteriore, o superficiale ; e la faccia posteriore delle vertebre cervicali come il limite interno, profondo, o anteriore, il quale per le parti che lo compongono, e per designarne gli elementi più utili a tenere presenti nella seguente descrizione, vorrei indicare col nome complesso di *occipito-cervico-trasverso-spino,* per rendere chiaro, che vi concorrono non solo le apofisi spinose e traverse cervicali, ma anche la superficie posteriore dell'occipitale, pel tratto sottostante alla linea curva occipitale superiore.

La cute cervicale è molto spessa ed è anche abbondante il pannicolo adiposo sottoposto; segue l'*aponeurosi cervicale* che, come la cute si continua col cuoio capelluto, così essa pure può considerarsi come una continuazione della cuffia aponeurotica cranica, e scende giù fino alla spina della *prominente*, per continuarsi poscia nel dorso a guisa di una fascia, la cui larghezza in alto si estende in tutto lo spazio intermastoideo.

Al di sotto di questa aponeurosi si trovano diverse paia di robusti muscoli, gli omologhi più o meno convergenti verso la linea mediana cervicale, in cui sono uniti da un'aponeurosi comune con un rafe nel mezzo; essi sono, per ricordare solo quelli che giovan al caso presente, i *trapezii*, gli *splenii*, i *grandi complessi*, i *piccoli* e *grandi retti posteriori* del capo. L'aponeurosi comune dei trapezî si estende a tutta la regione cervicale, e con la superficie posteriore si accolla fortemente, e per tutta la sua lunghezza, all'aponeurosi cervicale, di cui ne accresce la spessezza.

Più profondamente, sotto l'aponeurosi comune dei trapezii cui aderisce, si trova un altra aponeurosi comune a' due muscoli splenii, la quale però non si estende a tutta la linea mediana, ma solo dalla spina della 5.ª vertebra cervicale a quella della 3.ª dorsale, e ciò perchè i due muscoli splenii si comportano come i due lati di un V, avendo ciascuno la sua inserzione in alto, al terzo esterno della linea semicircolare superiore dell'osso occipitale, immediatamente in sotto della inserzione del muscolo *sterno-cleido-mastoideo*, e convergenti per riunirsi in basso in corrispondenza della 5.ª vertebra cervicale, e scendere così congiunti fino alla 3.ª dorsale. Inoltre questo tratto aponeurotico intersplenico è inspessito ancora dippiù dallo ac-

collamento delle due lamine tendineo-aponeurotiche dei due sottostanti muscoli *romboide* e *piccolo dentato posteriore*. Giacchè anche questi due ultimi muscoli convergono per fondersi con gli omonimi nella linea mediana. Per tale ragione, il rafe mediano dei muscoli trapezii è sempre più inspessito nel tratto inferiore dall'adesione dei rafi degli splenii dei romboidi e dei piccoli dentati posteriori superiori. Oltre alle indicate aponeurosi, continuando nel senso della profondità, al di sotto dell'aponeurosi dei trapezii se ne trova un altra, l'*aponeurosi vertebrale*.

Questa per la lunghezza va dall' inserzione occipitale fino a raggiungere l'aponeurosi della regione dorsale, ed in larghezza si estende a ricoprire i muscoli sottostanti al trapezio, formando a ciascuno guaina speciale, per cui l'uno è separato dal contiguo; e così avviene che i due muscoli grandi complessi, che parallelamente seguono le metà laterali della regione cervicale, sono tra loro completamente separati dall'aponeurosi vertebrale, e questa a sua volta, col fissarsi in avanti alle apofisi spinose delle vertebre cervicali, si comporta come un setto con le sue facce laterali, ciascuna aderente al grande complesso in corrispondenza, e posteriormente al rafe dell'aponeurosi dei trapezii. In tal modo si vede chiaro come sulla linea mediana vi sia un forte inspessimento di connettivo ; dovuto all'incontro ed alla adesione dei piani aponeurotici, l'uno parellelo alla cute (*aponeurosi cervicale*) ; e l'altro sulla linea mediana, perpendicolare a questo, cioè diretto da dietro in avanti (*aponeurosi vertebrale*).

L'esposizione dei precedenti fatti anatomici della regione cervicale dell'uomo, è utile per trarne schiarimenti, che possono giovare al mio assunto, e fare comprendere quali siano le condizioni del *legamento cervicale*. Questo legamento, che per la sua considerevole grossezza, e per la sua tessitura, quasi esclusiva di fibre elastiche, è molto ben distinto, specialmente nei ruminanti, nei quali la sua robustezza è di grandissimo vantaggio, nel sostenere il peso della gravosa testa, nella sua posizione inclinata, durante la pastura; è invece, per condizioni differenti, nella posizione del capo umano, equilibrato sulla verticale, in uno stato relativamente molto rudimentale, e solo, per accurata preparazione anatomica, lo si può riconoscere come sottile cordone di fibre elastiche, nella spessezza del rafe mediano, circondato dall'abbondantissimo tessuto connettivo, che concorre alla formazione delle ricordate aponeurosi *cervicale*, *vertebrale*, ed *intermuscolare*.

4. *Formazione del processo osseo*. Considerando quale delle parti della regione abbia fornito gli elementi per la costituzione del processo osseo, tra le varie possibilità escogitate, due mi sembrano meritare di essere prese in disamina,

In prima che sia avvenuta una trasformazione ossea del tessuto connettivo, in corrispondenza del legamento cervicale; e che questo sia stato l'asse direttivo di tale neoformazione, e che ne abbia regolate le curve, i suoi rapporti ed anche la sua grossezza, e la notevole regolarità della sua forma. A siffatta supposizione oppongo a me stesso; che se ciò fosse avvenuto, ne sarebbe rimasta traccia nelle condizioni d'inserzione del processo osseo sul tubercolo occipitale, pel fatto che la interposizione del periostio e della spessezza della cuffia aponeurotica avrebbe lasciata una qualche interruzione sul punto di fusione, e non sarebbe stata così in continuazione col tubercolo occipitale, da sembrare perfettamente una medesima cosa, o per meglio dire

un suo prolungamento. Questa notevole regolarità appunto che si osserva nella continuità della superficie di contatto e fusione, nella uniformità del tessuto osseo, mi fa ritenere che invece si tratti di un esagerato sviluppo del tubercolo occipitale, nel senso che quel tubercolo sia stata la base di formazione di tale processo, ch'è cresciuto sopra di esso, come una stalattite, per lenta sovrapposizione di elementi ossei fornitigli dal periostio della regione corrispondente.

Il processo formativo seguìto dalla neoformazione sarebbe stato il seguente. Una irritazione qualunque avvenuta sulla regione ha iniziato una maggiore attività trofica nella parte, uno stato flogistico, accompagnato e seguìto da trasformazione degli elementi del tessuto connettivo del periostio in corpuscoli ossei.

In tal modo il tubercolo occipitale, allungatosi più del normale, ha sollevato e disteso il periostio a guisa di guaina tubolare, la cagione irritativa continuando, avveniva la orditura e la sovrapposizione di altre stratificazioni ossee, e così di seguito, prolungandosi considerevolmente. Ciò è stato possibile, avuto riguardo, che nella nuca ove si è continuato il processo, vi è, nella linea mediana, quella considerevole abbondanza di elementi connettivi, i quali hanno permesso l'allungamento a tubo del periostio, rifornendogli nuovi materiali a mano a mano che si assottigliava per le successive deposizioni di strati ossei concentrici. Quando questa neoformazione eterotopica epigenica ha raggiunto una certa lunghezza, allora essa stessa è divenuta costante cagione irritativa delle parti contigue, e così ha dovuto tenere attiva la osteogenesi per un tempo lunghissimo.

La presenza del legamento cervicale, teso come una corda dal tubercolo occipitale esterno alla *prominente*, ha dovuto giovare a regolare la direzione della guaina tubulare periostea, che si sarebbe tracciata la via nella grossezza del rafe mediano, rafforzandosi in tal modo la spessezza delle pareti della guaina, che senza di ciò sarebbe stata perforata, ed allora il rigoglio formativo osseo sarebbe uscito da quel regolato alveo del tubo membranoso periosteo, e non avrebbe potuto presentare quella regolarità nella levigatezza della sua superficie, e nella sua forma cilindrica. In tal modo si può intendere come per buon tratto della sua prima porzione di 0.024 sia della massima regolarità, appunto perchè lungo questo tragitto, che corrisponde a quella specie di angolo rientrante occipito-cervicale, non ha trovato alcuno intoppo, mentre più giù si è incontrato con la serie delle apofisi spinose cervicali, e vi si è adagiato sopra conservandone traccia nello appianamento della superficie inferiore, che ha dovuto radere le estremità delle apofisi.

L'avere percorso un tubo è detto anche dal fatto, che se non fosse stato unito, ed in pari tempo isolato dal connettivo circostante, avrebbe dovuto stabilire aderenze con le apofisi spinose cervicali; cosa che non si vede. Ma invece delle adesioni si notano soltanto semplici depressioni, come avverrebbe tra superficie ossee comprimentisi, con la interposizione però di tessuto connettivo.

Quando l'attrito dell'osteofito sull'estremità delle apofisi spinose si è fatto maggiore per le condizioni di curvatura della regione cervicale, allora non ha potuto più scivolare e trascorrere sulle dette apofisi soffrendone solo un leggiero appianamento nella superficie di contatto, ma il forte intoppo incontrato lo ha fortemente scavato in quella fossetta semiovale; o per meglio dire, l'ossificazione, che si

veniva formando in questo punto, si è modellata sulla estremità di un apofisi e così ha interrotta la sua forma cilindrica, ed ha assunta quella di fossetta a cucchiaio, che è molto manifesta. Studiando quale delle apofisi ha potuto produrre una tale impronta, trovo che ciò sia rapportabile solo all'estremità dell'apofisi *prominente*, che per la sua maggiore sporgenza ha offerto un maggiore ostacolo. Solo che la brevità del tratto osseo fino alla fossetta, relativamente alla lunghezza della regione cervicale, non mi fa vedere chiaro questo rapporto. In fatti se la porzione cervicale della colonna vertebrale avesse avuto la sua direzione normale e quasi rettilinea, tale contatto sarebbe stato impossibile; ma considerando l'età giovanile dell'individuo, una inflessione del collo indietro, come la migliore posizione consigliata dal dolore, il quale si sarebbe accresciuto nello stiramento dei tessuti della regione nella inflessione all'innanzi, e la possibile condizione rachitica; bisogna ammettere, che, perchè il processo osseo presentasse le sue curvature a quel modo speciale, il collo doveva formare una forte incurvatura in avanti, rispetto a cui il processo osseo si comportava come una corda di tale arco; ed in tal modo poteva la sua fossetta ovale poggiare sull'estremità dell'apofisi della *prominente*. In tal maniera si intende anche, che nel punto corrispondente alla fossetta era incominciata una modificazione nella regolarità della ossificazione; e così un tale intoppo avea prodotto anche una biforcazione nel tubo periosteo che seguiva l'allungamento del processo; e così, pur conservandosi la direzione nell'asse principale, vi sono state delle ramificazioni e delle gemmazioni terminali, che chiaramente dimostrano il lussoreggiamento osteofitico sull'abbondante tessuto connettivo aponeurotico precedentemente ricordato. Però tutto fa ritenere che anche questo ultimo tratto di ossificazione proceduto più liberamente sia stato anch'esso contenuto nel tubo periosteo, ed entro certi limiti fissati, sia dalla disposizione lamellosa, sia dalla direzione e struttura fibrillare del connettivo delle aponeurosi.

Come pure l'essere poggiato sopra parti dure, e l'essere ricoperto dall'aponeurosi cervicale, dal connettivo sottocutaneo, e dalla stessa cute, molto spessa nella regione nucale ha dovuto non poco contribuire a regolarne la direzione. Per tutte queste condizioni favorevoli al suo sviluppo, il processo osseo presenta molta regolarità, e si è dovuto adattare con le sue curvature a quelle della regione in cui si trovava, e per tali ragioni ha potuto formarsi e conservarsi per lungo tempo.

5. *Tempo di origine del processo e condizioni di sua conservazione.* È cosa difficile il determinare il tempo di origine di questa formazione parassitica, o altrimenti se essa sia coeva al cranio, ovvero sia sorta in tempo relativamente molto tardi.

Stando a ciò che è noto intorno al processo di ossificazione, tanto normale, che patologico, il prolungamento stiloideo del tubercolo occipitale ha potuto formarsi in un tempo breve; ovvero in un tempo lungo, se la periostite, che n'è stata la causa ha proceduto lentamente; ad ogni modo tanto nell'uno che nell'altro caso il periodo di formazione relativamente all'età, che mostra il cranio, ha dovuto essere molto breve.

L'unico indizio che può aversi di qualche vantaggio in questa quistione è la disposizione che presentano le curve del processo osseo. Da questo punto di vista le sue curve sono tali, che non possono corrispondere ad un collo molto breve di

un neonato, od anche di un fanciullo, al di sotto dei dieci a dodici anni. Solo nella estensione, che la regione presenta alla età da 10 a 12 anni, si può trovare una spiegazione del come esso si sia potuto regolarmente adattare, ed essere così in caso di seguire, anche lentamente, il suo accrescimento, con la stessa legge della sovrapposizione di nuovi strati superficiali ai profondi già esistenti, come avviene nelle ossa normali dello scheletro. Il vedere la perfetta somiglianza della superficie ossea del processo e della superficie ossea dell'occipitale, come delle altre ossa del cranio, mi è un'altra prova che vi sia stata la continuazione dello stesso periostio esterno. Per conseguenza io giudico, che esso, sorto verso i dieci o dodici anni, e raggiunto quella lunghezza e grossezza in un dato periodo di tempo, variabile secondo l'intensità del processo formativo, secondo che la periostite è stata varia di grado e di durata, abbia potuto restare nella regione fino alla morte dell'individuo, ed anche fino ad ora per la sua compattezza eburnea, attraversando illeso tutte quelle condizioni sfavorevoli, che hanno prodotto la distruzione di molte altre ossa dello stesso cranio.

Da tutto ciò che precedentemente si è esposto si può riassumere, che un osteoma si sia prodotto sul tubercolo occipitale, in forma di esostosi, accrescendo considerevolmente l'allungamento del tubercolo occipitale, e giovandosi in tale trasformazione dell'abbondante connettivo della cervice. Questa neoformazione ha proceduto regolarmente come se quivi fosse stato il suo punto normale di sviluppo. È anche un indizio di ciò il vederla perfettamente conservata, e tutto ciò era solo possibile, quando vi fosse stata la immobilità della testa, che dapprima ha dovuto essere consigliata dal dolore, che si sarebbe aumentato col movimento, ed in seguito, le molte aderenze, avvenute con tessuti contigui, hanno resa stabile tale condizione. Solo l'immobilità della parte non è stata cagione di forti irritazioni nella regione, le quali avrebbero potuto dar luogo a fatti patologici molto più gravi, da mettere in pericolo la esistenza dell'individuo e dell'osteofito stesso, qualora si fosse iniziato un processo d'irritazione flogistica, il cui ultimo esito avrebbe potuto dar luogo a qualche formazione di natura maligna. Stabilitasi la connessione con le propaggini di tessuto connettivo delle aponeurosi e del perimisio dei muscoli per mezzo delle indicate punte ossee terminali, e delle gemmazioni a cavolfiore; la fossetta ovoidale era a forzato e prolungato contatto con la estremità dell'apofisi con cui, per mezzo del connettivo involgente, era strettamente connessa; ed in tale maniera i condili occipitali arrestati nei loro movimenti a poco a poco si sono anchilosati, e con ogni probabilità lo stesso sarà avvenuto anche alle vertebre cervicali. Quindi l'individuo doveva avere il capo ed il collo immobili, e questo incurvato in dietro, per permettere l'adagiamento del processo nella regione interscapolare. In tali condizioni, la robustezza delle aponeurosi posterioriormente, l'essere fiancheggiato da' muscoli lateralmente, come in un astuccio soffice, e la stessa poca mobilità della regione dorsale, hanno concorso favorevolmente a garantirlo da urti ed attriti. Non sarà difficile intendere la regolarità in questa formazione ossea e la sua persistenza senza danno dell'individuo, quando si torni a mente l'ossificazione abituale dei tendini di molti gallinacei, e di quelli che formano le ossa soprapubiche dei marsupiali e qualche caso veramente eccezionale (come quello descritto dal Barbini in una gio-

vane) della ossificazione di gran parte dei tendini dei muscoli del collo, del torace, del dorso, senza essere cagione di morte all'individuo, se non quando ha impedito dei movimenti necessarii come quelli del torace per la respirazione.

Infine vorrei far rilevare, che il processo osseo del presente cranio ha un certo riscontro co'tubercoli occipitali de'pesci ossei e dei rettili, che sono normalmente prolungati in una lamina ossea, da rappresentare l'apofisi spinosa della vertebra occipitale.

MISURE DEL CRANIO

			OSSERVAZIONI
Diametri	Antero-posteriore massimo	177mm	Preso tra il punto più sporgente della glabella e della scaglia occipitale.
	» » iniaco	172mm	Preso tra il punto più sporgente della glabella e della protuberanza occipitale.
	Trasverso massimo	137mm	Preso tra i punti più sporgenti delle bozze parietali.
	» bi-temporale	122mm	Preso tra i punti più sporgenti della scaglia dei temporali.
	» bi-auricolare	89mm	Preso tra i forami auditivi.
	» bi-mastoideo	83mm	Preso tra gli apici delle apofisi mastoidee.
	» frontale massimo	90mm	Preso tra le apofisi orbitarie esterne.
	» » minimo	89mm	Preso tra i punti più rientranti delle linee temporali del frontale.
	» occipitale	91mm	Preso tra i punti più larghi dell' osso occipitale.
	Verticale	123mm	Preso tra il bregma e la parte anteriore del foro occipitale.
Curve	Antero-posteriori: frontale sotto-cerebrale	17mm	Dalla sutura fronto-nasale al punto più sporgente della glabella.
	Antero-posteriori: » cerebrale	100mm	Dal punto più sporgente della glabella alla sutura coronale.
	Antero-posteriori: parietale	120mm	Lungo la sutura sagittale.
	Antero-posteriori: occipitale superiore	55mm	
	Antero-posteriori: » inferiore	65mm	
	Trasversa: superiore	310mm	Tra i forami acustici per la volta del cranio.
	Trasversa: inferiore	101mm	Tra i forami acustici per la base del cranio.
	Orizzontale: sezione anteriore	265mm	In avanti della curva trasversa.
	Orizzontale: » posteriore	215mm	In dietro della curva trasversa.
Forame occipitale	diametro antero-posteriore	32mm	
	» trasverso	29mm	
Indice cefalico	di larghezza	77,35	
	di altezza	69,49	
Indice del forame occipitale		90,06	

Per lo stato in cui trovasi il cranio non è stato possibile rilevare altre misure, ed indicarne la capacità.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA.

La figura superiore che mostra il cranio di profilo è indicata nel testo come fig. 1.ª
La figura media che mostra il cranio dalla base è indicata nel testo come fig. 2.ª
La figura inferiore che mostra il cranio dal vertice è indicata nel testo come fig. 3.ª

INDICE

1. Condizioni del cranio . . . . . Pag. 557
2. Descrizione del processo osseo . . . . . » 558
3. Condizioni anatomiche della regione occipito-cervicale . . . . . » 562
4. Formazione del processo osseo . . . . . » 563
5. Tempo di origine del processo e condizioni di sua conservazione . . . . » 565
Misure del cranio . . . . . » 568

Sopra un teorema del Sig. MENABREA
Nota dell'Ingegnere CERRUTI VALENTINO.
presentata dal socio CREMONA
nella sessione del 6 giugno 1875.

1. — Nel gennaio del corrente anno 1875 S. E. il Generale L. F. Menabrea leggeva innanzi a queesta R^a^ Accademia una Memoria sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici per dimostrare che i metodi geometrici immaginati sinora per la soluzione di tale problema dànno risultati concordanti con quelli forniti da un teorema generale, cui egli fin dal 1858 (1) aveva imposto il nome di *principio di elasticità o di teorema del minimo lavoro.* A questo principio egli dà nella citata memoria il seguente enunciato: *Quando un sistema di punti materiali collegati fra loro da vincoli elastici supposti rettilinei è deformato dall'azione di forze esteriori, alle quali fanno equilibrio le forze interne ossia le tensioni dei vincoli, il lavoro totale sviluppato dalla resistenza di quei vincoli per effetto della deformazione proveniente dalle forze esterne, è un minimo*. Ma ne' suoi scritti precedenti il sig. Menabrea aveva posto quest' enunciato sotto una forma anche più generale comprendendovi indistintamente qualsivoglia sistema elastico (2).

Questo principio fu oggetto di vive contestazioni, e le ragioni più volte prodotte a difesa dal suo ch. autore, se hanno servito a renderlo popolare e di uso più comune, non valsero però a persuader tutti della sua verità, benchè fosse più ragionevole dubitare del rigore della dimostrazione, che della esattezza del teorema, dopochè il sig. Menabrea stesso nella sua memoria del 1868 (3) ebbe fatto vedere per molti casi particolari la coincidenza tra i risultati che son forniti e dall' applicazione del suo teorema e da altri processi geometrici, la cui validità è universalmente riconosciuta. Or l' ultima memoria del sig. Menabrea fu redatta coll' intendimento di *levare ogni dubbio, che potesse ancor rimanere nelle menti più scrupolose in fatto di rigor matematico*, e contiene tre dimostrazioni del teorema, che al suo autore parvero *spoglie da ogni elemento contestabile ed appoggiate alle nozioni più elementari della geometria e della statica* (4).

Quest' ultima asserzione però non saprei, se possa accettarsi senza discussione. Io non dubito punto che le dimostrazioni del sig. Menabrea siano molto elementari, ma non parmi che si debbano anche riguardare come assolutamente rigorose.

(1) V. Comptes rendus ecc... Vol. XLVI, an 1858 — Ménabréa, *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systémes élastiques.*

(2) V. la memoria citata alla nota 1^a^ e di più l'altra: Étude de Statique physique: *principe général pour déterminer les pressions et les tensions dans les Systémes élastiques* par L. F. Ménabréa. Turin et Florence chez Bocca frères, 1868 — pag. 30.

(3) V. la memoria citata alla nota 2^a^ — pag. 13-28.

(4) V. *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici*, per L. F. Menabrea. Roma 1875. — pag. 5.

Imperocchè la prima e la terza [1] poggiano sul supposto che in un sistema elastico articolato, quando il numero dei pezzi congiungenti n punti dello spazio sia superiore a $3n - 6$, si possano concepire infinite maniere diverse di ripartizione delle tensioni, mentre è cosa notoria che i problemi dell'elasticità sono sempre determinati ed in un modo solo [2]. La seconda, dovuta al mio carissimo amico, l'ing. Alberto Castigliano [3], è rigorosa senz' altro, nè si potrebbe desiderar di più, ove ci restringessimo a considerare il problema puramente sotto l' aspetto algebrico, a dimostrare cioè la concordanza dei risultamenti forniti dal teorema di Menabrea con quelli che si deducono dalla considerazione degli spostamenti dei vertici del sistema. Ma una tale dimostrazione non sembrami soddisfacente appieno, prima di tutto perchè non ci fa vedere nè la ragione meccanica del processo analitico che bisogna seguire nell' applicare il detto teorema, nè com' esso discenda dai principii generali della teoria dell' elasticità; in secondo luogo perchè non legittima sufficientemente l'estensione del teorema dal caso di un numero discreto di punti collegati da fili elastici a quello di un corpo continuo. — Però, ove si mediti un istante sul teorema di Menabrea, è facile riconoscere che esso è vero, ma che non è nuovo, e che preso nel suo enunciato più largo coincide col teorema del potenziale delle forze elastiche, su cui da Green in poi molti han fondato tutta la teoria dell'elasticità, e che l' espressione analitica proposta dal sig. Menabrea pel caso dei sistemi elastici articolati è un' applicazione molto particolare del predetto teorema. Questo appunto io ho cercato di far vedere nel breve scritto, che ora ho l' onore di presentare all' Accademia.

2. — Consideriamo n punti comunque distribuiti nello spazio e riuniti da più che $3n - 6$ fili elastici od aste elastiche congiunte a snodo. Ai vertici suppongansi applicate forze estrinseche di intensità così grande, che a fronte di esse si possano trascurare quelle che agiscono su ciascun elemento (peso proprio, attrazioni o ripulsioni emananti da centri esterni). Di più supponiamo, che sieno soddisfatte le sei condizioni generali di equilibrio, e per un momento che il sistema sia completamente libero, epperò non abbia vertici fissi od obbligati a rimanere sopra linee o sopra superficie fisse.

Ciò posto, detto e il coefficiente di elasticità di una verga qualunque, ω l'area costante della sua sezion retta, l la sua lunghezza, σ la distanza variabile di un suo punto qualunque computata a partire da uno dei capi, λ l' allungamento (od accorciamento) corrispondente, il potenziale per un asta sarà $-\frac{1}{2}\int\frac{\tau^2}{e}\omega d\sigma$, dove $\tau = e\frac{d\lambda}{d\sigma}$, ed il potenziale di tutto il sistema

$$\Phi = -\frac{1}{2}\,\Sigma\int\frac{\tau^2}{e}\,\omega d\sigma,$$

(1) V. la memoria citata alla nota 3.ª pag. 15-16.

(2) Clebsch, *Theorie der Elasticität fester Körper* — pag. 67-70.

(3) *Intorno ai sistemi elastici* — Dissertazione presentata da Castigliano Alberto alla Commissione esaminatrice della R. Scuola d' Applicazione degli Ingegneri, Torino 1873. — pag. 14-16.

dove l' integrazione va stesa a tutta la lunghezza della verga e la somma deve abbracciare tutte le verghe del sistema. Perchè v' abbia equilibrio, dev' essere

$$\delta \Phi = 0 ,$$

compatibilmente colle condizioni imposte ai limiti (nodi) del sistema, cioè

$$\Sigma \int \frac{\tau \delta \tau}{e} \omega d\sigma = \Sigma \int \tau \frac{d\delta\lambda}{d\sigma} \omega d\sigma = 0 ,$$

od integrando per parti

$$\Sigma \Big[\tau \omega \, \delta \lambda \Big]_0^1 - \Sigma \int \frac{d\tau}{d\sigma} \omega \, d\sigma \, \delta \lambda = 0 , \tag{1}$$

Eguagliando a zero i coefficienti dei $\delta\lambda$ contenuti sotto il segno integrale, che sono fra loro indipendenti, si hanno le condizioni

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = 0$$

che sono in numero eguale a quello delle verghe, e che debbono essere soddisfatte per l'equilibrio interno. Da esse si trae per ogni asta

$$\tau = \text{cost.}, \text{ ossia } e \frac{d\lambda}{d\sigma} = \text{cost.} ,$$

e se supponiamo i fili o le verghe omogenee, e sarà indipendente da σ, per cui ne verrà la condizione

$$\frac{d\lambda}{d\sigma} = \frac{\lambda}{\sigma} \tag{2}$$

vale a dire *per ogni verga deve essere costante in tutta la sua lunghezza l' allungamento proporzionale.* Rimane l' equazione ai limiti

$$\Sigma \Big(\tau \omega \delta \lambda \Big)_0^1 = 0 ,$$

che può scriversi

$$\Sigma \tau \omega \Big(\delta \lambda \Big)_0^1 = 0 ,$$

perchè τ ed ω non variano con σ; $\Big(\delta\lambda \Big)_0^1$ poi rappresenta la variazione totale dell' allungamento della verga di lunghezza l, che io continuerò a designare con $\delta\lambda$: allora ponendo $\varepsilon = e \dfrac{\omega}{l}$ e rammentando l' espressione di τ, potremo scrivere

$$\Sigma \varepsilon \lambda \delta \lambda = 0 , \tag{3}$$

che è l'equazione trovata da Menabrea e che per l'equilibrio (in virtù del teorema delle velocità virtuali) dev' essere soddisfatta per tutte quelle variazioni $\delta\lambda$, che lasciano intatte le condizioni ai limiti (nodi). Per un nodo qualunque queste condizioni sono

$$X = \Sigma \varepsilon \lambda \cos\alpha , \quad Y = \Sigma \varepsilon \lambda \cos\beta , \quad Z = \Sigma \varepsilon \lambda \cos\gamma , \tag{4}$$

dove X, Y, Z sono le somme delle componenti secondo i tre assi delle forze estrinseche applicate ad esso; α, β, γ gli angoli che una qualunque delle verghe concorrentivi fa coi tre assi. La equazione (3) deve dunque aver luogo per tutte quelle variazioni $\delta\lambda$, per le quali le X, Y, Z rimangono inalterate. Per esprimere che le $\delta\lambda$

pienamente determinata, e la lunghezza di ogni altra fra le $\frac{n(n-1)}{2} - (3n-6)$ rette che si possono ancora condurre tra i diversi vertici deve potersi esprimere in funzione delle sole lunghezze delle $3n-6$ prime. Segue anche da ciò che, se diciamo $l_1, l_2, l_3 \ldots$ le grandezze di $3n-6$ distanze, che servono a stabilire la configurazione geometrica del sistema ed l un'altra qualsiasi, sarà

$$l = \varphi(l_1, l_2, l_3 \ldots), \tag{8}$$

dove φ è una certa funzione di forma pienamente determinata ed indipendente dal numero delle l. Epperò la tensione t della l si esprimerà linearmente in funzione delle tensioni t_i delle l_i, ma in modo affatto indipendente dal numero delle l. Se il sistema contenesse k verghe sovrabbondanti, e noi sapessimo scrivere le k equazioni analoghe alle (7), potremmo da esse ricavare le tensioni di queste k verghe in funzione delle restanti $3n-6$ e sostituirle nelle equazioni (4), le quali allora non avendo più che $3n-6$ incognite sarebbero sufficienti alla soluzione del problema. Io ho fatto vedere altra volta [1], che per determinare le tensioni (o pressioni) in un sistema elastico articolato con n nodi, basta saperlo fare nel caso di un sistema con cinque nodi, quando essi siano comunque distribuiti nello spazio, od in quello con quattro nodi, quando tutti giacciano in un piano, sotto la condizione però che vi sia un numero di verghe uguale ad $\frac{n(n-1)}{2}$. Ma è facile riconoscere, che questo è vero in generale. Difatti, prese $\frac{n(n-1)}{2} - (3n-6)$ combinazioni di quegli n punti, cinque a cinque, scrivasi per ognuna di esse la nota relazione fra le dieci distanze di cinque punti nello spazio, avendo la precauzione di scegliere queste combinazioni così che dalle equazioni scritte $\frac{n(n-1)}{2} - (3n-6)$ fra le distanze degli n punti si possano, volendo, ricavare in funzione delle lunghezze di $3n-6$ altre fra le verghe esistenti nel sistema. Poi tra le equazioni ottenute col differenziare le equazioni precedenti rispetto alle lunghezze delle verghe si eliminino le variazioni delle $\frac{n(n-1)}{2} - k - (3n-6)$ che non si trovano nel sistema (quando questo contenga $3n-6+k$ verghe): risulteranno così k relazioni lineari tra le variazioni di lunghezza delle verghe del sistema, le quali possono essere convertite in altrettante analoghe tra le tensioni. L'eliminazione non cadrà che su quantità, le quali entrano linearmente in tutte le equazioni; però la soluzione generale del problema non offre difficoltà, anzi essa potrà rendersi anche molto più semplice nei diversi casi particolari. Una cosa analoga devesi ripetere se tutti i nodi giacciano in un medesimo piano. Dopo le considerazioni precedenti sarà lecito di estendere senza restrizione ad ogni caso le proprietà che nella mia dissertazione di laurea avevo dimostrato per quello solo in cui gli n punti fossero congiunti da $\frac{n(n-1)}{2}$ verghe.

Quando il numero delle verghe è $3n-6$, la equazione (3) è identicamente soddis-

[1] *Sistemi elastici articolati.* — Dissertazione di laurea di VALENTINO CERRUTI, Torino 1873.

soddisfanno a queste condizioni, basta differenziare le equazioni di equilibrio dei vertici ritenendo costanti le forze esterne. Così si ottengono le equazioni.

$$\Sigma \varepsilon \delta \lambda \cos\alpha = 0 \,,\ \Sigma \varepsilon \delta \lambda \cos\beta = 0 \,,\ \Sigma \varepsilon \delta \lambda \cos\gamma = 0. \tag{5}$$

Or moltiplichiamo la prima di queste equazioni per a, la seconda per b, la terza per c e facciamo lo stesso per tutte le equazioni analoghe alle (5); sommiamole quindi fra loro e colla (3), ed osserviamo che per esempio λ_{ij}, $\delta\lambda_{ij}$ (denotando con i, j due vertici qualunque) entrano due volte, una volta pel vertice i e l'altra pel vertice j, per cui, ove si avverta che

$$\cos\alpha_{ij} + \cos\alpha_{ji} = 0 \,,\ \cos\beta_{ij} + \cos\beta_{ji} = 0 \,,\ \cos\gamma_{ij} + \cos\gamma_{ji} = 0 \,,$$

dall'eguagliare a zero il coefficiente di $\delta\lambda_{ij}$, nascerà

$$\varepsilon_{ij}\, \lambda_{ij} = t_{ij} = \varepsilon_{ij} \left[(a_j - a_i) \cos\alpha_{ij} + (b_j - b_i) \cos\beta_{ij} + (c_j - c_i) \cos\gamma_{ij}\right]. \tag{6}$$

Con ciò le tensioni (o pressioni) t_{ij} restano espresse per mezzo di $3n$ indeterminate a, b, c. Ma dal momento, che le a non entrano che per le loro differenze, e similmente le b e le c, così ne segue che, senza alterare queste differenze, due delle a possono scegliersi ad arbitrio, due delle b e due delle c, dimodochè in sostanza le t_{ij} non restano espresse che per mezzo di $3n - 6$ indeterminate. I valori di queste indeterminate si fisseranno mercè le equazioni di equilibrio dei vertici, le quali apparentemente sono $3n$, ma in realtà si riducono a $3n - 6$, perchè da esse debbono risultare le sei equazioni di equilibrio tra le forze esterne soltanto. Una volta avute le a, b, c, le equazioni (6) ci fanno conoscere le tensioni t.

3. — Diciamo ξ, η, ζ le variazioni delle coordinate di un vertice qualunque: si avrà

$$\lambda_{ij} = (\xi_j - \xi_i) \cos\alpha_{ij} + (\eta_j - \eta_i) \cos\beta_{ij} + (\zeta_j - \zeta_i) \cos\gamma_{ij}, \tag{7}$$

questa relazione paragonata colla (6) ci dà

$$a_j - a_i = \xi_j - \xi_i \,,\ b_j - b_i = \eta_j - \eta_i \,,\ c_j - c_i = \zeta_j - \zeta_i$$

cioè i moltiplicatori a_i, b_i, c_i rappresentano le variazioni delle coordinate dei vertici del sistema [1]. E sul calcolo di queste variazioni si può stabilire un processo per la determinazione delle tensioni (o pressioni) t_{ij}, quando non si voglia far uso del teorema del potenziale.

Possiamo ancora procedere in altra guisa. Dalle equazioni di equilibrio dei vertici differenziate ricaviamo $3n - 6$ delle $\varepsilon\delta\lambda$ e sostituiamole nelle equazioni (3). Uguagliando a zero i coefficenti delle k rimanenti variazioni, risulteranno k equazioni fra le tensioni o gli allungamenti delle aste del sistema, le quali congiunte colle $3n - 6$ equazioni (4) (indipendenti) ci dànno $3n - 6 + k$ equazioni per determinare le $3n - 6 + k$ tensioni incognite. Queste k equazioni sono lineari ed esprimono le condizioni geometriche a cui debbono soddisfare gli allungamenti delle verghe, perchè i loro assi si conservino rettilinei dopo la deformazione e non si stacchino quelli che concorrono ad un medesimo nodo. Sostituendo in tali equazioni alle funzioni trigonometriche le loro espressioni per mezzo delle lunghezze delle verghe del sistema ed integrando, si troverebbero le relazioni che passano fra le lunghezze di k delle $3n - 6 + k$ verghe e quelle delle $3n - 6$ altre. Imperocchè, date $3n - 6$ delle distanze fra n punti dello spazio, la loro posizione relativa resta

[1] V. la dissertazione di Castigliano, pag. 14.

fatta, perchè tutte le $\delta\lambda$ sono uguali a zero. Difatti le equazioni (5) sono $3n-6$ (indipendenti) lineari rispetto alle $3n-6$ variazioni $\delta\lambda$ e senza secondo membro: or le variazioni $\delta\lambda$ non possono che avere il valor zero, perchè il determinante formato coi loro coefficienti non può mai annullarsi, se è vero, come non si può dubitare, che a determinare la configurazione geometrica del sistema occorrano $3n-6$ fra le distanze dei vertici e queste sieno fra loro assolutamente indipendenti.

4. — Finora ho supposto che il sistema fosse completamente libero: è però facile vedere come questa restrizione sia inutile. Difatti la equazione (3) venne dedotta in modo da non introdurre mai siffatta condizione. Ma su questo non sarà fuor di proposito l'aggiungere ancora qualche parola. Cominciamo dal considerare il caso in cui nel sistema vi sieno dei punti fissi. Le tensioni delle verghe restano ancora tutte quante determinate, quando, essendovi nel sistema più di un punto fisso, non vi sieno però verghe i cui due capi terminino a punti fissi. Cotali verghe non debbono nemmanco essere considerate come facienti parti del sistema, perchè senza alterarne le condizioni possiamo immaginare i punti fissi collegati fra loro nel modo che più ne garba: d'altronde giusta il modo, con cui esse furono poste in opera, le loro tensioni (pressioni) possono essere piccole o grandi quanto si vuole, ma la variazione di loro lunghezza per azione delle forze esterne applicate ai nodi sarebbe sempre nulla. Escluso questo caso, osserviamo che, se v'hanno m punti fissi, le incognite del problema saranno le $3m$ componenti delle reazioni di questi punti, le $3n-6+k$ tensioni delle verghe, $3n-3m$ variazioni di coordinate. Ma noi abbiamo 6 equazioni tra le forze esterne e le reazioni predette, $3n-6$ equazioni tra le forze esterne, le reazioni dei punti fissi e le tensioni (pressioni) delle verghe, e $3n-6+k$ equazioni quali la (6), in cui bisogna porre uguali a zero le a, b, c che si riferiscono a vertici fissi, cioè in tutto $3n-6+3n+k$ equazioni, quante sono appunto le incognite a determinare. Noterò di passaggio che per un vertice fisso qualunque, dette R_x, R_y, R_z le tre componenti della reazione, in luogo della (4) avremo

$$R_x = \Sigma t \cos\alpha\,,\quad R_y = \Sigma t \cos\beta\,,\quad R_z = \Sigma t \cos\gamma,$$

dove t è la tensione di una qualunque delle verghe legate ad esso, e $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ i corrispondenti coseni di direzione.

Se poi alcuni vertici fossero ritenuti da superficie fisse senz'attrito, le reazioni di queste superficie avrebbero, come è noto, una direzione ad essa normale. Epperò dette X_r, Y_r, Z_r le componenti della reazione P_r di una di queste superficie ed $f=0$ la sua equazione, dovremo avere

$$X_r = P_r \frac{\dfrac{df}{dx}}{\sqrt{\left(\dfrac{df}{dx}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dy}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dz}\right)^2}}\,,\quad Y_r = P_r \frac{\dfrac{df}{dy}}{\sqrt{\left(\dfrac{df}{dx}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dy}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dz}\right)^2}}\,,$$

$$Z_r = P_r \frac{\dfrac{df}{dz}}{\sqrt{\left(\dfrac{df}{dx}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dy}\right)^2+\left(\dfrac{df}{dz}\right)^2}}\,;$$

d'altra parte le variazioni dalle coordinate saranno vincolate alla condizione

$$\frac{df}{dx}\xi + \frac{df}{dy}\eta + \frac{df}{dz}\zeta = 0.$$

Così per ogni vertice ritenuto da una superficie fissa abbiamo una reazione incognita, ma nello stesso tempo una delle variazioni delle coordinate riman fissata: epperò il problema resta sempre determinato. Naturalmente nelle espressioni delle derivate $\frac{df}{dx}, \frac{df}{dy}, \frac{df}{dz}$ al posto delle coordinate x, y, z bisogna intendere sostituite quelle del vertice, che si considera. Invece per un vertice obbligato a rimanere sopra una linea fissa si avrebbe

$$X_r = P_r \cos l, \quad Y_r = P_r \cos m, \quad Z_r = P_r \cos n,$$

colle relazioni

$$\frac{dx}{ds}\cos l + \frac{dy}{ds}\cos m + \frac{dz}{ds}\cos n = 0,$$

$$\cos^2 l + \cos^2 m + \cos^2 n = 1,$$

e le variazioni delle coordinate sarebbero vincolate alle condizioni

$$\frac{d\varphi}{dx}\xi + \frac{d\varphi}{dy}\eta + \frac{d\varphi}{dz}\zeta = 0,$$

$$\frac{d\psi}{dx}\xi + \frac{d\psi}{dy}\eta + \frac{d\psi}{dz}\zeta = 0,$$

se $\varphi = 0$, $\psi = 0$ sono le equazioni della linea fissa. Così per ogni vertice ritenuto da una linea fissa avremo incognita la reazione ed uno dei coseni di direzione di questa, ma d'altra parte due delle variazioni delle coordinate restano determinate. Quindi anche in questo caso ci saranno tante equazioni quante incognite.

5. — Quando si volesse dare una interpretazione metafisica ai risultati precedenti, si potrebbe osservare che le equazioni (3) e (5) stabiliscono le condizioni perchè l' espressione $\Sigma \frac{\varepsilon\lambda^2}{2} = \frac{1}{2}\Sigma \frac{t^2}{\varepsilon}$ sia un minimo compatibilmente colle condizioni imposte ai vertici. Ma essa rappresenta anche il lavoro molecolare della deformazione; dunque un altro modo di enunciare i risultati precedenti sarebbe il seguente: « *in un sistema elastico articolato, assoggettato all' azione di forze esterne, le tensioni si distribuiscono così da rendere un minimo il lavoro molecolare di deformazione* ». Il sig. Menabrea cercò di generalizzare il teorema affermando che è un minimo il lavoro sviluppato nella deformazione di un corpo qualsiasi sotto l' azione di date forze esterne: ma il teorema così espresso non è altro che quello del potenziale delle forze elastiche, da cui io ho preso le mosse nel compilare questa Nota. Soggiungerò ancora che, pur supposto dimostrato rigorosamente il teorema pel caso dei sistemi elastici articolati, non parmi potersi esso legittimamente inferire anche per un corpo qualunque, prima di verificare se un corpo si possa riguardare come limite di un sistema di punti legati fra loro da fili elastici, in cui il numero dei punti contenuti entro uno spazio chiuso vada crescendo e la loro mutua distanza diminuendo indefinitamente, e se coll' appoggio di questa ipotesi si possano ricavare le equazioni generali della teoria dell' elasticità.

6. — Prima di por termine a questo scritto debbo sciogliere una obbie-

zione che venne opposta al modo con cui suolsi applicare il teorema del minimo lavoro. Nello scrivere le equazioni (4) e nel differenziarle, non abbiamo tenuto conto della variazione subita dagli angoli durante la deformazione del sistema: or questo non parve a taluni abbastanza giustificato. Ma, ove si rifletta che nel calcolo delle deformazioni e delle tensioni ci limitiamo sempre ai termini di primo ordine, si vedrà facilmente che una simile difficoltà è solo apparente [1].

Difatti consideriamo prima di tutto una retta Om il cui estremo O sia fisso e l'estremo m invece si muova, ma in modo, che la Om pur allungandosi (od accorciandosi) conservi sempre la forma rettilinea. Quando Om sia passata nella posizione infinitamente prossima Om', il punto m di coordinate x_i $(i = 1, 2, 3)$ rispetto a tre assi rettangolari, che possiam supporre uscenti da O, sarà venuto nel punto m' di coordinate $x_i + \xi_i$ e la lunghezza l della Om sarà diventata $l + \lambda$, dove λ è l'allungamento (od accorciamento) subito da Om e gli angoli (lx_i) di Om coi tre assi coordinati saran divenuti $(l' x_i)$. Ora, la applicazione del teorema di Taylor ci dà

$$l + \lambda = l + \Sigma \frac{dl}{dx_i} \xi_i + \frac{1}{2} \Sigma \frac{d^2 l}{dx_i\, dx_j} \xi_i \xi_j + \dots \quad (i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3)$$

ossia

$$\lambda = \Sigma \frac{dl}{dx_i} \xi_i + \frac{1}{2} \Sigma \frac{d^2 l}{dx_i\, dx_j} \xi_i \xi_j + \dots$$

Ma

$$\frac{dl}{dx_i} = \cos (lx_i), \quad \frac{d^2 l}{dx_i\, dx_j} = \frac{d. \cos (lx_j)}{dx_j}, \dots$$

epperò

$$\lambda = \Sigma \cos (lx_i) \xi_i + \frac{1}{2} \Sigma \frac{d. \cos (lx_i)}{dx_j} \xi_i \xi_j + \dots$$

il qual risultato ci dice, che, se nel calcolo di λ e della tensione corrispondente noi ci limitiamo ai termini di primo ordine, possiamo ritenere che lo spostamento di m sia avvenuto nella direzione primitiva di Om.

Con questo non voglio però dire che le variazioni degli angoli di Om cogli assi sieno trascurabili a fronte dell'allungamento (od accorciamento) λ; anzi dirò che esse sono dello stesso ordine di λ. Difatti, poichè $\cos (l' x_i) = \frac{dl'}{dx_i}$ il teorema di Taylor ci darà

$$\frac{dl'}{dx_i} = \frac{dl}{dx_i} + \Sigma \frac{d^2 l}{dx_i\, dx_j} \xi_j + \frac{1}{2} \Sigma \frac{d^3 l}{dx_i dx_j dx_n} \xi_j \xi_n + \dots$$

dove i si deve tener fisso, $j = 1, 2, 3$; $n = 1, 2, 3$; quindi, se poniamo $(l' x_i) - (lx_i) = \varepsilon_i$ e ci limitiamo ai termini di primo ordine mettendo $\cos \varepsilon_i = 1$, $sen\, \varepsilon_i = \varepsilon_i$, avremo

$$-\varepsilon_i = \frac{\Sigma \frac{d^2 l}{dx_i\, dx_j} \xi_j}{sen\, (lx_i)},$$

[1] Una dimostrazione conforme a quella che io qui espongo, venne data anche dal sig. Castigliano in un suo recente scritto *Intorno all'equilibrio dei sistemi elastici*, Torino 1875 - pag. 10-11. Io riproduco qui la mia, perchè trovata da me prima di aver conosciuto cotesta memoria.

cioè ε_i è dello stesso ordine che ξ_j e quindi anche di λ. — Segue da ciò che, colla approssimazione limitata ai termini di primo ordine, nel calcolo delle componenti della tensione si può ritenere che questa abbia la direzione primitiva di Om. Si può dare a questa formula maggior generalità, cercando la variazione dell'angolo di due rette Om, On fisse in O (origine delle coordinate) e cogli estremi m ed n mobili. Diciamo l_m, l_n le lunghezze primitive di queste due rette, x_{im}, x_{in} le coordinate primitive di m e di n ($i = 1, 2, 3$). Allora, se θ è l'angolo primitivo delle due rette, si avrà

$$\cos\theta = \Sigma \frac{dl_m}{dx_{im}} \frac{dl_n}{dx_{in}},$$

e dopo la deformazione

$$\cos\theta' = \Sigma \frac{dl'_m}{dx'_{im}} \frac{dl'_n}{dx'_{in}}.$$

Il teorema di Taylor poi ci darà (limitandoci ai termini di primo ordine)

$$\cos\theta' = \cos\theta + \Sigma \frac{d.\cos\theta}{dx_{jm}} \xi_{jm} + \Sigma \frac{d.\cos\theta}{dx_{jn}} \xi_{jn}$$

$$= \cos\theta + \Sigma \frac{d^2 l_m}{dx_{im}\, dx_{jm}} \frac{dl_n}{dx_{in}} \xi_{jm} + \Sigma \frac{dl_m}{dx_{im}} \frac{d^2 l_n}{dx_{in}\, dx_{jn}} \xi_{jn} \quad (j = 1, 2, 3)$$

e ponendo $\theta' = \theta + \varepsilon$, sempre coll'approssimazione sino ai termini di primo ordine avremo

$$-\varepsilon = \frac{\Sigma \frac{d^2 l_m}{dx_{im}\, dx_{jm}} \frac{dl_n}{dx_{in}} \xi_{jm} + \Sigma \frac{dl_m}{dx_{im}} \frac{d^2 l_n}{dx_{in}\, dx_{jn}} \xi_{jn}}{\operatorname{sen}\theta}.$$

Supponiamo finalmente che all' estremo m della Om dopo la deformazione si dia un piccolo spostamento per effetto del quale l' allungamento (od accorciamento) λ subisca un piccolo incremento $\delta\lambda$, allora

$$\delta\lambda = \Sigma\, \delta \left(\frac{dl}{dx_i} \xi_i\right) = \Sigma \frac{dl}{dx_i} \delta\xi_i + \Sigma\, \xi_i \delta \left(\frac{dl}{dx_i}\right).$$

Ma ξ_i è quantità piccola a fronte di $\frac{dl}{dx_i}$, e d'altra parte abbiam veduto che $\delta . \frac{dl}{dx_i}$ è dello stesso ordine di grandezza di $\delta\lambda$ e $\delta\xi_i$, quindi il termine $\xi_i\, \delta \left(\frac{dl}{dx_i}\right)$ è d'ordine superiore a fronte di $\left(\frac{dl}{dx_i}\right) \delta\xi_i$ e si può perciò a fronte di esso trascurare, e porre semplicemente

$$\delta\lambda = \Sigma \frac{dl}{dx_i} \delta\xi_i.$$

In sostanza, nel calcolare gli allungamenti e le loro variazioni, si può fare astrazione dalla variazione degli angoli, quando però ci limitiamo ai termini di primo ordine. Per poter mantenere in $\delta\lambda$ il termine $\xi_i\, \delta \left(\frac{dl}{dx_i}\right)$, bisognerebbe nel-

l'espressione di λ aver tenuto conto del termine $\frac{1}{2}\Sigma\frac{d^2 l}{dx_i\,dx_j}\xi_i\xi_j$, che nell'espressione di $\delta\lambda$ ci avrebbe dato i termini $\frac{1}{2}\Sigma\frac{d^2 l}{dx_i\,dx_j}\xi_i\,\delta\xi_j$, $\frac{1}{2}\Sigma\frac{d^2 l}{dx_i\,dx_j}\xi_j\,\delta\xi_i$, i quali sono dello stesso ordine di grandezza di $\xi_i\,\delta\left(\frac{dx_i}{dl}\right)$. Dopo questi schiarimenti credo che non possa più nascere alcun dubbio sul modo con cui si applica il teorema del minimo lavoro.

7. — Sarebbe inutile che ora io cercassi qui di mettere in rilievo l'utilità del teorema del minimo lavoro, a cagione sopratutto della sua generalità, che lo rende applicabile a sistemi di qualsiasi forma: avvertirò soltanto che, essendo esso di indole essenzialmente meccanica, torna vantaggioso di preferenza nelle quistioni in cui si abbia per iscopo principale il calcolo delle pressioni e delle tensioni, mentre non riuscirebbe di uso così spedito nelle ricerche di natura più propriamente geometrica. Epperò molte proprietà abbastanza curiose dei sistemi elastici articolati, che passerebbero inosservate od almeno richiederebbero calcoli assai laboriosi, quando si facesse uso di questo teorema, si ottengono invece per altre vie in modo affatto spontaneo. E di ciò mi sono vieppiù persuaso leggendo due memorie del sig. Alberto Gabba, Maggiore del Genio [1], nelle quali egli si propone di trovare le relazioni che passano fra le tensioni di più verghe o convergenti in un punto ed articolate a punti fissi negli altri estremi, ovvero fra loro parallele. Non parmi che i risultati, cui egli è giunto dopo calcoli assai prolissi, sieno molto soddisfacenti, mentre lo stesso problema si risolve con un tratto di penna mediante alcune formule, che io avevo stabilito nella mia dissertazione di laurea.

Comincio dal ricordare che fra le tensioni delle dieci verghe colleganti cinque punti dello spazio passa la relazione [2].

$$\left.\begin{aligned}
&\textit{tetraed.}\,(3451)\,\textit{tetraed.}\,(2345)\,\frac{l_{12}\,t_{12}}{\varepsilon_{12}} + \textit{tetraed.}\,(4512)\,\textit{tetraed.}\,(2345)\,\frac{l_{13}\,t_{13}}{\varepsilon_{13}}\\
&+\textit{tetraed.}\,(5123)\,\textit{tetraed.}\,(2345)\,\frac{l_{14}\,t_{14}}{\varepsilon_{14}} + \textit{tetraed.}\,(1234)\,\textit{tetraed.}\,(2345)\,\frac{l_{15}\,t_{15}}{\varepsilon_{15}}\\
&+\textit{tetraed.}\,(4512)\,\textit{tetraed.}\,(3451)\,\frac{l_{23}\,t_{23}}{\varepsilon_{23}} + \textit{tetraed.}\,(5123)\,\textit{tetraed.}\,(3451)\,\frac{l_{24}\,t_{24}}{\varepsilon_{24}}\\
&+\textit{tetraed.}\,(1234)\,\textit{tetraed.}\,(3451)\,\frac{l_{25}\,t_{25}}{\varepsilon_{25}} + \textit{tetraed.}\,(5123)\,\textit{tetraed.}\,(4512)\,\frac{l_{34}\,t_{34}}{\varepsilon_{34}}\\
&+\textit{tetraed.}\,(1234)\,\textit{tetraed.}\,(4512)\,\frac{l_{35}\,t_{35}}{\varepsilon_{35}} + \textit{tetraed.}\,(1234)\,\textit{tetraed.}\,(5123)\,\frac{l_{45}\,t_{45}}{\varepsilon_{45}} = 0
\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

[1] 1.ª *Cenni sul principio di elasticità e su talune sue applicazioni*, Roma 1874 (Giornale di Artiglieria e Genio). — 2.ª *Esposizione del principio di elasticità e studii su talune sue applicazioni mediante i determinanti*, Milano 1874 (Memorie dell'Istituto Lombardo).

[2] V. nella citata dissertazione, pag. 33 e 37.

e fra le tensioni delle sei verghe congiungenti quattro punti di un piano quest' altra:

$$\left.\begin{array}{l} triang.\,(341)\ triang.\,(243)\ \dfrac{l_{12}\,t_{12}}{\varepsilon_{12}} + triang.\,(214)\ triang.\,(243)\ \dfrac{l_{13}\,t_{13}}{\varepsilon_{13}} \\ + triang.\,(123)\ triang.\,(243)\ \dfrac{l_{14}\,t_{14}}{\varepsilon_{14}} + triang.\,(214)\ triang.\,(341)\ \dfrac{l_{23}\,t_{23}}{\varepsilon_{23}} \\ + triang.\,(123)\ triang.\,(341)\ \dfrac{l_{24}\,t_{24}}{\varepsilon_{24}} + triang.\,(123)\ triang.\,(214)\ \dfrac{l_{34}\,t_{34}}{\varepsilon_{34}} = 0, \end{array}\right\} (10)$$

quando si intenda conservata la regola dei segni.

Supponiamo adesso che ad un punto O convergano gli assi rettilinei di più aste, o disposti comunque nello spazio, ovvero tutti contenuti in un piano. Di esse consideriamo quattro qualunque Om, On, Op, Oq nel primo caso, e tre Om, On, Op nel secondo, ed applichiamo al complesso delle prime la equazione (9) ed al complesso delle seconde la equazione (10); avvertendo di porre uguali a zero i termini che contengono le tensioni delle verghe congiungenti i punti fissi, giacchè per questo son nulle le variazioni di lunghezza. Allora sarà facile vedere che, nel primo caso, il primo membro dell'equazione conterrà a fattore in tutti i termini *tetraed.* $(m\,n\,p\,q)$ e, nel secondo, *triang.* $(m\,n\,p)$: sopprimendo questo fattor comune e denotando rispettivamente con l_m, t_m, ε_m la lunghezza, la tensione ed il coefficiente di resistenza della verga Om, avremo

$$\left\{\begin{array}{l} tetraed.\,(O\,n\,q\,p)\,\dfrac{l_m\ t_m}{\varepsilon_m} + tetraed.\,(O\,p\,q\,m)\,\dfrac{l_n\ t_n}{\varepsilon_n} + tetraed.\,(O\,n\,m\,q)\,\dfrac{l_p\ t_q}{\varepsilon_p} \\ + tetraed.\,(O\,m\,n\,p)\,\dfrac{l_q\ t_q}{\varepsilon_l} = 0, \end{array}\right. (11)$$

$$triang.\,(O\,n\,p)\,\frac{l_m\ t_m}{\varepsilon_m} + triang.\,(O\,p\,m)\,\frac{l_n\ t_n}{\varepsilon_n} + triang.\,(O\,m\,n)\,\frac{l_p\ t_p}{\varepsilon_p} = 0, \quad (12)$$

e queste son le due relazioni lineari, che intercedono fra le tensioni di quattro verghe qualunque concorrenti in un punto e non contenute nello stesso piano, o tra quelle di tre verghe concorrenti pure in un punto, ma giacenti tutte in un piano. È quasi superfluo il rammentare che bisognerà sempre supporre le forze esterne applicate al nodo O.

Immaginisi che i punti m, n, p, q cadano nel primo caso in un piano e nel secondo in linea retta e di più sia h la distanza di O dal piano o dalla retta. Allora

$$tetraed.\,(O\,n\,q\,p) = triang.\,(n\,q\,p).\,\frac{h}{3}.\ \ldots$$

$$triang.\,(O\,n\,p) = (n\,p)\,.\,\frac{h}{2}\ \ldots$$

Sostituendo e sopprimendo il fattor comune $\frac{h}{3}$ ovvero $\frac{h}{2}$, otterremo

$$\left\{\begin{array}{l} triang.\,(n\,q\,p)\,\dfrac{l_m\ t_m}{\varepsilon_m} + triang.\,(p\,q\,m)\,\dfrac{l_n\ t_n}{\varepsilon_n} + triang.\,(n\,m\,q)\,\dfrac{l_p\ t_p}{\varepsilon_p} \\ + triang.\,(m\,n\,p)\,\dfrac{l_q\ t_q}{\varepsilon_q} = 0, \end{array}\right. (13)$$

$$(np)\,\frac{l_m\ t_m}{\varepsilon_m} + (pm)\,\frac{l_n\ t_n}{\varepsilon_n} + (mn)\,\frac{l_p\ t_p}{\varepsilon_p} = 0 \quad (14)$$

le quali sono valevoli anche pel caso in cui il nodo O vada all' infinito e quindi

gli assi delle verghe siano fra loro parallele e siano sollecitate da forze parallele alla direzione comune di questi assi. In particolare, se esse fossero limitate a due piani o a due rette parallele e possedessero di più il medesimo coefficiente di resistenza, si avrebbe

$$triang.\,(nqp)\ t_m + triang.\,(pqm)\ t_n + triang.\,(nmq)\ t_p + triang.\,(mnp)\ t_q = 0 \quad (15)$$

$$(np)\ t_m + (pm)\ t_n + (mn)\ t_p = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Le equazioni (13) e (15) sono la generalizzazione di un ben noto teorema di Eulero.

Nota sulla Quintica binaria per G. BATTAGLINI

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

L' oggetto di questa Nota è la ricerca del significato geometrico di alcuni tra gl' invarianti ed i covarianti delle forme binarie di 5° grado.

1. Richiamiamo da principio alcune proprietà delle forme binarie in generale (¹). Essendo $F(x, y)$ una forma binaria di grado n, se col rapporto $x : y$ s' intende determinata la posizione di un elemento ω in una forma geometrica elementare di 1ª specie (sistema di punti o di piani appartenenti ad una retta, o di rette appartenenti ad un tempo ad un punto e ad un piano), l' equazione $F(x, y) = 0$ determinerà nel sistema un gruppo G^n di elementi ω (gruppo degli elementi di F), che è la rappresentazione geometrica della quantica F.

Ponendo simbolicamente $\Theta_i = x_i \frac{d}{dx} + y_i \frac{d}{dy}$, *l' emanante* r^{mo} di F, $\Theta_i^r F$ rispetto ad (x_i, y_i), o ad ω_i, è rappresentato geometricamente dal gruppo G_i^{n-r} degli elementi *armonici* d' ordine $n - r$ di ω_i rispetto al gruppo G^n. Più generalmente, l' emanante misto $\Theta_1 \Theta_2 \ldots \Theta_r F$ rispetto ad $(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_r)$ determina il gruppo $G_{1,2,\ldots r}^{n-r}$ degli elementi armonici d' ordine $n - r$ di $(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_r)$ rispetto al gruppo G^n.

Essendo $F'(x, y)$ ed $F''(x, y)$ due forme binarie di gradi n' ed n'' $(n' < n'')$, rappresentate dai gruppi di elementi $G^{n'}$ e $G^{n''}$ la forma (1)... $F'\left(\frac{d}{dy}, -\frac{d}{dx}\right) F''(x, y)$ è quella che determina il gruppo degli elementi armonici d' ordine $n'' - n'$ di $G^{n'}$ rispetto a $G^{n''}$ Se $n' = n'' = n$, la formola (1) dà l' invariante simultaneo $I_{1,1}$ di F' ed F'' di primo grado nei coefficienti di ciascuna di queste forme, (*l' armonizzante* di F' ed F''); allorchè $I_{1,1} = 0$ si dicono le forme F' ed F'' armoniche fra loro, o pure i gruppi di elementi $G^{n'}$ e $G^{n''}$ armonici fra loro. Se le due forme F' ed F'' s' identificano con una stessa forma F, si ha $I_{1,1} = 0$ identicamente per n dispari, ed $I_{1,1} = 2I_2$ per n pari, essendo I_2 l' invariante di F di 2° grado nei coefficienti (l' armonizzante di F); allorchè $I_2 = 0$, la forma F si dice armonica con se stessa. Un gruppo di elementi armonici rispetto agli elementi di (1) forma insieme al gruppo degli elementi di F' un gruppo di elementi armonici rispetto ad F''.

Siano $F_1, F_2, \ldots F_r$ più forme binarie di grado n $(r \leqq n)$; tutte le forme

$$F = k_1 F_1 + k_2 F_2 + \ldots + k_r F_r,$$

(¹) Mem. *sulle forme binarie di grado qualunque.* — Atti dell' Accad. di Napoli, vol. III, 1867.

al variare di $(k_1, k_2, \dots k_r)$ si dicono tra loro in *involuzione* $(r-1)^{pla}$ di grado n; le forme appartenenti ad una tale involuzione sono tutte armoniche rispetto ad $n-r+1$ forme binarie assegnate; allorchè $r=n$, gli elementi della forma rispetto alla quale sono armoniche tutte le forme della involuzione, $(n-1)^{pla}$ di grado n, sono gli elementi n^{pli} della involuzione.

Una forma binaria F, di grado dispari $2n-1$, si può ridurre alla forma *canonica*, vale a dire esprimere come la somma di n potenze $(2n-1)^{me}$ di binomi lineari; gli elementi determinati da queste forme lineari (gli elementi del *canonizzante* di F) sono gli elementi n^{pli} dell'involuzione $(n-1)^{pla}$ di grado n, che è costituita dagli emananti misti $(n-1)^{mi}$ di F rispetto ad $n-1$ elementi arbitrarii $(\omega_1, \omega_2, \dots \omega_{n-1})$. Se la forma F è di grado pari $2n$, si ha un'analoga proprietà, purchè si annulli il *cataletticante* di F.

Se una forma binaria si esprime come forma ternaria $F(x, y, z)$, con la condizione $x+y+z=0$ [1] tra le variabili, il simbolo per gli emananti di F sarà

$$\Theta_i = x_i \frac{d}{dx} + y_i \frac{d}{dy} + z_i \frac{d}{dz}, \text{ con } x_i + y_i + z_i = 0,$$

ed invece della formola (1) si avrà l'altra

$$(2) \qquad F'\left(\frac{d}{dy}-\frac{d}{dz}, \frac{d}{dz}-\frac{d}{dx}, \frac{d}{dx}-\frac{d}{dy}\right) F''(x, y, z).$$

2. Ciò posto, consideriamo una quintica binaria ridotta alla forma canonica

$$F = ax^5 + by^5 + cz^5, \text{ con } x+y+z=0,$$

e sia G^5 il gruppo degli elementi ω determinati da $F=0$. Essendo

$$\Theta_i F = \left(x_i \frac{d}{dx} + \dots\right) F, \text{ e } \Theta_j F = \left(x_j \frac{d}{dx} + \dots\right) F,$$

i primi emananti di F rispetto ad ω_i ed ω_j, le equazioni

$$\frac{1}{5}\Theta_i F = a x_i x^4 + \dots = 0, \text{ ed } \frac{1}{5}\Theta_j F = a x_j x^4 + \dots = 0,$$

determineranno i gruppi G_i^4 e G_j^4 degli elementi armonici di 4° ordine di ω_i ed ω_j rispetto al gruppo G^5; se questi gruppi G_i^4 e G_j^4 sono armonici tra loro si annullerà l'armonizzante di $\Theta_i F$ e $\Theta_j F$, espresso da

$$\left[a x_i \left(\frac{d}{dy}-\frac{d}{dz}\right)^2 + \dots\right](a x_j x^4 + \dots), \text{ ovvero da } \left[a x_j \left(\frac{d}{dy}-\frac{d}{dz}\right)^2 + \dots\right](a x_i x^4 + \dots);$$

si ottiene così il covariante misto di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 1° grado rispetto a ciascuna coppia di variabili,

$$(1) \qquad bc(y_i z_j + z_i y_j) + ca(z_i x_j + x_i z_j) + ab(x_i y_j + y_i x_j).$$

Se ω_i ed ω_j coincidono in ω, la forma (1) diviene il covariante di F, di 2° grado nei coefficienti. e di 2° grado nelle variabili

$$F_{2,2} = bcyz + cazx + abxy,$$

e l'equazione $F_{2,2}=0$ determina due elementi (ω_μ, ω_ν) per ciascuno dei quali il gruppo degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al gruppo G^5 è armonico con se stesso. Ora la forma (1) è l'emanante misto $\Theta_i \Theta_j F_{2,2}$, sicchè i due gruppi di elementi (ω_i, ω_j) ed (ω_μ, ω_ν) sono armonici tra loro; adunque le coppie di elementi

[1] SALMON *Lessons on higher Algebra.*

(ω_i, ω_j), per le quali i gruppi G_i^4 e G_j^4 degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al gruppo G^5 sono armonici tra loro, costituiscono un' involuzione, che ha per elementi doppi gli elementi $(\omega\mu, \omega\nu)$ del covariante $F_{2,2}$; per ciascuno di questi due elementi il gruppo G_μ^4 o G_ν^4 degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al gruppo G^5 è armonico con se stesso.

La forma $F_{2,2}(x_i, y_i, z_i)$ è l' invariante quadratico dell' emanante $\Theta_i F$, e quindi col suo annullarsi si ha la condizione affinchè il gruppo degli elementi di $\Theta_i F$ sia *equianarmonico*: (¹) vi sono dunque due elementi $(\omega\mu, \omega\nu)$, (gli elementi di $F_{2,2}$), per ciascuno dei quali il gruppo G_μ^4 o G_ν^4 è un gruppo equianarmonico. Se la forma $F_{2,2}$ è armonica con se stessa, o, ciò che vale lo stesso, se i due elementi di $F_{2,2}$ coincidono tra loro, si annullerà l' armonizzante (il discriminante) di $F_{2,2}$ espresso da

$$\left[bc\left(\frac{d}{dz}-\frac{d}{dx}\right)\left(\frac{d}{dx}-\frac{d}{dy}\right)+\ldots\right](b\,c\,y\,z+\ldots);$$

si ha così l'invariante di F, di 4° grado nei coefficienti,

$$\begin{aligned} I_4 &= (b\,c+c\,a+a\,b)^2-4\,a\,b\,c\,(a+b+c) \\ &= Norma\,[(bc)^{\frac{1}{2}}+(ca)^{\frac{1}{2}}+(ab)^{\frac{1}{2}}], \end{aligned}$$

che è uno degl' invarianti fondamentali della quintica F.

L' Hessiano di $\Theta_i F$, o sia l' armonizzante del suo secondo emanante rispetto ad un elemento ω_j, (²) sarà espresso da

$$\left[a\,x_i x_j^2\left(\frac{d}{dy}-\frac{d}{dz}\right)^2+\ldots\right](a\,x_i x_j^2 x^2+\ldots),$$

o sia (togliendo l' indice ad ω_j) da

$$b\,c\,y_i z_i y^2 z^2+c\,a\,z_i x_i z^2 x^2+a\,b\,x_i y_i x^2 y^2; \tag{2}$$

esso determina quattro elementi ω, per ciascuno dei quali la coppia degli elementi armonici di 2° ordine rispetto a $\Theta_i F$ è armonica con se stessa, o sia quei due elementi armonici sono tra loro coincidenti. Se la forma (2) è armonica con se stessa, si annullerà il suo armonizzante

$$\left[b\,c\,y_i z_i\left(\frac{d}{dz}-\frac{d}{dx}\right)^2\left(\frac{d}{dx}-\frac{d}{dy}\right)^2+\ldots\right](b\,c\,y_i z_i y^2 z^2+\ldots),$$

o sia (togliendo l' indice ad ω_i)

$$F^2_{2,2}=(b\,c\,y\,z+c\,a\,z\,x+a\,b\,x\,y)^2;$$

se poi la forma (2) è armonica con $\Theta_i F$ si annullerà l' armonizzante

$$\left[b\,c\,y_i z_i\left(\frac{d}{dz}-\frac{d}{dx}\right)^2\left(\frac{d}{dx}-\frac{d}{dy}\right)^2+\ldots\right](a\,x_i x^4+\ldots),$$

o sia (togliendo l' indice ad ω_i),

$$F_{3,3}=a\,b\,c\,x\,y\,z,$$

che è il covariante di F, di 3° grado nei coefficienti, e di 3° grado nelle variabili (il *canonizzante* di F); adunque gli elementi $(\omega\mu, \omega\nu)$ del covariante $F_{3,3}$ di F sono

(¹) Nota *sulle forme binarie di 4° grado*. Rend. dell' Accad. di Napoli. 1864.

(²) Nota c.

quelli per ciascuno dei quali l'Hessiano del suo primo emanante rispetto ad F è una forma armonica con se stessa (al pari dello stesso emanante); gli elementi $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ del covariante $F_{3,3}$ di F sono poi quelli per ciascuno dei quali il primo emanante rispetto ad F è una forma armonica rispetto al suo Hessiano; in tal caso questo Hessiano si riduce ad una coppia di elementi doppi, coincidenti con gli altri due elementi di $F_{3,3}$.

La forma $F_{3,3}$ (x_i, y_i, z_i) è l'invariante cubico dell'emanante Θ_i F, e quindi col suo annullarsi si ha la condizione affinchè il gruppo degli elementi di Θ_i F sia *armonico*; vi sono dunque tre elementi $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$, (gli elementi del *canonizzante* $F_{3,3}$ di F) per ciascuno dei quali il gruppo G^4_α, G^4_β, G^4_γ degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al Gruppo G^5 è un Gruppo armonico.

Il Jacobiano dell'emanante Θ_i F, e del suo Hessiano (2) sarà espresso dal determinante

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1, \\ a x_i x^3, & b y_i y^3, & c z_i z^3, \\ a x_i x\,(b y_i y^2 + c z_i z^2), & b y_i y\,(c z_i z^2 + a x_i x^2), & c z_i z\,(a x_i x^2 + b y_i y^2) \end{vmatrix}$$

o sia da

$$(3) \qquad (a x_i x^2 + \ldots)\,[b c y_i z_i y z\,(y^2 - z^2) + \ldots] + b c y_i z_i\,(b y_i - c z_i)\,y^3 z^3 + \ldots;$$

esso determina sei elementi ω, per ciascuno dei quali l'elemento armonico di 1° ordine rispetto all'emanante Θ_i F coincide con l'elemento armonico di 1° ordine rispetto al suo Hessiano; questi sei elementi costituiscono le tre coppie degli elementi doppi delle tre involuzioni determinate dai quattro elementi di Θ_i F (o del suo Hessiano) accoppiati convenevolmente tra loro; ciascuna di queste coppie di elementi doppi è armonica rispetto alle altre due [1].

Se l'elemento ω_i appartiene alla forma (3), si ha il covariante di F, di 3° grado nei coefficienti, e di 9° grado nelle variabili,

$$F_{3,9} = (a x^3 + \ldots)\,[b c y^2 z^2\,(y^2 - z^2) + \ldots] + b c\,(b y - c z)\,y^2 z^2 + \ldots;$$

esso determina quindi nove elementi ω, ciascuno dei quali è uno degli elementi doppi in una delle tre involuzioni determinate dagli elementi armonici di 4° ordine di ω rispetto al gruppo G^5.

Se l'emanante Θ_i F ha un elemento doppio, si annullerà il suo discriminante, il quale è espresso (togliendo l'indice ad ω_i) da

$$F_{6,6} = (b c y z + \ldots)^3 - 27\,a^2 b^2 c^2 x^2 y^2 z^2 = F^3_{2,2} - 27\,F^2_{3,3}$$
$$= Norma\left[(b c y z)^{\frac{1}{3}} + (c a z x)^{\frac{1}{3}} - (a b x y)^{\frac{1}{3}}\right];$$

vi sono dunque sei elementi ω (gli elementi di $F_{6,6}$) per ciascuno dei quali il gruppo degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al gruppo G^5 ha due elementi tra loro coincidenti.

[1] Nota c.

3. Essendo

$$\Theta_i^2 F = \left(x_i \frac{d}{dx} + \ldots\right)^2 F, \text{ e } \Theta_j^2 F = \left(x_j \frac{d}{dx} + \ldots\right)^2 F,$$

i secondi emananti di F rispetto ad ω_i ed ω_j, le equazioni

$$\frac{1}{5.4}\Theta_i^2 F = a x_i^2 x^3 + \ldots = 0, \text{ ed } \frac{1}{5.4}\Theta_j^2 F = a x_j^2 x^3 + \ldots = 0,$$

determineranno i gruppi G_i^3 e G_j^3 degli elementi armonici di 3° ordine di ω_i ed ω_j rispetto al gruppo G^5; se questi gruppi G_i^3 e G_j^3 sono armonici tra loro, si annullerà l'armonizzante di $\Theta_i^2 F$ e $\Theta_j^2 F$, espresso da

$$\left[a x_i^2 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right)^3 + \ldots\right](a x_j^2 x^3 + \ldots),$$

ovvero da

$$\left[a x_j^2 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right)^3 + \ldots\right](a x_i^2 x^3 + \ldots);$$

si ha così il covariante misto di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 2° grado rispetto a ciascuna coppia di variabili

$$b c (y_i^2 z_j^2 - z_i^2 y_j^2) + c a (z_i^2 x_j^2 - x_i^2 z_j^2) + a b (x_i^2 y_j^2 - y_i^2 x_j^2),$$

il quale evidentemente è il prodotto di

$$y_i z_j - z_i y_j = z_i x_j - x_i z_j = x_i y_j - y_i x_j,$$

per

(1) $$b c (y_i z_j + z_i y_j) + c a (z_i x_j + x_i z_j) + a b (x_i y_j + y_i x_j);$$

adunque le coppie di elementi (ω_i, ω_j) per le quali i gruppi G_i^3 e G_j^3 degli elementi armonici di 3° ordine rispetto al gruppo G^5 sono armonici tra loro, sono quelle stesse coppie di elementi (ω_i, ω_j) per le quali sono armonici tra loro i gruppi G_i^4 e G_j^4 degli elementi armonici di 4° ordine rispetto a G_5 cioè le coppie degli elementi armonici rispetto agli elementi (ω_μ, ω_ν) del covariante $F_{2,2}$: è chiaro poi che il gruppo G_k^3 degli elementi armonici di 3° ordine di un elemento qualunque ω_k rispetto a G^5 è sempre armonico con se stesso, poichè si annulla identicamente l'armonizzante della forma dispari $\Theta_k^2 F$.

L'Hessiano di $\Theta_i^2 F$, o sia l'armonizzante del suo primo emanante rispetto ad un elemento ω_j [1] sarà espresso da

$$\left[a x_i^2 x_j \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right)^2 + \ldots\right](a x_i^2 x_j x^2 + \ldots),$$

o sia (togliendo l'indice ad ω_j) da

(2) $$b c y_i^2 z_i^2 y z + c a z_i^2 x_i^2 z x + a b x_i^2 y_i^2 x y;$$

esso determina due elementi ω, per ciascuno dei quali la coppia degli elementi armonici di 2° ordine rispetto a $\Theta_i^2 F$ è armonica con se stessa, o sia quei due elementi armonici sono tra loro coincidenti (e coincidenti con l'altro elemento dello stesso Hessiano); ogni elemento dell'Hessiano di $\Theta^2_i F$ forma con i tre elementi di $\Theta_i^2 F$ (ed anche con quelli del covariante cubico di $\Theta_i^2 F$) un gruppo equianarmonico, ed i due elementi di quell'Hessiano sono gli elementi doppi della involuzione alla quale appartengono le tre coppie costituite da ciascun elemento di $\Theta_i^2 F$, e dal

[1] Nota *sulle forme binarie di 3° grado.* Rend. dell'Accad. di Napoli 1864.

suo coniugato armonico rispetto agli altri due (o pure costituite da ciascun elemento del covariante cubico di $\Theta_i^2 F$, e dal suo coniugato armonico rispetto agli altri due). Se la forma (2) è armonica con se stessa, o sia se i suoi due elementi sono tra loro coincidenti, si annullerà il suo armonizzante (il discriminante)

$$\left[b c y_i^2 z_i^2 \left(\frac{d}{dz} - \frac{d}{dx}\right)\left(\frac{d}{dx} - \frac{d}{dy}\right) + \ldots \right] (b c y_i^2 z_i^2 y z + \ldots),$$

o sia (togliendo l' indice ad ω_i)

$$F_{4,8} = (b c y^2 z^2 + \ldots)^2 - 4 a b c x^2 y^2 z^2 (a x^2 + \ldots);$$

se poi la forma (2) è armonica col covariante $F_{2,2}$, si annullerà l'armonizzante

$$\left[b c y_i^2 z_i^2 \left(\frac{d}{dz} - \frac{d}{dx}\right)\left(\frac{d}{dx} - \frac{d}{dy}\right) + \ldots \right] (b c y z + \ldots),$$

o sia (togliendo l'indice ad ω_i)

$$F_{4,4} = b c (a b + a c - b c) y^2 z^2 + \ldots$$

Se l'elemento ω_i appartiene alla forma (2) si ha (togliendo l'indice ad ω_i) il covariante di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 6° grado nelle variabili

$$F_{2,6} = b c y^3 z^3 + c a z^3 x^3 + a b x^3 y^3,$$

che (come or ora vedremo) è l' Hessiano di F; esso determina quindi sei elementi, ciascuno dei quali forma con i suoi elementi armonici di 3° ordine rispetto alla quintica F un gruppo equianarmonico.

Il Jacobiano dell' emanante $\Theta_i^2 F$, e del suo Hessiano (2) è il covariante cubico di $\Theta_i^2 F$, il quale è quindi espresso dal determinante

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1, \\ a x_i^2 x^2, & b y_i^2 y^2, & c z_i^2 z^2, \\ a x_i^2 (b y_i^2 y + c z_i^2 z), & b y_i^2 (c z_i^2 z + a x_i^2 x), & c z_i^2 (a x_i^2 x + b y_i^2 y) \end{vmatrix}$$

e sia da

(3) $\quad (a x_i^2 x +) [b c y_i^2 z_i^2 (y^2 - z^2) + \ldots] + b c y_i^2 z_i^2 (b y_i^2 z - c z_i^2 y) y z + \ldots;$

esso determina tre elementi, per ciascuno dei quali l' elemento armonico di 1° ordine rispetto all' emanante $\Theta_i^2 F$ coincide con l' elemento armonico di 1° ordine rispetto al suo Hessiano; questi tre elementi sono tali che ciascuno di essi forma con i tre elementi di $\Theta_i^2 F$ un gruppo armonico (¹).

Se l' elemento ω_i appartiene alla forma (3), si ha il covariante di F, di 3° grado nei coefficienti, e di 9° grado nelle variabili (trovato anche nel numero precedente)

$$F_{3,9} = (a x^3 + \ldots) [b c y^2 z^2 (y^2 - z^2) + \ldots] + b c (b y - c z) y^4 z^4 + \ldots;$$

esso determina quindi nove elementi, ciascuno dei quali forma con i suoi elementi armonici di 3° ordine rispetto alla quintica F un gruppo armonico.

Se l' emanante $\Theta_i^2 F$ ha un elemento doppio, si annullerà il suo discriminante, che è anche il discriminante del suo Hessiano (2), espresso (come si è veduto poc anzi, togliendo l' indice ad ω_i) da

$$\begin{aligned} F_{4,8} &= (b c y^2 z^2 + \ldots)^2 - 4 a b c x^2 y^2 z^2 (a x^2 + \ldots) \\ &= Norma\, [(b c)^{\frac{1}{2}} y z + (c a)^{\frac{1}{2}} z x + (a b)^{\frac{1}{2}} x y], \end{aligned}$$

vi sono dunque otto elementi ω (gli elementi di $F_{4,8}$) per ciascuno dei quali il

(¹) Nota c.

gruppo degli elementi armonici di 3° ordine rispetto al gruppo G^3 ha due elementi tra loro coincidenti (e coincidenti con un altro elemento della stessa forma $F_{4,3}$).

Essendo

$$\Theta_i \Theta_j F = \left(x_i \frac{d}{dx} + \ldots\right)\left(x_j \frac{d}{dx} + \ldots\right) F$$

l'emanante misto di F rispetto alla coppia (ω_i, ω_j), l'equazione

$$\frac{1}{5 \cdot 4} \Theta_i \Theta_j F = a x_i x_j x^3 + \ldots = 0,$$

determinerà il gruppo $G_{i,j}^3$ degli elementi armonici di 3° ordine di (ω_i, ω_j) rispetto al gruppo G^5; i gruppi $G_{i,j}^3$ al variare di (ω_i, ω_j) costituiscono un'involuzione cubica doppia [1], e quindi sono armonici rispetto ad uno stesso gruppo di elementi $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$, i quali sono gli elementi tripli della medesima involuzione: esprimendo le condizioni affinchè $\Theta_i \Theta_j F$ sia un cubo, si troveranno così per determinare $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ le equazioni

$$a x_i x_j x = 0, \quad b y_i y_j y = 0, \quad c z_i z_j z = 0,$$

sicchè si avrà per

$$\begin{array}{llll} \omega_\alpha, & y_i = 0, & z_j = 0, & x = 0, \\ \omega_\beta, & z_i = 0, & x_j = 0, & y = 0, \\ \omega_\gamma, & x_i = 0, & y_j = 0, & z = 0, \end{array}$$

adunque $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ sono gli elementi del canonizzante di F,

$$F_{3,3} = a b c x y z,$$

e se (ω_i, ω_j) coincidono con due elementi di questa forma $F_{3,3}$, il gruppo $G_{i,j}^3$ degli elementi armonici di 3° ordine di (ω_i, ω_j) rispetto a G^5 sarà costituito da tre elementi coincidenti col terzo elemento della stessa forma $F_{3,3}$.

Segue dalle cose dette che due elementi qualunque (ω_i, ω_j), ed i tre elementi $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ formano un gruppo di cinque elementi, armonico col gruppo G^5 degli elementi di F.

La forma $F_{3,3}(x_i, y_i, z_i)$ è il cataletticante di $\Theta_i F$, e quindi col suo annullarsi si ha la condizione affinchè $\Theta_i F$ possa esprimersi come la somma di due quarte potenze di forme binarie lineari. I gruppi G_α^4, G_β^4, G_γ^4 degli elementi armonici di 4° ordine di $\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma$ rispetto al gruppo G^3 sono *ciclicamente proiettivi*, o sia gli elementi di ciascuno di questi gruppi sono elementi corrispondenti consecutivi, in una dipendenza equianarmonica [2]; gli elementi doppi in queste dipendenze sono rispettivamente $(\omega_\beta, \omega_\gamma)$, $(\omega_\gamma, \omega_\alpha)$, $(\omega_\alpha, \omega_\beta)$.

4. Essendo

$$\Theta_i^3 F = \left(x_i \frac{d}{dx} + \ldots\right)^3 F, \text{ e } \Theta_j^3 F = \left(x_j \frac{d}{dx} + \ldots\right)^3 F,$$

i terzi emananti di F rispetto ad ω_i ed ω_j, le equazioni

$$\frac{1}{5 \cdot 4 \cdot 3} \Theta_i^3 F = a x_i^3 x^2 + \ldots = 0, \text{ ed } \frac{1}{5 \cdot 4 \cdot 3} \Theta_j^3 F = a x_j^3 x^2 + \ldots = 0,$$

determineranno i gruppi G_i^2 e G_j^2 degli elementi armonici di 2° ordine di ω_i ed ω_j

(1) Nota c.

(2) Mem. *sulle involuzioni dei diversi ordini.* Atti dell'Accad. di Napoli. Vol. I, 1863.

rispetto al gruppo G^2; se questi gruppi G_i^2 e G_j^2 sono armonici tra loro, si annullerà l'armonizzante di $\Theta_i^3 F$ e $\Theta_j^3 F$, espresso da

$$\left[a x_i^3 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right)^2 + \ldots\right] (a x_j^3 x^2 + \ldots),$$

ovvero da

$$\left[a x_j^3 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right)^2 + \ldots\right] (a x_i^3 x^2 + \ldots);$$

si ha così il covariante misto di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 3° grado rispetto a ciascuna coppia di variabili

(1) $$b c (y_i^3 z_j^3 + z_i^3 y_j^3) + ca (z_i^3 x_j^3 + x_i^3 z_j^3) + ab (x_i^3 y_j^3 + y_i^3 x_j^3);$$

adunque, per questa relazione tra ω_i ed ω_j, ad ogni elemento ω_i, o ω_j, corrispondono tre elementi $(\omega_j', \omega_j'', \omega_j''')$, o tre elementi $(\omega_i', \omega_i'', \omega_i''')$, tali che le coppie $G_j'^2$, $G_j''^2$, $G_j'''^2$, o $G_i'^2$, $G_i''^2$, $G_i'''^2$ degli elementi armonici di 2° ordine di $(\omega_j', \omega_j'', \omega_j''')$, o di $(\omega_i', \omega_i'', \omega_i''')$, rispetto al gruppo G^5 sono in involuzione; la coppia degli elementi doppi della involuzione è la coppia G_i^2, o G_j^2, degli elementi armonici di 2° ordine di ω_i, o di ω_j, rispetto a G^5; l'emanante misto di F rispetto ai due elementi della coppia G_i^2, o G_j^2, è quello che determina il gruppo $(\omega_j', \omega_j'', \omega_j''')$, o $(\omega_i', \omega_i'', \omega_i''')$.

Se ω_i ed ω_j coincidono in ω, la forma (1) diviene il covariante di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 6° grado nelle variabili

$$F_{2,6} = b c y^3 z^3 + c a z^3 x^3 + a b x^3 y^3,$$

e l'equazione $F_{2,6} = 0$ determina sei elementi ω, per ciascuno dei quali la coppia degli elementi armonici di 2° ordine rispetto al gruppo G^5 è armonica con se stessa, o sia quei due elementi sono tra loro coincidenti. La forma $F_{2,6}$ (trovata anche nel numero precedente) è l'Hessiano di F; esso determina ancora il gruppo dei sei elementi doppi nella involuzione di 4° grado costituita dai gruppi degli elementi armonici di 4° ordine di un elemento arbitrario rispetto al gruppo G^5.

Se $F_{2,6}$ è una forma armonica con se stessa, si annulla il suo armonizzante, che si troverà eguale ad I_4.

I sei elementi ω, in ciascuno dei quali coincidono i due elementi armonici di 2° ordine di un elemento dell'Hessiano $F_{2,6}$ di F, rispetto al gruppo G^5, sono determinati da quella stessa forma, trovata precedentemente,

$$F_{6,6} = (b c y z + \ldots)^3 - 27 a^2 b^2 c^2 x^2 y^2 z^2,$$

che determina i sei elementi ω, per ciascuno dei quali il gruppo degli elementi armonici di 4° ordine rispetto al gruppo G^5 ne ha due tra loro coincidenti.

Se gli elementi di $F_{3,3}$, ciascuno preso due volte, costituiscono un gruppo di sei elementi armonico col gruppo degli elementi dell'Hessiano $F_{2,6}$, si annullerà l'armonizzante di $F_{3,3}^2$ ed $F_{2,6}$; si ha così l'invariante $I_8 = a^2 b^2 c^2 (b c + c a + a b)$, che è il secondo degli invarianti fondamentali della quintica F.

Se poi gli elementi di $F_{2,2}$ ciascuno preso tre volte, costituiscono un gruppo di sei elementi armonico rispetto ad $F_{2,6}$, si annullerà l'armonizzante di $F_{2,2}^3$ ed $F_{2,6}$, che si troverà eguale a $-I_4^2 + 6 I_8$.

Finalmente se le forme $F_{6,6}$ ed $F_{2,6}$ sono armoniche tra loro, si annullerà l'invariante $-I_4^2 + 60 I_8$.

Essendo

$$\Theta_i^4 F = \left(x_i \frac{d}{dx} + \ldots\right)^4 F, \text{ e } \Theta_j^4 F = \left(x_j \frac{d}{dx} + \ldots\right)^4 F,$$

i quarti emananti di ω_i ed ω_j rispetto ad F, le equazioni

$$\frac{1}{5.4.3.2}\Theta_i^4 F = a x_i^4 x + \ldots = 0, \text{ ed } \frac{1}{5.4.3.2}\Theta_j^4 F = a x_j^4 x + \ldots = 0,$$

determineranno gli elementi armonici di 1° ordine G_i, e G_j di ω_i ed ω_j rispetto al gruppo G^5; se G_i e G_j sono armonici tra loro, o sia tra loro coincidenti, si annullerà l'armonizzante di $\Theta_i^4 F$ e $\Theta_j^4 F$, espresso da

$$\left[a x_i^4 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right) + \ldots\right](a x_j^4 x + \ldots),$$

ovvero da

$$\left[a x_j^4 \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right) + \ldots\right](a x_i^4 x + \ldots);$$

si ha così il covariante misto di F, di 2° grado nei coefficienti, e di 4° grado rispetto a ciascuna coppia di variabili,

$$b c (y_i^4 z_j^4 - z_i^4 y_j^4) + c a (z_i^4 x_j^4 - x_i^4 z_j^4) + a b (x_i^4 y_j^4 - y_i^4 x_j^4),$$

il quale è il prodotto di

$$y_i z_j - z_i y_j = z_i x_j - x_i z_j = x_i y_j - y_i x_j,$$

per

(2) $$b c (y_i^2 z_j^2 + z_i^2 y_j^2)\ (y_i z_j + z_i y_j) + \ldots;$$

in questa dipendenza tra ω_i ed ω_j i tre elementi ω_j che corrispondono all'elemento ω_i, sono quei tre che con ω_i costituiscono il gruppo dei quattro elementi armonici di 4° ordine dell'elemento armonico di 1° ordine di ω_i rispetto al gruppo G^5. Se ω_i ed ω_j coincidono fra loro in ω, apparterrà ω all'Hessiano di F.

L'elemento che con i due elementi di $F_{2,2}$ costituisce un gruppo armonico col gruppo degli elementi di $F_{3,3}$, è l'elemento della forma

$$\left[b c \left(\frac{d}{dz} - \frac{d}{dx}\right)\left(\frac{d}{dx} - \frac{d}{dy}\right) + \ldots\right] a b c x y z,$$

o sia

$$F_{5,1} = a b c (b c x + c a y + a b z),$$

che è il covariante lineare di F, di 5° grado nei coefficienti.

L'elemento coniugato armonico di $F_{5,1}$ rispetto ad $F_{2,2}$, sarà quello della forma

$$a b c \left[b c \left(\frac{d}{dy} - \frac{d}{dz}\right) + \ldots\right](b c y z + \ldots),$$

o sia

$$F_{7,1} = a b c \left[(a^2 c^2 - a^2 b^2 + a b^2 c - a b c^2)\, x + \ldots\right],$$

che è un altro covariante lineare di F, di 7° grado nei coefficienti.

Dai covarianti lineari $F_{5,1}$ ed $F_{7,1}$ della quintica se ne possono dedurre degli altri, cercando l'elemento armonico di 1° ordine di $F_{5,1}$, o di $F_{7,1}$, rispetto alla quintica, o rispetto ad un altro suo covariante qualunque. In generale l'elemento che insieme con gli elementi della forma $F_{m,r}$ costituisce un gruppo armonico col gruppo degli elementi dell'altra forma $F_{n,r+1}$, sarà determinato da un covariante lineare $F_{m+n,1}$; così $F_{5,1}$ si può ottenere ancora da $(F_{2,2}^2, F)$, o da $(F_{4,4}, F)$, ed $F_{7,1}$

a $d(F_{3,3}, F_{2,2}^2)$, $(F_{3,3}, F_{4,4})$, $(F_{4,8}, F_{3,9})$, o da $(F, F_{6,6})$: il covariante lineare che si otterrebbe da $(F, F_{2,6})$ è nullo identicamente; da ciò si deduce che quattro degli elementi della quintica, insieme al quinto elemento preso due volte, costituiscono un gruppo armonico col gruppo degli elementi dell' Hessiano della stessa quintica.

Se la quintica F ha un elemento doppio, si annullerà il suo discriminante

$$\Delta = [(bc + ca + ab)^2 - 4abc(a + b + c)]^2 - 128a^2b^2c^2(bc + ca + ab)$$
$$= Norma\left[(bc)^{\frac{1}{4}} + (ca)^{\frac{1}{4}} + (ab)^{\frac{1}{4}}\right],$$

o sia

$$\Delta = I_4^2 - 128 I_8.$$

Se due elementi del canonizzante $F_{3,3}$ coincidono tra loro si annullerà il suo discriminante $I_{12} = a^4b^4c^4$, che è il terzo invariante fondamentale della quintica F. Si perviene allo stesso invariante, al suo quadrato, o al suo cubo, esprimendo che le forme $(F_{3,3}\ F_{2,2})$, $(F_{3,3}, F_{2,6})$, o $(F_{3,3}, F_{6,6})$, $(F_{3,3}, F_{4,8})$ hanno un elemento di comune. Se poi si suppone che abbiano un elemento di comune le forme $F_{3,3}$ ed F, si annullerà la loro risultante $I_{18} = a^5b^5c^5(b - c)(c - a)(a - b)$, che è l'invariante gobbo, di 18mo grado, della quintica F.

Se gli elementi dei due covarianti lineari, $F_{5,1}$, $F_{7,1}$, coincidono tra loro, si annullerà l'invariante $I_4 I_8 - 9 I_{12}$. Finalmente se l'elemento di $F_{5,1}$ coincide con un elemento di $F_{3,2}$ o di F, si annullerà l'invariante I_{18}, o l'invariante $I_{18}(I_4^2 - 3 I_8)$.

Azione dell'idrogeno nascente sull'acido santonico; acido idrosantonico

Nota di S. CANNIZZARO

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

Facendo agire per più ore in una soluzione di santonato sodico bollente l'amalgama di sodio al 5 °/₀ si separa col raffreddamento un sale sodico cristallizzato in lamine micacee di un novello acido, a cui dò il nome di idrosantonico.

Si lava il sale sodico con soluzione di soda caustica, si scioglie poi nell'acqua e si precipita l'acido con acido cloridico, e si cristallizza nell'etere.

È una sostanza bianca cristallizzata, che fonde verso 170° scomponendosi parzialmente, ha una forma cristallina diversa dall'acido santonico, è meno solubile nell'etere e nell'alcool di quest'ultimo; fa sali sodico e potassico cristallizzati. — Il sale sodico contiene acqua di cristallizzazione, e ne perde una parte in una atmosfera secca affiorendosi; un'altra parte, circa una molecola, non si elimina che a 120° in una corrente di aria secca. Quest' acido ha la composizione corrispondente alla formula $C^{15}\ H^{22}\ O^{4}$, cioè due atomi di idrogeno di più dell'acido santonico. Di fatto

	Sostatanza bruciata coll'ossido di rame e coll'ossigeno.	Acqua prodotta	Acido carbonico prodotto
I^{a}	0^{gr}, 4001	0^{gr}, 2995	0^{gr}, 9925
II^{a}	0^{gr}, 3927	0^{gr}, 2920	0^{gr}, 9721
III^{a}	0^{gr}, 2480	0^{gr}. 1878	0^{gr}, 6173

Ricavando da questi dati la composizione centesimale e comparandola con quella dedotta dalla formula $C^{15}\ H^{22}\ O^{4}$ si ha

	Esperienza			Calcolo	
	I.	II.	III.		
Carbonio	67,65	67,57	67,88	C^{15} — 180	67,66
Idrogeno	8,31	8,26	8,41	H^{22} — 22	8,15
Ossigeno	24,04	24,17	23,71	O^{4} — 64	24,29
	100,00	100,00	100,00	286	100,00

L'acido idrosantonico è un acido monobasico; il suo sale di argento ha per formula $C^{15}\ H^{21}\ Ag.\ O^{4}$ — Difatto

1^{gr}, 639 di sale di argento hanno lasciato 0^{gr}, 4505 di argento cioè il 27,48 per 100

1^{gr}, 5994 di sale di argento hanno lasciato 0^{gr} 4428 di argento cioè il 27,68 p. °/₀.

La formula $C^{15}\ H^{21}\ Ag.\ O^{4} + H^{2}\ O$ richiederebbe 28,95 °/₀.

La formula $C^{15}\ H^{21}\ Ag.\ O^{4} + H^{3}\ O$ richiederebbe 27,90

È difficile studiare meglio il sale di argento, perchè si scompone rapidissimamente.

L'idrosantonato di argento disciolto nell'acqua, con o senza eccesso di nitrato argentico, scaldato si scompone rapidamente e si precipita l'argento metallico come avviene coll'aldeide e col glucoso. Resta nel liquido un acido cristallizzabile che può facilmente estrarsi, e che io sto studiando.

La prima supposizione che si affacciò al mio pensiero per ispiegare la trasformazione dell'acido santonico in idrosantonico fu che un CO acetonico contenuto nel primo, si trasformasse in CHOH assorbendo 2H. Siccome l'acido santonico contiene un ossidrile alcoolico, come è stato dimostrato da Sestini per l'azione del cloruro di-acetile, così l'acido idrosantonico dovrebbe contenere due ossidrili alcoolici; e col cloruro di acetile dovrebbe dare un prodotto biacetilico.

Posi perciò a reagire l'acido idrosantonico con un eccesso di cloruro di acetile in un apparecchio a ricadere, distillai dopo l'eccesso di cloruro di acetile, e mi restò una sostanza solida bianca cristallizzata in aghi lucenti, che lavai con etere.

Questa bella sostanza fonde tra 204° e 204°, 5 senza punto alterarsi; ad una temperatura superiore pare si sublimi in parte; poco solubile nell'etere e quasi insolubile nell'acqua. La soluzione acquosa di potassa caustica bollente non vi ha alcuna azione sensibile. Non contiene evidentemente alcun acetile. L'analisi elementare ha dato i risultati seguenti

	Sostanza bruciata	Acqua prodotta	Acido carbonico prodotto
I^a	0^{gr}, 394	9^{gr}, 2689	1^{gr}, 0131
II^a	0^{gr}, 3113	0^{gr}, 2140	0^{gr}, 7997

Da questi risultati si ricava la seguente composizione centesimale la quale sarebbe sufficientemente espressa dalla formula $C^{30}\ H^{38}\ O^7$

	Esperienza		*Calcolo*
	I.	II.	
Carbonio	70,12	70,26	C^{30} — 70,58
Idrogeno	7,78	7,63	H^{38} — 7,45
Ossigeno	22,20	22,11	O^7 — 22,07
	100,00	100,00	100,00

La formula $C^{30}\ H^{38}\ O^7$ farebbe supporre che questa sostanza deriverebbe da due molecole di acido idrosantonico, che hanno perduto una molecola di acqua e quattro atomi di idrogeno. Difatto

$$2\ C^{15}\ H^{22}\ O^4 - H^2\ O - H^4 = C^{30}\ H^{38}\ O^7$$

Il cloruro di acetile farebbe dunque le due cose cioè eliminerebbe H^4 e $H^2\ O$; si dovrebbe formare Aldeide acetica. Non avendo potuto trovare sinora la dimostrazione di questa eliminazione d'Idrogeno, io non oso dare come stabilita la formula $C^{30}\ H^{38}\ O^7$, a cui condurrebbero le analisi di questa nuova sostanza. Mi riservo continuarne lo studio. Dalla costituzione di essa e dell'acido derivato dall'idrosantonato argentico io spero rimontare alla costituzione degli acidi idrosantonico e santonico e della santonina, costituzione che è da più tempo la mira delle mie indagini.

Osservazioni sulla Teoria della Connessione.

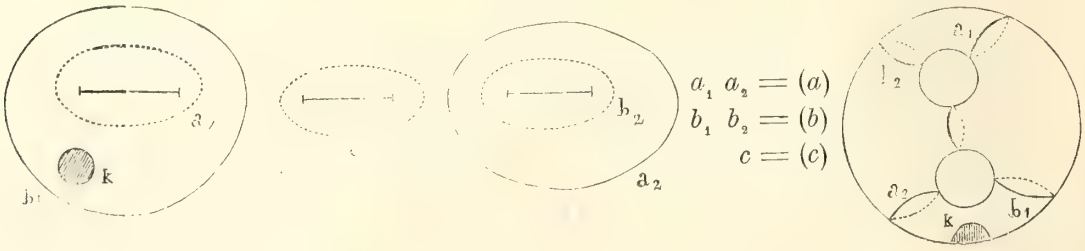
Nota del dott. ALBERTO TONELLI presentata dal socio BETTI.

nella sessione del 2 maggio 1875.

È noto che nella teoria della connessione si fa uso del seguente lemma:

« Se un sistema (a) insieme con un altro sistema (c) di spazi chiusi di $n-1$ dimensioni forma il contorno di uno spazio S_n di n dimensioni linearmente connesso, e se un sistema (b) di spazi chiusi di $n-1$ dimensioni forma insieme col sistema (c) il contorno di uno spazio S'_n di n dimensioni linearmente connesso; il sistema (a) ed il sistema (b) formeranno il contorno di uno spazio di n dimensioni linearmente connesso ».

Di questo lemma importantissimo, che serve a giustificare la definizione di uno spazio molteplicemente connesso, non mi sembra sia stata data mai una dimostrazione rigorosa che prescinda dai concetti ordinari procuratici da speciali considerazioni, e si fondi sui concetti semplici di connessione e di contorno. Riemann che pel primo lo ha enunciato, non ne dà alcuna dimostrazione e si limita a concludere che lo spazio risultante (in quel caso superficie) limitato dai sistemi (a), (b) sarà uguale alla somma o alla differenza dei due spazi (a) (c), (b) (c). Il sig. Betti che pel primo lo ha esteso allo studio della connessione di spazi con un numero qualunque di dimensioni, fa presso a poco le medesime conclusioni. Il sig. Koenisberger nel suo trattato sulle Funzioni Ellittiche lo enuncia per le superficie di Riemann e ne dà la dimostrazione facendo vedere che le (a), (b) formano contorno di un continuo che consta dei continui (a) (c), (b) (c) quando si tolgano le parti comuni. Questo fatto è conforme alla realtà, ma non si vede bene da cotesta dimostrazione se è possibile che parti comuni ad (a) (c), (b) (c) restino pure connesse e chiuse quando si tolgono le (c). Ora questo fatto non è in contradizione coll' enunciato del lemma che pone per condizione la connessione di (a) (c) e di (b) (c), perchè se io avessi uno spazio comune a questi due e di contorno formato da sole a e b, evidentemente uscendo per le b con una linea tutta contenuta in (a) (c) potrei raggiungere le c, e uscendo per le a con una linea tutta contenuta in (b) (c) potrei raggiungere le c. Questa considerazione generale è confermata dalla seguente coppia di esempi:



dove la prima figura rappresenta una superficie di Riemann con il contorno k, di due fogli e con sei punti di diramazione, e la seconda una superficie che può chiamarsi doppia annulare, perchè può considerarsi come nata dallo innestamento di due superficie annulari, e da una semplice trasformazione continua: allora prendendo $c = (c)$, a_1, $a_2 = (a)$ b_1, $b_2 = (b)$ si riconosce subito che anche la parte di superficie limitata da a_1, b_2 che era comune ad (a) (c) e (b) (c) resta chiusa e connessa. Osservando che la seconda superficie gode, riguardo alla connessione, delle medesime proprietà della prima, quando avremo da portare qualche esempio ci serviremo di quella che ha il vantaggio di avere tutti i suoi punti a distanza finita. La superficie di un anello dove si fossero descritte due curve come k, e la superficie di Riemann di due fogli con quattro punti di diramazione dopo aver costrutto nei due fogli una curva analoga a k prestano i medesimi esempi.

Inoltre osservo che l' espressione: i sistemi (a) e (b) formeranno il contorno di uno spazio connesso, deve intendersi che almeno una parte di (a) con una parte di (b) formeranno il contorno di uno spazio connesso perchè vedremo che si può dimostrare che ognuno degli spazi a e b entra a far parte del contorno di uno spazio connesso, ma questi spazi possono essere separati fra loro, come si vede nella figura precedente, se trasportiamo la k fra b_2 e a_2. Questi esempi fanno anche vedere come in generale non sia giusto che lo spazio risultante equivalga alla somma o alla differenza dei precedenti.

Premesso questo non mi sembra affatto inutile presentare una dimostrazione rigorosa del predetto lemma che si fondi sui concetti di connesso e di contorno che qui riassumo nel seguente modo:

« Uno spazio è connesso quando presi in esso due punti qualunque, si può con una linea continua che non esce dal medesimo, andare dall' uno all' altro ».

« *Contorno* di uno spazio S_n di n dimensioni è un sistema tale Σ_{n-1} di spazi di $n-1$ dimensioni che godono della proprietà, attraversati un numero dispari di volte, di condurre al difuori o nell' interno dello spazio se eravamo all' interno o al difuori.

Ciò posto, avendo detto nell' enunciato del lemma che (a) (c) formano il contorno di uno spazio, io intendo che attraversando le a o le c si entri, se eravamo all' esterno, o si esca, se eravamo nell'interno, dallo spazio (a) (c) il che porta necessariamente le seguenti condizioni per le (a), (b), (c):

1) Che tutte le (c) sieno necessarie sia colle (a) sia colle (b) onde formar contorno.

2) Che una parte delle (a) o delle (b) o delle (c) non formi già di per se contorno.

3) Che non avvenga che una parte (a') per esempio, delle (a) con una parte (c') delle (c) formino contorno, e l' altra parte (a'') delle (a) e (c'') delle (c) insieme con tutte le (c') (a') formino contorno.

Queste condizioni sono in generale necessarie (eccettuata quella che una parte delle (a) o delle (b) formi già contorno, che solo per comodo poniamo, riservandoci a far vedere che non toglie l'esistenza del lemma) però le discuteremo più tardi onde mostrare in quali casi benchè non sodisfatte, il lemma non cessa di verificarsi.

Premetteremo la seguente considerazione generale sui sistemi di spazi. Supponiamo di considerare r spazi di n dimensioni S_1, S_2,..., S_r cotenuti tutti nello spazio linearmente connesso T, e sieno (a_1), (a_2),..., (a_r) i sistemi di spazi di $n-1$ dimensioni che ne formano i relativi contorni. Per maggior generalità supporremo che un certo numero di spazi a possa formar parte del contorno di più spazi S. In generale questi spazi S avranno delle parti a comune. Queste parti di spazi che appartengono ad uno, due... s degli spazi S le chiameremo per brevità spazi semplici, doppi,... s^{pli} e questi saranno altrettanti spazi chiusi separati fra loro così che per passare da uno spazio s^{plo} in uno s'^{plo} dovrò attraversare necessariamente alcuni degli spazi a. Chiamiamo allora a_{s-t} uno degli spazi a che forma il contorno di s spazi S, ma che considerato come contorno di uno spazio multiplo di ordine p in questo, di quegli s spazi S non ve ne compariscano che t (ciò che porta differenza nell'indice di un medesimo spazio a, a seconda dello spazio multiplo rispetto a cui si considera); se io attraverso a_{s-t} esco da t spazi S ed entro in $s-t$ restando sempre nell'interno degli spazi di cui a_{s-t} non forma contorno, quindi lo spazio in cui entro sarà multiplo di ordine

$$p + s - 2t$$

e potremo dire in generale, « Partendo da uno spazio multiplo di ordine p dopo avere oltrepassato l spazi a_{s-t} si riescirà in uno spazio multiplo di ordine

$$q = p + \sum_l (s - 2t)$$

dove la somma accenna che debbono prendersi successivamente per t e per s i valori appartenenti allo spazio a_{s-t} attraversato ».

Se lo spazio T fosse chiuso, i sistemi (a_1) (a_2),..., (a_r) formerebbero il contorno respettivamente anche degli spazi di n dimensioni $T - S_1$, $T - S_2$,...., $T - S_r$: supponiamo allora che invece degli s spazi $S\alpha_1$, $S\alpha_2$,..., $S\alpha_s$ si considerino appunto gli spazi complementari $T - S\alpha_1$, $T - S\alpha_2$,... $T - S\alpha_s$ e vediamo che cambiamento subisce in quel caso la multiplicità di uno spazio qualunque. Sia questo spazio p_{s-t} di ordine p, e degli spazi $S\alpha_1$,..... $S\alpha_s$ ne comprenda solo t, allora dopo fatto il cambiamento diverrà multiplo di ordine

$$p + s - 2t$$

e quindi in generale « uno spazio multiplo di ordine p dopo l successivi cambiamenti di un certo numero di spazi S in T — S diventerà multiplo di ordine

$$q = p + \sum_l (s - 2t)$$

quando per s e per t si prendano successivamente i valori appartenenti ad ogni cambiamento ».

Si può osservare che il numero $p + \Sigma (s - 2t)$ resta sempre positivo e quando sia $p = \Sigma s = \Sigma t$ diventa zero come deve essere trovandoci nello spazio esterno.

Ciò posto torniamo al nostro caso particolare dei due spazi connessi (a) (c), (b) (c): in queste condizioni avremo tutto al più spazi doppi e spazi semplici appartenenti solo ad (a) (c) ed a (b) (c): supponiamo il caso più generale e chiamiamo D i primi, A i secondi, B i terzi.

Consideriamo prima gli spazi semplici, poi considereremo gli spazi doppi, e supponiamo dunque di trovarci in uno spazio A, per esempio; allora questo o conterrà per contorni solo a e b e allora esso resta chiuso quando si tolgono le (c), o conterrà ancora le c, e allora vediamo che cosa succede attraversandole. Siccome si aveva $p = 1$, $s = 2$, $t = 1$ così riescirò in uno spazio semplice cioè in uno spazio B (ciò che è evidente anche senza bisogno di ricorrere alla considerazione generale); ora questo spazio B (o questi se si avevano più c e conducevano in spazi differenti) possono non avere per contorno altre c fuori di quelle per le quali sono in essi penetrato, e allora evidentemente questi spazi A, B tolte le (c) si connettono restando pur chiusi perchè per le c non riesciva mai nello spazio esterno, o contengono altre c e allora penetro per quelle in un altro spazio semplice A al quale applico le medesime considerazioni, e così vedo che finalmente dovrò giungere in spazi che non abbiano altri contorni c fuori di quelli che ho già attraversato: allora tutti li spazi semplici per i quali sono passato, tolte le (c), si connettono in uno spazio chiuso di contorno formato da a e b. Così o avrò esaurito tutti gli spazi semplici, o me ne rimarranno ancora da considerare, in questo secondo caso portandomi in quelli che non sono stati ancora attraversati ripeto il medesimo ragionamento, e posso conchiudere che gli spazi semplici restano tutti quanti connessi e chiusi aggruppandosi in un certo modo con contorni (a) (b).

Gli spazi doppi D o avranno solo contorno di a e b e allora restano chiusi certamente col togliere le (c), o hanno anche le c a formar parte del contorno, e allora siccome attraversando le c $(p = 2,\ s = 2,\ t = 2)$ riesco nello spazio esterno, così dovrò dire in generale che questi spazi restano aperti col togliere le (c) Ho detto in generale perchè se lo spazio esterno T fosse chiuso, allora anche questi si connetterebbero collo spazio esterno a formare parte connessa di spazio T limitata da a a da b; il che si ricava anche dalla seconda parte della considerazione generale perchè prendendo (b) (c), per esempio, contorno dello spazio connesso T — (b) (c) gli spazi D diventano A, gli spazi A diventano D, gli spazi B spazi esterni, e li spazi esterni spazi B.

Ora può farsi vedere che ognuno degli spazi connessi a e b entra a far parte di contorno in uno almeno degli spazi connessi che restano dopo tolte le (c); infatti o formava parte di contorno di uno spazio semplice, e allora la dimostrazione prova che forma parte di contorno anche tolte le (c); o formava parte di contorno di spazio doppio, e allora attraversandolo $(p=2,\ s=1,\ t=1)$ entro in uno spazio semplice, quindi in ogni modo forma parte del contorno di spazio semplice.

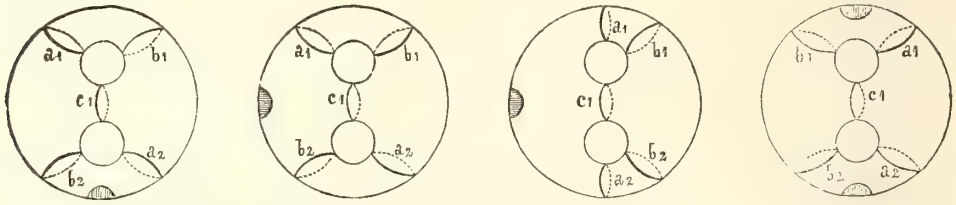
Si vede inoltre che gli spazi chiusi doppi che avevano per contorno solo a o b attraversando uno spazio a conducono in uno spazio B, attraversando uno spazio b conducono in uno spazio A, per cui per queste a e b non si riesce mai nello spazio esterno, e quindi sopprimendole non aprono alcuna parte di spazio. Da quanto si è detto emerge che possiamo enunciare il lemma nel seguente modo:

« Se un sistema (a) con tutto il sistema (c) di spazi di n—1 dimensioni formano il contorno di uno spazio connesso di n dimensioni, ed il sistema (b) di spazi di n—1 dimensioni forma con tutto (c) pure contorno di uno spazio di n dimensioni connesso, anche tutti gli spazi del sistema (a) con tutti gli spazi del

sistema (b) formeranno i contorni di uno o più spazi connessi di n dimensioni, lo insieme dei quali coinciderà cogli spazi (a) (c), (b) (c) tolte le parti comuni che hanno parte del contorno formato da (c); e inoltre potremo dire che formeranno contorno completo di parti connesse le a e le b che da sole non formano contorno di porzioni di spazi comuni ad (a) (c) e (b) (c) ».

Dopo tutto ciò è chiaro che ove si abbia solo spazi comuni ad (a) (c), (b) (c) con contorno contenente le c, è giusta la conclusione che le (a) (b), formano contorno di spazi che si deducono dagli spazi (a) (c), (b) (c) togliendo le parti comuni. La conclusione di Riemann si riferisce ai due casi speciali: 1) che si abbiano solo due parti di spazio semplice A e B che corrisponderanno perciò alli spazi (a) (c), (b) (c) e che avendo contorno con le c si connetteranno in uno spazio uguale alla somma dei precedenti: 2) che si abbia un solo spazio doppio e le parti semplici o tutte A o tutte B, nel qual caso lo spazio doppio sarà o tutto (b) (c) o tutto (a) (c) e possedendo perciò per contorno le (c) non comparirà nello spazio risultante che sarà perciò uguale od a (a) (c)—(b) (c) od a (b) (c)—(a) (c), ma che potrà pur sempre essere formato di parti separate.

I seguenti quattro esempi mostrano il caso generale e i tre casi speciali cui ho accennato.



Ora riprendiamo un poco le condizioni sopra imposte ai sistemi (a), (b), (c) e discutiamole. Per rendere più semplice la loro discussione, e perchè ne faremo uso più tardi dimostriamo la seguente proprietà:

« Se (a) è un sistema di spazi di n—1 dimensioni che forma il contorno completo di uno spazio connesso di n dimensioni e (b) è un altro sistema di spazi di n—1 dimensioni che insieme coll'*intero* sistema (a) forma contorno di uno spazio connesso di n dimensioni, anche (b) preso isolatamente formerà contorno completo di spazio connesso. »

Poichè lo spazio $[(a)\ (b)]$ è connesso, lo spazio di contorno (a) non potrà esser parte di $[(a)\ (b)]$ quindi avremo solo due casi possibili o $[(a)\ (b)]$ e $[(a)]$ sono spazi che non hanno alcuna parte a comune o lo spazio $[(a)\ (b)]$ è tutto contenuto in $[(a)]$.

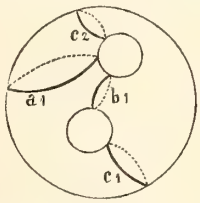
Nel primo caso portiamoci in un punto di $[(a)\ (b)]$, allora anche senza bisogno di invocare i risultati della considerazione generale sopra riferita, si vede immediatamente che per le (b) si esce nello spazio esterno e per le (a) si entra nello spazio $[(a)]$ e questo succede per ognuna delle a del sistema (a) quindi si vede che attraversando una a qualunque non si entra in communicazione collo spazio esterno, per cui togliendole non metteremo lo spazio $[(a)\ (b)]$ in comunicazione collo spazio esterno, e perciò rimarrà uno spazio chiuso che comprenderà anche i punti di $[(a)]$. Nel secondo caso consideriamo un punto semplice di $[(a)]$ e cerchiamo

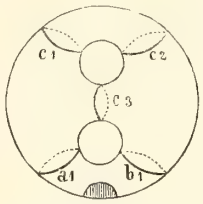
di uscire nello spazio esterno; ciò non potrà succedere incontrando una a perchè in quel modo entrerei nello spazio semplice $[(a)\ (b)]$ che sappiamo non esistere onde io dovrò necessariamente incontrare prima le (b) dunque lo spazio semplice di $[(a)]$ è chiuso dalle (b). Onde potremo dire in ogni caso che anche $[(b)]$ è chiuso.

Ciò premesso se $(c) = (c') + (c'') + (c''')$ e si avesse $(a)\ (c')\ (e'')$, $(b)\ (c')\ (c''')$ respettivamente contorno, potremmo solo dire che

$$(a)\ (c'')\ (b)\ (c''')$$

formano contorno completo di spazi connessi, ma non si potrà asserire che $(a)\ (b)$ formino contorno. Questa prima condizione è dunque necessaria, e la sua necessità risulta manifesta dal modo con cui è condotta la dimostrazione; non pertanto quando $[(a)\ (c'')\ (b)\ (c''')]$ fosse connesso e $(a)\ (b)$ formassero contorno completo con tutte le $(c'')\ (c''')$ e queste fra loro per la osservazione sopra fatta $(a)\ (b)$ formerebbero anche contorno: i due esempi qui appresso mostrano la eccezione, ed il caso particolare in cui la eccezione non toglie l'esistenza del lemma.

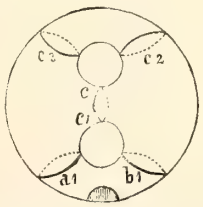


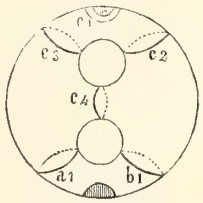


Secondariamente sia $(a) = (a') + (a'')$ e (a') contorno e $(a')\ (a'')\ (c)$ contorno di spazio connesso, allora o avremo $(c)\ (a'')$ contorno e quindi $(a'')\ (b)$ e anche $(a'')\ (a')\ (b) = (a)\ (b)$ contorno, ovvero posto $a' = (a_1') + (a_2')$ avremo $(a'_1)\ (c)\ (a'')$ contorno, e quindi $(a'_1)\ (a'')\ (b)$ e anche $(a'_1)\ (a'_2)\ (a'')\ (b) = (a)\ (b)$ contorno; per cui la prima e seconda parte della seconda condizione non sono necessarie.

Sia $c = (c') + (c'')$ e (c') formi già di per se contorno, allora potremo avere, dovendo essere $(c')\ (c'')\ (a)$, $(c')\ (c'')\ (b)$ contorni di parte connessa, posto $(c') = (c'_1) + (c'_2) + (c'_3)$; o $(c'')\ (a)$, $(c'')\ (b)$; o $(c'')\ (a)$, $(c'')\ (b)\ (c'_1)$; o $(c'')\ (b)$, $(c'')\ (a)\ (c'_2)$; o $(c'')\ (a)\ (c'_1)\ (c_2')$, $(c'')\ (b)\ (c'_1)\ (c'_3)$, o $(c'')\ (a)\ (c_1')$, $(c'')\ (b)\ (c'_1)$ respettivamente contorno: quindi la condizione è necessaria avendosi solamente pel primo e per l'ultimo caso $(a)\ (b)$ contorno.

Qui riferiamo gli esempi relativi





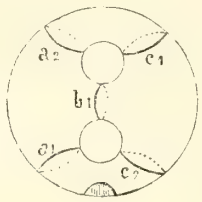
Finalmente sia $(c) = (c') + (c'')$ $a = (a') + (a'')$ ed $(a')\ (c')$ contorno; allora o $(a'')\ (c'')$ formano contorno, nel qual caso evidentemente $(a)\ (b)$ formano contorno; o, posto $(a') = (a'_1) + (a'_2)$, $(c') = (c'_1) + (c'_2)$ avremo

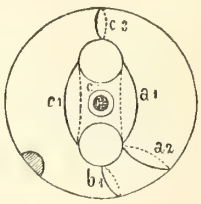
$$(a'')\ (c'')\ (a'_1)\ (c'_1) \text{ contorno, } (b)\ (c'')\ (c'_1)\ (c'_2) \text{ contorno}$$

e quindi

$$(a'')\ (a'_1)\ (b)\ (c'_2)$$

contorno, e quindi potremo avere se (c'_2) non esiste (a'') (a'_1) (b) contorno e (a'_2) resta isolata. Qui sono gli esmpi relativi.





Vediamo ora se con queste condizioni che abbiamo riconosciuto come necessarie, il teorema che dipende immediatamente da questo lemma viene modificato. È facile riconoscere che tutte le condizioni sopra imposte sono soddisfatte, perchè in quel caso abbiamo due sistemi $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_r$ che nè in parte nè tutti insieme formano contorno, ma con uno spazio c qualunque di n-1 dimensioni formano rispettivamente contorno. Allora avremo (a') c contorno, e benchè non necessario voglio far vedere che esisterà sempre una b che forma contorno almeno con uno degli spazi contenuti in (a'); infatti avremo pure:

$$(b')\ c$$

contorno onde (a') (b') contorno; allora se questi formano contorno di più spazi separati ne considero uno che conterrà certo per contorno alcune a e b contemporaneamente perchè queste da sole non formano contorno, sicchè in generale sarà (a'_1) (b'_1) contorno di uno spazio connesso: se (b'_1) consta di più b ne considero una, e per questa avremo chiamandola b_1: (a'') b_1 contorno e se (a'') non contiene alcune a appartenenti ad (a') avro anche

$$(a'_1)\ (a'')\ b'_1 - b_1)$$

contorno: prendo uno spazio dove entri almeno una a di (a'_1) e avrò (a'_2) (a''_1) $(b'_2 - b_2$ dove $(b'_2 - b_2)$ è tutto al più il medesimo di $b'_1 - b_1$: così o $(b_2 - b_2)$ contiene una sola b o più, e in questo caso coll'artifizio adoperato sopra, tolgo un altra b così che in fondo potrò avere b_s (a'_s) (a''_{s-1}) dove (a'_s) è parte di (a').

Onde avremo ponendo $(a') = (a'_1) + (a'_2)$

$$c\ (a'_1)\ (a'_2),\ b_s\ (a'_1\ (a'')$$

contorno di spazi per cui

$$c\ b_s\ (a'_2)\ (a'')$$

contorno, e perciò prendendo in luogo di a_s, se essa appartiene ad (a'_2) la b_2 avremo che

$$a_1\ a_2 \ldots,\ a_{s-1},\ b_s,\ a_{s+1} \ldots\ a_n$$

non formano contorno, ma con uno spazio qualunque c lo formano.

In generale se $a_1, a_2, \ldots, a_n$ non formano contorno fra loro e c forma contorno con una parte (a') di quelle posto $(a') = (a'_1) + (a'_2)$ non potremo avere anche c (a'_1) contorno di spazio perchè essendo anche c (a'_1) (a'_2) contorno, ne risulterebbe che (a'_s) o formerebbe contorno da se o lo formerebbe con una parte di c (a'_1) e quindi anche coll'altra, ed una di queste due evidentemente non coterrà c.

I medesimi risultati si hanno anche se supponiamo che sieno già state introdotte l delle b in luogo delle a così da avere

$$b_1, b_2, \ldots\ b_l,\ a_{l+1}, \ldots,\ a_n$$

perchè avremo $c\ (b'_l)\ (a'_{l+1})$ ed anche $c\ (b')$ contorno dove (b') conterrà certamente una b differente da $b_1, b_2, \ldots, b_l$ altrimenti non avremmo (a'_{l+1}): quindi $(b'')\ (a'_{l+1})$ contorno dove (b'') contiene almeno una delle b diverse da $b_1\ b_2 \ldots b_l$ e può o no contenere alcuna di queste b: allora se (b'') contenesse solo una delle b differenti da $b_1, b_2, \ldots, b_l$ sarebbe tutto fatto, se ne contiene più ne considero una b_f e per questa ho $b_f\ (b''_l)\ (a''_{l+1})$ e quindi in fondo $(b''-b_f)\ (a'')$ contorno dove (a'') contiene almeno una a appartenente ad (a'_{l+1}), e così vedo che posso ragionare come sopra.

Sulla regola seguita da BESSEL e dal sig. generale BAEYER, durante la misura del grado nella Prussia orientale, per osservare gli angoli orizzontali senza correggere continuamente la linea di collimazione e l'asse di rotazione del cannocchiale del teodolite.

Nota del socio CASORATI

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

---

1. Questa regola, assai ovvia, e perciò probabilmente praticata di propria iniziativa da molti altri osservatori, suolsi da parecchi scrittori chiamare *regola di Bessel*, forse perchè il celebre astronomo non soltanto la praticò, ma la mise in molto rilievo nella importante pubblicazione *Gradmessung in Ostpreussen und ihre Verbindung mit Preussischen und Russischen Dreiecksketten* (Berlin, 1838) colle parole che qui giova riprodurre.

« Le correzioni del teodolite consistono, come è noto, nel ridurre la linea di collimazione del cannocchiale perpendicolare all'asse del medesimo, quest'asse perpendicolare all'asse di rotazione, e questo perpendicolare al piano orizzontale. Certamente non si vorrà mai osservare con un teodolite, che in prima non siasi corretto; ma è affatto inutile di ripetere la rettificazione ogni volta che lo si riadopera; essendo anzi preferibile in ogni caso di eliminare dal risultato mediante opportuno ordinamento delle osservazioni gli effetti delle piccole scorrezioni causate da scosse o dall' uso dello strumento. A tal fine noi abbiamo seguito la regola: di ridurre anzitutto precisamente verticale l'asse di rotazione, il che si fa colla livella posta sull'asse del cannocchiale e colle viti del piede dello strumento, ed ha veramente luogo allorquando la bolla della livella non cambia di posto nel tubo al girare dello strumento; e di ripetere poi le osservazioni fatte in questa condizione dello strumento dopo aver capovolto il cannocchiale senza cambiar di posto ai perni dell'asse. Di tal guisa si risparmia la continua correzione della livella per mezzo del suo capovolgimento sull'asse, non che la correzione delle altezze dei sostegni dell'asse e la correzione della linea di collimazione; ed anche una casuale disuguaglianza delle grossezze dei cilindri dell'asse perde ogni influenza [1] ».

2. Ora notando che, nè in questo, nè in altro luogo dell'opera vedonsi dimostrate le proprietà enunciate, e che le medesime sono enunciate solo per quando le scorrezioni sieno piccole, vogliamo ricercare, se la regola ripari alle scorrezioni

[1] Cfr. pag. 68 della *Gradmessung*.

soltanto approssimativamente, cioè trascurando le potenze delle loro misure da un certo ordine in su; oppure se vi ripari con esattezza matematica (astrazion fatta, ben s'intende, da ogni altra causa di errori) comunque grandi sieno le dette misure.

Per verità questa ricerca può a prima giunta parere superflua nella pratica; ma non la si giudicherà tale se si vorrà riflettere come essa sia necessaria per un preciso e completo apprezzamento di una regola così importante; e come anche potrebbe giovare per nuove applicazioni.

Vedremo che *la regola ripara alle dette scorrezioni esattamente qualunque ne siano le grandezze;* conclusione questa che ci sembra tanto più conveniente di rilevare in quanto che parecchi scrittori, i quali si presero cura di dimostrare gli asserti di Bessel, diedero dimostrazioni tali da confermare del tutto l'opinione che gli effetti delle scorrezioni vadano elisi soltanto approssimativamente quando le medesime sieno molto piccole.

3. Ecco infatti una dimostrazione di tal genere, che si legge nel riputato *Lehrbuch der höheren Geodäsie*, pubblicato a Darmstadt nel 1846 dal prof. F. Fischer, ed anche in trattati posteriori; la quale trascriviamo anche perchè dalla parte esatta di essa scende subito la proposizione su enunciata.

« Questo metodo di osservare nelle due posizioni del cannocchiale presenta anche rispetto alle due correzioni testè discorse [1] il vantaggio, che, se le medesime siansi fatte soltanto approssimativamente, il risultato va tuttavia esente da errori; come si riconoscerà colla seguente disamina ».

« Sieno: PSN (Fig. 1) una porzione del lembo orizzontale; C il suo centro; CH la parallela all' asse di rotazione del cannocchiale, inclinata come quest' asse dell'angolo α all'orizzonte; CN la parallela alla linea di collimazione quando ha tal direzione orizzontale da poter essere elevata sino a colpire il segnale senza muovere l'alidada; CM la parallela alla linea di collimazione quando appunto colpisce il segnale; e CS la projezione di questa obliqua e però anche della CM sul piano orizzontale del lembo. Gli angoli NCH e MCH, siccome due posizioni diverse dell'angolo della linea di collimazione col suo asse di rotazione, avranno l'egual grandezza $\frac{\pi}{2}-\beta$, differente da $\frac{\pi}{2}$ per la piccola quantità β. Chiamisi γ l'altezza del segnale ossia l'angolo MCS, e δ l'angolo NCS. Quest'angolo è l'errore proveniente dall'essere scorrette le posizioni della linea di collimazione e dell'asse di rotazione; imperocchè, ciò essendo, la linea di collimazione si muove in una superficie conica, di cui per di più l'asse è obliquo all'orizzonte; ed è per ciò, che, senza mutare il posto dell'indice rispetto al lembo, si possono collimare l'uno dopo l'altro due punti N e M quantunque M giaccia in un piano verticale che fa l'angolo δ col verticale di N. »

« Dal triangolo sferico NPH rettangolo in P si ha:

$$\cos NCP = \frac{\cos NCH}{\cos HCP} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}{\cos\alpha} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha} \quad \ldots \quad (1)$$

La verticale CZ forma colle rette CH e CM un'angolo triedro, i cui angoli piani

[1] Le correzioni della linea di collimazione e dell'asse di rotazione del cannocchiale.

sono $MCZ = \frac{\pi}{2} - \gamma$, $HCZ = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $HCM = \frac{\pi}{2} - \beta$. L' angolo compreso tra i piani HCZ e MCZ è PCS. Perciò dal triangolo sferico MZH si ha:

$$\cos PCS = \frac{\cos HCM - \cos MCZ \cos HCZ}{\operatorname{sen} MCZ . \operatorname{sen} HCZ} = \frac{\operatorname{sen}\beta - \operatorname{sen}\gamma \operatorname{sen}\alpha}{\cos\gamma \cos\alpha} \quad . \; . \; . \; . \; (2)$$

Da (1) e (2) e dalla

$$\frac{1}{\cos\gamma} - 1 = tg\,\gamma . tg\frac{\gamma}{2}$$

risulta

$$\cos PCS - \cos PCN = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha} tg\,\gamma\, tg\frac{\gamma}{2} - tg\,\gamma\, tg\,\alpha.$$

Da qui, ricordando la trasformazione

$$\cos PCS - \cos PCN = 2 \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(PCN + PCS) \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(PCN - PCS),$$

e riflettendo che PCN e PCS sono pochissimo diversi tra loro e da $\frac{\pi}{2}$, di guisa che pel seno della loro semidifferenza si può prendere la semidifferenza stessa, cioè $\frac{\delta}{2}$, e pel seno della semisomma l'unità, si avrà

$$\delta = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha} tg\,\gamma\, tg\frac{\gamma}{2} - tg\,\gamma\, tg\,\alpha$$

Ma α e β sono archi piccolissimi, e però, ponendo $\operatorname{sen}\beta = \beta$, $\cos\alpha = 1$, $tg\,\alpha = \alpha$, avremo

$$\delta = \beta\, tg\,\gamma\, tg\frac{\gamma}{2} - \alpha\, tg\,\gamma.$$

Questa è la correzione da farsi alla lettura, che chiameremo a, per ottenerne il vero valore w [1]; laonde si ha

$$w = a + \beta\, tg\,\gamma\, tg\frac{\gamma}{2} - \alpha\, tg\,\gamma.$$

Per l'altro segnale si avrà

$$w' = a' + \beta\, tg\,\gamma'\, tg\frac{\gamma'}{2} - \alpha\, tg\,\gamma';$$

e quindi per l'angolo A cercato, cioè per l'angolo tra i verticali dei segnali

$$A = a' - a + \beta\left(tg\,\gamma'\, tg\frac{\gamma'}{2} - tg\,\gamma\, tg\frac{\gamma}{2}\right) - \alpha\left(tg\,\gamma' - tg\,\gamma\right).$$

Un secondo indice diametralmente opposto al primo somministrerebbe lo stesso valore del primo, per cui bisognerebbe far uso della stessa correzione; ma, se si capovolge il cannocchiale e, riportata l' obbiettiva sui segnali col moto dell'alidada, si misura di nuovo l' angolo, nella espressione della correzione le quantità α e β

[1] Cioè per ottenere la direzione del verticale del segnale collimato.

compariranno con segni contrarii a quelli di prima, restandone invariata la grandezza, e si avrà

$$A = a''' - a'' - \beta\left(tg\,\gamma'\,tg\frac{\gamma'}{2} - tg\,\gamma\,tg\frac{\gamma}{2}\right) + \alpha\left(tg\,\gamma' - tg\,\gamma\right),$$

donde

$$A = \frac{(a' - a) + (a''' - a'')}{2} \quad \ldots\ldots (3),$$

la quale eguaglianza esprime che l'angolo cercato si ottiene prendendo la semisomma delle due misure ottenute col cannocchiale nelle due posizioni [1] ».

4. Volendo profittare della esposta dimostrazione anche per riconoscere la sussistenza della proposizione esatta, cioè che la (3) sussiste rigorosamente qualunque sieno α e β, riflettasi che basta riconoscere che δ dipende da α e β in modo da cambiar di segno e non di grandezza cambiando in tal guisa α e β. Imperocchè la formola

$$A = w' - w = w''' - w'' = \frac{(a' - a) + (a''' - a'')}{2}$$

segue senz'altro dalle

$$w = a + \delta,\ w' = a' + \delta',\ w'' = a'' - \delta,\ w''' = a''' - \delta'.$$

Ora, che δ abbia questa proprietà, lo si vede immediatamente osservando che l'hanno i secondi membri (1) e (2) e però anche *sen* δ in virtù delle

$$sen\,PCN = +\sqrt{1 - cos^2 PCN},\ sen\,PCS = +\sqrt{1 - cos^2 PCS},$$

$$sen\,\delta = sen\,(PCN - PCS) = sen\,PCN\,cos\,PCS - cos\,PCN\,sen\,PCS.$$

5. V'ha chi dimostra da prima che la regola di Bessel ripara a ciascuna delle considerate scorrezioni quando l'altra non abbia luogo, dimostrando poi approssimativamente che la regola ripara alle scorrezioni anche se coesistano. Ora, rispetto a un così fatto procedere, vogliamo osservare, che, premesse le proposizioni riguardanti le scorrezioni ad una ad una, per stabilire poi quella relativa alla simultanea sussistenza delle scorrezioni, non è necessario, nè conviene comporre a bella posta una dimostrazione approssimativa (tanto meno se lunga o soggetta a dubbii); ma basta richiamare il teorema generale, che, trascurando le potenze degli errori superiori alla prima, *l'errore totale, prodotto dal concorso di più cause d'errori, eguaglia la somma degli errori parziali, che le singole cause produrrebbero, ove agissero ciascuna senza il concorso delle altre.* Questo teorema dovrebb'essere familiare al pratico, ed è una delle importanti interpretazioni della proposizione fondamentale nella teoria delle funzioni, che, tenuto conto soltanto delle prime potenze delle differenze delle variabili, *la differenza totale di una funzione di più variabili eguaglia la somma delle sue differenze parziali.*

[1] Cfr. pag. 133-135 del *Zweiter Abschnitt* del citato *Lehrbuch.* Qui però i simboli A' e W, aventi lo stesso significato di A, furono tralasciati per chiarezza; e B, D, M, N, 90° surrogati rispettivamente da M, N, H, S, $\frac{\pi}{2}$.

6. In alcuni trattati di astronomia pratica e di geodesia, oltre le due scorrezioni o imperfezioni di cui finora dicemmo, vedonsi considerate, siccome riparabili colla regola di Bessel, anche la terza e la quarta delle qui sotto enumerate.

1.ª Imperfetta normalità della linea di collimazione all'asse di sua rotazione.

2.ª Imperfetta orizzontalità di quest'asse (trattando della quale in riguardo alla regola di Bessel non importa di precisare la causa d'onde proviene).

3.ª Eccentricità della linea di collimazione.

4.ª Eccentricità dell' alidada, ossia eccentrità della graduazione rispetto all'asse di rotazione dell'alidada.

Ora, sebbene la importanza della regola di Bessel provenga massimamente dalle prime due imperfezioni, essendochè alla quarta suolsi in pratica riparare colla lettura di due o più indici [1], nondimeno, a sempre meglio comprendere l' indole e l'efficacia di essa regola, gioverà conoscere le due seguenti proposizioni.

A) *La regola di Bessel ripara alle prime tre imperfezioni esattamente qualunque ne siano le grandezze, anche se coesistano.*

B) *La regola di Bessel ripara alla quarta imperfezione esattamente qualunque ne sia la grandezza, purchè non coesista veruna delle prime tre.*

Per riconoscere la verità della proposizione A), anche indipendentemente da quanto si è già detto circa le prime due imperfezioni, s'imagini il piano orizzontale in cui si muove il punto d'intersezione della linea di collimazione coll'asse intorno a cui rota, e siano (Fig. 2):

$$V, V', V'', V'''$$

le posizioni di questo punto, allorchè la linea di collimazione colpisce successivamente il primo e il secondo segnale prima e dopo il capovolgimento del cannochiale;

$$X, X', VX, V'X', V''X, V'''X'$$

le proiezioni dei due segnali e delle dette posizioni della linea di collimazione sul piano imaginato; e finalmente

$$VD, V'D', V''D'', V'''D'''$$

le direzioni che assumerebbe la linea di collimazione riducendola orizzontale senza muovere l'alidada prima o dopo ciascuna puntata sui segnali; circa le quali rette possiamo notare che toccheranno un medesimo cerchio di centro C in punti $D, D', D,'' D'''$ rispettivamente equidistanti da V, V', V'', V'''.

L'angolo D V X è la deviazione in azimut che la linea di collimazione subisce, in causa delle prime due imperfezioni, nel salire dalla direzione orizzontale all'altezza del primo segnale; $D''V''X$ è l'angolo analogo dopo il capovolgimento del cannocchiale; si vede facilmente che questi due angoli sono eguali in grandezza e contrarii nel senso, come indica la figura. E però le rette V D e $V''D''$ devono incontrarsi in un punto Y della retta C X. Similmente sono eguali tra loro e contrarii

[1] V'hanno però strumenti (come p. e. quello fra i teodoliti a circoli nascosti del nostro illustre Porro che egli denominò *cleps degli ingegneri*, avente un solo microscopio) per l'uso dei quali è assai importante di poter riparare all'eccentricità della graduazione, non che riconoscerne la influenza, per mezzo della regola di Bessel.

gli angoli $D'V'X'$ e $D'''V'''X'$, e le rette $V'D'$ e $V'''D'''$ s'incontrano in un punto Y' della CX'. Quindi, designando rispettivamente con

$$E,\ E'',\ F,\ F',$$

i punti d'intersezione delle rette

$$VY \text{ e } V'Y',\ V''Y \text{ e } V'''Y',\ CY \text{ e } V'Y',\ CY' \text{ e } V''Y,$$

dalle coppie di triangoli CFY' ed EFY, $CF'Y$ ed $E''F'Y'$ si avranno, tra gli angoli segnati con archetto nella figura, le relazioni

$$C + Y' = E + Y,$$
$$C + Y = E'' + Y',$$

donde

$$C = \frac{E + E''}{2},$$

la quale dimostra appunto, che, *l'angolo tra i segnali eguaglia la semisomma degli angoli di cui fu rotata l'alidada nella prima e nella seconda osservazione dell'angolo medesimo.*

La proposizione B) può decomporsi nelle quattro seguenti. B_0) Se esista soltanto la quarta fra le nominate imperfezioni, la regola di Bessel vi ripara. B_1) Questa regola non ripara contemporaneamente alle imperfezioni quarta e prima. B_2) Non contemporaneamente alla quarta e alla seconda. B_3) Non contemporaneamente alla quarta e alla terza.

B_0) Sieno (Fig. 3) G il centro della graduazione, A il punto in cui l'asse dell'alidada traversa il piano della medesima, $S''AS$ e $S'''AS'$ le traccie su questo piano dei verticali dei segnali. Se, come si suole, si ritiene che le letture prima e dopo il capovolgimento del cannocchiale diano precisamente gli archi SS', $S''S'''$ (o due altri compresi fra due parallele alle rette $S''S$, $S'''S'$) cioè le misure degli angoli SGS', $S''GS'''$; la presente proposizione sta espressa nella nota proposizione della geometria elementare

$$SAS' = \frac{SGS' + S''GS'''}{2}.$$

B_1). Nella Fig. 4ª i punti A, G, S, S', S'', S''' abbiano lo stesso significato che nella 3ª, e le rette AN e AN' significhino le direzioni orizzontali che bisogna dare alla linea di collimazione nella prima misura dell'angolo per poterla quindi portare sui rispettivi segnali senza moto dell'alidada. In questa prima misura l'indice, che imagineremo dapprima in N, percorrerà l'arco NN'. Capovolto il cannocchiale, le direzioni da darsi alla linea di collimazione, per quindi poterla dirigere sui segnali senza muovere l'alidada, saranno le $M''AM$ e $M'''AM'$ formanti gli angoli MAS e $M'AS'$ eguali rispettivamente agli SAN e $S'AN'$; e l'indice percorrerà l'arco $n''n'''$, determinato dalla condizione che gli angoli $n''AM''$ e $n'''AM'''$ sieno entrambi il doppio dell'errore (della linea) di collimazione. Ciò premesso, avendo luogo tra gli archi le relazioni

$$NN' = SS' + NS - S'N'$$
$$n''n''' = S''S''' - n''S'' + S'''n''' = S''S''' - n''M'' - M''S'' + S'''M''' + M'''n''',$$

abbiamo l'eguaglianza

$$\tfrac{1}{2}(NN' + n''n''') = \tfrac{1}{2}(SS' + S''S''') + \tfrac{1}{2}(NS - M''S'') - \tfrac{1}{2}(S'N' - S'''M''') + \tfrac{1}{2}(M'''n''' - n''M''),$$

la quale fa vedere, che la semisomma degli archi percorsi dall'indice non è, in generale, eguale a $\frac{1}{2}(SS' + S''S''')$, ossia non è la misura dell'angolo cercato SAS'.

Quand'anche i segnali fossero all'orizzonte, tra le due semisomme sussisterebbe la differenza $\frac{1}{2}(M'''n''' - n''M'') = \frac{1}{2}(S'''n''' - n''S'')$.

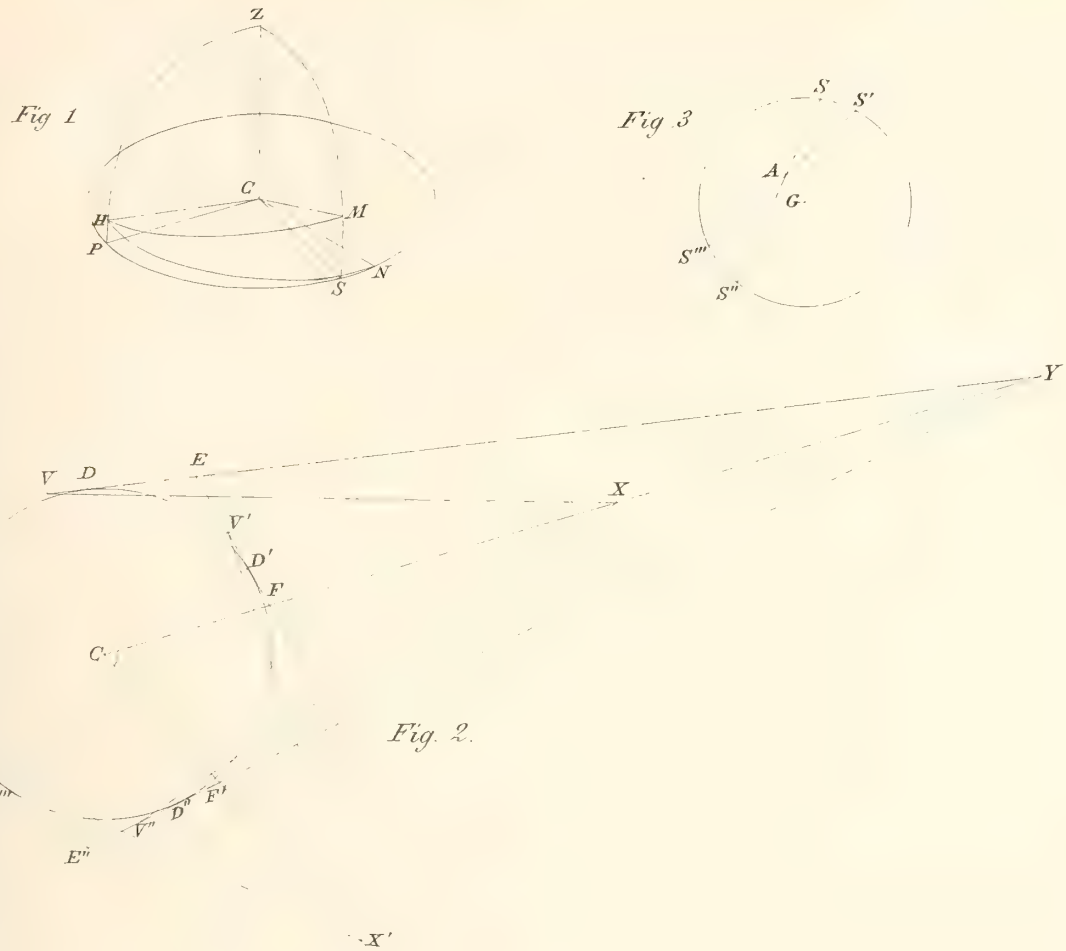
B_2) Per questa proposizione vale la dimostrazione precedente, con la semplificazione $n''AM'' = n'''AM''' = 0$.

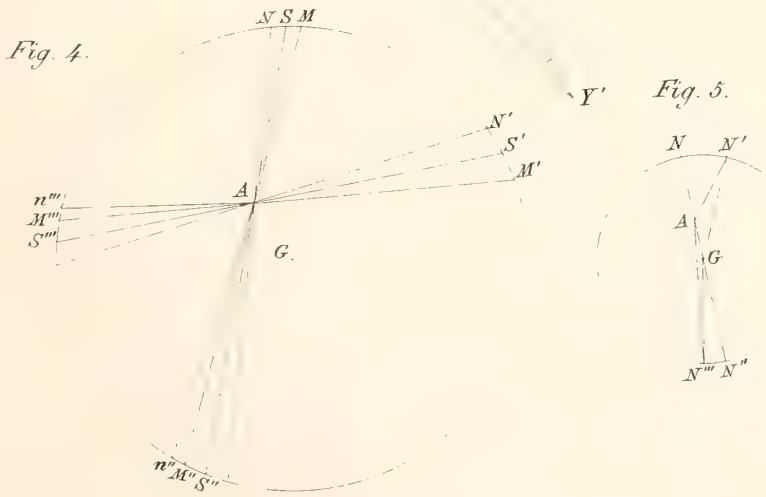
B_3) Imaginiamo, per semplicità, l'indice al disotto dell'asse di rotazione del cannocchiale, e il primo segnale a distanza infinita nella direzione perpendicolare alla AG (Fig. 5). Saranno N, N'' le posizioni dell'indice nelle due collimazioni di questo segnale. Imaginiamo, poichè è lecito, che i punti N' ed N''', presi ad arbitrio, sieno le posizioni dell'indice nelle collimazioni dell'altro segnale. Essendo

$$NAN' = NGN' + AN'G,$$
$$N''AN''' = N''GN''' - AN'''G,$$

è chiaro che $\frac{1}{2}(NAN' + N''AN''')$ non è, in generale, eguale a $\frac{1}{2}(NGN' + N''GN''')$, vale a dire, che l'angolo cercato non ha per misura la semisomma degli archi percorsi dall'indice.

Le esposte proposizioni si possono riassumere come segue. Misurandosi l'angolo una volta sola, l'alidada rota ovvero non rota precisamente di esso angolo, secondochè non sussista ovvero sussista qualcuna delle prime tre imperfezioni. Misurandosi l'angolo due volte secondo la regola di Bessel, la rotazione dell'alidada nell'una volta eccede di tanto l'angolo cercato di quanto ne difetta nell'altra volta Con una graduazione eccentrica all'asse dell'alidada l'eccesso e il difetto riescono valutati disegualmente, e non può avvenirne *esatta* compensazione nella semisomma.





Lit. Martelli Roma

Analisi fisico-matematica degli effetti elettrostatici relativi ad un coibente armato e chiuso.

Memoria del prof. P. VOLPICELLI

letta, per la prima parte, nella sessione del 4 gennaio 1874, e per la seconda, nella sessione del 1° febbraio dello stesso anno.

INTRODUZIONE SPERIMENTALE

§ 1.

L'oggetto della presente memoria, consiste principalmente nel dimostrare, che la elettrica influenza, od elettrostatica induzione, non traversa le masse conduttrici.

Abbiasi un condensatore, o più generalmente, un coibente armato, ma chiuso; vale a dire così fatto, che le due relative armature sieno di metallo, chiusa una dentro l'altra, ed isolate fra loro. Taluni fisici valendosi del noto principio di Poisson, confermato dalla sperienza, che cioè l'azione di uno strato elettrico equilibrato, è nulla sopra un punto compreso dallo strato medesimo (1), giungono a concludere, che le due elettricità nel supposto coibente armato, una *inducente*, l'altra *indotta di prima specie*, vale a dire contraria della prima, sono eguali fra loro; conclusione che, come ora vedremo, è contraddetta dalla sperienza, la quale insegna: essere sempre la inducente in quantità maggiore della indotta indicata.

Noi rispettando questi due risultamenti sperimentali, nè può farsi altramente, giungeremo colla seguente analisi a concludere, che la influenza elettrica, non traversa le masse conduttrici. Sì fatta verità fu per la prima volta riconosciuta, mediante la sperienza, dagli accademici del Cimento (2), e poscia dall'illustre Faraday (3). Per tanto ci faremo a considerare, nella prima parte di questa memoria, un coibente armato e chiuso, di forma sferica; riservando la considerazione di un coibente armato e chiuso di forma qualunque, alla seconda parte della memoria stessa. Però prima di venire alla esposizione di queste due parti, fa d'uopo dimostrare sperimentalmente, che anche nei coibenti armati e chiusi, la inducente supera sempre in quantità la indotta, sia di prima, sia di seconda specie, vale a dire sia eteronima od omonima della inducente.

(1) Mém. de la classe des scien. mat. et phys. de l'Institut. imp. de France, année 1811, p. 3 et p. 7.

(2) Saggi di naturali sperienze. Firenze 1667, p. 232.

(3) Archives des sciences phys. et nat. Genève 1856, t. 31, p. 65, l. 17.

§. 2.

Incominciamo dall'analizzare la sperienza, da cui Faraday concluse il contrario; cioè che la inducente, nel caso da esso considerato, uguaglia sempre in quantità la indotta di prima specie ([1]). Questo illustre fisico prese un cilindro metallico isolato, di cui l'altezza era grande molto più del suo diametro, e lo mise in comunicazione con un elettroscopio a pagliette. Faceva egli discendere in questo cilindro un globo metallico elettrizzato; le pagliette dell'elettroscopio divergono, e questa divergenza cresce in principio, ma si riduce costante, quando il globo è giunto ad una certa distanza dal fondo del cilindro stesso. Allora la divergenza medesima è indipendente dalla posizione del globo nel cilindro; e *resta pure sensibilmente la stessa, quando il globo viene in contatto col cilindro.*

« In fatti, dice il sig. Briot *(Op. citata, p.* 233, *lin.* 13*)*: quando il cono condotto dal globo all'apertura del cilindro, è sufficientemente piccolo, il cilindro medesimo si comporta come un inviluppo chiuso, e lo strato di livello che formasi alla esterna sua superficie, ha una carica costante, uguale a quella del globo ». Ciò vorrebbe dire, che se quell'elettrometro fosse *bastantemente sensibile,* allora dalla costanza della divergenza indicata, potrebbe, non essendovi altre considerazioni contrarie, ritenersi essere la carica inducente del globo, eguale alla carica indotta di seconda specie; quindi anche uguale numericamente a quella indotta di prima specie, perchè queste due specie di cariche, sono eguali e contrarie fra loro. Quando il globo isolato giunge a contatto del cilindro, la elettricità indotta di prima specie, che trovasi nella interna superficie del cilindro stesso, deve neutralizzarsi con quella inducente del globo, e la sperienza dimostra che la divergenza delle pagliette elettrometriche rimane *sensibilmente* la stessa.

Da questo fatto sperimentale, consistente nella invariabilità sensibile della divergenza delle pagliette mentre il globo tocca il cilindro, si è concluso, senza fare altre considerazioni, che la inducente uguaglia la indotta, sia di seconda, sia di prima specie.

Però se bene pongasi mente alla riferita sperienza, vedremo che dalla indicata invariabilità della divergenza delle pagliette, non si ha diritto a concludere, che la inducente del globo eguaglia la indotta nel cilindro. Vedremo inoltre, che invece la sperienza stessa, fatta in altra guisa, ci offre una prova convincentissima del contrario; cioè che la inducente del globo, risulta maggiore della indotta nel cilindro.

Per eseguire nel miglior modo la riferita sperienza di Faraday, ho sospeso mediante tre fili rigidi coibenti 1, 2, 3, cioè di vetro verniciato (fig. 1), un cilindro A B di latta, ad un sostegno P M N, fatto a squadra. Il cilindro aveva l'altezza 0^m, 255, essendo il diametro della sua sezione di 0^m, 075: alla base inferiore B di questo cilindro, si trovano applicate due sottilissime pagliette elettrometriche *p, q*; le quali possono ruotare *soltanto* in un piano normale a quello della figura. Un globo me-

([1]) V. De la Rive Traité d'électricité théorique et appliquée, Paris 1854, t. I, p. 141. V. ancora Charles Briot, Théorie de la chaleur. Paris 1869, p. 233. V. le memorie di Faraday sulla induzione della elettricità ordinaria, comunicate alla Società reale di Londra nel 1837 e 1838 (Philosophical transactions of the royal society of London 1838). V. Faraday' s Experimental Researches. §§ 1173, 1174.

tallico *d*, avente il diametro di $0^m, 05$, era sospeso ad un filo di seta, e caricato di elettricità: S'introduceva questo globo nel cilindro A B, facendolo traversare l'anello N, e l' apertura A del cilindro stesso. Finalmente una retta KH divisa in millimetri, come vedesi nella figura, era collocata dietro l'elettrometro a pagliette, per assegnare con esattezza la loro divergenza. La rigidità dei tre fili rende stabile la situazione del cilindro, e permette che si possa facilmente nel medesimo introdurre il globo *d*, senza urtare con questo la parete interna del cilindro.

Tre sono le cariche di elettricità, che si hanno presenti nella indicata sperienza, cioè: 1° la inducente del globo, il quale per maggior semplicità e precisione, giova caricare, non direttamente colla macchina elettrica, ma, come soglio sempre fare, colla bottiglia di Leyda, per non influenzare sensibilmente il filo di seta, da cui pende il globo; 2° la indotta di prima specie nella interna superficie del cilindro; 3° la indotta di seconda specie, la quale in gran parte occupa la esterna superficie del cilindro stesso, *ed in minor parte occupa eziandio la interna di esso.*

§ 3.

Per procedere con chiarezza, e regolarità nell'argomento che principalmente ci occupa, riflettiamo in primo luogo, essere sempre dimostrata la presenza della indotta di seconda specie, nella interna superficie del cilindro, mediante un *opportuno* piano di prova, foggiato a testa di spilla, col quale si tocca la interna superficie stessa. Imperocchè questo piano si carica sempre di elettricità omonima di quella del globo inducente. Siccome poi nella interna superficie medesima, si trova in maggior copia tutta la indotta di prima specie; così è chiaro, che queste due contrarie elettricità coesistono nella interna superficie medesima, senza potersi neutralizzare fra loro. Quindi evidentemente la indotta di prima specie non ha tensione. Imperocchè si faccia comunicare il cilindo col suolo, quando il globo non tocca la interna sua superficie, perderà esso tutta la indotta di seconda specie, crescendo nella interna superficie del medesimo la indotta di prima, invece di perdersi essa pure. Ciò nulla ostante, se ora col medesimo opportuno piano di prova, si tocchi la interna superficie del cilindro, non si avrà verun segno di elettricità, la quale però tosto si manifesterà, quando si allontani dal cilindro il globo inducente. Ciò conferma che la indotta di prima specie non può comunicarsi, vale a dire non ha tensione.

In secondo luogo ancora osserveremo, che tanto Faraday, quanto altri riconobbero, che il globo *d*, giunto ad una certa distanza dalla base del cilindro AB, non produce verun cangiamento nella divergenza delle pagliette elettrometriche *p*, *q*, sebbene continui a discendere. Ma niuno assegnò la causa di questa constante divergenza, la quale consiste in una compensazione, tra l'aumento d' influenza sulle molecole della interna superficie del cilindro, alle quali sempre più si avvicina l'inducente globo scendendo, e la diminuzione d'influenza nelle molecole, da cui sempre più si allontana il globo stesso. In quelle molecole la induzione cresce di quanto diminuisce in queste, cosicchè la divergenza delle pagliette rimane costante.

Ma torniamo all'oggetto del nostro principale argomento, e riflettiamo che la divergenza delle pagliette, prima che il globo giunga in contatto col cilindro, è prodotta dalla influenza elettrica, e della conducibilità, dipendentemente dalla forma dell'indotto; mentre la divergenza stessa, quando il globo tocca il cilindro, è sol-

tanto prodotta dalla conducibilità, dipendentemente dalla forma del conduttore, la quale ora non è più come nel primo caso un semplice cilindro, ma è un cilindro in contatto con una sfera nell'interno. Perciò quand'anche l'elettrometro adoperato fosse bastantemente sensibile, *cosa che non ammettiamo*, tuttavia potrebbe conciliarsi la invariabilità di questa divergenza, colla diversa quantità delle cariche, una inducente l'altra indotta; vale a dire che da questa invariabilità, non abbiamo diritto a concludere, che la inducente uguaglia la indotta.

Che poi questa eguaglianza della divergenza indicata realmente abbia luogo, quand'anche le due cariche, una indotta l'altra inducente, non sieno in quantità fra loro eguali, cioè non ostante che la inducente sia maggiore della indotta, si dimostra come siegue. Dopo che il globo è giunto a toccare il cilindro, e perciò dopo che la indotta di prima specie tutta scomparve, neutralizzandosi colla inducente, si misuri esattamente la divergenza delle pagliette; quindi con un opportuno piano di prova, si tocchi lo stesso globo, il quale si manifesterà carico alquanto di elettricità omonima della inducente, e così pure la interna superficie del cilindro. Fatto ciò si tolga nell'isolamento il globo, allontanandolo dal cilindro; tuttavia le pagliette conserveranno la stessa divergenza di prima, sebbene per l'assenza del globo sia diminuita la elettricità nella interna superficie del cilindro. Dunque le pagliette non risentono sensibilmente quella carica di elettricità residuale, che occupa la superficie del globo. Perciò la invariabile divergenza delle pagliette, non assicura che la inducente uguaglia la indotta; potendosi ritenere, che in quella elettricità inducente, che occupa l'interna superficie del globo, vi sia restata una parte della inducente stessa, la quale non ha potuto neutralizzarsi colla indotta di prima specie, perchè questa è minore della inducente medesima, e perchè la ripetuta divergenza non risente sensibilmente quella piccola parte della induttrice che il globo conserva, dopo che il medesimo è giunto a toccare l'interno del cilindro.

Per tutte le riflessioni ora esposte non è possibile ammettere, che l'apparente invariabilità della divergenza delle pagliette, sia giusto criterio per concludere, che la inducente uguagli la indotta in quantità; giacchè questa invariabilità si può spiegare, senza essere obbligati a riconoscere quella uguaglianza.

§ 4.

Ma dirigendo la sperienza un poco diversamente, potremo dimostrare, che in realtà la indotta, è sempre minore della inducente. Il globo *d* carico ed isolato, s'introduca nel cilindro AB, isolato esso pure, come già si è detto; e quando questo globo sia giunto a quell' interno livello, nel quale si verifica la indipendenza della apertura delle pagliette *p, q* dalla situazione del globo stesso, ovvero quando esso è vicinissimo alla base B del cilindro, si faccia per un istante comunicare questo col suolo, e poscia subito si ponga il globo a contatto colla stessa base. Per tale contatto la indotta di prima specie dovrà tutta essere neutralizzata colla inducente del globo; perciò, se fosse vero che la inducente uguaglia l'indotta, dovrebbe, dopo questo contatto, il globo essere del tutto privo di elettricità. Invece però esso, toccato con un opportuno piano di prova, cioè a testa di spilla, si trova sensibilmente carico della inducente, lo che si verifica pur anco, portando il globo stesso a toccare il bottone di un elettroscopio a pile secche. Dunque analizzando bene la riferita

sperienza di Faraday, come ora facemmo, dobbiamo concludere, che non ostante la sensibile invariabilità della elettrometrica divergenza la indotta nella sperienza medesima, è minore della relativa inducente, contro quello che molti hanno asserito.

§ 5.

Potrebbero taluni opporre giustamente, che il cilindro adoperato da Faraday, non è a rigore un coibente armato *chiuso*. Però si dimostra, come appresso vedremo, che anche in un coibente armato, cui non può farsi questa obbiezione, la minoranza quantitativa della indotta, rispetto alla corrispondente induttrice , viene confermata dalla sperienza.

Infatti si abbiano due mezze sfere A, B metalliche, di eguale raggio (fig. 2), sostenute ognuna da un isolante manubrio, formato da un asta di vetro verniciato *p q*, ed *m n*. Qualunque di questi due manubri, deve terminare con ghiera metallica, per essere in essa impugnato, senza toccare l'asta isolante. Un globo *d*, sostenuto da un filo di seta *u g*, si deve caricare mediante una bottiglia di Leyda, e collocare poscia per modo, che chiudendo le due semisfere, il globo rimanga presso a poco nel centro della risultante sfera. Perchè tale collocamento si possa con facilità effettuarsi, abbiamo fissato, con due nodi al filo di seta *g u*, un piccolo cono metallico *a*, come vedesi dalla figura 3.ª Questo globo influirà sulla interna superficie sferica, e vi fisserà la indotta di prima specie, respingendo la indotta di seconda. Si faccia comunicare la esterna superficie della sfera BA per un istante col suolo , essa perderà la indotta di seconda specie, vale a dire la omonima della inducente. Dopo ciò si faccia che il globo, sostenuto dal filo di seta, venga in contatto per un istante colla interna superficie della sfera BA, dovrà per questo contatto neutralizzarsi tutta la indotta di prima specie, con quella del globo inducente. Se ora si separino l'una dall'altra nell' isolamento le due semisfere , quindi anche nell' isolamento si porti a contatto dell'elettroscopio a pile secche il globo *d*, questo si troverà contenere ancora un residuo della primitiva sna carica inducente. Dall' ottenuto risultamento sperimentale si conclude, che anche in un coibente armato, e veramente chiuso, la inducente supera in quantità l'indotta.

§ 6.

Possiamo giungere allo stesso risultamento , coll' altra sperienza, che ora esporremo , nella quale la chiusura del coibente armato, è la maggiore che possa farsi. Rappresenta MN (fig. 4) una tavola coibente, sulla quale poggia un cilindro metallico ABPQ, che dalla parte superiore viene terminato in un canale PQRS*pq*, che si trova riempito di mercurio. In questo liquido s' immerge il cilindro *hk*, e dal centro della sua base, pende il cilindretto metallico *d*, isolato per mezzo del filo di seta *mn*. Questo cilindretto è di ottone pieno di piombo, affinchè non oscilli molto, e lo abbiamo riportato separatamente nella fig. 5. Dallo stesso centro s'innalza un asta di vetro verniciata, che termina in una ghiera metallica *b*, formando a questo modo un manubrio, per sollevare nell'isolamento il cilindretto *d*, senza toccare l'asta di vetro. Le citate figure mostrano la sezione verticale dello stromento, di cui fu ora data la descrizione. Si carichi di elettricità, mediante una bottiglia di Leida, il cilindretto *d*, e così carico s'introduca nel cilindro grande PQAB, il quale ha una sezione orizzontale, del diametro interno di 0^m, 56, ed un'altezza di 0^m, 22,

e che verrà indotto dal caricato cilindretto *d*. Eseguito ciò, si faccia comunicare col suolo per un istante la esterna superficie del cilindro grande, il quale perciò perderà la indotta di seconda specie. Quindi, seguitando il cilindro grande a rimanere isolato per la MN, s'inclini esso tanto, finchè il cilindretto inducente *d*, giunga in contatto della interna superficie del cilindro grande. Per questo contatto la indotta di prima specie, già fissata per influenza sulla interna superficie del cilindro medesimo, tutta si neutralizzerà colla inducente contenuta in *d*. Ora per mezzo del manubrio *b*, si porti nell'isolamento il cilindretto *d*, sul bottone dell'elettroscopio a pile secche, il medesimo cilindretto mostrerà contenere ancora un residuo della primitiva sua carica inducente. Ciò conferma che anche nei coibenti armati, e perfettamente chiusi, la inducente supera in quantità la indotta. Dalle sperienze ora descritte si conclude ancora, che la elettricità comunicata alle interne superficie dei corpi conduttori, non tutta viene al di fuori di essi; ma che una sensibile parte resta nella interna loro superficie, lo che si accorda perfettamente coll'essere la elettrostatica distribuzione, un fenomeno alla legge di continuità obbediente. Non avvi trattato di fisica, non avvi trattato di elettricità, non avvi applicazione del calcolo all'elettrico equilibrio, che non ritenga essere vero l'opposto, di quello che ora vedemmo dimostrato da parecchie sperienze, le quali bene condotte sono quelle cui si deve il calcolo uniformare.

§ 7.

Nel corso elementare di fisica sperimentale del chiarissimo fisico G. Belli, Milano 1838, t. 3, p. 177, si *asserisce* senza più, che la indotta nel caso di un coibente armato e chiuso, deve uguagliare la inducente; ma non si dice che la sperienza confermò quanto egli ebbe asserito. Se il Belli, dopo avere portato la palla inducente G (*Opera citata*, *tav.* 1., *fig.* 17), in contatto della superficie interna della coppa BACD, avesse portato, nell'isolamento, la palla stessa in contatto dell'elettroscopio a pile secche, avrebbe veduto, che la palla stessa conservava un residuo della primitiva sua carica inducente. Avrebbe quindi allora lo stesso fisico riconosciuto, che la sperienza si oppone a quanto aveva egli asserito, senza interrogare la natura. Del resto lo strumento (fig. 17) dal Belli descritto per questa ricerca, non è certo il più conveniente allo scopo.

Lo stesso autore nella sua memoria, che ha per titolo *Della distribuzione dell'elettrico nei corpi conduttori*, pubblicata nella parte contenente memorie di fisica del tomo 22 delle memorie della Società italiana, pag. 208, così dice « E se l'invi-
« luppo essendo isolato, e contenendo il corpo elettrizzato, avesse tutta la sua na-
« tural dose di elettrico, esso nella superficie interna si troverebbe elettrizzato di
« elettricità indotta, precisamente allo stesso modo, come se si trovasse in comuni-
« cazione col terreno, e alla superficie esterna presenterebbe una elettricità attuata,
« uguale in quantità, e simile di natura, a quella del corpo racchiuso, e disposta
« allo stesso modo, come se questa superficie esterna fosse la superficie di un corpo
« pieno, avente prima lo stato naturale, e arricchito di poi, ovvero privato, di quella
« quantità di elettrico ». Se il Belli avesse con opportuni mezzi, e colle dovute precauzioni esattamente sperimentato, avrebbe veduto, che i relativi risultamenti sperimentali, contraddicono a queste assersioni, da esso enunciate senza bene interrogare la natura.

§ 8.

Il chiarissimo fisico matematico sig. Briot, nella molto dotta opera sua, che ha per titolo *Théorie mécanique de la chaleur. Paris.* 1869, *p.* 222, dal *théorème VI*, conclude il seguente corollario « La quantità di elettririta indotta sopra « un corpo conduttore inviluppante, ugualia la quantità induttrice. » Ma questo corollario, come già dimostrammo, è contraddetto dalla sperienza; perciò come vedremo, l'equazione (VI), pag. 23, dalla quale il corollario medesimo è dedotto, si deve soddisfare in un modo del tutto diverso, da quello seguito dal medesimo autore.

Il chiarissimo Betti nella eccellente sua memoria col titolo. *Teoria delle forze che agiscono secondo la legge di Newton, e sua applicazione alla elettricità statica. Pisa* 1865. *pag.* 67 *dell' estratto dal Nuovo Cimento volumi* 18, 19, *e* 20, conclude il teorema seguente « Se in uno spazio vuoto, chiuso da un conduttore, « posto in comunicazione colla terra, esistono più corpi elettrizzati, si accumulerà « sopra la superficie interna del conduttore, una quantità di elettricità libera, *eguale* « e di segno contrario a quella contenuta nei corpi elettrizzati che si trovano nel- « l'interno ». Certamente il dotto autore non ha verificato colla sperienza questo teorema; poichè se avesse fatto questa verificazione, avrebbe col suo perspicace ingegno riconosciuto, che in questo caso la interpetrazione del risultamento, analitico, si oppone al risultamento sperimentale.

Il fisico matematico inglese Murphy, nella sua pubblicazione, molto rara, che ha per titolo *Elementary principles of the theories of electricity, Cambridge* 1833, impiega l'analisi contenuta nel § 33, della pubblicazione stessa, per concludere, che in un sistema di superficie sferiche, separate l'una dall'altra da sostanze coibenti, ed elettrizzate, la elettricità inducente uguaglia in quantità quella indotta di prima specie.

Giunge alla stessa conclusione, contraddetta dalle sperienze, il chiarissimo fisico matematico sig. William Thomson, nella sua memoria che porta il titolo *On the mathematical theory of electricity in equilibrium. Extracted from the Cambridge, ecc. Dublin mathematical journal. March* 1848. Questa memoria risulta di sei capitoli, e la nota quinta, pag. 27, intitolata *Effects of electrical influence on integral spherical and on plane conducting surfaces. Extracted from the Cambridge, ecc. Dublin Mathematical journal, Nov.* 1849, contiene l'analisi da cui si conclude la sopra indicata eguaglianza, fra la inducente e la indotta, in riguardo ad un coibente armato e chiuso, ma di forma sferica. Infatti dice il sig. Thomson (*Memoria citata, pag.* 28, § 6 *dell'estratto* « La totale carica di elettricità prodotta dall'influenza di un conduttore interno, è in ogni caso precisamente uguale alla carica di elettricità del corpo elettrizzato, che si trova isolatamente nel suo interno.

Anche il De la Rive, come già dicemmo in principio di questa memoria, riporta la sperienza di Faraday, dalla quale conclude dicendo [1] « ecco una spe- « rienza la quale dimostra, che in fatto la elettricità, sviluppata per induzione, risulta « perfettamente uguale in intensità, e contraria a quella che la sviluppa. Ciò conclude il De la Rive senza neppure la condizione, che il condensatore, cioè che il coibente armato sia chiuso, ma noi ripetiamo che la sperienza contraddice a questa conclusione.

[1] Traité d'électricité théorique et appliquée. Paris 1854, t. 1°, p. 141.

PARTE PRIMA — *Forma sferica.*

§ 9.

Abbiasi un coibente armato, composto di due sfere metalliche M, N, (fig. 6), concentriche, ed isolate, le quali comprendano uno strato d'aria fra loro. Esprimano $+Q$ e $-Q_1$ le rispettive cariche, una inducente, l'altra indotta di prima specie; rappresenti RAS la superficie dell'armatura interna M, sulla quale si trova distribuita uniformemente la carica inducente $+Q$, che si potrà immaginare tutta raccolta nel centro C dell'armatura stessa. Questa carica induce sulla *interna* superficie BGH dell'armatura esterna N, una carica già espressa con $-Q_1$, e distribuita essa pure uniformemente sulla interna superficie stessa. La carica medesima potrà essa pure considerarsi tutta raccolta nel centro C comune ad ambedue le sferiche armature. Sappiamo inoltre, che sulla esterna superficie D dell'armatura N, deve trovarsi, uniformemente distribuita, una carica elettrica $+Q_2$, omonima della inducente; vale a dire indotta di seconda specie, che deve uguagliare numericamente la indotta di prima $-Q_1$, cosicchè si ha $-Q_1+Q_2=o$.

Consideriamo un punto μ posto nell'interno dell'armatura N, rappresentiamo con d la distanza del punto stesso dal comune centro C. La carica inducente $+Q$, distribuita uniformemente sulla superficie RAS dell'armatura interna M, farà sul punto μ un'azione rappresentata da

$$+\frac{Q}{d^2}.$$

La carica indotta di prima specie $-Q_1$, distribuita uniformemente sulla interna superficie sferica BGH dell'armatura N, farà sul punto stesso μ un'azione, rappresentata da

$$-\frac{Q_1}{d^2}.$$

Il principio, già ricordato, che Poisson pel primo introdusse nella elettrostatica [1], come necessario e sufficiente, a stabilire le condizioni di equilibrio dell'elettrico su i corpi conduttori, consiste nel seguente. Abbiasi un qualunque sistema di corpi conduttori, tutti, od alcuni soltanto caricati di elettricità, i quali s'indurranno scambievolmente. Per l'equilibrio elettrostatico in questo sistema, è necessario ed è sufficiente, che la risultante delle azioni di tutti gli strati elettrici, sopra qualunque punto, posto nell'interno di ciascuna massa conduttrice, sia zero.

Secondo questo principio la carica $+Q_2$ omonima della inducente $+Q$, e distribuita uniformemente sulla esterna superficie D, dell'armatura N, non agirà in verun modo sul considerato punto μ, perchè *collocato entro* l'armatura stessa. Inoltre pel principio riferito, dovrà la somma delle altre due azioni elettriche $+\frac{Q}{d^2}$ e $-\frac{Q_1}{d^2}$ sul punto medesimo μ, essere nulla; e perciò dovrà verificarsi la

$$(a_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{Q}{d^2}-\frac{Q_1}{d^2}=o.$$

[1] Mém. de l'Institut. impérial de France: Paris, année 1811, p. 3 e 7.

Una simile uguaglianza si offrirebbe, anche quando si facesse comunicare col suolo la esterna armatura D. Poichè in questo caso verrebbe annullata la carica $+ Q_2$ indotta di seconda specie; quindi resterebbero soltanto le due cariche una inducente, sulla superficie RAS dell'armatura M, l'altra indotta sulla interna superficie GBH dell'armatura N. Quindi ritenendo per queste due cariche i medesimi simboli, avremo di nuovo, pel principio di Poisson, la (a_1) stessa.

Suppongono taluni fisici, senza consultare la sperienza con ogni cautela, che la verificazione della (a_1), debba unicamente avvenire per la

$$Q = Q_1 :$$

quindi essi concludono, che in un coibente sferico armato e chiuso, la carica Q inducente, uguaglia in quantità la carica Q_1 indotta.

§ 10.

Passiamo ad analizzare il precedente ragionamento, per vedere come debba soddisfarsi alla (a_1), senza trovarsi contraddetti dalla sperienza, la quale gode la infallibilità nelle sue risposte, quando sia bene interrogata. Due sono i principî adottati nel ragionamento stesso: il primo dei quali consiste nell'ammettere, che sia zero l'azione *complessiva* elettrica, sopra qualunque punto interno ad una massa conduttrice; l'altro principio consiste nel ritenere, che anche la indotta di prima specie, possegga *in atto* la facoltà d'indurre sopra un elemento qualunque di una massa conduttrice.

Il primo di questi due principî viene confermato dalla sperienza, perciò deve rispettarsi, e Poisson sul medesimo ha giustamente fondato l'analisi matematica, per trattare la distribnzione della elettricità sopra i corpi conduttori (¹). Si potrà soltanto non essere in accordo sul modo col quale avvenga l'indicato zero. Secondo Poisson esso avviene, perchè *la résultante des actions de toutes les molécules qui composent la couche fluide électrique sur un point pris quelque part que ce soit dans l'interieur du corps, doit être égale à zero* (²). Invece secondo il mio parere, che si accorda con quello in proposito, tanto degli accademici del Cimento, quanto dell'illustre Faraday, come fu precedentemente ricordato, l'azione indicata è nulla, soltanto perchè la influenza elettrica non traversa le masse conduttrici, e come il ragionamento seguente dimostra senza bisogno di sperienza. Infatti s'immagini un corpo metallico isolato, e sulla superficie del medesimo si trovi uno strato elettrico in equilibrio. Se la influenza elettrica di tale strato potesse traversare la massa conduttrice del corpo medesimo, e giungere in un suo punto qualunque interno, dovrebbe necessariamente decomporre il fluido neutrale di questo punto. Quindi è chiaro, che la omonima della inducente, ossia la indotta di seconda specie, dovrebbe andare in superficie del corpo stesso, ed ivi accrescere lo strato elettrico inducente. Per questo accrescimento, dovrebbe seguire una ulteriore decomposizione del fluido neutrale di quello stesso punto. Perciò dovrebbe aver luogo un secondo accrescimento dell'indicato primitivo strato elettrico, e così all'infinito; lo che non si verifica punto, nè può verificarsi, perchè ciò condurrebbe all'assurdo. Da questo sem-

(¹) Mém. de l'Institut impérial de France. Paris année 1811, p. 3 et 7.

(²) Opera citata, p. 3, lin. 4 salendo.

plicissimo ragionamento resta dimostrato, che la influenza elettrica non traversa le masse conduttrici.

Il secondo principio sopra indicato, viene contraddetto dalla sperienza, come già da me fu dimostrato in più guise, e come lo sarà da molte altre mie sperienze non ancora pubblicate, dalle quali siegue, che la indotta di prima specie risulta priva sempre di tensione, quindi priva della facolà di neutralizzarsi colla elettricità contraria; poichè la indotta di prima specie, finchè rimane tale, agisce soltanto coll'attrarre la sola inducente, pel principio della vicendevolezza di azione. Però debbo apertamente dichiarare, che non abbiamo affatto bisogno d'invocare la indicata mancanza di proprietà nella indotta di prima specie, per giungere a dimostrare quanto ci siamo proposti, cioè che la elettrica influenza non traversa le masse conduttrici, come ora vedremo.

§ 11.

Dietro il primo principio dobbiamo ammettere l'equazione (a_1); però dobbiamo soddisfare ad essa in guisa, da non trovarsi contraddetti dalla sperienza. L'equazione medesima può essere soddisfatta in tre modi, cioè 1° ponendo $Q = Q_1$; 2° ponendo $Q = Q_1 = o$; 3° ponendo $d = \infty$. Il primo di questi modi fu ammesso da molti, e fra questi vedemmo che si debbono annoverare Faraday, Briot, Belli, Murphy, Thomson, e Betti. Perciò dai medesimi fu asserito, che in un coibente armato e chiuso, la inducente Q eguaglia in quantità la indotta di prima specie Q_1. Ma ciò si oppone alla sperienza, la quale dimostra, che in ogni caso, la inducente supera sempre in quantità la indotta, sia di prima, sia di seconda specie. Dunque dobbiamo escludere che alla (a_1) possa nel modo primo soddisfarsi. Deve ancora esludersi la soddisfazione della (a_1) col secondo modo; giacchè le cariche Q, e Q_1 non possono riguardarsi nulle. Però siccome alla (a_1) deve soddisfarsi, perciò dovrà il terzo modo soltanto essere adottato unicamente a tal fine. Per tanto dovremo concludere che alla (a_1) si può soddisfare soltanto perchè le due azioni

$$\frac{Q}{d^2}, \text{ e } \frac{Q_1}{d^2}$$

sul punto considerato μ, sono come se agissero a distanza $d = \infty$, vale a dire a distanza infinitamente grande dal punto medesimo, *non ostante che in realtà le cariche* Q *e* Q_1 *si trovino a distanza finita dal punto stesso.* Ciò significa che la (a_1) dovrà verificarsi, dall'essere del tutto nulle *separatamente* le azioni della inducente Q, e della indotta Q_1 sul punto μ, lo che ci conduce a stabilire

$$(a_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{Q}{d^2} = o, \quad \frac{Q_1}{d^2} = o.$$

Ora è chiaro che l'annullamento di ognuna di queste azioni, dovrà verificarsi esclusivamente, o perchè la elettricità non possiede tensione, cioè non possiede facoltà di indurre; o perchè possedendola, non può questa facoltà traversare le masse conduttrici. Ma considerando la elettricità inducente, vale a dire l'azione $\frac{Q}{d^2}$, sappiamo dalla sperienza, che questa, essendo *libera*, possiede in atto le facoltà tutte che appartengono all'elettrico libero. Dunque l'azione della stessa inducente, sarà nulla sopra qualunque punto μ, unicamente perchè non può la medesima traversare le masse con-

duttrici. Considerando poi la elettricità indotta di prima specie $\frac{Q_1}{d^2}$, sappiamo dalla sperienza, che questa non è affatto libera, ed è invece del tutto dissimulata, cioè non possiede in atto le facoltà che costituiscono la essenza dell'elettrico libero, e perciò l'azione sua dev'essere pure nulla su qualunque punto μ. Ma se taluno volesse ostinarsi a credere, che la elettricità indotta di prima specie possiede la facoltà inducente, ossia possiede tensione, dovrà sempre ammettere, in virtù delle (a_2), cioè da quanto fu stabilito per la verificazione di esse, che l'azione della indotta medesima non traversa le masse conduttrici.

§ 12.

Da quanto abbiamo esposto fin qui, concludiamo, che dovendosi ammettere la (a_1), e *dovendosi essa conciliare colla sperienza,* l'unico mezzo per ciò fare, consiste nell'ammettere, non potere la facoltà influente della elettricità, traversare le masse conduttrici; e che perciò se pure la indotta di prima specie potesse indurre, ovvero possedesse in atto le facoltà della sua contraria, neppure potrebbe l'azione sua traversare le masse conduttrici. Ripetiamo che ciò si accorda perfettamente colla dottrina di Faraday, il quale anch'esso ritenne, non potere la elettrostatica influenza traversare le masse conduttrici (1), e prima di lui fu ciò riconosciuto dagli accademici del Cimento (2). Però Faraday ammette questo fatto a condizione, che le masse condutduttrici comunichino col suolo; ma noi crediamo che questa condizione non sia necessaria, e che il fatto avvenga egualmente, anche quando le masse conduttrici sieno isolate.

PARTE SECONDA — *Forma qualunque.*

§ 13.

Dopo quello che abbiamo dimostrato nella prima parte di questa memoria, per un coibente armato e chiuso, ma di forma sferica, si potrebbe senza più concludere, che se il coibente in proposito fosse di forma qualunque, si dovrebbe anche in questo caso verificare, che la influenza elettrica, ovvero la elettrostatica induzione, non traversa le masse conduttrici. Imperocchè non può concedersi, che la sola opportunità di forma, possa permettere alla elettrica influenza di traversare tali masse; cosicchè questo traversamento, che non può verificarsi per la forma sferica, riescir potesse per un'altra forma. Però volendo avere una conferma di quanto fu concluso, passiamo a generalizzare la precedente dimostrazione, supponendo che le armature di un coibente chiuso, abbiano forma qualunque (3).

Consideriamo per tanto un coibente armato, composto di due armature metalliche chiuse M, N, (fig. 7), isolate tra loro, e contenute una dentro l'altra. Si ritenga come nella precedente prima parte, che l'azione *totale* dell'elettrico deve risultare nulla, tanto rispetto ad un punto compreso nella massa metallica M, quanto nella N. Ora è chiaro, che sono da considerare tre diversi strati elettrici, dei quali uno

(1) Archives des scien. phys. et nat. de Genève 1856, p. 65, lin. 17.

(2) Saggi di naturali sperienze. Firenze 1667, p. 232.

(3) La parte analitica di questo secondo caso, trovasi pubblicata per estratto nei *Comptes rendus, LXXVIII, p.* 901.

di massa Q inducente, che trovasi distribuito sulla superficie A dell' armatura M; Questa massa elettrica è cognita, ed induce sulla interna superficie B dell'armatura seconda N, un secondo strato elettrico di massa Q_1 indotta di prima specie, ma di natura contraria rispetto quella di Q. Finalmente si avrà sulla esterna superficie C dell'armatura stessa N, un terzo strato elettrico Q_2 indotto di seconda specie, che sarà di natura omonima a quella di Q inducente, dovendo essere $Q_1 + Q_2 = o$, e tutto ciò come nella precedente prima parte.

Per maggiore semplicità poniamo, che lo strato elettrico, distribuito sulla esterna superficie C dell'armatura N, sia stato disperso nel suolo, e consideriamo in primo luogo nell'armatura M un qualunque punto p. Questo non riceve azione di sorta, perchè secondo il noto principio di Poisson, più volte citato, la risultante delle azioni, provenienti dagli strati elettrici A e B, si annulla sul medesimo punto. Per quanto poi riguarda la seconda massa metallica, ovvero l'armatura N, si vede che anche per essa deve aver luogo altrettanto. Imperocchè le indicate due azioni elettriche, sopra un qualunque punto, preso nell'interno dell'armatura stessa, e provenienti dagli strati elettrici A e B, debbono, secondo il principio più volte ricordato, avere una risultante nulla sul punto stesso. Da ciò discende, che neppure sopra qualsiasi punto di questa armatura N, ha luogo veruna elettrica *totale* azione.

Fissiamo un punto P nell' interno dell' armatura N, riferendo tutto ad un sistema ortogonale di tre assi OX, OY, OZ, colla origine loro in O, e poniamo che quello OX delle ascisse X passi per lo stesso punto P, mentre α rappresenta l'ascissa, ovvero la distanza che intercede fra questo punto, e la origine O degli assi. Consideriamo unicamente l'azione totale elettrica ovvero inducente degli strati A e B sul punto stesso P, ed anche sopra quei punti, che nell' armatura medesima, trovansi collocati sopra una superficie sferica di raggio α; cosicchè la distanza loro α dalla origine indicata, non debba mai variare. La conclusione cui giungeremo si deve riferire soltanto a questi punti, e ciò basta per gli altri.

Le coordinate costanti del punto P sono

$$x = \alpha, \; y = o, \; z = o;$$

quelle poi di qualunque punto p dello strato elettrico A, saranno x, y, z. Inoltre chiaro apparisce che, considerando il parallelepipedo rettangolare FBCHPp, formato (fig. 8) sulla Pp come diagonale, la distanza d del punto p dalla origine O, dovrà esprimersi con

$$Pp = d = \sqrt{[(\alpha - x)^2 + y^2 + z^2]}.$$

Nel triangolo F p P rettangolo in F, si chiami u l'angolo, formato dalla ipotenusa Pp coll'asse delle ascisse, ovvero colla FP, avremo

$$pP : FP = 1 : \cos. u,$$

donde

$$\cos. u = \frac{FP}{pP} = \frac{\alpha - x.}{d}.$$

Rappresentiamo con PQ la intensità della forza elettrica, la quale agisce lungo la Pp, in ragione inversa del quadrato della distanza, fra i due punti P, p; sarà

$$PQ = \frac{dm}{d^2},$$

ove dm rappresenta la massa dell'elemento elettrico in p. Ognuno poi vedrà essere F′ P la componente della forza PQ, diretta parallelamente all'asse delle ascisse. Per tanto dal triangolo Q F′ P, rettangolo in F′, abbiamo

$$\frac{dm}{d^2} : \mathrm{F'P} = 1 : \cos.u$$

donde

$$\cos.u = \frac{\mathrm{F'P}}{\left(\frac{dm}{d^2}\right)}.$$

Uguagliando fra loro i due trovati valori di $\cos.u$, avremo

$$\frac{\mathrm{F'P}}{\left(\frac{dm}{d^2}\right)} = \frac{\alpha - x}{d};$$

quindi la elementare componente lungo le ascisse X sarà

$$\mathrm{F'P} = \frac{\alpha - x}{d^3}\, dm.$$

Noi riguardiamo la densità dell'elettrico in ogni punto sempre la stessa, ma riguardiamo variabile l'accumulazione di esso, nei diversi punti di una superficie conducente, che abbia diversa curvatura nella sua estensione. Per tanto lo strato elettrico distribuito sopra una superficie conducente, avrà diversa ertezza, od accumulazione diversa, negli elementi suoi di curvatura diversa; ma per tutto avrà la stessa densità, che rappresenteremo con δ; quindi sarà

$$dm = \delta \;\; x\, dy\, dz.$$

Eliminando tanto la distanza d, quanto l'elemento dm dalla precedente formula, otterremo

$$\mathrm{F'P} = \frac{\delta\,(\alpha - x)\, dx\, dy\, dz}{\left[(\alpha - x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}}.$$

Perciò la risultante X di tutte le componenti elementari, che procedono da ogni elemento della massa elettrica induttrice, distribuita sulla superficie A dell'armatura M, ed agente sul punto P, collocato dentro l'armatura N, sarà espressa da

$$(a_3) \quad \ldots\ldots \quad \mathrm{X} = \delta \iiint \frac{(\alpha - x)\, dx\, dy\, dz}{\left[(\alpha - x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}},$$

ove i limiti degl'integrali, sono quelli stessi dello strato elettrico inducente.

§ 14.

Ora passiamo a sviluppare il secondo membro di questa equazione, secondo le potenze ascendenti di $\frac{1}{\alpha}$; ed a tal fine avremo

$$\frac{\alpha - x}{\left[(\alpha - x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} = \frac{\alpha - x}{\left[x^2 + y^2 + z^2 - 2\alpha x + \alpha^2\right]^{3/2}} =$$

$$= \frac{\alpha\left(1 - \frac{x}{\alpha}\right)}{\alpha^3\left[1 - \frac{2x}{\alpha} + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{\alpha^2}\right]^{3/2}} = \frac{1 - \frac{x}{\alpha}}{\alpha^2\left[1 - \left(\frac{2x}{\alpha} - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}}.$$

Ma troviamo ancora

$$\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2x}{\alpha}-\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}}=1+\frac{3}{2}\left(\frac{2x}{\alpha}-\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}\right)+$$

$$+\frac{15}{8}\left(\frac{2x}{\alpha}-\ldots\right)^2+\ldots$$

$$=1+\frac{3x}{\alpha}-\frac{3}{2}\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}\right)+\frac{15}{2}\frac{x^2}{\alpha^2}-\ldots=$$

$$=1+\frac{3x}{\alpha}+\frac{3}{2}\left(\frac{4x^2-y^2-z^2}{\alpha^2}\right)\ldots\ldots$$

Per tanto avremo:

$$\frac{1-\frac{x}{\alpha}}{\left[1-\left(\frac{2x}{\alpha}-\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}}=1+\frac{3x}{\alpha}+\frac{3}{2}\left(\frac{4x^2-y^2-z^2}{\alpha^2}\right)-\frac{x}{\alpha}-\frac{3x^2}{\alpha}\ldots=$$

$$=1+\frac{2x}{\alpha}+\frac{3}{2}\left(\frac{2x^2-y^2-z^2}{\alpha^2}\right)\ldots;$$

Moltiplicando questa uguaglianza per $\frac{1}{\alpha^2}$, sarà

$$\frac{1-\frac{x}{\alpha}}{\alpha^2\left[1-\left(\frac{2x}{\alpha}-\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}}=\frac{1}{\alpha^2}\left[1+\frac{2x}{\alpha}+\frac{3}{2}\left(\frac{2x^2-y^2-z^2}{\alpha^2}\right)\right]\ldots=$$

$$=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{2x}{\alpha^3}+\frac{3}{2}\left(\frac{2x^2-y^2-z^2}{\alpha^4}\right)\ldots,$$

e finalmente

$$\frac{\alpha-x}{\left[(\alpha-x)^2+y^2+z^2\right]^{3/2}}=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{2x}{\alpha^3}+\frac{3}{2}\left(\frac{2x^2-y^2-z^2}{\alpha^4}\right)+\ldots$$

Sostituendo questo sviluppo nella (a_3), avremo

$$X=\delta\int\int\int\left[\frac{1}{\alpha^2}+\frac{2x}{\alpha^3}+\frac{3}{2}\left(\frac{2x^2-y^2-z^2}{\alpha^4}\right)+\ldots\right]dx\,dy\,dz,$$

ovvero

$$(a_4)\quad\ldots\quad X=\frac{\delta}{\alpha^2}\int\int\int dx\,dy\,dz+\frac{2\delta}{\alpha^3}\int\int\int x\,dx\,dy\,dz$$

$$+\frac{3\delta}{2\alpha^4}\int\int\int\left(2x^2-y^2-z^2\right)dx\,dy\,dz+\ldots$$

Questa è la formula che assegna sul punto P (fig. 7), la totale azione dello strato elettrico inducente, distribuito sulla superficie A dell'armatura M.

L'azione medesima è diretta lungo l'asse delle ascisse x, ed i limiti degli integrali contenuti nella (a_4), sono quelli stessi che appartengono al medesimo strato.

§ 15.

Dopo ciò passiamo a considerare sul medesimo punto P, l'azione totale dello strato elettrico indotto, e distribuito sulla interna superficie B dell' armatura N. Chiaro apparisce, che dovremo giungere ad una equazione, simile del tutto alla precedente (a_4); però con questa differenza, che in essa i termini saranno di contrario segno a quelli della prima, essendo la natura elettrica di questo strato indotto B, contraria dell'altra, che appartiene allo strato inducente A.

Per tanto se indicheremo con x_1, y_1, z_1, le coordinate di un punto qualunque p_1 dello strato elettrico in B, e con X_1 la risultante di tutte le azioni componenti elementari, parallele all'asse delle ascisse x, agenti sul punto P, già considerato; le quali azioni dovranno essere di contrario segno a quelle rappresentate con X, avremo

$$(a_5) \quad . \quad . \quad X_1 = -\frac{\delta}{\alpha^2}\int\int\int dx_1\, dy_1\, dz_1 - \frac{2\delta}{\alpha^3}\int\int\int x_1 dx_1 dy_1 dz_1$$

$$-\frac{3\delta}{2\alpha^4}\int\int\int (2x_1^2 - y_1^2 - z_1^2)\, dx_1\, dy_1\, dz_1 - \ldots.$$

Ma siccome l'azione complessiva dei due strati elettrici ora considerati, uno sulla superficie A, l'altro sulla B, deve, pel principio di Poisson, annullarsi relativamente a qualunque punto P, collocato nell'interno dell'armatura N; perciò sarà

$$X + X_1 = o.$$

Sostituendo in questa equazione i valori ottenuti dalle (a_4) ed (a_5), si otterrà quella che siegue

$$(a_6) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \left(\int\int\int dx\, dy\, dz - \int\int\int dx_1\, dy_1\, dz_1\right)\frac{1}{\alpha^2}$$

$$+ 2\left(\int\int\int x\, dx\, dy\, dz - \int\int\int x_1\, dx_1\, dy_1\, dz_1\right)\frac{1}{\alpha^3}$$

$$+ \frac{3}{2}\left[\int\int\int (2x^2 - y^2 - z^2)\, dx\, dy\, dz - \int\int\int (2x_1^2 - y_1^2 - z_1^2)\, dx_1\, dy_1\, dz_1\right]\frac{1}{\alpha^4}$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = o.$$

Di tali equazioni se ne debbono avere tante, quanti sono i punti considerati nell'interno dell' armatura N; e da ognuna di esse potrà ugualmente giungersi alla medesima conseguenza, che ora dalla (a_6) dedurremo.

§ 16.

A questa equazione si può soddisfare in quattro diversi modi, fra i quali dobbiamo adottare solo quello, che si accorda colla natura della nostra quistione, e che non sia contraddetto dalla sperienza. Primieramente si potrebbe la (a_6) annullare supponendo $\frac{1}{\alpha}$ variabile; per lo che, secondo quanto sappiamo dalla teorica dei coefficienti indeterminati, dovrebbero i cofficienti binomiali di qualunque potenza della variabile stessa $\frac{1}{\alpha}$, essere nulli; perciò saremmo costretti a stabilire la seguente uguaglianza

$$\delta\int\int\int dx\, dy\, dz = \delta\int\int\int dx_1\, dy_1\, dz_1.$$

E poichè il primo membro della eguaglianza medesima, rappresenta la massa inducente, mentre il secondo rappresenta quella indotta di prima specie; perciò fatto α variabile, saremmo condotti ad ammettere, che la carica inducente uguaglia nella quantità la indotta, contro quello che insegna la sperienza. Questo modo adunque di soddisfare la (a_6), appartiene ad una ricerca diversa dalla nostra. Concludiamo quindi che per l'annullamento della (a_6), non può ritenersi α variabile, non petendosi andare contro un fatto sperimentalmente certo; ma che invece si deve ritenere α costante, cioè si deve soddisfare altra (a_6) singolarmente per ciascun punto P, lo che si accorda col principio di Poisson, relativo alla verificazione di questa eguaglianza. Quindi è da rignardare la (a_6), come appartenente complessivamente a tutti quei punti, compresi nell'armatura N, i quali hanno α costante; i quali cioè si trovano sopra una superficie sferica, che avendo il suo centro nell'origine O delle coordinate, ha il raggio α.

Secondariamente si potrebbe soddisfare alla (a_6), supponendo che il primo suo termine uguagli la somma di tutti gli altri. Ma è da riflettere che il primo indicato termine, risulta sempre lo stesso, qualunque sia la collocazione del punto P. Imperocchè questo primo termine rappresenta sempre la differenza *costante* delle due cariche di elettricità, una inducente, l'altra indotta; mentre la indicata somma degli altri termini della (a_6) rappresenta una variabile, dovendo l'asse delle x passare sempre pel punto P, il quale cambia di posizione. Laonde vede ognuno, che l'indicato annullamento non si può verificare, non potendosi mai supporre una variabile uguale ad una costante.

In terzo luogo potrebbe la (a_6) verificarsi, ponendo

$$\delta \int\int\int dx\, dy\, dz = o, \quad \delta \int\int\int dx_1\, dy_1\, dz_1 = o,$$

ma ciò non è da potersi ammettere nel caso nostro; perchè le masse, ovvero le cariche di elettricità, non possono mancare nell'attuale ricerca.

In quarto luogo potrà soddisfarsi alla (a_6), ponendo $\alpha = \infty$, per lo che tanto la (a_4), quanto la (a_5) dovranno annullarsi, ed avremo

$$X = o\,, \quad X_1 = o.$$

Questo è nella ricerca nostra l'unico modo per soddisfare alla (a_6), senza contraddire alla sperienza, e senza cadere in assurdi. Perciò le azioni delle X, X_1 sul punto P, debbono riguardarsi come se questo punto fosse infinitamente distante dagli strati elettrici, uno inducente, l'altro indotto del nostro coibente armato (fig. 7). Vero è che questi medesimi strati sono a distanza finita dal punto P, ma dovendosi necessariamente soddisfare alla (a_6), e dovendosi altresì accordare colla sperienza, è giuoco forza ritenere, che non già gli strati, ma soltanto le azioni dei medesimi sul punto P, sieno come se questo punto fosse a distanza infinita da essi. Così essendo, poichè l'azione separata di ognuna delle due forze X ed X_1 come ora vedemmo, deve riguardarsi nulla sul punto stesso; perciò dovremo concludere, in modo identico a quanto fu concluso nella prima parte della presente memoria, cioè che la influenza elettrica non traversa le masse conduttrici.

Abbiamo voluto confermare con questa seconda parte, quello che fu concluso nella prima, riguardo ad un coibente armato e chiuso, però di sferica forma. Ma questa

conferma non era necessaria; giacchè quando si è dimostrato in un caso particolare, che la influenza elettrica non traversa le masse conduttrici, non può negarsi che avvenga lo stesso in qualunque altro caso. Quindi essendosi dimostrato nella prima parte, che questo traversare non può succedere in un coibente armato e chiuso, ma di forma sferica, si deve senza più concedere, che neppure potrà succedere in un coibente armato di qualunque altra forma.

§ 17.

Dobbiamo inoltre osservare, che per essersi da me dimostrato in più guise (1), che la indotta di prima specie non tende, cioè che risulta del tutto dissimulata; da ciò discende senz'altro, per mezzo di una semplicissima sperienza, che la elettrica influenza od elettrostatica induzione, non può traversare affatto le masse conduttrici. La indicata sperienza si eseguisce a questo modo. Un elettroscopio a pile secche si ricuopra con un cilindro di tela metallica non isolata, e di maglie sufficientemente anguste; quindi si avvicini quanto si vuole a questa tela un inducente. La foglia d'oro pendente fra i due poli contrari delle pile secche, rimarrà immobile, lo che dimostra essa non ricevere azione veruna dell'inducente. Due sono le forze elettriche le quali potrebbero agire in questo caso sul bottone dell'elettroscopio; cioè la influenza diretta dell'inducente, e la influenza contraria della indotta di prima specie, che si trova sulla esterna superficie dell'inviluppo di rete metallica *non isolata*. Ma poichè questa indotta non ha tensione, vale a dire si riconosce del tutto dissimulata, resta soltanto l'azione diretta della inducente, la quale non si manifesta punto dall'elettroscopio; perciò non traversa essa il tessuto metallico non isolato che lo circonda. Ora se la influenza non traversa un tessuto metallico non isolato, neppure traverserà un conduttore tutto compatto non isolato, e di più non lo traverserà neppure quando il conduttore medesimo si mantenga isolato; lo che se non può dimostrarsi colla sperienza, viene consentito dal raziocinio.

Faraday dalla sperienza ora indicata, ma senza dichiarare, che la indotta di prima specie sia del tutto dissimulata, concluse che la elettrica influenza non traversa le masse conduttrici ed isolate (2). Però questa conseguenza non è giusta, senza riconoscere che la indotta di prima specie riesce del tutto dissimulata, vale a dire che non possiede tensione, non può respingere se stessa, non può influire, non può comunicarsi, e non può neutralizzarsi colla sua contraria. Imperocchè la sola nullità di effetto accusata dall'elettroscopio, non basta per dimostrare ad evidenza, che la elettrostatica induzione non traversa le masse metalliche, potendosi rispondere a Faraday, che sulla esterna superficie dell' inviluppo metallico comunicante col suolo, avvi la indotta di prima specie; si avrebbero perciò due sorgenti d'induzione di natura fra loro contrarie, le quali traversando ambedue l'inviluppo metallico, potrebbero produrre un effetto nullo sull'elettroscopio. Quindi la sperienza di Faraday, senza ri-

(1) Comptes rendus, t. XXXIX, p. 177; t. XL, p. 246; t. XLI, p. 553; t. XLIII, p. 719; t. XLIV; p. 17; t. XLVII, p. 623 et 664; t. XLVIII, p. 1162; t. LIX, p. 570 et p. 962; t. LXI, p. 548; t. LXVII, p. 843; t. LXIX, p. 730: t. LXXIV, p. 860; t. LXXV, p. 257; t. LXXVI, p. 169 et 1296; t. LXXVIII, p. 901; t. LXXIX, p. 1120.

(2) Archives des sciences phys. et nat. de Genève 1856, p. 65, l. 17.

correre alla dissimulazione della indotta di prima specie, non autorizza punto ad ammettere l'asserzione di questo illustre fisico. Del resto è poi certo che Faraday non abbia riconosciuto la dissimulazione della indotta di prima specie S. Non abbiamo verun argomento per negare a Faraday questa cognizione, mentre dall'asserto suo, forse ne avremmo quanto basterebbe, per credere che la possedesse. Ma interessa molto per la elettrostatica, potersi a buon diritto concludere dalla sperienza medesima, che la influenza elettrica, diretta sopra un corpo, difeso da un inviluppo metallico non isolato, non produce verun effetto sul corpo stesso. Ciò vale a dire che se fra un corpo inducente A, ed un altro qualunque C nello stato neutrale, interpongasi un conduttore non isolato B, in guisa che tanto A quanto C, vengano dallo stesso B ecclissati reciprocamente, il corpo C non riceverà azione *diretta* veruna, nè dall'inducente A, nè dall'indotto B. La sperienza in più guise dimostra ciò essere indubitatamente vero.

§ 18.

Possiamo anche valerci della formula di Green, per dimostrare speditamente, che la influenza elettrica non traversa le masse metalliche, come già dalla sperienza riconobbero il celebre Faraday, e prima di lui gli accademici del Cimento. Sieno a questo fine q_1, q_2, q_3, ... delle masse di elettricità isolate, poste nell'interno di un corpo AB conduttore (fig. 9), cioè tutto metallico e chiuso, il quale inviluppi le indicate masse, che per maggiore semplicità supponiamo tutte della stessa natura. Queste cariche omonime, agendo per induzione sulla interna superficie del supposto inviluppo conduttore AB, vi produrranno uno strato elettrico indotto di prima specie, la massa del quale verrà espressa da Q_1, e sarà eteronima di quella inducente. Quindi sulla esterna superficie dello stesso inviluppo sarà distribuito, per effetto della elettrica repulsione, ovvero tensione, uno strato elettrico, di cui la massa verrà espressa da Q_2, ed avrà natura omonima della inducente stessa.

Indichiamo con punteggiatura una superficie chiusa S, dentro la ertezza dell' inviluppo AB, fra le due superficie dalle quali esso è limitato, una interna, l'altra esterna, ed applichiamo a questa superficie la formula

$$\int \frac{dV}{ds}\, d\sigma = -4\pi Q,$$

nella quale V rappresenta il potenziale di *tutta* la massa elettrica Q, agente secondo la legge di Newton [1]; mentre lo stesso V rappresenta pur anco una superficie di livello, laonde avrà esso un valore costante in tutto il corpo AB, ossia dovrà stabilirsi

$$V = \text{costante},$$

quindi avremo

$$\frac{dV}{ds} = o,$$

donde

$$(a_7) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad Q = o.$$

[1] V. Charles Briot, Théorie Mécanique de la chaleur. Paris 1869, p. 217 . . . . 223.

E poichè chiamammo Q tutta la massa elettrica, che agisce su qualunque punto della S, perciò sarà

$$Q = Q_1 + q_1 + q_2 + q_3 + \ldots = o,$$

donde

$$(a_8) \quad \ldots\ldots\ldots \quad Q_1 = -(q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots).$$

Si osservi che non dobbiamo tener conto dell' altra massa elettrica Q_2, indotta di seconda specie, non avendo questa verun effetto sul punto considerato, a motivo che per ipotesi esso trovasi al disotto dello strato elettrico di massa Q_1. Per tanto dalla (a_7) concludono i fisici matematici, che in un coibente armato e chiuso, la inducente $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \ldots\ldots$ eguaglia numericamente la indotta Q_1.

Il sistema rappresentato (fig. 9), è veramente un coibente armato e chiuso di qualunque forma, nel quale il coibente viene costituito dall'aria contenuta in esso, l'armatura interna viene costituita dai corpi su i quali si trovano le cariche di elettricità q_1, q_2, q_3, ..., mentre l'armatura esterna consiste nel corpo metallico AB. Però la conclusione (a_8) che deducono i fisici matematici dalla (a_7), non si accorda colla sperienza; la quale, come già dimostrammo in principio di questa memoria, se con ogni esattezza venga eseguita, ne mostra, che anche in un coibente armato e chiuso, la inducente supera in quantità la indotta. Perciò concludiamo a buon diritto, che la (a_8) è una soluzione analitica, ma non fisica della (a_7). Inoltre dobbiamo riflettere che la (a_7), ossia la

$$(a_9) \quad \ldots\ldots\ldots \quad Q_1 + q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots = o,$$

da cui discende la (a_8), deve necessariamente soddisfarsi, perchè consiegue dal principio

$$\frac{dV}{ds} = o,$$

che si verifica sempre sperimentalmente, cioè dall'essere zero la influenza elettrica sopra un punto, abbastanza difeso, mediante masse conduttrici, dalla influenza stessa. Ma la sperienza non consente che la (a_7) sia soddisfatta dalla (a_8); dobbiamo quindi trovare un altro modo a soddisfarla. Per tanto, conforme a quello che già dichiarammo, e concludemmo nei precedenti simili casi, questo altro modo consiste nel ritenere, che il significato della (a_9), riguarda l'effetto delle cariche Q_1, e $q_1 + q_2 + q_3 + \ldots$ sul punto considerato. Inoltre poichè l' effetto medesimo è come se tali cariche non esistessero, ovvero come se fossero collocate infinitamente lontane da quel punto, perciò la (a_9) dovrà essere soddisfatta dal porre in essa

$$(a_{10}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad Q_1 = o, \text{ e } q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots = o.$$

Ciò, se bene riflettasi, presenta una soluzione tanto analitica, quanto fisica della (a_9); poichè queste due cariche, sebbene in realtà non sieno nulle, però riguardo all'effetto loro complessivo, esso è come se le medesime non esistessero, ed il supporle tali riguarda solamente l'effetto loro sull'indicato punto. Perciò questa supposizione, indispensabile a fine di soddisfare alla (a_9) senza contraddire alla sperienza, ed associata colla reale esistenza delle cariche indicate, conduce a concludere, che la influenza elettrica è tale riguardo al dato punto, quale sarebbe se quelle cariche non esistessero. Ma questo concetto implica la impossibilità che la detta influenza tra-

versi le masse conduttrici: dunque le (a_{10}) si debbono interpretrare come una dimostrazione della impossibilità stessa, che forma lo scopo principale di questa memoria.

Terminiamo con osservare, che se i fisici accettano il modo col quale si deve soddisfare all' equazioni finali, cui conduce il calcolo, applicato alla ricerca in proposito, allora non ci troveremo in contradizione colla sperienza. Se poi questo mio modo di soddisfare a quelle finali equazioni non si accetti, ed invece si voglia ritenere, che in un coibente armato e chiuso, la indotta eguaglia la inducente; allora saremo contraddetti dalla sperienza, e dovremo concludere, che il calcolo da cui quell'equazioni discendono, non è del tutto esatto.

Fig. 1.ª

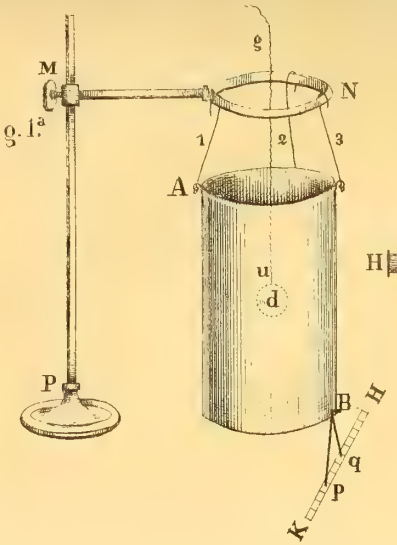


Fig. 2.ª

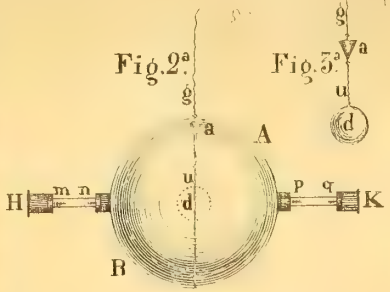


Fig. 3.ª

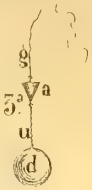


Fig. 4.ª

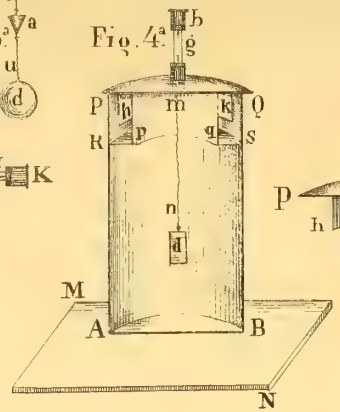


Fig. 5.ª

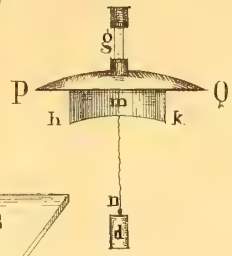


Fig. 6.ª

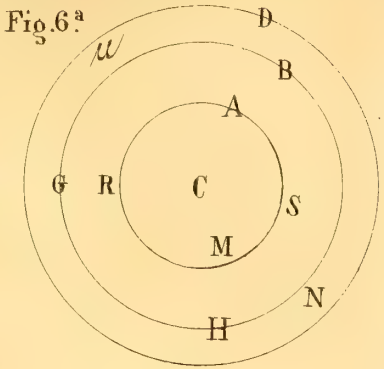


Fig. 7.ª

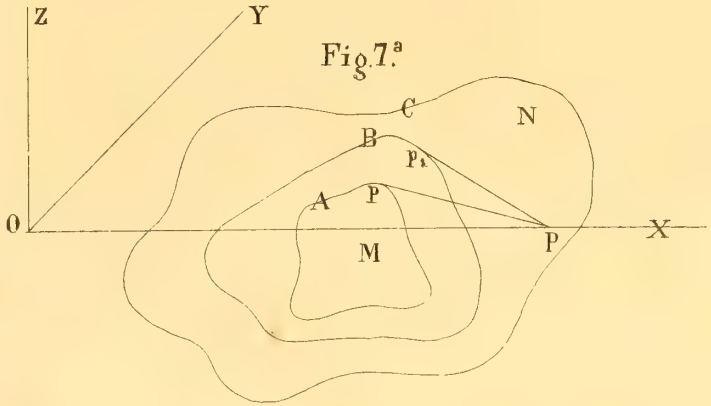


Fig. 8.ª

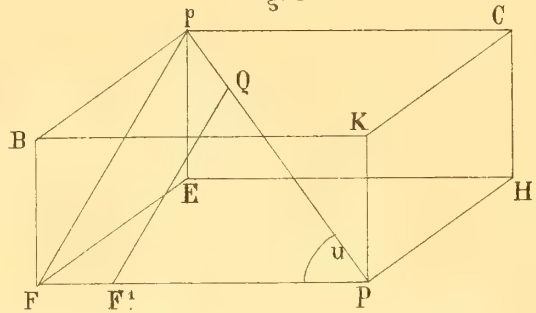
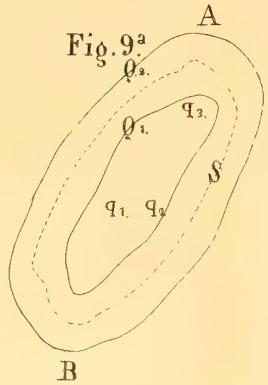


Fig. 9.ª



Paragone paleontologico dei varii lembi di Lias superiore in Lombardia.

Memoria del socio G. MENEGHINI

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

Specie di Ammoniti della Calcaria ammonitica rossa di Lombardia (1).

HARPOCERAS
- a. b. *bifrons* Brug.
- a. *serpentinum* Rein.
- a. b. *falcifer* Sow.
- b. *complanatum* Brug.
- b. *discoides* Ziet.
- b. *Comense* d. B.
- b. *Mercati* Hauer
- b. *radians* Rein.
- m. *Algovianum* Op.
- m. *Masseanum* d'Orb. (Bic.)
- m. *retrorsicosta* Op.
- b. cfr. *Kurrianum* Op.
- b. *Levesquei* d'Orb.
- b. *Aalense* Ziet.
- b. *variabile* d'Orb.
- b. *insigne* Schubl.
- Ad. *Reussi* Hauer
- a. *subcarinatum* Y. B.
- b. *sternale* d. B.

AMALTHEUS
- m. *margaritatus* Montf.
- m. *spinatus* Brug.

STEPHANOCERAS
- a. *subarmatum* Y. B.
- m. *Davoei* Sow. (Bic.)
- a. *crassum* Y. B.
  - var. *mucronatum* d'Orb.
- a. *Braunianum* d'Orb.
  - *subanguinum* n. sp.
- m. *Regazzonii* Hauer
- a. *Desplacei* d'Orb.

PERISPHINCITES
- o. *scissus* Ben.

AEGOCERAS
- m. *Taylori Sow.*
- m. *striatum* Rein. (Bic.)

PHYLLOCERAS
- *Lariense* n. sp.
- b. *Mimatense* d'Orb.
- Ad. *Partschi* Stur (Clivio)
- a *eximium* Hauer (Bic.)
- m. *Zetes* d'Orb.
  - *Lariense* var. n. sp.? (Bic.)
- b. *Doderleinianum* Cat.
  - *Bicicolae* n. sp. (Bic.)
- m. *frondosum* Reyn.
- o. cfr. *heterophylloides* Opp. (Bic.)
  - *selinoides* n. sp.
  - *Ausonium* n. sp.
  - *Spadae* n. sp.
- b. *Capitanei* Cat.

(1) Nella Calcaria ammonitica rossa dell' Appennino centrale, oltre tutte le citate specie:
a b *Harpoceras Lythense* Y. B.
Lytoceras velifer n. sp.
» *sepositum* n. sp.

PHYLLOCERAS
b. *Nilsoni* Hèb.
o. *disputabile* Zitt. (Luera, Fraschirolo).
Stoppanii n. sp.
LYTOCERAS
m. *fimbriatum* Sow.?
m. *lineatum* Schlt.?
a *Cornucopiae* Y. B.
Cereris n. sp.
a *Czizeki* Hauer (Bic.)
Dorcadis n. sp.
spirorbis n. sp.

Delle 48 specie (51 comprendendovi quelle dell'Umbria), due sole apparterrebbero alla Oolite (o.), e otto al Lias medio (m.), le altre tutte, od anche altrove (Adneth; *a.* zona della *Posidonomya Bronni; b.* zona dell'*A.* (*jurensis*) riconosciute spettanti al Lias superiore, o particolari di questo giacimento.

Sarebbero della Oolite inferiore:

Perisphincites scissus Ben., rappresentata da frammenti, sui quali non si può pronunziare un certo giudizio.

Phylloceras disputabile Zitt., il cui nome specifico ha diretta significazione anche per il caso nostro, trattandosi d'incompleti esemplari.

Sono annoverate come proprie del Lias medio (m.) le specie seguenti:

1. *Harpoceras Algovianum* Op. Frequentissima nel Medolo e nella Calcaria bigia di Pilzone, è invece rara nella Calcaria rossa di Lombardia e dell'Umbria.

2. *Harpoceras retrorsicosta* Op. Frequente pure nel Medolo a confronto della Calcaria rossa.

3. *Amaltheus margaritatus* Montf., un solo esemplare.

4. *Amaltheus spinatus* Brug., parecchi esemplari.

5. *Stephanoceras Regazzonii* Hauer, che annoveriamo fra quelle del Lias medio, perchè come tale ritenuta dal Reynès e dallo Zittel.

6. *Aegoceras Taylori* Sow., un solo esemplare, mentre non è raro nel Medolo.

7. *Phylloceras Zetes* d'Orb. Pochi esemplari.

8. *Phylloceras frondosum* Reyn. Un solo esemplare.

Si potrebbe aggiungere: il vero *Lytoceras fimbriatum* Sow., ed il *Lytoceras lineatum* Schlt., distinto secondo i caratteri assegnati dal Quenstedt, ma le determinazioni di queste due specie sono proposte con qualche dubbio per esemplari incompleti.

Ritenendo per esatte le determinazioni delle otto specie suddette, come crediamo lo sieno, se ne avrebbe già un argomento a riguardare la Calcaria rossa ammonitica di Lombardia (e conseguentemente quella pure dell'Umbria) come rappresentante della zona inferiore o più antica del Lias superiore, quella cioè che s'intitola della *Posidonomya Bronni;* anzichè alla superiore, ossia quella dell'*Am. jurensis*, più ravvicinata alla Oolitè, ossia al Dogger, accennata dalle due specie superiormente avvertite.

Attenendoci per altro alle indicazioni dell'Oppel, riguardo alle specie che si trovano anche in altri giacimenti, ove le due zone siano distinte, troviamo in numero pressochè eguale quelle che alla prima (a.) e quelle che alla seconda (b.) zona dovrebbero riferirsi.

La piccola fauna della Calcaria rossa marmorea di Bicicola (21 sp.), benchè per la maggioranza delle specie corrisponda a quella della solita Calcaria rossa

marnosa di Pian-d' Erba ecc., presenta otto forme specifiche o di varietà distinte, che in questa ultima non si trovano; tre di esse apparterrebbero al Lias medio: *Harpoceras Masseanum, Stephanoceras Davoei, Aegoceras striatum;* e vi mancano le specie piu caratteristiche del Lias superiore: *Harp. bifrons, H, Comense, H. Mercati, H. insigne, Pylloceras Doderleinianum, Ph. Nilsoni.*

Se ne dedurrebbe quindi che essi strati marmorei rappresentassero un piano di alcun poco inferiore a quello di Pian-d'Erba. O piuttosto, riguardando quella differenza litologica e paleontologica come affatto locale, e consentendo nella opinione generalmente ammessa che stratigraficamente essi strati di Bicicola, come quelli d'Induno, siano ad unificarsi con quelli di Pian-d' Erba, si ha complessivamente una somma di 56 specie, 13 delle quali si trovano in altri luoghi nei piani del Lias medio, due sole in quelli della Oolite inferiore, concludendo che, considerata complessivamente, la Calcaria ammonitica rossa di Lombardia (e conseguentemente quella dell'Umbria) rappresenta prevalentemente la parte inferiore del Lias superiore.

Specie di Ammoniti del Medolo (dei contorni di Brescia)

HARPOCERAS
- » *bifrons* Brug.
- » *complanatum* Brug.
- » *Comense* d. B.
- » —» — var. exulans
- » *Mercati* Hauer
- » —» — var. *micrasterias.*
- » *radians* Rein.
- » *Algovianum* Op.
- » *retrorsicosta* Op.
- » *Ruthenense* Reyn.
- » —» — var. *microspira*
- » *Domarense* n. sp.
- » *pectinatum* n. sp.
- » *Curionii* n. sp.
- » *Boscense* Reyn.
- » *Aalense* Ziet.
- » *Lythense* Y. B.
- » *Falcicula* n. sp.
- » *insigne* Schubl.

AMALTHEUS
- » *margaritatus* Montf.
- » *spinatus* Brug.

STEPHANOCERAS
- » *crassum* Y. B.
- » *subanguinum* Mgh.
- » *Regazzonii* Hauer.
- » *Mortilleti* n. sp.

AEGOCERAS
- » *Taylori* Sow.
- » *Spinellii* Hauer
- » *evictum* n. sp.

PHYLLOCERAS
- » *Mimatense* d'Orb.
- » *Calais* n. sp.
- » *Partschi* St.
- » *Zetes* d'Orb.
- » *Hebertinum* Reyn.
- » *frondosum* Reyn.
- » *Nilsoni* Hèb.
- » *Capitanei* Cat.
- » *Stoppanii* Mgh.
- » *dolosum* n. sp.

LYTOCERAS
- » *fimbriatum* Sow.
- » *Cornucopiae* Y. B.
- » *Villae* Mgh.
- » *Cereris* Mgh.
- » *nothum* n. sp.
- » *Trompianum* Hauer
- » *Dorcadis* Mgh.
- » *loricatum* n. sp.
- » *mendax* n. sp.
- » *Grandonense* n. sp.

Delle 48 specie o varietà, 28 sono comuni alla Calcaria rossa di Pian-d'Erba, comprese fra queste le 8 presenti in quella fauna (9 comprendendovi il *Lyt. fimbriatum*), benchè annoverate dagli Autori come proprie del Lias medio, e con ciò di notevole che esse tutte, mentre ivi sono rare, qui invece sono delle più frequenti. Delle residue 19, le 4 comuni ad altri giacimenti sono riguardate come appartenenti al Lias medio, e 15 sono credute nuove, cioè speciali al giacimento del Medolo, e quindi senza valore in quanto alla determinazione del piano. Sono quindi 18 specie del Lias superiore, e 13 del Lias medio; ma, contro alla deduzione dell'apparente prevalenza delle prime, conviene avvertire che le specie più caratteristiche, come l'*Harp. bifrons, H. Comense, H. Mercati, H. insigne, Lytoceras Cornucopiae* ecc. vi sono rare; e talune, come *Harp. serpentinum, H. falcifer, H. discoides, H. Levesquei, H. subcarinatum, H. sternale, Stephan. Desplaei, Phylloceras Doderleinianum* vi mancano affatto.

Sembra quindi doversi il piano del Medolo riguardare come intermedio fra il Lias medio ed il superiore.

Specie di Ammoniti della Calcaria bigia del Lago d'Iseo

HARPOCERAS
- » *Comense* d. B.
- » *serpentinum* Rein.
- » *radians* Rein.
- » — » — var.
- » sp. n.
- » *Ruthenense* Reyn.
- » *Algovianum* Op.

STEPHANOCERAS
- » *Davoei* Sow.
- » *crassum* Y. B.
- » *subarmatum* Y. B.
- » *Mortilleti* Mgh.

AEGOCERAS
- » *Spinellii* Hauer

PHYLLOCERAS
- » *Mimatense* d'Orb.
- » *Partschi* Stur
- » sp. ind.

LYTOCERAS
- » *Dorcadis* Mgh.
- » *fimbriatum* Sow.
- » *Cornucopiae* Y. B.

La piccola fauna della Calcaria bigia dei contorni del Lago d'Iseo (18 sp.) è in massima parte costituita da specie che si trovano pure nel Medolo; ma ve se ne aggiungono: 5: *Harpoceras Comense, H. serpentinum, Stephanoceras subarmatum, Lytoceras Dorcadis e Cornucopiae* della Calcaria rossa marnosa, e caratteristiche del Lias superiore, e nello stesso tempo una: *Stephanoceras Davoei,* delle più decisamente spettanti al Lias medio, e per la quale si manifesta un ravvicinamento col marmo rosso di Bicicola.

Benchè lo studio degli altri fossili dei varii lembi di terreno liassico superiore della Lombardia non sia ancora compito, pure si può fin d'ora annunciare che ne risultano generalmente confermate le deduzioni appoggiate al confronto delle molte specie di Ammoniti.

Osservazioni del diametro solare fatte al R. Osservatorio del Campidoglio. Nota del prof. L. RESPIGHI

letta nella seduta del 4 aprile 1875.

L'importante questione della grandezza del diametro del sole, che forma già da lungo tempo oggetto di gravi discussioni e controversie, causate principalmente dalle sensibili discordanze verificatesi nei risultati ottenuti dai varii osservatori, dai diversi strumenti e metodi usati nelle osservazioni, e dalle varie epoche in cui queste furono fatte, in questi ultimi anni è stata ripresa dagli astronomi con molto interesse e calore in causa di altre questioni con essa strettamente collegate.

Questa questione è stata discussa sotto tre diversi aspetti, e cioè in riguardo al valore assoluto del diametro solare, in riguardo alle variazioni alle quali esso può essere soggetto in brevi o in lunghi periodi, e finalmente in riguardo alle differenze, che esso può presentare secondo le varie latitudini eliocentriche, ossia dall'equatore ai poli, in relazione ad uno schiacciamento.

Le osservazioni sulle quali può basarsi la soluzione di questi quesiti sono:

1.° La durata del passaggio del disco solare osservata al cannocchiale meridiano, dalla quale può ricavarsi il valore del diametro orizzontale, il quale però oscilla nell'intervallo di un anno prossimamente fra i paralleli di latitudine + 26° e — 26°.

2.° La differenza delle distanze zenitali dei due bordi superiore ed inferiore, osservate al passaggio meridiano per mezzo dei circoli graduati, dalla quale può ottenersi il diametro verticale, che nel corso dell'anno oscilla in una calotta polare di circa 26° di semiapertura.

3.° Le misure dirette dei varî diametri in corrispondenza alle varie latitudini, fatte per mezzo degli eliometri.

Il primo metodo di misurare il diametro solare, a mio modo di vedere, è il più opportuno e il più sicuro per la determinazione del valore assoluto del diametro stesso nelle zone equatoriali, sia per la semplicità e facilità del modo di osservare, sia per la moltiplicità delle misure che possono aversi in ogni passaggio, sia pel grande numero di strumenti meridiani a ciò applicabili, sia per la stabilità di questi strumenti, sia finalmente pel grande numero di osservatori che possono dedicarsi a queste misure; onde è più probabile di ottenere nel medio dei varii risultati una conveniente compensazione delle moltiplici influenze, che dipendentemente dalla diversità degli strumenti, dalla diversità delle condizioni atmosferiche e dei climi, e dalle varie attitudini e disposizioni personali degli osservatori, possono più o meno sensibilmente contrariare l'esattezza dei risultati.

Con questo metodo però possiamo misurare i diametri solari soltanto in

prossimità all'equatore, e quindi riesce assai difficile il verificare, se nel sole esista una qualche traccia di schiacciamento.

Col secondo metodo di osservazione noi possiamo avere la misura dei diametri solari in vicinanza ai poli, e perciò col loro confronto coi diametri orizzontali, misurati col primo processo, si renderebbe più probabile la verifica di questa ellitticità o schiacciamento, qualora però si potesse raggiungere in tali misure un egual grado di precisione.

L'esattezza dei risultati in questo secondo modo di misurare il diametro solare dipende principalmente dalla perfezione della graduazione dei circoli meridiani, che danno la differenza delle distanze zenitali dei due bordi orizzontali del sole, e perciò esso è riservato soltanto a quegli osservatorî che sono forniti di grandi ed ottimi circoli meridiani. Siccome poi con questo processo non può farsi sopra ogni bordo che una sola o poche collimazioni, così nel valore del diametro da esso dedotto è più difficile di ottenere la compensazione di quegli errori, che sono prodotti dallo stato di indecisione o di ondulazione da cui trovasi più o meno alterato il bordo o contorno del disco solare; cosicchè supponendo pure l'errore probabile di ognuna di queste osservazioni minore di quello che può commettersi col metodo delle durate negli appulsi dei bordi con ogni filo del reticolo, ciò non ostante non sembra potersi accordare al valore ottenuto col primo metodo quello stesso grado di fiducia che può accordarsi al medio valore ricavato col secondo.

Confrontando i valori ottenuti in questi due modi pel diametro orizzontale e verticale del sole, noi vediamo che le differenze fra i medesimi vanno successivamente diminuendo col progressivo perfezionamento dei circoli meridiani, in modo da rendere assai probabile , se non certo, che il diametro solare è sensibilmente della stessa grandezza tanto all'equatore come ai poli, e che perciò non vi ha schiacciamento sensibile nel corpo solare.

Che se tuttora si riscontrano delle sensibili differenze fra le due specie di diametri, specialmente nelle singole osservazioni, ciò non deve recare meraviglia, poichè indipendentemente dalla diversità degli errori istrumentali e personali nelle due diverse osservazioni, molto differente poi può riescire in esse l' influenza atmosferica, che costituisce senza dubbio la principale sorgente di errore nella misura del diametro; poichè lo stato di ondulazione o di diffusione, che spesso si riscontra nel bordo solare, non è la stessa in tutto il lembo, ma non di rado sensibilmente diverso nei tratti orizzontali e verticali del medesimo; mentre poi sono di natura totalmente diversa i due modi di osservazione nei bordi orizzontali e verticali.

Lo strumento, che sembrerebbe il più indicato per risolvere questa questione, è l'eliometro, col quale si possono successivamente misurare i diametri solari in corrispondenza alle varie latitudini eliocentriche; ma la complicata struttura di questo stromento, e le varie sorgenti di errore cui può essere soggetto, e il suo uso non ancora abbastanza esteso e generalizzato, non permettono ancora di prestare intera fiducia, nè ai risultati ottenuti pel valore assoluto del diametro, nè a quelli risguardanti la reale figura del disco o corpo solare : cosicchè nello stato attuale della scienza è principalmente sulla misura dei diametri orizzontali e verticali

che noi possiamo basare le nostre ricerche relativamente al valore assoluto del diametro solare, ed alle sue differenze nelle varie latitudini.

Le differenze o discordanze presentate dai risultati ottenuti pel diametro solare, sia nelle giornaliere osservazioni, sia nei medî dedotti per le varie stagioni dell'anno, sia finalmente nei medî dedotti da' più lunghi periodi, sono sembrate ad alcuni astronomi troppo grandi, per poter essere spiegate coi soli errori istrumentali e personali, e per le influenze atmosferiche; e si sospettò quindi che tali differenze corrispondessero a reali variazioni del diametro stesso dipendentemente da variazioni accidentali o periodiche nello stato di attività delle superficie solare.

Quest' ultima questione veniva principalmente discussa in questi ultimi anni, ma col confronto delle osservazioni fatte contemporaneamente in molti osservatorî, si ottenevano a questo riguardo risultati così discordanti e contradittorî, da far ritenere come del tutto infondata l' ipotesi delle variazioni giornaliere del diametro del sole in corrispondenza allo stato di attività della sua superficie, e così l'ipotesi delle variazioni periodiche nel corso dell'anno.

Confrontando poi i risultati di osservazioni protratte a varî anni si veniva egualmente alla conseguenza, che le fluttuazioni o differenze trovate nei valori del diametro solare non presentano alcun carattere decisivo di periodiche variazioni anche a lunghi periodi.

La questione delle variazioni del diametro solare a lunghi periodi è però molto difficile a risolversi, e come già dichiarai in una nota antecedente, mancano i dati a ciò necessarî, non potendosi ritenere fra loro convenientemente paragonabili i risultati delle osservazioni fatte nelle varie epoche, specialmente pel diverso grado di precisione degli strumenti e dei metodi usati, e per le molte e molto sensibili influenze, che rendono questa misura assai incerta, e soggetta a fluttuazioni od errori improntati d' una certa costanza e periodicità.

In relazione a ciò mi sembra, che se da questo confronto non può ritenersi comprovata una variazione a lungo periodo nel diametro solare, non siamo però autorizzati a negarne in modo assoluto l' esistenza; non essendo escluso che questo elemento possa andar soggetto a qualche piccola e lenta variazione, che forse potrà rendersi sensibile da buone e lunghe serie di osservazioni.

Prescindendo da queste supposte variazioni, all'astronomia interessa di fissare il valore assoluto del diametro solare colla massima approssimazione: il che non potendosi ottenere da poche ed isolate serie di osservazioni, è ragionevole e necessario di chiederlo alla ragionata combinazione dei risultati ottenuti da molti osservatori, da buoni e molteplici strumenti, ed in varie località e condizioni climatologiche diverse, per rendere più probabile nel loro medio generale la compensazione delle varie specie di errori, inevitabili in questa misura.

Per cui è a desiderarsi che queste osservazioni vengano fatte regolarmente in tutti quegli osservatorî che posseggono strumenti a ciò opportuni; poichè mentre con ciò si raccoglieranno dati utili per rischiarare la questione delle variazioni del diametro solare, si accumulerà poi un materiale di osservazioni, dal quale si ha ragione di sperare una determinazione molto approssimata del valore assoluto del medesimo.

Essendo il nostro Osservatorio provveduto di un buon circolo meridiano di Ertel, nel quale la mediocrità delle dimensioni del cannocchiale e dei circoli graduati è compensata dalla rara bontà dei sistemi lenticolari e dalla precisione delle graduazioni, ho creduto conveniente di utilizzare questo strumento anche per la misura del diametro solare, limitandomi per ora alla misura del diametro orizzontale per mezzo dell'osservazione giornaliera della durata del suo passaggio meridiano ai sette fili del micrometro, e di queste osservazioni è stato più specialmente incaricato l'assistente Sig. Dottor Di Legge.

Le osservazioni regolari cominciarono col 12 Decembre 1873, e furono regolarmente continuate fino al presente, con qualche interruzione causata principalmente dal cattivo tempo. Dal 18 Decembre 1873 fino al 28 Febbraio 1875 furono osservati 200 passaggi completi, cioè a tutti i sette fili, e quasi tutti del suddetto sig. Di Legge.

I tempi degli appulsi sono stati presi sempre ad un buon cronometro di Dent collocato in prossimità dell'osservatore, per ottenere distinte e ben marcate le battute del mezzo secondo.

Non avendo a nostra disposizione il cronografo, il numero degli appulsi dei bordi veniva limitato a sette fili, ma ciò non ostante i risultati delle osservazioni ritengo siano meritevoli di fiducia non minore di quella che può accordarsi alle osservazioni fatte ad un numero maggiore di fili coll' uso di cronografo, essendo convinto che nelle osservazioni del bordo solare la stima dell' istante del contatto coi fili riesce molto più sicura coll'uso della vista e dell' udito, il che mi viene confermato dal conveniente accordo che si verifica tra i risultati ottenuti ai singoli fili.

Le osservazioni sono state fatte sempre collo stesso vetro colorato e collo stesso oculare, che dà l'ingrandimento 120, e quasi sempre coll'obbiettivo a tutta apertura, che è di 94 millimetri. Quantunque il numero delle osservazioni sia piuttosto limitato, pure credo conveniente di pubblicarne i risultati, nella speranza che essi possano tornare utili per quei confronti, che ora si vanno istituendo fra i risultati ottenuti dai vari osservatori, allo scopo di verificare od escludere le variazioni a breve periodo, che alcuni ammettono nel diametro solare, e per meglio accertare il valore assoluto del diametro stesso.

Nello specchio n. I sono riportate le durate medie ottenute in ogni passaggio colla corrispondente durata in tempo siderale data dal Nautical Almanac di Londra, le differenze fra le durate osservate e le calcolate, e finalmente il valore in arco del semidiametro solare ridotto alla distanza media del sole per ogni osservazione.

In questo specchio sono riferite tutte le osservazioni, perciò anche quelle fatte in condizioni atmosferiche molto anormali, coll' intendimento di mostrare i limiti estremi d'allontanamento dal medio che si possono presentare in questa difficile misura: mentre si sono trascurate tutte le osservazioni incomplete, quelle cioè nelle quali gli appulsi non vennero presi a tutti i fili, e ciò allo scopo di avere dati di eguale peso.

Prendendo il medio generale dei semidiametri osservati, ridotti alla distanza media del sole, si ottiene pel semidiametro solare il valore

$$\Delta = 16.' \, 1,'' \, 49$$

coll'errore od allontanamento probabile di ogni osservazione

$$E = 0,'' 599$$

e coll'errore probabile del medio generale

$$E_0 = 0,'' 042$$

Questo valore del semidiametro solare è minore di 0,″ 33 di quello adottato dal Nautical Almanac, e la differenza è nello stesso senso di quella risultante dalle osservazioni dei passaggi osservati al R. Osservatorio di Greenwich, dalle quali si trova che le durate date del Nautical Almanac sono maggiori di 0,^{s} 04 di quelle osservate, mentre dalle nostre osservazioni risulterebbero maggiori di circa 0,^{s} 02.

L'errore od allontanamento probabile d'ogni osservazione sarebbe riescito sensibilmente minore, se si fossero trascurate alcune osservazioni fatte in condizioni atmosferiche molto anormali, nelle quali appunto si sono avuti i massimi allontanamenti in più o in meno.

Il massimo allontanamento dal medio in più si ebbe il 24 Decembre 1873 a cielo nebbioso, e fu di

16′ 3,″ 83

Il massimo allontanamento in meno si ebbe nel giorno 11 Ottobre 1874, a cielo nuvoloso, e fu di

15′ 59,″ 21

Divisa poi l'intera durata delle osservazioni in cinque periodi, e cioè

I	Periodo	dal	12	Decembre	1873	al 28 Febbraio	1874
II	»	dal	2	Marzo	1874	al 31 Maggio	1874
III	»	dal	1	Giugno	1874	al 25 Agosto	1874
IV	»	dal	2	Settembre	1874	al 27 Novembre	1874
V	»	dall'	8	Decembre	1874	al 28 Febbraio	1875

si sono avuti i risultati della seguente tabella.

Semidiametro solare ridotto alla distanza media

Periodi	Medio	Massimo	Minimo	Errore probabile di ogni osservazione	Errore probabile del medio
I	16′, 1″,69	16′, 3″,83	15′,59″,68	0″,690	0″,101
II	16, 1, 60	16, 2, 69	15, 60, 23	0, 452	0, 067
III	16, 1, 59	16, 3, 43	12, 59, 57	0, 539	0, 085
IV	16, 1, 07	16, 2, 66	15, 59, 21	0, 523	0, 087
V	16, 1, 37	16, 3, 46	15, 59, 40	0, 722	0, 130

Da questo specchio si rileva, che le maggiori differenze od irregolarità nella misura del diametro solare si sono avute nei mesi invernali, essendo per essi maggiori gli allontanamenti estremi dal medio, e maggiore l' errore probabile di ogni osservazione; il che proverebbe che in questa stagione sono più sensibili

e più irregolari le influenze di quelle cause, che tendono ad alterare la grandezza osservata del diametro solare. E siccome fra queste cause la più influente è senza dubbio lo stato di variabilità della rifrazione atmosferica, per la quale è reso più o meno oscillante il bordo solare, così sembra potersi conchiudere che la sua influenza è tanto più marcata nei mesi invernali, probabilmente per la circostanza della poca elevazione del sole sull'orizzonte nel suo passaggio meridiano, onde più esteso è lo strato atmosferico attraversato dei raggi solari, e più forti e frequenti le rifrazioni straordinarie od irregolari, cui essi vanno soggetti.

Le minori differenze od irregolarità nelle misure del diametro solare si riscontrano invece nei mesi di primavera, essendo per essi minori i limiti estremi di allontanamento dal medio, e minore l'errore probabile di ogni osservazione: il che sembrerebbe addimostrare che in questi mesi l' influenza delle cause che tendono ad alterare il diametro solare, e principalmente l'influenza atmosferica, è meno sensibile o piuttosto meno irregolare.

In riguardo alla grandezza del diametro o semidiametro solare i risultati medî dei cinque periodi non presentano tali differenze da far sospettare una variazione periodica nel diametro stesso in coincidenza colle varie stagioni, poichè la massima differenza col medio generale, la quale si ha nei mesi autunnali, giunge appena a 0,″4; differenza abbastanza piccola per poter essere attribuita ai soli errori accidentali, specialmente all'influenza atmosferica, la quale può anche per lunga serie di giorni influire nello stesso senso sulla misura del diametro solare; mentre poi non è escluso che tale influenza possa anche dar luogo a qualche periodo di variazione apparente nel diametro stesso, in relazione alle diverse condizioni atmosferiche predominanti nelle varie epoche dell'anno.

Perciò anche quando dalla discussione di un lungo periodo di osservazioni si ricavassero per le varie stagioni risultati medî, che accennassero a variazioni periodiche nella grandezza del diametro solare, si potrebbero spiegare queste variazioni apparenti, come dovute ad una specie di errori sistematici, anzichè ricorrere ad una ipotesi arbitraria, quale è quella delle reali variazioni del diametro stesso.

Il numero delle osservazioni è troppo ristretto per poter ritenere nel medio generale totalmente compensati gli errori accidentali, e perciò sarebbe non ragionevole l' ammettere il medio stesso, come il vero valore del semidiametro solare: ma avuto riguardo al conveniente accordo dei risultati parzialmente ottenuti per le varie stagioni, ed ai relativi errori probabili abbastanza piccoli, si ha ragione di ritenere come meritevoli di fiducia e pregievoli queste osservazioni del Sig. Dottor Di Legge; tanto più che il risultato medio moltissimo si accosta al valore che viene assegnato al diametro solare in base alle osservazioni meritevoli di maggior fiducia, sia per la loro regolarità e bontà degli strumenti, e per l'abilità degli osservatori, sia per la lunghezza dei periodi ai quali esse sono estese.

Ritengono alcuni che il valore del diametro solare, quale viene dedotto dalle osservazioni fatte al cannocchiale meridiano, ossia per mezzo della durata dei suoi passaggi, o per mezzo delle differenze di distanza zenitale dei due bordi, superiore ed inferiore, sia sensibilmente maggiore del vero, in causa di alcune influenze ottiche

e fisiologiche, che fanno apparire all'occhio l'immagine o disco solare notevolmente ingrandito.

Come causa dell' ingrandimento dell' immagine solare viene indicata l'irradiazione oculare, per la quale si ritiene che la sensazione visiva sulla retina si estenda fuori dell'immagine entro una zona, la cui larghezza dipende dal rapporto della intensità luminosa di questa immagine, con quella del campo su cui si projetta.

Che l'immagine degli oggetti luminosi in campo oscuro o poco illuminato apparisca all'occhio nudo, o armato di cannocchiale a piccolo ingrandimento, sensibilmente ingrandita è un fatto; ma che tale ingrandimento sia dovuto ad una estensione o dilatazione della sensazione visiva sulle parti della retina al contorno dell'immagine geometrica dall'oggetto, è molto dubbio. Ed anzi io credo d'avere dimostrato, in una Memoria *Sull'irradiazione oculare,* pubblicata nel Vol. IX delle Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna 1859, che l'irradiazione oculare risulta da una reale espansione, dilatazione e deformazione dell'immagine geometrica dell'oggetto luminoso, in causa delle aberrazioni di figura e di rifrangibilità del sistema rifrangente dell'occhio, e dell'eccentricità delle sue varie parti.

È poi provato sperimentalmente che nei cannocchiali a forte ingrandimento l'irradiazione oculare è insensibile od estremamente ristretta; e ciò probabilmente risulta dalla circostanza, che nei forti ingrandimenti il pennello, o fascio luminoso destinato a formare sulla retina l'immagine dei varî punti costituenti l' oggetto, è reso sottilissimo, e perciò meno soggetto alle influenze di tali aberrazioni, potendosi di più ricevere quel fascio di luce attraverso le parti meno imperfette del sistema rifrangente; mentre poi coll' opportuna disposizione dell' oculare rispetto al fuoco dell'obbiettivo si può dare ai raggi luminosi quel grado di convergenza o di divergenza, che corrisponda nell'occhio allo stato di accomodamento più naturale e più perfetto.

Può quindi conchiudersi che l'irradiazione oculare nelle osservazioni del disco solare con cannocchiali a forte ingrandimento deve essere piccolissima, e forse totalmente trascurabile, anche per la circostanza che coll'uso dei vetri colorati lo splendore di esso disco è reso assai moderato.

Fra le cause di espansione o di esagerazione del diametro solare vengono annoverate le aberrazioni di sfericità e di rifrangibilità delle lenti del cannocchiale, ma nei buoni cannocchiali, quali ora si costruiscono per le osservazioni astronomiche, se questi difetti non sono totalmente eliminati, la loro influenza è ridotta però in tali limiti da poter essere trascurata, specialmente nelle osservazioni del sole fatte con buoni vetri colorati, pei quali mentre coll'opportuno accomodamento dell'oculare vengono sensibilmente distrutte le frangie di refrangibilità, colla forte diminuzione dello splendore del disco solare sono rese poi pressochè insensibili la bande di aberrazione di sfericità: del che si ha una manifesta prova nella precisione e nitidezza di contorno nell'immagine solare, nella distinta percezione dei minuti dettagli della medesima, come sono le granulazioni, i filamenti sottilissimi delle penombre delle macchie, nella nitidezza di contorno delle macchie stesse, ecc. ecc., quando le osservazioni sono fatte con buoni cannocchiali, con sufficienti ingrandimenti ed in condizioni atmosferiche favorevoli.

Che se non di rado riesce impossibile o molto difficile il rilevare distintamente questi dettagli, non deve di ciò incolparsi lo strumento, ma bensì lo stato di agitazione e di variabilità della nostra atmosfera e la sua imperfetta trasparenza, per cui le immagini delle varie parti della superficie solare sono rese più o meno oscillanti, più o meno deformate e indecise: ed è anzi a questa influenza della nostra atmosfera che principalmente debbono attribuirsi le forti differenze o discordanze che si riscontrano nella misura del diametro solare.

Questa influenza dell'atmosfera sull' immagine del sole viene da alcuni considerata come una causa di espansione del disco solare, il quale perciò sarebbe costantemente ingrandito, ora più ora meno in conformità delle condizioni atmosferiche dominanti nel tempo delle osservazioni.

Che in alcune circostanze per questa influenza l'immagine solare venga apparentemente ingrandita è un fatto, ma non può concedersi che questo fatto sia generale, e cioè che per tale influenza sia sempre ingrandito il disco solare. Quando il bordo solare trovasi in istato di indecisione, di agitazione, o di ondulazione, gli appulsi di esso bordo ai fili non sono osservati direttamente, ma dedotti da un giudizio, da una stima fatta dall'osservatore sul posto del vero bordo solare; e questa stima o giudizio, a seconda del vario stato di ondulazione o di indecisione del lembo solare, può influire tanto nell'accelerare quanto nel ritardare l'istante dell'appulso; cosicchè nella stessa osservazione gli errori sono ordinariamente diversi pei varii fili, ed anche di segno contrario.

Non è raro il caso che essendo il bordo solare ben definito le rifrazioni straordinarie, agendo nel medesimo senso sopra un tratto notevole del medesimo, accelerano o ritardano l'istante del contatto coi fili, quantunque apparentemente il disco solare sia ben tranquillo e ben terminato.

Queste circostanze rendono ragione delle notevoli discordanze che si riscontrano nella stessa osservazione fra le durate dai passaggi ottenute ai varii fili, e delle sensibili differenze, che non di rado si trovano fra il medio risultato d'ogni osservazione e il medio generale di una lunga serie di osservazioni, anche nei casi in cui il lembo solare apparisce in uno stato normale.

Che realmente l' influenza della nostra atmosfera sulla grandezza del diametro solare, ossia sulla durata del suo passaggio meridiano, possa contribuire tanto ad aumentare quanto a diminuire questa durata, è manifestamente provato dal fatto, che nelle condizioni atmosferiche molto anormali gli allontanamenti delle durate osservate, rispetto al medio generale di una lunga serie di osservazioni, sono spesso di segno contrario, ed estesi prossimamente agli stessi limiti.

In relazione a ciò mi sembra potersi conchiudere, che non vi ha ragione sufficiente per ammettere, che per questa influenza la grandezza misurata del diametro solare riesca maggiore del vero anzichè minore; e che perciò non è punto fondata l'opinione di coloro che ritengono necessario di apportare una diminuzione sensibile al diametro solare osservato, per ottenere il vero valore del diametro stesso.

E a questo riguardo mi sembra molto più ragionevole di ricercare la compensazione degli errori, prodotti da questa influenza nei singoli risultati, nel medio generale di lunghe serie di buone osservazioni, anzichè avventurarsi ad una arbi-

traria applicazione di correzioni, sia alle singole osservazioni, sia al loro medio, mancando i dati necessarî per istabilire il senso e la grandezza delle correzioni stesse.

In questi ultimi anni, dopo la scoperta degli strati di gas e di vapori incandescenti, costituenti la così detta cromosfera inviluppante il disco solare o la fotosfera, si è sospettato ed anche sostenuto che l'immagine del sole data dal cannocchiale ordinario non sia limitata alla sola fotosfera, ma estesa eziandio ad una parte della cromosfera; la quale perciò contribuirebbe non solo ad aumentare il diametro apparente del sole, ma a renderlo eziandio soggetto a delle variazioni dipendenti dalla intensità della luce e dall'altezza e composizione della cromosfera stessa.

Misurando il diametro solare, o piuttosto la durata del suo passaggio, sulle immagini monocromatiche del disco, ottenute coll'applicazione dello spettroscopio al cannocchiale, e meglio colla combinazione a doppio spettroscopio dell'illustre P. Secchi, con che si può ottenere la durata del passaggio del disco solare limitato alla sola fotosfera, dalle prime osservazioni risultava questa durata come sensibilmente minore di quella ottenuta al cannocchiale ordinario coi vetri colorati: onde sembrava effettivamente dimostrato, che il diametro solare misurato al cannochiale si estendesse anche ad una parte della cromosfera; e che perciò volendolo ridurre al vero diametro del corpo solare limitato alla sola fotosfera, cioè alla linea di separazione nella quale avviene l'inversione spettrale di molte righe di Fraunhofer, è necessario di apportare al diametro misurato una sensibile diminuzione.

Lo spettroscopio applicato al cannocchiale mostra, che fra la cromosfera e la fotosfera vi ha una linea di demarcazione o di separazione ben definita; poichè disposta la fessura tangenzialmente al bordo solare, si passa bruscamente dalla base della cromosfera, dove le righe spettrali dei gas a vapori costituenti la medesima sono lucide, alla sommità della fotosfera, dove queste righe diventano oscure: il che mostra una enorme diversità di costituzione fisica fra la cromosfera formante una specie di atmosfera infiammata in uno stato di continua mobilità e di continue e gigantesche perturbazioni, colla materia allo stato di dissociazione, e fra la fotosfera costituente uno strato molto meno instabile, e formato di sostanze luminose soggette alle chimiche combinazioni, e quindi probabilmente liquide, o come molti sostengono allo stato di precipitazione.

Qualunque siasi la costituzione fisica che si voglia attribuire alla fotosfera, è certo però che il suo splendore è immensamente più intenso di quello della cromosfera; poichè mentre quest'ultimo è formato di un numero assai limitato di raggi, anche nella sua parte più intensa, e cioè alla base infima della cromosfera, il primo invece è formato da tutti gli infiniti raggi costituenti la luce bianca, non esclusi poi anche i raggi apparentemente mancanti, e cioè quelli corrispondenti alle righe fraunhoferiane; le quali probabilmente ed anzi sicuramente in gran parte appariscono oscure o nere per semplice effetto di contrasto di luce, mentre in realtà sono lucide anche sul disco solare.

Per questa ragione io mostrava nelle mie Note I e II, « Sulle variazioni del diametro solare ecc., » pubblicate negli atti della R. Accademia dei Lincei, che nell'immagine solare, data dal cannocchiale ordinario coll'uso di vetri colorati, non può figurare la cromosfera, nemmeno nella sua base infima, dove maggiore è il

numero dei gas e vapori incadescenti, e quindi maggiore il numero delle righe spettrali lucide; perchè lo splendore di questo strato, per l'assorbimento dei vetri colorati e pel vivo contrasto dello splendore della fotosfera, deve riescire assolutamente insensibile. Nelle stesse note, e principalmente nella II, io confermava questa mia conclusione con varie serie di osservazioni fatte sulla durata del passaggio del diametro solare, misurata sull' immagine monocromatica del sole per mezzo delle combinazioni spettroscopiche del P. Secchi, dalle quali osservazioni risultava che se la durata di questo passaggio riesce di fatto alquanto minore di quella data dal Nautical Almanac, le differenze però sono assai piccole, e pressochè coincidenti con quelle che già erano state ritrovate coi passaggi osservati al cannocchiale comune. Questo risultato mi conduceva a conchiudere, che il diametro dell'immagine solare a luce composta, quale è data dai comuni cannocchiali, non è sensibilmente diverso da quello delle immagini spettrali o monocromatiche date dallo spettroscopio.

Questa identità o quasi identità del diametro solare nelle due diverse specie di immagini, mentre prova che la cromosfera non ha una sensibile influenza sulla grandezza del diametro del Sole misurato al cannocchiale ordinario, mostra poi che nell' immagine a luce composta anche le aberrazioni di refrangibilità nei buoni cannocchiali e con buoni vetri colorati, sono sensibilmente annullate.

E siccome queste due conclusioni sono di non lieve importanza, così stimo opportuno di qui riferire i risultati delle singole osservazioni, quantunque nella mia Nota II, *Sulle variazioni del diametro solare* ecc., io abbia già pubblicato i risultati medî ottenuti per ciascun giorno di osservazione, confrontando le durate medie osservate con quelle date dal Nautical Almanac; e ciò anche allo scopo di mostrare più chiaramente la fiducia che può accordarsi a questo speciale modo di misurare il diametro solare.

Come già dichiarai nell' indicata Nota le osservazioni furono fatte in 16 giorni diversi, sparsi nell' intervallo dal 26 agosto al 4 ottobre 1873, per mezzo del cannocchiale equatoriale di Merz di 4 $^1/_3$ pollici di apertura munito di uno spettroscopio a visione diretta, coll' aggiunta di un grande prisma applicato avanti all'obbiettivo del cannocchiale, oppure con un prisma a visione diretta posto avanti la fessura dello spettroscopio; con entrambe le quali combinazioni si possono osservare gli appulsi delle immagini monocramatiche o spettrali del bordo solare sulle varie righe fraunhoferiane, come sui fili di un reticolo. Gli appulsi furono successivamente presi con diverse righe spettrali, e tanto coll' immagine a moto diretto che retogrado, per eliminare l'influenza di qualche possibile errore personale nei due diversi modi di osservazione.

Per avere un qualche dato sulla grandezza dell' errore personale nella stima del tempo dei contatti dei due bordi, ho fatto eseguire varie serie di osservazioni anche dall'assistente sig. Dr. Di Legge, e confrontando i risultati medî da esso ottenuti coi miei, si sono trovate le differenze trascurabili; il che proverebbe che i nostri errori personali in questa osservazione sono sensibilmente eguali e nello stesso senso; e avuto riguardo alla sicurezza colla quale si poteva stimare il tempo dei contatti, pel notevole ingrandimento del cannocchiale, per la precisa terminazione del lembo solare e per la ben distinta battuta del mezzo secondo data da un buon

cronometro di Dent, ritengo che anche l'errore personale assoluto debba essere assai piccolo.

In ogni serie di osservazioni lo strumento è stato accuratamente rettificato in ogni sua parte, e di più si sono combinate le osservazioni in modo da ottenere nei medî una conveniente compensazione di quegli errori istrumentali che si potevano temere a questo riguardo; mentre poi si è cercato di dare allo strumento la necessaria stabilità, evitando le giornate e le ore di vento forte, e facendo le osservazioni in prossimità al meridiano.

I risultati di queste osservazioni sono riportati nello Specchio II, nel quale la prima colonna dà in tempo medio la differenza fra i tempi ottenuti per gli appulsi dei due bordi alla stessa riga fraunhofariana, ossia la durata in tempo medio del passaggio del diametro solare: nella seconda colonna è data in tempo medio la differenza fra ogni durata osservata e la corrispondente calcolata dal Nautical Almanac, e nella terza colonna è dato il valore del semidiametro solare ridotto alla distanza media della terra al sole.

Dal medio generale di queste 353 osservazioni risulta pel semidiametro solare, ridotto alla distanza media, il valore

$$\Delta = 961,''48$$

valore quasi identico a quello ricavato dalle osservazioni fatte dal sig. Di Legge al meridiano. L'errore probabile di ogni osservazione risulta

$$E = 0,''903$$

e l'errore probabile del medio

$$E_0 = 0,''048$$

A tutto rigore i valori ottenuti pel semidiametro solare nelle due diverse serie di osservazioni non possono ritenersi paragonabili, perchè le osservazioni furono fatte in epoche diverse, ed estese a periodi di lunghezza assai differente. Ma questa diversità di circostanze può forse ritenersi in parte almeno eliminata, perchè mentre nelle osservazioni del sig. Di Legge al meridiano, per la loro notevole durata, possono ritenersi meglio compensati gli errori accidentali delle singole osservazioni, principalmente quello dell'influenza atmosferica, nelle osservazioni fatte colle combinazioni spettroscopiche questa influenza può ritenersi poi in gran parte eliminata per la circostanza di avere scelte per le osservazioni le giornate di migliori condizioni atmosferiche. Farò poi notare che prendendo nella serie delle osservazioni del sig. Di Legge quelle fatte nella parte dell' anno corrispondente a quella in cui furono fatte le osservazioni collo spettroscopio, e cioè nei mesi Agosto, Settembre ed Ottobre, si ha pel valore del semidiametro solare

$$\Delta = 961'', 52$$

che bene si accorda con quello ottenuto dalle osservazioni spettroscopiche in alcuni giorni degli stessi mesi.

Per le osservazioni fatte coll'apparato spettroscopico, tanto gli allontanamenti estremi del medio, quanto l'allontanamento od errore probabile di ogni osservazione,

sono sensibilmente maggiori di quelli trovati per le osservazioni meridiane, poichè si ha

	Cannocchiale meridiaao	Apparati spettroscopici
Semidiametro massimo	963″,83	965″,72
» minimo	959,21	957,423
Errore probabile	0″,598	0″,903

Ma ciò non prova punto che le singole osservazioni fatte al meridiano siano migliori di quelle fatte allo spettroscopio; perchè l'errore probabile delle prime non è quello di una singola osservazione, ma bensì l'errore probabile del medio delle osservazioni fatte ai sette fili del reticolo; e così in riguardo ai valori estremi del semidiametro bisogna osservare che nella prima serie gli estremi corrispondono al risultato medio delle sette osservazioni, mentre nella seconda serie i valori estremi sono quelli realmente ottenuti per ogni osservazione. Di più deve a questo riguardo considerarsi, che io ho tenuto conto di tutte le osservazioni, e quindi anche di quelle fatte in condizioni atmosferiche non del tutto favorevoli, ed anche di quelle fatte in condizioni assai anormali, come sono quelle del 12 Settembre, in cui lo stato del cielo era assai nuvoloso e l'atmosfera in uno stato di grandissima agitazione. Per rendere in qualche modo paragonabili gli errori probabili delle due serie di osservazioni, bisognerebbe dividere per la radice di 7 l'errore probabile delle osservazioni fatte cogli apparati spettroscopici, e con ciò esso si ridurrebbe ad

$$E = 0'',341$$

e perciò molto minore di quello ottenuto per le osservazioni fatte al meridiano.

Il che mostrerebbe che le combinazioni del P. Secchi, e specialmente quella col prisma obbiettivo, si prestano molto bene alla misura del diametro solare, in causa principalmente della precisione e sicurezza colla quale si possono prendere gli appulsi del bordo solare alle righe fraunhoferiane, la quale sicurezza e precisione è molto maggiore di quella che può ottenersi negli appulsi presi ai fili dei reticoli.

Il rimarchevole accordo dei risultati ottenuti nella misura del diametro solare presa sulle immagini monocromatiche o spettrali, e in quella presa sull' immagine a luce composta, quale è data dai buoni cannocchiali, non mi lascia alcun dubbio sulla identità o quasi identità delle due specie di diametro; e mi sembra perciò non fondata l'opinione di coloro che persistono nel sostenere che il diametro dell'immagine spettrale del sole è molto minore di quello dell' immagine a luce composta. Nè credo sufficiente a convalidare questa opinione la differenza, trovata dagli Astronomi italiani nell' osservazione dell'ultimo passaggio di Venere sul Sole, fra i tempi dei contatti del disco di Venere col lembo solare ottenuti al cannocchiale, e quelli ottenuti allo spettroscopio: poichè quantuuque non sia stata ancora pubblicata una dettagliata descrizione di queste osservazioni, e non si conoscano ancora le differenze precise fra i tempi dei contatti così osservati, pure non sembra potersi accordare molto peso ad una osservazione sola, fatta in condizioni atmosferiche forse non abbastanza favorevoli per lo spettroscopio, e per la circostanza che i contatti osservati furono, il secondo contatto interno e l'ultimo esterno, pei quali l'uso dello

spettroscopio è meno efficace e sicuro, specialmente quando le condizioni atmosferiche non sono sotto ogni rapporto favorevolissime.

E questo mio dubbio è convalidato dal fatto che il capitano Tupman, molto esercitato nell'uso dello spettroscopio, avendo osservato nello stesso passaggio di Venere il primo contatto esterno, pel quale era principalmente indicato l'uso di questo strumento, trovò il tempo del contatto pochissimo differente da quello da altri trovato col cannocchiale ordinario. Lo stesso risultato si ebbe nell' osservazione dell' ecclisse solare del 26 Maggio 1873, nel quale la Luna entrava sul disco solare con pochissima velocità, e in condizioni atmosferiche favorevolissime; poichè allo spettroscopio il primo contatto venne osservato prima che al cannocchiale, il che avrebbe provato che il diametro dell' immagine spettrale del sole era invece più grande di quello dato dal cannocchiale, se una tale differenza non avesse potuto meglio spiegarsi colla maggiore prontezza colla quale può osservarsi questo contatto collo spettroscopio, mentre col cannocchiale il contatto stesso viene ordinariamente avvertito qualche tempo dopo l'istante in cui è avvenuto.

Ma di questa questione non bisogna cercare la soluzione nei risultati di osservazioni isolate ed incerte, ma bensì in lunghe serie di osservazioni fatte con quello stesso apparato da cui nacque la questione stessa, e cioè per mezzo delle combinazioni spettroscopiche dell' illustre P. Secchi; e sono intimamente convinto che se altri si occuperanno di queste osservazioni perverranno al risultato da me ottenuto, e cioè a quello della identità o quasi identità della grandezza del diametro solare nell' immagine monocromatica o spettrale e nell' immagine a luce composta.

SPECCHIO I.

OSSERVAZIONI DEL DIAMETRO ORIZZONTALE DEL SOLE.

Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media	Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media
	Osservata	Nautical Almanac.				Osservata	Nautical Almanac.		
1873					1874				
Dec. 12	$2^m22^s,24$	$2^m22^s,12$	$+0^s,12$	962″,66	Feb. 21	$2^m12^s,24$	$2^m12^s,16$	$+0^s,08$	962,″36
13	22,07	22,20	— 0,13	960,92	22	12,21	12,00	+ 0,21	963,46
15	22,37	22,34	+ 0,03	961,97	23	11,97	11,80	+ 0.17	963,01
16	22,59	22,40	+ 0,19	963,06	26	11,37	11,28	+ 0,09	962,32
18	22,60	22,50	+ 0,10	962,51	27	10,93	11,12	— 0,19	960,39
23	22,47	22,55	— 0,08	961,13	28	10,84	10,98	— 0,14	960,87
24	22,86	22,56	+ 0,30	963,83	Marzo 2	10,57	10,68	— 0,11	961,05
26	22,76	22,50	+ 0,26	963,53	3	10,44	10,54	— 0,10	961,11
29	22,39	22,36	+ 0,03	962,01	4	10,50	10,40	+ 0,10	962,55
1874					5	10,37	10,26	+ 0,11	962,69
Gen. 1	22,13	22,14	— 0,01	961,77	6	10,03	10,14	— 0,11	961,09
2	22,06	22,04	+ 0'02	961,92	7	9,80	10,02	— 0,22	960,26
6	21,53	31,59	— 0,06	961,38	8	9,98	9,90	+ 0,08	862,43
8	21,27	21,32	— 0,05	961,46	11	9,68	9,60	+ 0,08	962,46
9	21,10	21,16	— 0,06	961,44	13	9,37	9,44	— 0,07	961,45
11	20,83	20,84	— 0,01	961,73	14	9,21	9,36	— 0,15	960,83
13	20,38	20,50	— 0,12	960,96	16	9,33	9,22	+ 0,11	962,75
14	20,16	20,32	— 0,16	960,67	17	9,21	9,16	+ 0,05	962,30
15	20,27	20,14	+ 0,13	962,68	18	9,16	9,10	+ 0,06	962,33
19	19,20	19,36	— 0,16	960,66	21	8,83	8,98	— 0,15	960,68
20	19,37	19,16	+ 0,21	963,30	22	9,04	8,94	+ 0,10	962,56
21	18,79	18,94	— 0,15	960,68	24	8,97	8,90	+ 0,07	962;33
22	18,67	18,72	— 0,05	961,31	26	9,00	8,90	+ 0,10	962,66
23	18,41	18,52	— 0,11	960,98	27	8,94	8,90	+ 0,04	962,20
24	18,08	18,30	— 0,22	960,19	28	8,76	8,90	— 0,14	960,80
27	17,47	17.62	— 0,15	960,56	30	9,01	8,94	+ 0,07	962,44
28	17,10	17,40	— 0,30	959,68	31	8,96	8,96	0,00	961,88
29	17,18	17,18	0,00	961,83	Aprile 1	8.93	8,98	— 0,05	961,39
30	16,90	16,94	— 0,04	961,60	2	8,84	9,02	— 0,18	960,31
31	16,50	16,72	— 0,22	960,38	3	9,00	9,06	— 0,06	961,40
Feb. 2	16,33	16,26	+ 0,07	962,42	4	9,13	9,12	+ 0,01	962,02
3	15,96	16,02	— 0,06	961,42	15	9,81	9,96	— 0,15	960,81
4	15,90	15,80	+ 0,10	962,62	19	10,47	10,42	+ 0,05	962,23
5	15,63	15,56	+ 0,07	962,32	20	10,47	10,52	— 0,05	961,25
6	15,27	15,34	— 0,07	961,38	21	10,61	10,66	— 0,05	961,42
7	14,84	15,10	— 0,26	959,93	22	10,64	10,80	— 0,16	960,67
9	14,47	14,67	— 0,20	960,49	23	10,97	10,92	+ 0,05	962,13
10	14,63	14,42	+ 0,21	963,37	25	11,26	11,20	+ 0,06	962,23
11	14,30	14,20	+ 0,10	962,58	26	11,13	11,34	— 0,21	960,23
12	13,87	13,98	— 0,11	961,05	27	11,40	11,50	— 0,10	961,15
13	13,67	13,76	— 0,09	961,15	29	11,76	11,80	— 0,04	961,46
18	12,67	12,74	— 0,07	961,33	Magg. 1	11,97	12,10	— 0,13	960,75

Segue Specchio **I.**

Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media	Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media
	Osservata	Nautical Almanac.				Osservata	Nautical Almanac.		
1874					1874				
Magg. 6	$2^m12^s,92$	$2^m12^s,90$	$+0^s,02$	961″,91	Lugl. 16	$2^m15^s,94$	$2^m15^s,88$	$+0^s,06$	962,″24
8	13,23	12,24	— 0,01	961,81	18	15,37	15,58	— 0,21	960,27
10	13,36	13,56	— 0,20	960,40	21	15,00	15,12	— 0,12	960,90
19	15,00	15,02	— 0,02	961,61	23	14,70	14,80	— 0,10	961,04
22	15,31	15,48	— 0,17	960,65	30	13,66	13,62	+ 0,04	962,15
25	15,90	15,92	— 0,02	961,71	Agos. 14	11,06	11,08	— 0,02	961,59
28	16,21	16,32	— 0,11	961,04	17	10,57	10,62	— 0,05	961,48
29	16,40	16,46	— 0,06	961,49	25	9,76	9,54	+ 0;22	963,43
30	16,66	16,58	+ 0,08	962,46	Sett. 2	8,63	8,72	— 0,09	961,18
31	16,66	16,70	— 0,04	961,63	4	8,63	8,56	+ 0,07	962,35
Giug. 1	16,73	16,82	— 0,09	961,32	5	8,57	8,50	— 0,07	962,42
2	16,94	16,92	+ 0,02	961,89	11	8,16	8,18	— 0,02	961,63
3	17,00	17,02	— 0,02	961,58	14	8,07	8,12	— 0,05	961,50
4	17,10	17,12	— 0,02	961,73	22	8,07	8,18	— 0,11	961,00
6	17,44	17,30	+ 0,14	962,84	23	8,16	8,22	— 0,06	961,41
9	17,33	17,46	— 0,13	960,95	25	8,34	8,30	+ 0,04	962,10
9	17,66	17,54	+ 0,12	962,77	26	8,26	8,36	— 0,10	961,10
10	17,46	17,60	— 0,14	960,75	30	8,59	8,64	— 0,05	961,48
11	17,51	17,66	— 0,15	960,68	Ottob. 1	8,59	8,72	— 0,13	960,94
12	17,61	17.72	— 0,11	961,02	11	9,50	9,86	— 0,36	959,21
13	17,64	17,76	— 0,12	960,89	12	9,94	10,02	— 0,08	961,39
14	17,76	17,80	— 0,04	961,44	14	10,10	10,32	— 0,22	960.30
15	17,90	17,84	+ 0,06	962,17	20	11,24	11,38	— 0,14	960,87
16	17,67	17,88	— 0,21	960,35	25	12,23	12,36	— 0,13	960,75
17	17,86	17,90	— 0,04	961,51	27	12,64	12,80	— 0,16	960,69
18	17,60	17,90	— 0,30	959,57	28	12,99	13,02	— 0,03	961,67
19	18,04	17,94	+ 0,10	962,58	29	13,09	13,24	— 0,15	960,82
20	17,86	17,94	— 0,08	961,15	30	13,29	13,46	— 0,17	960,68
23	17,83	17,90	— 0,07	961,13	31	13,63	13,68	— 0,05	961,53
25	17,86	17,86	0,00	961,69	Nov. 1	13,93	13,90	+ 0,03	962,12
26	17,93	17,82	+ 0,11	962,42	2	13,87	14,14	— 0,27	960,00
27	17,69	17,78	— 0,09	961,04	3	14,16	14,36	— 0,20	960,44
Lugl. 1	17,70	17,54	+ 0,16	962,72	4	14,49	14,60	— 0,11	961,15
2	17,64	17,48	+ 0,16	962,81	5	14,63	14.84	— 0,21	960,34
3	17,51	17,40	+ 0,11	962,46	6	15,21	15,06	+ 0,15	960,60
4	17,30	17,30	0,00	961.58	7	15,34	15,30	+ 0,04	962,07
5	17,24	17,22	+ 0,02	961,94	8	15,66	15,54	+ 0,12	962,66
6	17,10	17,12	— 0,02	961,63	9	15,67	15,78	— 0,11	961,05
8	16,84	16,90	— 0,06	961,41	17	17,46	17,68	— 0,22	960,11
11	16,41	16,56	— 0,15	960,75	18	17,79	17,92	— 0,13	960,81
12	16,37	16,44	— 0,07	961,31	19	17,96	18,14	— 0,18	960,48
13	16,33	16,30	+ 0,03	962,08	21	18,37	18,60	— 0,23	960.16

Segue Specchio **I.**

Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media	Data	Durata del passaggio		Differenza	Semidiametro ridotto alla distanza media
	Osservata	Nautical Almanac.				Osservata	Nautical Almanac.		
1874					1875				
Nov. 23	$2^m19^s,01$	$2^m19^s,04$	—0″,03	961″,60	Gen. 28	$2^m17^s,49$	$2^m17^s,46$	+0″,03	961″,88
27	19,63	19,80	— 0,17	960,25	29	17,40	17,22	+ 0,18	962,99
Dec. 7	21,23	21,52	— 0,29	959,78	Febb. 1	16,23	16,54	— 0,31	959,72
8	21,54	21,64	— 0,10	961,02	6	15,40	15,38	+ 0,02	961,94
11	21,64	21,98	— 0,34	959,40	7	15.07	15,16	— 0,09	961,20
16	22,20	22,40	— 0,20	960,48	9	14,76	14,70	+ 0,06	962,18
22	22,50	22,58	— 0,08	961,26	10	14,40	14,48	— 0,08	961,33
24	22,53	22,56	— 0,03	961,54	11	14,26	14,26	0,00	961,89
1875					12	13,84	14,04	— 0,20	960,42
Genn. 2	22,16	22,06	+ 0,10	962,50	14	13,43	13,60	— 0,17	960,53
4	21,84	21,84	0,00	961,71	15	13,36	13,40	— 0,04	961,52
7	21,37	21,48	— 0,11	961,01	16	13,33	13,20	+ 0,13	962,79
18	19,53	19,62	— 0,09	961,16	17	13,23	13,00	+ 0,23	963,46
20	19,14	19,22	— 0,08	961,24	22	12,10	12,02	+ 0,08	962,28
23	18,39	18,58	— 0,19	960,42	24	11,53	11,66	— 0,13	960,71
26	17,84	17,92	— 0,08	961,18	26	11,47	11,34	+ 0,13	962,88
27	17,73	17,68	+ 0,05	961,98	28	10,80	11,02	— 0,22	960,30

SPECCHIO II.

OSSERVAZIONI DEL DIAMETRO ORIZZONTALE DEL SOLE

FATTE COLLO SPETTROSCOPIO

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media
26 *Agosto N. A.* 2^m, 9^s,02		
2^m, 9^s,00	— 0^s,02	961″,62
9,00	— 0,02	961,62
9,10	+ 00,8	962,36
9,10	+ 0,08	962,36
9,20	+ 0,18	963,11
9,25	+ 0,23	963,48
8,90	— 0,12	960,87
9,00	— 0,02	961,62
9,15	+ 0,13	962,73
8,90	— 0,12	960,87
9,00	— 0,02	961,72
9,20	+ 0,18	963,11
9,25	+ 0,23	963,48
8,90	— 0,12	960,87
8,90	— 0,12	960,87
9,00	— 0,02	961,62
9,15	+ 0,13	962,73
8,90	— 0,12	960,87
9,00	— 0,02	961.62
8,75	— 0,27	959,75
9,00	— 0,02	961,62
8,90	— 0,12	960,87
8,90	— 0,12	960,87
9,15	+ 0,13	962,73
8,75	— 0,27	959,75
29 *Agosto N. A.* 2^m, 8^s,70		
2^m, 8^s,50	— 0^s,20	960″,27
8,70	0,00	961,76
8,50	— 0,20	960,27
8,64	— 0,06	961,31
8,64	— 0,06	961,31
9,00	+ 0,30	964,00
8,44	— 0,26	959,82
8,50	— 0,20	960,27
8.60	— 0,10	961,02
8,74	+ 0,04	962,06
8,80	+ 0,10	962,51
8,50	— 0,20	960,27
8,30	— 0,40	958,77
29 *Agosto N. A.* 2^m, 8^s,70		
2^m, 8^s,60	— 0^s,10	961″,02
9,00	+ 0,30	964,00
30 *Agosto N. A.* 2^m, 8^s, 60		
2^m, 8^s,74	+ 0^s,14	962″,79
8,44	— 0,16	960,54
8,60	0,00	961,74
8,60	0,00	961,74
8,60	0,00	961,74
8,84	+ 0,24	963,54
8,34	— 0.26	959,80
8,54	— 0,06	961,29
1 *Settembre N. A.* 2^m, 8^s,42		
2^m, 8^s,30	— 0^s,12	960″,84
8,40	— 0,02	961,59
8.25	— 0,17	960,47
8,25	— 0,17	960,47
8.50	+ 0,08	962,34
8,50	+ 0,08	962.34
8,50	+ 0,08	962,34
8,35	— 0,07	961,22
3 *Settembre N. A.* 2^m, 8^s,26		
2^m, 8^s,30	+ 0^s,04	962″,04
8,25	— 0,01	961,67
8,00	— 0,26	959,79
8,20	— 0,06	961,29
8.10	— 0,16	960,54
8,05	— 0,21	960,17
8,25	— 0,01	961,67
8,25	— 0,01	961,67
8,10	— 0,16	960,54
8;00	— 0,26	959,79
8,05	— 0,21	960,17
8,05	— 0,21	960,17
8,15	— 0,11	960,92
8,10	— 0,16	960,54
3 *Settembre N. A.* 2^m, 8^s,26		
2^m, 8^s,25	— 0^s,01	961″,67
8,20	— 0,06	961,29
8.05	— 0,21	960,17
8,05	— 0,21	960,17
8,25	— 0,01	961,67
8,25	— 0,01	961,67
8,20	— 0,06	961,29
8,40	+ 0,14	962,79
8,15	— 0,09	960,92
8,10	— 0,16	960,54
8,10	— 0,16	960,54
7,90	— 0,36	959,04
8,40	+ 0,14	962,79
8,25	— 0,01	961,67
8,10	— 0,16	960,54
8,10	— 0,16	960,54
7,85	— 0,41	958,67
8,00	— 0,26	959,79
8,25	— 0.01	961,67
8,15	— 0,11	960,92
8,50	+ 0,24	963,54
5 *Settembre N. A.* 2^m, 8^s,12		
2^m, 8^s,40	+ 0^s,28	963″,84
7,60	— 0,52	957,84
8,55	+ 0,43	964,97
8,00	— 0,12	960,84
8,55	+ 0,43	964,97
8,25	+ 0,13	962,72
8,65	+ 0,53	965,72
8,30	+ 0,18	963,09
8,35	+ 0,23	963,47
7,95	— 0,17	960,47
8,25	+ 0,13	962,72
8,25	+ 0,13	962,72
8,45	+ 0,33	964,22
8,20	+ 0,08	962,35
8,50	+ 0,38	964,60
8,40	+ 0,28	963,84
8,25	+ 0,13	962,72

Segue Specchio **II.**

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media
5 *Settembre N. A.* 2^m, 8^s, 12		
2^m, 8^s,10	— 0^s,02	961″,59
8,00	— 0,12	960,84
8,30	+ 0,18	963,09
8 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,96		
2^m, 7^s,80	— 0^s,16	960″,63
7,80	— 0,16	960,63
8,00	+ 0,04	962,15
7,95	— 0,01	961,75
7,90	— 0,06	961,38
7,80	— 0,16	960,63
7,75	— 0,21	960,25
7,90	— 0,06	961,38
7,80	— 0,16	960,63
8,05	+ 0,09	962,50
8,05	+ 0,09	962,50
8,15	+ 0,19	963,26
7,95	— 0,01	961,75
7,75	— 0,21	960,25
7,65	— 0,31	959,50
7,75	— 0,21	960,25
7,75	— 0,21	960.25
7,75	— 0,21	960,25
7,90	— 0,06	961,38
7,85	— 0,11	961,00
7,90	— 0,06	961,38
9 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,90		
2^m, 8^s,00	+ 0^s,10	962″,48
8,05	+ 0,15	962,86
7,90	0,00	961,73
7,90	0,00	961,73
8,00	+ 0,10	962,48
7,85	— 0,05	961,35
8,20	+ 0,30	963,99
7,50	— 0,40	958,72
7,80	— 0,10	960,98
7,85	— 0,05	961,35
8,10	+ 0,20	963,23

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto allà distanza media
9 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,90		
2^m, 7^s,80	— 0^s,10	960″,98
7,80	— 0,10	960,98
7,95	+ 0,05	961,73
7,60	— 0,30	959,47
8,05	+ 0,15	962,86
7,75	— 0,15	960,60
7,85	— 0,05	961,35
7,90	0,00	961,73
7,75	— 0,15	960,60
7,90	0,00	961,73
7,85	— 0,05	061,35
7,90	0,00	961,73
8,05	+ 0,15	962,86
8,15	+ 0,25	963,61
7,65	— 0,25	959,85
10 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,86		
2^m, 7^s,75	— 0^s,11	960″,91
7,85	— 0,01	961,68
8,15	+ 0,29	963,92
7,50	— 0,36	959,03
7,75	— 0,11	960,91
7,75	— 0,11	960,91
7,65	— 0,21	960,14
7,75	— 0,11	960,91
7,50	— 0,36	959,03
7,75	— 0,11	960,91
7,80	— 0,06	961,29
11 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,82		
2^m, 7^s,85	+ 0^s,03	961″,93
8,00	+ 0,18	963,06
7,80	— 0,02	961,55
7,70	— 0,12	960,80
7,90	+ 0,08	962,31
7,85	+ 0,03	961,93
7,75	— 0,07	960,43
7,90	+ 0,08	962,31
7,90	+ 0,08	962,31

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media
11 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,82		
2^m, 7^s,75	— 0^s,07	961″,18
8,05	+ 0,23	963,44
8,05	+ 0,23	963,44
7,50	— 0,32	959,30
7,85	+ 0,03	961,93
7,95	+ 0,13	962,68
7,95	+ 0,13	962,68
7,70	— 0,12	960,80
8,05	+ 0,23	963,44
7,80	— 0,02	961,56
7,25	— 0,57	957,42
14 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,76		
2^m, 7^s,90	+ 0^s,14	962″,86
7,85	+ 0,09	962,48
7,85	+ 0,09	962.48
7,75	— 0,01	961,73
7,95	+ 0,19	963,23
7,75	— 0,01	961,73
7,70	— 0,06	961,35
7,65	— 0,11	960,97
7,55	— 0,21	960,22
7,80	+ 0,04	962,10
7,75	— 0,01	961,73
7,95	+ 0,19	963,23
7,65	— 0,11	960,97
7,80	+ 0,04	962,10
18 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,74		
2^m, 7^s,90	+ 0^s,16	962″,96
7,65	— 0,09	961,08
7,90	+ 0,16	962,96
7,50	— 0,24	959,95
7.70	— 0,04	961,46
8,10	+ 0,36	964,47
7,55	— 0,19	960,33
7,90	+ 0,16	962,96
8,00	+ 0,26	963,72
7,90	+ 0,16	962,96

Segue Specchio **II.**

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media	Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media	Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media
18 *Settembre N. A.* 2^m, 17^s,74			20 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,76			2 *Ottobre N. A.* 2^m, 8^s,46		
2^m, 7^s,50	— 0^s,24	959″,95	2^m, 7^s,50	— 0^s,26	959″,73	2^m, 8^s,45	— 0^s,01	961″,66
7,80	+ 0,06	962,21	7,75	— 0,01	961,61	8,40	— 0,06	961,28
7,55	— 0,19	960,33	7,50	— 0,26	959,73	8,45	— 0,01	961,66
7,90	+ 0,16	962,96	7,75	— 0,01	961,61	8,35	— 0,11	960,91
7,55	— 0,19	960,33	7 85	+ 0,09	962,37	8,45	— 0,01	961,66
7,55	— 0,19	960,33	7,90	+ 0,14	962,74	8,35	— 0,11	960,91
8,05	+ 0,31	964,09	7,85	+ 0,09	962,37	8,20	— 0,26	959,79
7,75	+ 0,01	961,84	7,55	— 0,21	960,11	8,50	+ 0,04	962,03
8,00	+ 0,26	963,72	7,70	— 0,06	961,24	8,50	+ 0,04	962.03
7,90	+ 0,16	962,96	7,65	— 0,11	960,86	8,60	+ 0,14	962,78
7,51	— 0,23	960,03	7,55	— 0,21	960,11	8,25	— 0,21	960,16
7,70	— 0,04	961,46	8,15	+ 0,39	964,61	8,35	— 0,11	960,91
7,60	— 0,14	960,71	7,20	— 0,56	957,47	8,25	— 0,21	960,16
8,00	+ 0,26	963,72	7,75	— 0,01	961,61	8,10	— 0,36	959,04
7,85	+ 0,11	962,37	7,45	— 0,31	959,36	8,35	— 0,11	960,91
8,05	+ 0,31	964,09	7,30	— 0,46	958,23	8,40	— 0,06	961,28
7,40	— 0,34	959,20	7,50	— 0,26	959,73	8,35	— 0,11	960,91
7,60	— 0,14	960,71	8,00	+ 0,24	963,49	8,20	— 0,26	959,79
7,45	— 0,29	959,58	7,90	+ 0,14	962,74	8,30	— 0,16	960,54
7,90	+ 0,16	962,96	7,45	— 0,31	959,36			
8,05	+ 0,31	964,09				3 *Ottobre N. A.* 2^m, 8^s,56		
7,55	— 0,19	960,33	23 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,86			2^m, 8^s,45	— 0^s,11	960″,93
						8,50	— 0,06	961,31
20 *Settembre N. A.* 2^m, 7^s,76			2^m, 7^s,85	— 0^s,01	961″,69	8,55	— 0,01	961,68
			8,10	+ 0,24	963,57	8,50	— 0,06	961,31
2^m, 7^s,75	— 0^s,01	961″,61	7,65	— 0,21	960,18	8,60	+ 0,04	962,06
7,85	+ 0,09	962,31	7,80	— 0,06	961,31	8,60	+ 0,04	962,06
7,45	— 0,31	959,37	7,85	— 0,01	961,69	8,40	— 0,16	960,56
7,70	— 0,06	961,24	7,80	— 0,06	961,31	8,55	— 0,01	961,68
7,70	— 0,06	961,24	7,75	— 0,11	960,93	8,55	— 0,01	961,68
7,80	+ 0,04	961,99	7,60	— 0,26	959,81	8,25	— 0,31	959,44
7,65	— 0,11	960,86	7,85	— 0,01	961,69	8,25	— 0,31	959,44
7,40	— 0,36	958,98	8,05	+ 0,19	963,19	8,30	— 0,26	959,81
8,00	+ 0,24	963,49	7,55	— 0,31	959,43	8,55	— 0,01	961,68
7,70	— 0,06	961,24	7,90	+ 0,04	962,06	8,40	— 0,16	960,56
8,05	+ 0,29	963,87	8,15	+ 0,29	963,94	8,60	+ 0,04	962,06
7,75	— 0,01	961,61	7,85	— 0,01	961,69	8,35	— 0,21	960,19
7,65	— 0,11	960,86	7,75	— 0,11	960,93	8,50	— 0,06	961,31
8,00	+ 0,24	963,49	7,65	— 0,21	960,18	8,65	+ 0,09	962,43
7,70	— 0,06	961,24	7,85	— 0,01	961,69	8,35	— 0,21	960,19
7,75	— 0,01	961,61	7,70	— 0,16	960,56	8,40	— 0,16	960,56

Segue Specchio **II.**

Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media	Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media	Durata del passaggio in tempo medio	Differenza col N. Almanac.	Semidiametro ridotto alla distanza media
4 *Ottobre N. A.* 2^m, 8^s,68			4 *Ottobre N. A.* 2^m, 8^s,68			4 *Ottobre N. A.* 2^m, 8^s,68		
2^m, 8^s,75	+ 0^s,07	962″,41	2^m, 9^s,00	+ 0^s,32	964″,28	2^m, 8^s,60	— 0^s,08	961″,29
8,55	— 0,13	960,92	8,50	— 0,18	960,54	8,75	+ 0,07	962,41
9,05	+ 0,37	964,65	8,50	— 0,18	960,54	8,70	+ 0,02	962,04
8,80	+ 0,12	962,78	8,50	— 0,18	960,54	8,80	+ 0,12	962,78
8,90	+ 0,22	963,53	9,05	+ 0,37	964,65	8,75	+ 0,07	962,41
8,80	+ 0,12	962,78	8,75	+ 0,07	962,41	8,55	— 0,13	960,92
8,60	— 0,08	961,29	8,50	— 0,18	960,54	8,60	— 0,08	961,29

Sulla distribuzione del calorico nell'apparente disco solare.
Nota istorico-critica del Socio P. VOLPICELLI
letta nella sessione del 6 giugno 1875.

La ricerca della distribuzione del calorico sull'apparente disco solare, fu prima di ogni altro concepita dall' illustre Arago; quindi sperimentalmente studiata dal p. Secchi, e poscia da parecchi altri astronomi. Essa oggi ha richiamato maggiormente l'attenzione di quelli, che si occupano di astronomìa fisica. Per tanto vorrà permettermi l'accademia che con brevità esponga gli studi fatti, e le conclusioni dedottene, riguardo all' indicato argomento, il quale nella teorica della costituzione fisica solare, si riguarda essere di grande importanza, ma che però non si deve confondere colla temperatura assoluta del sole, la quale nello stato presente della scienza, incontra molte difficoltà, per essere giustamente determinata.

Sono già decorsi 23 anni, da che il p. Secchi fece una *prima* pubblicazione delle sue sperienze, relative al modo col quale trovasi distribuito il calorico sul disco solare *(Comptes, t.* 34, *séance du* 26 *avril* 1852, *p.* 643*)*. Tra le altre conclusioni egli asserì, che la equatoriale regione, possedeva maggior calorico delle altre parti della superficie solare.

Arago dopo questa comunicazione, volle stabilire con autentici documenti *(Comptes rendus, t.* 34, *séance du* 3 *mai* 1852, *p.* 657*)*, che prima delle indicate ricerche del p. Secchi, aveva egli commesso al Walferdin ed al Lerebours, gli opportuni strumenti per fare sperienze « sulle proprietà calorifiche del centro, e dei bordi del sole ». Inoltre lo stesso Arago si espresse a questo modo sulla importanza delle indicate sperienze del Secchi « se avessi ad emettere una opinione sopra i riultamenti, assaissimo interessanti, ottenuti dal p. Secchi, direi che hanno essi *grandemente* bisogno di verificazione ».

In seguito il p. Secchi, in una *seconda* sua comunicazione su tale oggetto *(Comptes rendus, t.* 34, *séance du* 21 *juin* 1852, *p.* 949*)* dichiarò, essere egli senza dubbio nel torto, per non avere menzionato in modo speciale i lavori di Arago sul raggiamento solare; chiese perdono al medesimo di tale dimenticanza, e dichiarò altresì, che le idee concepite in proposito da esso, erano molto posteriori a quelle di Arago.

Melloni prese in seguito a considerare *(Comptes rendus, t.* 35, *séance du* 2 *août* 1852, *p.* 165*)* le indicate sperienze, opponendosi alla spiegazione dal Secchi data, riguardo alla eguaglianza fra i raggiamenti calorifici, provenienti dai bordi dell'apparente disco solare. Il Melloni spiegò questa eguaglianza, facendo intervenire nella spiegazione medesima la *qualità* differente dei due flussi calorifici; perchè allora solamente, diceva egli, l'azione ineguale del fluido atmosferico, che supponiamo esistere intorno al sole, può assorbire più fortemente una certa parte del

flusso più intenso, producendo così la osservata uguaglianza dei due raggiamenti. E siccome questi potrebbero conservare ancora, sotto la medesima temperatura, proprietà termocroiche differenti, così Melloni faceva invito al Secchi ed al Volpicelli, di fare qualche sperienza, tendente a mettere in chiaro siffatte proprietà nelle radiazioni dei bordi, situati agli estremi dell'asse di rotazione. A questi proponeva inoltre lo stesso fisico, di studiare in generale la quistione della eterogeneità dei raggiamenti calorifici del sole, partendo dai diversi punti del suo disco. Non potei per mia parte secondare l'onorevole invito del Melloni, per mancanza di mezzi, e di amichevoli scientifiche relazioni; nè altri, sebbene da me pregato, e sebbene provveduto dell'occorrente, volle mai sobarcarsi a questo interessantissimo genere di ricerche.

Nella sua *terza* comunicazione il p. Secchi, tornando alquanto indietro, dichiarò *(Comptes rendus, t.* 35, *séance du* 26 *octobre* 1852, *p.* 605*)* che non ancora si trattava dare una soluzione definitiva di tutte le quistioni sollevate sull' indicato argomento, che riconobbe assai complesso, dicendo che bisognava fare ancora molto per esaurirlo. Cosicchè dopo aver egli esposte le ulteriori sue ricerche, per eliminare tutte le difficoltà, che accompagnano il poter dimostrare ad evidenza, che l'equatore possiede più calorico degli altri punti dell'apparente disco solare, soggiunse quanto segue: « Non riguarderò ciò nulla ostante la dimostrazione come veramente conseguita, fino a tanto che una lunga serie di ricerche, fatte secondo un piano ben concepito, e colla costanza delle osservazioni meteorologiche ordinarie, non avrà messo fuori dubbio, che queste differenze sono al di sopra di tutte le variazioni accidentali, cui si trova esposto un corpo, collocato come il sole in circostanze eccezionali, ove l'agitazione dev'essere grandissima, ed ove per conseguenza le variazioni da un epoca all'altra, debbono essere considerabili. Ho voluto per tanto render conto delle mie ricerche, sebbene i risultamenti non *sieno ancora definitivi*, affine di mostrare quale al *presente* sia lo stato della quistione, e come la sperienza possa condurre alla *teorica vera* ».

In conseguenza dei dubbi mossi dall'Arago, e dal Melloni sulle deduzioni del p. Secchi, relative al modo col quale secondo questo astronomo, trovasi distribuito il calorico sull'apparente disco solare; come ancora in conseguenza delle già indicate dichiarazioni, colle quali l'astronomo stesso riconobbe, doversi ancora molto studiare, per giungere alla vera teorica della distribuzione calorifica in proposito, publicai con una lettera ad Arago *(Comptes rendus, t.* 35, *séance du* 27 *décembre* 1852, *p.* 953... 958*)* quali doveano essere le condizioni, cui si sarebbe dovuto sperimentalmente soddisfare, per accertarsi che nell'equatore solare consisteva il massimo di calorico, secondo che asseriva il p. Secchi. Però alle condizioni medesime non ancor a si è soddisfatto, nè completamente, nè ripetutamente, come farebbe d'uopo a dimostrare vera l'asserzione più volte indicata.

A questi miei riflessi, fu dal Secchi risposto, nella *quarta* sua comunicazione in proposito *(Comptes rendus, t.* 36, *séance du* 11 *avril* 1853, *p.* 658... 661*)*, che non aveva egli dovuto fare dei riflessi medesimi un oggetto di seria discussione; perchè ciò sarebbe stato un esiger troppo dalla natura stessa delle sue sperienze. Disse inoltre che una esplorazione continua del bordo solare, richiedeva un tempo

assai lungo, in cui le più piccole variazioni dell'atmosfera terrestre, basterebbero a mascherare i piccoli effetti di cui parla il Volpicelli; Terminò egli dichiarando che se il metodo attuale non risponde totalmente a tutte le esigenze del Volpicelli, condurrà non ostante a conclusioni più esatte di quelle relative al primo metodo.

Il Sig. W. Thomson nella sua memoria sulla energia meccanica del sistema solare *(Comptes rendus, t.* 39, *séance du* 9 *octobre* 1854, *p.* 684*)* si esprime a questo modo « L'approssimativa eguaglianza della temperatura del sole in tutte le parti della sua superficie, si deve probabilmente ripetere dal fatto della vaporizzazione delle meteore ». Dunque secondo questo fisico matematico, il quale moltissimo si occupò del calore solare *(Vedi anche Archives des sciences phy. et nat. de Genève, t.* 28, *avril* 1875, *p.* 298 *e seguenti)*, non dovrebbe sempre trovarsi maggiore la temperatura dell'equatore, rispetto quella di ogni altro punto della superficie del sole. Se le conclusioni contrarie del p. Secchi, fossero state riconosciute vere da quello scenziato inglese, non potevano certo essere da lui dimenticate nella sua citata memoria sulla energia meccanica del sistema solare, la quale energia consiste in massima parte nel calorifico raggiamento. Se il Tomson avesse riconosciuto sia nel centro, sia nell'equatore di questo astro, un sensibile aumento di calorico, bisognava pure che ne avesse dato conto, come lo ha dato delle macchie solari. Forse più verosimile si mostra l'opinione, che nella superficie del sole vi sieno parti di maggiore, e parti di minore calorico, ma queste non corrispondono sempre nello stesso luogo, come appunto si verifica per le macchie.

Il sig. Lenglet in un suo lungo articolo, intitolato *Le soleil*, nel quale parla molto della fisica costituzione solare, quindi ancora del suo calorico; nulla dice nè delle sperienze del p. Secchi, nè della distribuzione calorifica da questo astronomo proclamata sulla superficie del sole. Di più secondo il sig. Lenglet la maggior copia di calorico si troverebbe nei poli, non già nell' equatore *(v. La Science, année* 1856, *n.°* 66 *du* 21 *Août, p.* 521*)*. Imperocchè questo astronomo dice: « La regione equatoriale del sole, è quella che perde più calorico, ed è per conseguenza la sua regione polare quella che resta la più calda. La regione polare essendo la più calda, su questa superficie si debbono verificare le vaporizzazioni. Pel contrario si debbono al di sopra della regione equatoriale formare le nubi ».

L' astronomo signor Langley, nella prima parte della sua nota sulla temperatura relativa delle diverse regioni del sole *(Comptes rendus, t.* 80, *séance du* 22 *mars* 1875, *p.* 746*)* dice avere il Secchi osservato nel 1852, e posteriormente: 1.° che il calore dei bordi del disco solare, consisteva circa nella metà di quello del suo centro; 2.° che deriva più calore dalle regioni equatoriali del sole che da quelle più vicine a' suoi poli; 3.° che per un punto dato, il grado della diminuzione del calorico dal centro ai bordi, è, secondo le sue determinazioni, perfettamente d'accordo con quello della luce riconosciuto dal Bouguer. Queste osservazioni, dice lo stesso Langley, sono di grande importanza, e sembra che sieno accettate generalmente, però senza che verun osservatore le abbia mai verificate; quindi sembra non superfluo venire ad un' esame di ciò che in proposito si è fatto.

Per tanto il sig. Langley dichiara i mezzi, e le molte precauzioni da esso praticate, per questo nuovo esame, riconosciuto interessantissimo da ognuno; ed egli

ne conclude la esistenza evidente di una termocrosi di un grado rimarchevole nell'atmosfera solare, ma fino ad ora, egli dice, non avvertita; però doveva dire che dal fisico italiano Melloni ciò fu preveduto, come noi precedentemente dichiarammo.

Lo stesso astronomo nella seconda parte della sua citata nota *(Comptes rendus, t.* 80, *séance du* 29 *mars* 1875, *p.* 819*)* dichiara non verificarsi, che la proporzione del calorico emesso dal sole, riesca d'accordo colla emissione della sua luce, come l'ha determinata Bouguer; poichè la emissione del calorico è notevolmente più grande, e questa differenza cresce verso i bordi, ova diviene assaissimo marcata, contro quello che fu asserito dal p. Secchi. Dice inoltre il sig. Langley sembrargli certo, che non esiste ora differenza veruna calorifica, simile a quella che fu annunciata dal Secchi nel 1852. Però è da osservare, che questo astronomo della compagnia di Gesù, dichiarò non potersi la differenza in proposito, asserita già da esso, riguardare come un fatto acquistato alla scienza, prima che una lunga serie di osservazioni, e fra loro indipendenti, non lo avesse confermato.

Alle riferite critiche del sig. Langley risponde il p. Secchi colla sua *quinta* comunicazione *(Comptes rendus, t.* 80, *séance du* 24 *mai* 1873, *p.* 1277... 1278*)* procurando in più modi sostenere le conclusioni delle sue ricerche sull'argomento che si discute, pubblicate da esso fin dal 1852, cui però contraddicono le riflessioni e le ricerche posteriori di parecchi scenziati (1).

(1) Credo sia cosa utile ricordare in questa nota quei scienziati, dei quali ho memoria, che hanno trattato, più o meno direttamente, del fenomeno di cui diamo brevemente la storia.

Una memoria sull'atmosfera solare, si trova inserita nei *Comptes rendus*, t. 49, anno 1859, p. 696, in fine della quale si dichiara che le sperienze del Secchi, non sono a bastanza dirette. Veggasi anche a pag. 806 (*ibidem*), ove si dichiara, che il centro solare risulta più luminoso dei bordi, fatto già conosciuto prima del Secchi dall'antico Linceo Luca Valerio napolitano.

Il sig. Daguin nel tomo 2.° del suo *Traité élém. de physique*, *Paris* 1861, *p.* 538 *e* 539, parla delle sperienze da me fatte per dimostrare la termocroicità dei raggi solari, ed il sig. conte Du Moncel nel cessato giornale *La Science*, ne parla come sperienze originali. Inoltre lo stesso Daguin (*luogo citato*) ricorda le conslusioni del Secchi sulla temperatnra dei diversi punti del disco solare, dicendo che in alcune di queste fu preceduto dal sig. Buys-Ballot all'osservatorio di Utrecht.

Nel rendiconto della cessata Società R. Borbonica di Napoli, nuova serie, n.° 4, luglio e agosto 1852, p. 92, si trova un articolo del Melloni, ove si contraddice alla sperienza del Secchi sull'attuale argomento.

È molto singolare che il p. Secchi, nella sua memoria del luglio 1856, non parli affatto del maggior calore, asserito da lui nell'equatore solare, ma solo dica essere il centro del suo disco apparente, quello che più di tutti gli altri punti di questo astro manifesta calorico (pag. 132), cosa già osservata da Luca Valerio. Si nota eziandio dal Secchi (pag. 130) la grande influenza ed assorbimento dei raggi, operato dall'atmosfera solare, ma non si parla più dell'equatore.

Si consultino le memorie del Zantedeschi e del Borlinetto sulle differenze, che si osservano fra gli effetti prodotti dal calorico, e dalla luce, su i cloruri, e ioduri di argento.

Si può far conto del termometro ad aria del sig. Cruzel, col quale pare, che possano apprezzarsi le più piccole variazioni di temperatura (*v. Comptes rendus*, *t.* 43, *octobre* 1856, *p.* 767).

Si consulti l'articolo del prof. De Luca, col quale mediante una soluzione di ioduro di amido, si può conoscere la temperatura, di nn corpo. Forse potrebbe profittarsi di questa soluzione conve-

Il sig. Faye distintissimo astronomo, e sincero apprezzatore dell'altrui merito scientifico, in ispecie di quello che riguarda gl' italiani, ha preso a considerare attentamente la prima e seconda parte della indicata memoria dell'astronomo sig. Langley, deducendone quanto siegue (*Comptes rendus*, *t.* 80, *séance du* 10 *mai* 1875, *p.* 1189... 1192). Il p. Secchi ha creduto fin dal 1852 potere stabilire, mediante confronti fondati sull'impiego della pila termo-elettrica, che l'equatore solare risulta più caldo di quello sieno le regioni polari....; ed egli pensò, che questa differenza doveva crescere ancor più verso i poli; perciò doveva essa determinare sul sole delle correnti, dirette dai poli all'equatore, o inversamente. Per altra parte gli astronomi avevano studiato con infaticabile perseveranza, ed estrema esattezza, la circolazione superficiale della fotosfera; ed invece di movimenti diretti verso i poli, o verso l'equatore, come si sarebbe dovuto aspettare, dietro le misure termiche del p. Secchi, essi trovarono che le indicate correnti, si dirigevano *parallelamente all'equatore!* Quindi ne ha egli concluso con intiera convinzione, malgrado le misure date dal detto astronomo del collegio romano, che non deveva esservi differenza persistente apprezzabile di temperatura fra l'equatore ed i poli.... Il lungo lavoro di misure precise fatto dal sig. Langley, mostra dice il Faye, che il fenomeno, annunciato nel 1852 dal p. Secchi, non esiste affatto.

nientemente applicata, per conoscere le variazioni di temperatura sul disco solare (*v. Cosmos*, *t.* 17, *p.* 139).

Si consultino i risultamenti di misure dirette del calore solare, ottenute dal sig. Althans (*v. Poggendorff*, *t.* 90, *p.* 544, *an.* 1853), che sembrano favorevoli al p. Secchi.

Per discutere sulla distribuzione del calorico sul disco solare, forse sarebbe utile mettere in uso il termospettrometro del sig. William Crookas (*v. Les Mondes*, *t.* 5, *année* 1864, *p.* 660).

Potrebbe forse impiegarsi anche il ioduro di mercurio, che pel calorico passa dal rosso al giallo (*v. Tyndall la chaleur*, *p.* 285).

Si può consultare utilmente la memoria molto interessante del sig. E. Gautier, intitolata « De la constitution du soleil » ove a pag. 22 si trova una breve critica al p. Secchi (*v. Archives des scien. phy. et nat. de la Bibliothèque universelle de Genève*, *août* 1869).

Bouguer dice che la intensità della luce solare va diminuendo, andando verso l'orlo del sole (*v. Gilbert*, *vol.* 70. *an.* 1822, *p.* 323).

Sulla temperatura e costituzione fisica del sole, ha pubblicato una interessante memoria il prof. Zöllner (*v. Nuovo Cimento*, *serie* 2., *t. IV*, *agosto* 1870, *p.* 129).

Sulla costituzione fisica del sole (*v. l'Institut.*, 38 *année*, *n.°* 1904, *p.* 204, *an.* 1870).

Sur la nature du soleil par M. Bernaerts (*v. Cosmos*, 3 *série*, *t.* 6, *an.* 1870, *p.* 455).

Sul calore del disco solare, memoria del sig. Wrede (*v. Poggendorff annalen*, *vol.* 53, *p.* 602. Vedi anche *Cosmos*, *t.* 6, *an.* 1870, 3 *série*, *p.* 433).

Il discorso di Arago sulla natura fisica del sole, col quale questo gran fisico precedette il p. Secchi sul concetto del raggiamento solare, si trova riportato nei numeri 941, e 942, an. 20 dell'*Institut.*

Nell'opera pubblicata recentemente dal p. Secchi, la quale ha per titolo: *Le soleil deuxième édition revue et augmentée, première partie, Paris* 1875, trovasi a pag. 203 un dotto articolo, che ha per oggetto: *l'absortion des rayons calorifiques*, nel quale l'autore mantiene, che il calorico sull'equatore solare, supera quello delle altre parti del disco apparente di questo astro.

L' illustre geometra Bertrand (*v. Comptes rendus*, *t.* 84, *p.* 70) critica un brano inserito nella citata opera del p. Secchi a p. 153.... 156, e che si riferisce all'applicazione del principio meccanico delle aree.

Ho voluto con questo breve sunto, richiamare l'attenzione degli astronomi, specialmente italiani, sopra un argomento di grande importanza, per la teorica della fisica costituzione del sole, quale appunto è la distribuzione calorifica sulla superficie di questo astro. Quindi fo voti che i medesimi vogliano intraprendere ulteriori e ben dirette ricerche, sperando io vivamente, che dalle medesime possa risultare dimostrata la verità delle conclusioni pubblicate dal p. Secchi; lo che succedendo, recherà onore ad esso, ed alla Italia.

Saggio di studi meteorologici sul clima di Roma paragonato a quello d'altre città d'Italia, riguardo alla bontà dell'aria.

Nota del socio R. PARETO

presentata nella sessione del 6 giugno 1875.

Quando nel 1871 compilavo, per incarico della COMMISSIONE PER IL BONIFICAMENTO, IRRIGAZIONE E RISANAMENTO DELL'AGRO ROMANO, la mia *Relazione sulle condizioni agrarie ed igieniche della Campagna di Roma*, fui di necessità portato a studiare il clima e la meteorologia di Roma, in paragone con altri luoghi; ma non ebbi agio allora di approfondare tale studio, e mi limitai a prendere soltanto in considerazione le medie mensili registrate dalla METEOROLOGIA ITALIANA, e da altre analoghe pubblicazioni.

Ben sapevo che, così facendo, lasciavo sussistere grandi incertezze sui risultamenti ottenuti e, fin d'allora mi proposi di riprendere un tale lavoro, in modo più particolareggiato, per accostarmi, quanto fosse possibile, a conclusioni accettabili per la loro dimostrata approssimazione alla verità. Espongo ora tali miei ulteriori studi.

Devo peraltro avvertire che, progredendo nel mio lavoro, incontrai spesso difficoltà non prevedute, e mancanza di dati meteorologici, per poter sciogliere le questioni che mi andavo proponendo; e ciò dipende principalmente dal modo in cui sono compilate e pubblicate le meteorologie. Tali difficoltà e mancanze andrò mano mano indicando, con la speranza che vi si debba nel seguito rimediare, per quanto è possibile.

Le diverse specie d'osservazioni meteorologiche saranno prima da me studiate separatamente, e poscia studiate nel loro insieme come fenomeni contemporanei e collegati.

Siccome, in una critica benevola della sopra indicata mia *Relazione*, un autorevole scenziato inglese attribuisce la malsanìa alle rapide variazioni nell'umidità e nella temperatura fra il giorno e la notte, opinione già da gran tempo abbracciata da autori italiani e stranieri che trattarono della malaria, così insisterò maggiormente sullo studio dell' umidità e della temperatura, per quindi passare a quello degli altri fenomeni meteorologici.

Le città da me scelte per più specialmente paragonarle fra loro, cioè; Roma, Mondovì, Torino, Firenze, Ferrara e Palermo, mi parvero le più convenienti al mio scopo fra quelle delle quali la METEOROLOGIA ITALIANA stampò, senza troppe lacune, le osservazioni giornaliere. Fra tali città, di decisamente malsana, oltre Roma, non

v'è che Ferrara, avrei desiderato prendere anche Mantova, che lo è ad un più alto grado, ma per essa non erano pubblicate le osservazioni quando compilavo i miei specchi, nel 1873; che soltanto in quell'anno tale città venne sostituita a Ferrara; ma non potevo servirmi che dei volumi completi degli anni precedenti. Anche per Ferrara nell'anno 1870, da me scelto pei paragoni dell'umidità relativa, mancano i due ultimi mesi, ottobre e novembre, ma non volli privarmene essendochè non contano essi fra i più malsani, e perchè colla sola Roma soggetta a malsanìa, avrebbero i miei paragoni molto perduto del loro valore.

I. — Umidità relativa.

a) Umidità generale. — Il primo studio da farsi parmi esser quello di paragonare l'umidità generale dal clima di Roma con quella di altre città; e siccome la Meteorologia italiana stampa le medie mensili delle osservazioni combinate delle 9 ant , 3 pom. e 9 pom. compilai uno specchio, nel quale aggiunsi alcune altre città alle sei di sopra indicate, avegnachè ben maggiore è il numero di quelle per le quali la Meteorologia italiana registra le medie mensili, che nol sia quello delle città per le quali dà le osservazioni giornaliere senza lacune (*Vedi specchio* 1°).

Considerando i numeri contenuti in tale specchio, rilevasi, che la *media umidità relativa annua* di Roma riesce spesso minore di quella di altre città ritenute come sane. Così, nel 1867-68, la media di San Remo, sanissima, è superiore a quella di Roma; lo sono altresì quelle di Palermo e di Napoli, come pure quelle di Ferrara e Alessandria, ma la prima di tali due ultime città è malsana, e la seconda non va del tutto esente da febbri miasmatiche. Nel 1868-69, si hanno superiori a quelle di Roma le medie di Torino, Palermo, Biella ed Alessandria, probabilmente le è pure quella di Napoli, ma non si potè conoscere, mancando la media mensile di novembre. Nel 1869-70 superano quella di Roma le medie di Biella, Alessandria e Napoli. Finalmente nel 1870-71, lo specchio trovasi troppo incompleto, per le lacune della Meteorologia italiana, e soltanto la media di Alessandria è maggiore di quella di Roma, ma riesce evidente che alcune delle città, delle quali non si potè calcolare la media, l'avrebbero pure avuta superiore, mentre quasi ad essa uguale è la media di Torino.

Ma siccome è assai difficil cosa l'ammettere essere l'umidità dei mesi invernali la causa delle febbri intermittenti che si mostrano specialmente in estate, così la penultima colonna, che contiene le medie dei tre mesi caldi di luglio, agosto e settembre, deve darci migliori indicazioni.

Quivi per l'anno 1867-68, la media di Roma trovasi inferiore a quella delle altre città registrate, meno per Siena; e per alcune delle più sane, come Torino, Biella e San Remo, la differenza è molto grande. Per l'anno 1868-69, superano quella di Roma le medie di Mondovì, Palermo, Biella, San Remo e Napoli. È da notarsi che Ferrara, malsana, ed Alessandria, dubbia, hanno medie inferiori a quelle di San Remo, Mondovì e Torino, tenute per sane. Nel 1869-70, la media di Roma è inferiore a quelle di Mondovì, Torino, Palermo, Biella, Alessandria, Siena e Napoli, e per alcune con grandi differenze. Nel 1870-71, superano pur la media

di Roma quelle di Mondovì, Torino, Palermo, Biella, San Remo e Napoli. Le hanno inferiori Firenze e Siena, sana, ed Alessandria, sospetta. Manca Ferrara, come nell'anno precedente mancava San Remo.

E deve quì notarsi che varie città la di cui media annua è inferiore a quella di Roma, hanno poi a questa superiore la media dei tre mesi estivi. Tali sono per esempio, Mondovì e Firenze, nel 1868-69; Torino, Mondovì e Palermo, nel 1869-70.

Da ciò che precede sarebbesi portati a conchiudere che non è l'umidità relativa generale del clima la causa della malsanìa, poichè agirebbe in senso inverso nelle varie città prese a studio. Ma non voglio illudermi sui risultamenti che così si dedurrebbero dallo Specchio 1.°, i quali devonsi soltanto considerare come semplici probabili indicazioni; ed ecco il perchè:

Ben è vero che l'umidità relativa, nella Meteorologia italiana, è dedotta col calcolo da osservazioni fatte col Psicrometro di August a ventilatore, e quindi, malgrado taluni appunti che potrebbero farsi a tale istromento non sono da temersi le inesattezze tanto frequenti dell'Igrometro di de Saussure, alle indicazioni del quale debbonsi far subire riduzioni, sulla di cui entità non sono nemmeno d'accordo gli autori che se ne occuparono, atalchè 80 gradi dell'igrometro devonsi ridurre a 59,2 secondo Prînsep ed a 68,9 secondo Melloni. Neanche il piccolo numero degli anni di osservazione stati presi potrebbe mettere in dubbio sulle precedenti conclusioni; essendosene presi soltanto quattro, perchè la causa della malsanìa non può certamente risiedere in una media di più anni, ma dovrebbe trovarsi in medie che ad ogni anno si ripetessero, senza di che la cattiva aria cangierebbe d'anno in anno di paese, col mutarsi delle medie. Egli è quindi che dò poca importanza all'altro specchio, nel quale scrissi le medie mensili combinate dei quattro anni, dedotte da quelle dello specchio 1.°, e sulle quali si possono fare analoghe considerazioni (*Vedi specchio* 2.°).

L'incertezza consiste in ciò che seguita:

Nel maggior numero delle stazioni italiane si fanno soltanto tre osservazioni giornaliere (parlo del 1870, ora in molte si aumentarono, portandole a cinque ed anche a sei), quelle cioè delle 9 ant., 3 pom., e 9 pom.; in altre se ne fanno cinque aggiungendo alle precedenti quelle delle 12 (mezzogiorno) e delle 6 pom. Per Roma se ne registrano soltanto tre, ed è ciò che obbligommi a contentarmi di tale numero anche per Biella, Torino, Mondovì, Alessandria che ne contano cinque. Ora nulla dimostra che la media delle tre o delle cinque sopradette osservazioni concordi con la media delle ventiquattro ore, ossia giornaliera.

Fu riconosciuto esperimentalmente che v'è un ora del giorno la di cui temperatura concorda sensibilmente con la temperatura media della giornata o, per meglio dire la media mensile della quale è molto vicina alla media mensile delle ventiquattro osservazioni giornaliere combinate, ma si conobbe altresì che tale ora privilegiata varia da un sito all'altro. Nulla di simile si tentò di rilevare riguardo all'umidità, e neanche potevasi ciò fare, mancandoci, può dirsi quasi interamente, le osservazioni notturne.

Alcuni meteorologisti studiarono l'umidità con osservazioni orarie, ma tutti, o

quasi tutti (1), fecero come Kämtz che osservò in Halle dalle 6 ore del mattino alle 10 della sera, *quasi in ogni ora,* come egli stesso lo dice, ma le quantità poi d'umidità corrispondenti alla notte furono *rinvenute* mediante una semplice interpolazione. Tali interpolazioni non potevano che essere arbitrarie, essendo sconosciuta la legge del diminuire e del crescere dell'umidità durante la notte, per la quale l'autore non possedeva osservazioni.

Nel 1866 il prof. G. Ferri fece a Lugano alcune osservazioni orarie nei mesi di gennaio, febbraio, marzo, maggio e giugno, che furono stampate dalla METEOROLOGIA ITALIANA. Consegnai nel seguente specchio le medie mensili così ottenute per le 24 osservazioni, quelle per le tre, e quelle per le cinque sopra indicate, non che le differenze che fra tali tre sorta di medie si riscontrano (*Vedi specchio* 3.°). Se ne deduce che le medie delle 24 ore non concordano con quelle delle tre osservazioni 9^a, 3^p, 9^p, e neanche con quelle delle cinque 9^a, 12, 3^p, 6^p, 9^p, trovandovisi differenze notevoli talvolta in più, talvolta in meno. Troppo scarso è il numero delle osservazioni, fatte in modo molto incompleto, durante tali cinque mesi, per cercare di dedurne una legge qualunque. Bastami con tale specchio, dimostrare che le medie di cui usiamo non possono prendersi come rappresentanti quelle dell'intiera giornata.

Riman dunque ben inteso che di medie diurne possiamo soltanto ragionare, di quelle cioè comprese fra le 9 ant. e le 9 pom. Ma qui pure la media di tre osservazioni equidistanti non è presa per la vera media che per pura ipotesi.

Scrissi in uno specchio le medie del mese di luglio 1870, dedotte dalle tre e dalle cinque osservazioni, per quelle città che trovai possederne cinque nella METEOROLOGIA ITALIANA (*Vedi specchio* 4.°). Tale specchio mostra ad evidenza che, prendendo per media diurna quella delle tre osservazioni, invece di quella delle cinque, che più devesi accostare alla vera, si commette un errore, quasi sempre, se non sempre, in più; e che tale errore varia fra limiti assai estesi, poichè, essendo di soli gradi 0,3 per la Sacra di San Michele, diventa di 4,0 per Benevento, trovandosi fra questi compresi quelli, diversi fra loro, delle altre città. Aggiunsi a tale specchio le medie di Roma pel mese di luglio per 6 osservazioni (6^a, 9^a, 12, 3^p, 6^p, 9^p) per 5 (9^a, 12, 3^p, 6^p, 9^p) e per 3 (9^a, 3^p, 9^p) e qui pure si trovano grandi differenze fra le une e le altre. Il mio dotto amico, il R. Padre Denza, stampò nel Bullettino meteorologico di Moncalieri le sei osservazioni per tale città e per Piacenza, ma tali due sole città non bastano per il mio studio di paragone. Sarebbe da desiderarsi che la METEOROLOGIA ITALIANA stampasse le sei osservazioni per tutte quelle città nelle quali si fanno in tal numero.

Da ciò che precede risulta che noi siamo lungi dal conoscere esattamente l'umidità relativa media giornaliera, mensile ed annua, ed anche la diurna, delle nostre diverse stazioni meteorologiche, e che i numeri di cui disponiamo non sono nemmeno sensibilmente proporzionali a tali medie ; non possiamo dunque considerarli che come lontane approssimazioni ; mentre i nostri paragoni mancano di ogni valore assoluto, ed hanno soltanto quello di una qualche probabilità.

(1) Nel 1862, Poey fece osservazioni in gran numero, orarie di giorno e di notte, all'osservatore dell'Avana, sulle quali trasmise una nota all'Istituto di Parigi. Non potei procurarmela, ma poco importerebbe al mio assunto poichè di paragoni e non di una sola città devo occuparmi.

Ecco il primo disinganno che mi occorse di provare in questi miei studi meteorologici, e noto che osservazioni esclusivamente, direi quasi, fatte per ottenere le sovra esposte medie giornaliere, mensili ed annue, precisamente tali medie non possono darci.

V'è un'altra causa d'incertezze. Quando adopero le osservazioni delle diverse stazioni, sono io sicuro di trovare in esse l'umidità media dell'intera città, ed anche di un'estesa superficie che la circondi? V'è luogo a dubitarne, poichè l'umidità varia sensibilmente in siti vicinissimi ed anche probabilmente in punti non lontani posti sulla stessa verticale.

Malgrado le molte lacune che trovansi, specialmente nei primi volumi della METEOROLOGIA ITALIANA, ho potuto, pel 1867, ragranellarvi alcuni numeri da me consegnati in uno specchio, i quali sono molto eloquenti in proposito (*Vedi specchio* 5°). Veggasi quivi quanto sono diverse fra loro, e talvolta in più, talvolta in meno, le medie di Torino Università e Torino Borgo S. Donato, stazioni entrambi poste in pianura, alla distanza l'una dall'altra di circa due chilometri; e come lo sono pure le medie delle 9ª e delle 3ª di Napoli Specola Reale, e Napoli Osservatorio dell'Università, stazioni poste a simile distanza ma ad altitudini alquanto diverse! Se avessi avuto in mano il Volume della METEOROLOGIA ITALIANA del 1873 avrei indicato simili diversità fra Roma Collegio Romano e Roma Osservatorio dell'Università sul Campidoglio. Dunque quando registro l'umidità relativa di Roma, ho realmente quella dell'Osservatorio del Collegio Romano di cui mi servo, ma può essa trovarsi diversissima al Quirinale o in piazza San Pietro e, siccome i diversi quartieri della Città non sono egualmente malsani, non posso servirmi di tali osservazioni colla certezza che sarebbe richiesta per dedurne conclusioni sicure.

Un'osservazione non certo di esattezza scientifica, ma che pure non manca d'importanza, potei fare più volte. Uscendo di casa nelle prime ore della notte trovai, con un bel cielo sereno, bagnato, come se piovesse, il selciato di Piazza Sant'Angelo, mentre dall'altra parte del ponte il suolo era asciutto. Una volta fra le altre consultai, al dommani, il bullettino meteorologico nei giornali, e trovai che indicava 82 gradi di umidità relativa. V'è dunque grande differenza da un punto all'altro di Roma.

Dunque? Dunque le medie di cui mi servii non possono considerarsi che come vaghe indicazioni, e non già come elementi di deduzioni strettamente scientifiche. La colpa non è mia chè presi tutto ciò che poterono darmi gli specchi della METEOROLOGIA ITALIANA, essa è della scienza che ancora bamboleggia e, non so perchè, si mise, in sulle prime, in capo che le osservazioni di un sito potessero applicarsi ad estesissima superficie tutto all'intorno, ciocchè vedemmo non esser vero. Non si pretese calcolare la portata media, e che più è la massima, del Tevere, prendendo la media delle medie della pioggia caduta, nelle osservazioni di tre sole stazioni: Civitavecchia, Roma e Perugia!!!

Le stesse medie possono risultare da umidità diversissime nelle varie ore dello stesso giorno e, se abbiamo veduto che nulla ci autorizza, servendoci dei dati incompleti che possediamo, ad attribuire la malsanìa di una città alla sua maggiore umidità relativa media generale, annua o mensile, potrebbe ben farsi che il male

fosse prodotto da maggiori salti fra il giorno e la notte, i quali possono essere indipendenti dalle sopradette medie. Ed è precisamente a tali salti che i sopra ricordati autori attribuiscono la malsanìa di Roma e di altre contrade. Ovvero potrebbe anche accadere che, con medie giornaliere e mensili uguali, fossero nei paesi malsani più umide che in quelli sani le prime e le ultime ore della notte, che stimansi dovunque le più pericolose.

Dovetti quindi studiare anche sotto tale aspetto la questione; e qui camminai su d'un terreno alquanto più solido, essendochè potei adoperare in modo più diretto le singole osservazioni che si posseggono.

b) Umidità delle ultime ore del giorno e delle prime della notte. — Compilai uno specchio, nel quale scrissi in colonna, per le sei città prescelte, tutte le osservazioni fatte alle ore 9,^{a} 3^{p} e 9^{p} durante l'anno meteorologico 1869-70. Di tale specchio consegno qui soltanto i mesi di Luglio, Agosto e Settembre, come quelli che precipuamente interessano lo studio della malsanìa, ma mi servo del suo insieme nella compilazione di alcuni altri specchi suppletorii. *(Vedi specchio 6°).* Fra le colonne delle osservazioni scrissi le loro differenze, col segno più o meno, secondo che l'osservazione seguente superava la precedente, o a questa rimaneva inferiore. È però da ricordare che l'osservazione delle 9^{a} e quella delle 3,^{p} come altresì quelle delle 3^{p} e delle 9,^{p} sono distanti di sei ore l'una dall' altra, mentre quella delle 9^{p} dista da quella delle 9ª del doppio, cioè di 12 ore.

Sommai quindi i numeri delle colonne dalle osservazioni, e ne dedussi, scrivendole in altra linea, le medie mensili per le tre ore di osservazione. Tali medie per renderle più facilmente paragonabili fra loro le trascrissi in separato specchietto *(Vedi specchio 7°).* Le piccole differenze che scorgonsi fra le mie medie e quelle registrate nella METEOROLOGIA ITALIANA, provengono da un ristrettissimo numero d'interpolazioni per osservazioni isolate mancanti, le quali essendo, come fu detto, arbitrarie, riuscirono probabilmente alquanto diverse.

Combinando due a due le dette medie mensili delle osservazioni, ne ottenni, col metodo ordinario, le differenze medie mensili, che coi loro segni di più e di meno consegnai separatamente in altro specchietto *(Vedi la seconda parte dello specchio 8).*

Riguardo a tali medie, così ottenute, è da notarsi trovarsi in esse un parziale compenso fra quelle in più e quelle in meno, per le colonne che tutte non le hanno collo stesso segno, e che quindi conviene farne le somme separate e prendere pure separatamente le medie per le differenze in più e per le differenze in meno, onde aver così cognizione della loro rispettiva intensità. Ciò feci pure, come vedesi in calce dello specchio 6°; e tali differenze mensili in più ed in meno scrissi egualmente per facilitarne il paragone, in separato specchietto *(Vedi prima parte dello specchio 8°).*

Cercai pure coll'intiero mio specchio 6°, per l'anno 1869-70, il numero dei giorni per ogni mese e per l'intero anno, in cui cresceva l'umidità delle 9^{a} alle 3;^{p} delle 3^{p} alle 9^{p} e dalle 9^{p} alle 9,^{a} nelle sei città sottoposte a studio speciale, ed i numeri ottenuti veggonsi consegnati in uno specchietto separato *(Vedi specchio 9°).*

Finalmente in altro specchio separato scrissi il numero delle differenze in più, per le sei città, dalle 3ᵖ alle 9,ᵖ nei mesi di Luglio, Agosto e Settembre 1870, separandole in quattro categorie, cioè da 0° a 15°, da 15° a 30°, da 30° a 45°, da 45° a 60;° per poterle anche paragonare riguardo alla loro intensità *(Vedi specchio* 10°*)*.

Interessava pur di conoscere l'andamento del crescere dell'umidità, perchè, la differenza totale fra le ore 3ᵖ e 9ᵖ rimanendo la stessa, può farsi che in talune città il crescere dell'umidità sia più uniforme, ed in altre si acceleri e renda più sensibile il salto fra le ultime ore del giorno e le prime della notte. Ma veramente non potrebbesi avere risposta adequata a tale questione che possedendo osservazioni orarie. Peraltro una qualche indicazione può esserci somministrata dalle osservazioni delle 6,ᵖ avvegnachè il rapporto delle differenze dalle 6ᵖ alle 9ᵖ con le differenze delle 3ᵖ alle 6ᵖ c'indicherà l'acceleramento nel crescere dell'umidità coll'approssimarsi alla notte, se pur questo realmente esiste. Compilai dunque per molte città italiane uno specchio nel quale scrissi le medie mensili date dalla Meteorologia italiana pei mesi di Luglio, Agosto, Settembre 1870, ne dedussi le differenze, ed il sopra indicato rapporto *(Vedi specchio* 11.°*)*

Disgraziatamente, nel detto anno, non si hanno per Roma le medie delle 6 pom. e quindi tale città non figura nello specchio, del quale le differenze, e medie sono altresì sottoposte all'incertezza risultante dalle compensazioni fra le differenze in più e quelle in meno, compensazioni che non potei fare sparire, non trovando nella Mrteorologia italiana le osservazioni giornaliere delle 6,ᵖ ma leggendovisi soltanto le loro medie mensili.

Cercai in ultimo, con rappresentazioni grafiche, di rendere più appariscente il paragone fra le osservazioni.

Nelle tavole 1° disegnai per ordine di grandezza decrescente le differenze fra le osservazioni delle 3ᵖ e delle 9ᵖ per le sei città prescelte, e pei mesi di Luglio, Agosto, Settembre 1870.

Nelle tavole 2° tracciai, per le stesse città, le curve delle osservazioni delle 9ᵃ 3ᵖ e 9,ᵖ e separai con tinta scura la curva delle 3ᵖ da quella delle 9ᵖ quando la differenza era in più, e con tinta chiara quand' era in meno. Tali curve ci permettono di studiare l'andamento più o meno regolare degli disquilibri nell'umidità relativa, e di farne facilmente paragone.

Sui precedenti specchi e sulle indicate rappresentazioni grafiche possono farsi le seguenti considerazioni.

Cominciamo dalle medie mensili di Luglio, Agosto e Settembre, specchio 7°. Scorgesi che alle 9 ant. Roma è meno umida di quasi tutte le altre cinque città, non essendovi che due eccessioni, Firenze in Luglio e Palermo in Settembre. Ferrara è alquanto più umida di Roma, ma essa pure trovasi suparata da varie altre città riputate sane. È vero peraltro che le 9 ant. sono assai lontane dal levarsi del sole perchè se ne possono trarre conclusioni soddisfacenti. Tralascio il paragone delle 3ᵖ che non ha importanza, e passo a quello delle 9ᵖ. Qui Roma ha francamente umidità superiore a quella delle altre città, non trovandovisi che una sola eccezione in Agosto per Mondovì, che supera l'umidità di Roma di ben quasi 8 gradi; e Mondovì

è molto sana. Quanto a Ferrara, pure malsana, la sua umidità relativa trovasi inferiore a quella di due città sane in Luglio, a quella di tre in Agosto, ed a quella di quattro in settembre. Nella media delle medie delle 9^p pei tre mesi Roma è inferiore a Mondovì e Ferrara a tutte le altre, meno a Firenze. Da ciò non è permesso di dedurre che l'umidità maggiore alle 9^p sia la causa prima della malsanìa.

Passiamo alle differenze medie mensili dedotte dalle medie delle osservazioni; Specchio 8° seconda parte. Per le differenze fra le 3^p e le 9^p, Roma le ha più forti di tutte le altre città nei tre mesi; soltanto in Settembre le differenze medie di Torino e di Firenze non differiscono da quelle di Roma che di pochi decimi di grado, e potrebbero considerarsi come ad essa uguali. Ma le cose non vanno così per Ferrara, avendo essa una media inferiore: in Luglio a Mondovì, in Agosto a Mondovì e a Torino, ed in Settembre a Torino e Firenze. Ma come vedemmo tali medie non sono quelle reali delle differenze giornaliere in più; passiamo dunque al paragone di queste ultime, Specchio 8° prima parte. Quivi le medie delle differenze in più sono sempre superiori per Roma a quelle delle altre città, fra le ore 3^p e le 9^p; ma Ferrara le ha in Luglio inferiori a quelle di Mondovì e Torino, in Agosto inferiori a Firenze e quasi uguali a Mondovì e Torino; in Settembre inferiori di molto a Mondovì, Torino e Firenze. È da notarsi che Palermo ha sempre differenze di gran lunga inferiori a quelle delle altre città, probabilmente a causa del suo clima marittimo. Se ci fermiamo alla sola Roma, verifichiamo il fatto che le medie delle sue differenze in più superano quelle delle altre città; ma Ferrara, che pur essa è malsana, si presenta in modo differente poichè ha medie inferiori a quelle di alcune città sanissime. Quindi non parmi sia il caso di ammettere che tale maggiore umidità media delle differenze in più possa considerarsi come la principal causa della malsanìa.

Nulla vi è a dire per le differenze medie in più delle 9^p alle 9^a, le quali si presentano con grande irregolarità, e per le medie delle differenze in meno dalle 3^p alle 9^p che trovansi nello stesso caso.

Le tavole 1° mostrano spiccatamente all'occhio di chi le esamina, come le differenze giornaliere in più fra le 3^p e le 9^p siano, per Roma, superiori a quelle delle altre città, specialmente nel mese di Luglio, ma scorgesi altresì immediatamente che le cose vanno altrimenti per Ferrara. Tale rappresentazione grafica ci serve al paragone delle osservazioni giornaliere, a parer mio più importante di quello delle loro medie.

L'andamento di tali differenze si può pure vedere nelle tavole 2° essendochè la distanza verticale che trovansi giorno per giorno fra la curva delle osservazioni delle 3^p e quella delle osservazioni delle 9^p rappresenta precisamente tali differenze. Se nelle tavole 1° furono disposte le differenze in ordine di grandezza, nelle tavole 2° trovansi invece disposte nell'ordine in cui si succedettero giorno per giorno, e si scorgono le alternative che ebbero luogo fra le grandi differenze e le piccole in più, ed anche fra le differenze in meno.

Da tali tavole si rileva che generalmente le differenze sono distribuite con maggiore regolarità per Roma, e con la più grande irregolarità per Palermo, e che quindi non si può attribuire la malaria all'irregolarità nel succedersi di tali differenze.

Il numero dei giorni nei quali cresce l' umidità dalle 3ᵖ alle 9ᵖ, cioè nei quali la differenza è in più, che trovasi consegnato nello specchio 9, mostra che, per Roma, questo non è generalmente superiore a quello delle altre città.In Luglio è uguale con Firenze e supera le altre, ma in Agosto è inferiore a quello di Mondovì e Torino ed in Settembre a quello di Torino, Firenze e Ferrara. Quanto e Ferrara poi : in Luglio tale numero è inferiore a quello di Mondovì e Firenze, in Agosto a quello di Mondovì e Torino, in Settembre a quello di Torino e Firenze. Dunque nemmeno in questi numeri può conchiudersi risiedere la causa della malsanìa. Se poi combiniamo il numero di tali differenze in più con la loro intensità, separandole per gruppi; giungiamo alle seguenti conclusioni servendoci dello Specchio 10.° Nei tre mesi riuniti di Luglio, Agosto e Settembre, di differenze piccole, da 0° a 15,° Roma ne ha molto meno delle altre cinque città, di differenza da 15° a 30,° ne ha più di tutte eccettuato Mondovì; da 30° a 45°, ne ha grandemente più di tutte; e da 45° a 60° ne ha 3, mentre, se ne togli Torino che ne conta una, le altre città hanno zero. Per Ferrara invece da 0° a 15° le differenze superano in numero quelle di Mondovì; da 15° a 30° sono inferiori con Mondovì, eguali a Torino e superano le altre, meno Roma; da 30° a 45° sono eguali con Mondovì e superano le altre, meno Roma. Qui pure dunque Ferrara non convalida la conclusione che si sarebbe potuta prendere per Roma.

Lo Specchio 11° ci permette di studiare, sebbene molto imperfettamente, il modo in cui si accelera il crescere dell'umidità delle 3ᵖ alle 6.ᵖ L' ultima colonna che contiene il rapporto fra le medie differenze dalle 3ᵖ alle 6ᵖ; e le medie differenze fra le 6ᵖ e le 9ᵖ, rappresenta di quanto l'accrescersi dell'umidità riesce più rapido nel secondo periodo di tempo che nel primo. Qui vediamo che, in Luglio, Alessandria, non troppo sana, ha tale rapporto superiore a quello di tutte le altre città iscritte, meno Palermo; ma nel mese di Agosto lo ha inferiore a Torino, Palermo, Urbino, Benevento, Milano e Livorno; e nel mese di Settembre a Torino e Casale Monferrato, che essa pure non è perfettamente sana.

In calce a tale specchio ho pure scritto le medie mensili, le differenze, ed il detto rapporto per la città di Roma, nell'anno 1873, mancandomi per essa le osservazioni delle 6ᵖ del 1870. Se fosse permesso paragonare anni diversi, cosa che non dovrebbe riuscire erronea nel genere di questi studi, si vedrebbe che tale rapporto è ben piccolo per Roma in paragone di quello di molte altre città sanissime, e se ne potrebbe dedurre che in Roma più che in esse deve essere uniforme il crescere dell'umidità dalle 3ᵖ alle 9ᵖ nei mesi estivi.

Ma tutto ciò fondasi sopra medie, che non separano le differenze in più dalle differenze in meno, e non può servirmi di guida certa, ma soltanto d' indicazione assai probabile. Se avessi avuto a mia disposizione le osservazioni giornaliere delle 6 pomeridiane, avrei meglio potuto raggiungere il mio scopo, ed è questa una delle mancanze da me accennata e che rimpiango.

Giunto a questo punto, e senza pregiudicare i risultamenti che esporrò nel seguito, riguardo agli altri fenomeni meteorologici, presi isolatamente ed anche combinati fra loro e con quello del quale finora mi occupai, parmi dover io concludere che le osservazioni delle quali potei disporre non autorizzano a ritenere l'umidità

relativa in genere, quella delle prime ore della notte e la sua differenza con quella delle ultime ore del giorno, come la causa iniziale della malsanìa, notando che di tal fatta non si niega poterne essere una delle concomitanti.

II. — Rugiada.

Fu tentato, ma non vi si riuscì, di avere misure dirette della rugiada giornalmente condensata, e non se ne trovano che vaghe indicazioni in talune Meteorologie. Nelle pubblicazioni per decadi dell' anno attuale 1875. la METEOROLOGIA ITALIANA indica i giorni di rugiada e quelli di nebbia; per tutto ciò che riguarda lo stato del cielo essa e ben più completa che negli anni antecedenti, e ciò permetterà, nel seguito, paragoni più concludenti per tali fenomeni.

Non potendo io dunque qui paragonare i numeri dei giorni in cui si ebbe rugiada nelle varie città, devo limitarmi a cercarne una indicazione, ben indiretta e poco sicura, paragonando il numero dei giorni nei quali la rugiada avrebbe potuto mostrarsi.

E qui giovami ricordare che, mentre la piazza Sant'Angelo è talvolta straordinariamente, come lo dissi, bagnata dalla rugiada, dall' altra parte del ponte il suolo rimane secco, e che quindi il fenomeno riesce talmente locale da diminuire grandemente il valore di osservazioni, fossero esse pure dirette, fatte in un punto determinato di una città.

È noto che la precipitazione della rugiada ha soltanto luogo nei giorni sereni e senza gran vento. Riunii quindi i numeri dei giorni che si trovarono sereni e senza gran vento alle 9^{p} nei mesi estivi 1870, togliendoli dalla METEOROLOGIA ITALIANA (*Vedi specchio* 12°). Ma mi accorsi che le due città malsane fra le sei registrate, cioè Roma e Ferrara, ne contenevano più delle altre, e considerando che, se un solo anno può, come già lo dissi, servir di sufficiente prova negativa, più anni invece di paragone sono necessari per dare probabilità ad una prova positiva, consegnai nel mio specchio i risultamenti di quattro anni. Soltanto per due di questi sostituii Mantova, egualmente malsana, a Ferrara, che più non trovai nella METEOROLOGIA ITALIANA.

Ebbene, da tale specchio rilevasi che Roma, Ferrara e Mantova, malsane, hanno più gran numero di giorni sereni e senza vento alle 9^{p} di tutte le altre nostre città meno Palermo, il quale una volta supera Roma e sempre Ferrara e Mantova. Giova notare che contai come sereni i giorni che trovai indicati per quasi sereni.

Se con tal modo, tanto indiretto, si potessero dedurre conclusioni alquanto probabili, sembrerebbe che la rugiada avesse una diretta influenza sulla malsanìa, cosa generalmente ammessa, rimanendo soltanto senza spiegazione l'anomalia presentata da Palermo.

Ma che un certo numero di giorni sereni di più alle 9^{p} possa esserne la causa principale, non parmi credibile, perchè si ha pure rugiada in città sanissime, e quivi pure, se ciò fosse, dovrebbe produrre febbri intermittenti, sebbene in minor numero.

Io dò questo specchio per il valore che può avere, il quale certamente non è grande, ma nulla potei trovare di meglio.

III. — Nebbia.

Sebbene la Meteorologia italiana, prima del corrente anno, scriva talvolta la nebbia nello stato del cielo, lo fa peraltro così irregolarmente, che non potei servirmene per istituire un paragone qualunque. Ed invero, presso a poco mai indica nebbia per Roma, eppure ben molte e molte mattine, alzandomi per tempo, ne vidi coperto il letto del Tevere e le sue sponde; raramente l'indica per Torino, ove invece è assai frequente. Devesi peraltro convenire che tale fenomeno è dei più capricciosi. Una volta a Parigi vidi nebbia densissima nella città a destra della Senna, mentre la sponda sinistra ne andava del tutto immune.

Tutti stimano la nebbia malsana, ma servendomi de' documenti che possiedo, non posso, riguardo ad essa, paragonare le città di cattiva aria alla sana. Certo è peraltro che si ha più spesso nebbia, e folta nebbia, a Torino che a Roma, ciocchè esclude l'essere essa la causa primaria della malsanìa.

Specchio N. 1.

Umidità relativa. — Medie mensili delle ore 9,^{a} 3,^{p} 9,^{p} combinate.

1867-1868	Dicembre	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Medie di Luglio Agosto, Settembre	Medie annuali
Roma	70,6	76,1	72,8	60,3	75,1	66,9	67,0	63,1	56,6	66,0	75,7	78,4	61,9	69,1
Mondovì	59,0	65,3	59,3	54,0	56,1	65,3	59,4	61,2	66,0	70,7	77,8	73,2	66,3	64,8
Torino	manca	82,6	77,0	51,9	51,0	72,0	59,5	58,0	62,9	72,7	81,2	82,2	64,5	»
Firenze	71,4	72,1	69,3	57,1	58,1	64,5	60,3	64,5	66,2	66,1	63,1	63,2	65,6	64,6
Ferrara	82,8	80,7	80,5	63,3	64,8	63,0	61,5	60,7	64,3	65,7	76,9	83,4	63,2	70,6
Palermo	73,7	73,6	74,6	70,9	66,4	73,5	73,0	62,0	66,0	66,5	69,4	70,4	64,8	70,0
Biella	62,3	67,3	65,4	54,9	59,4	60,2	66,5	63,3	74,4	82,8	87,5	70,8	73,5	67,9
San Remo	59,8	62,1	66,0	59,2	67,6	63,3	65,4	66,7	65,3	70,7	67,6	64,9	67,6	70,5
Alessandria	84,8	89,0	84,9	61,6	56,8	55,2	53,9	55,8	62,4	68,9	82,2	85,6	62,2	70,9
Siena	70,3	80,3	64,7	54,8	58,7	55,8	53,0	53,6	54,6	64,7	72,0	75,3	57,6	63,2
Napoli	78,8	75,9	71,2	66,3	70,1	64,9	74,5	74,7	68,8	74,0	78,1	75,9	72,5	72,8
1868-1869														
Roma	82,3	68,6	78,2	68,4	69,6	60,9	56,5	59,4	60,1	67,0	69,6	75,4	62,2	68,0
Mondovì	75,9	65,1	64,7	67,6	60,7	72,8	61,4	60,3	60,3	69,2	66,9	64,7	63,3	65,8
Torino	86,1	83,5	78,3	70,8	58,9	72,7	56,0	57,2	55,9	67,6	68,3	70,0	60,2	68,4
Firenze	72,0	78,4	68,1	63,2	57,0	58,2	54,9	54,8	59,2	62,6	63,7	72,2	58,9	63,7
Ferrara	85,9	80,4	83,3	74,1	67,8	63,1	64,7	62,9	55,6	60,6	68,2	72,9	59,7	69,9
Palermo	70,3	71,4	72,9	65,8	69,2	61,9	65,9	70,2	64,9	69,8	65,4	71,9	68,3	68,3
Biella	82,6	73,1	72,3	72,8	72,4	76,9	66,9	66,2	65,2	73,4	73,9	71,4	68,3	72,3
San Remo	74,6	61,4	70,5	59,0	69,3	69,9	66,0	71,2	61,9	71,0	63,3	70,5	68,0	67,4
Alessandria	91,2	84,0	84,3	73,4	65,3	65,1	55,9	58,2	54,6	66,1	73,2	77,4	59,6	70,7
Siena	82,7	72,8	70,8	69,3	58,4	57,8	49,3	50,8	52,9	65,6	64,8	71,1	56,4	63,9
Napoli	77,7	69,2	77,1	71,0	75,9	67,1	65,8	60,0	68,3	71,5	72,0	manca	66,6	»
1869-1870														
Roma	84,5	75,4	75,7	66,5	60,4	62,7	65,9	55,5	59,9	55,6	69,0	78,1	57,0	67,4
Mondovì	77,5	61,3	74,6	62,5	48,3	51,9	62,3	58,1	69,0	58,2	52,4	71,5	61,8	62,3
Torino	89,3	83,1	81,0	59,9	42,9	49,8	56,9	50,8	65,2	57,6	58,9	76,4	57,7	64,3
Firenze	80,0	75,3	71,0	63,1	44,3	50,6	60,1	45,9	68,3	56,1	67,5	79,8	56,8	63,5
Ferrara	78,9	77,8	77,2	69,8	73,6	70,1	61,1	51,2	61,8	54,9	manca	manca	56,0	»
Palermo	71,9	68,9	68,5	72,1	67,4	69,5	68,6	67,5	59,8	59,3	59,6	61,8	62,2	66,2
Biella	79,5	69,8	77,3	64,9	49,3	60,2	62,4	64,5	74,6	68,1	68,3	80,0	69,1	68,2
San Remo	64,7	68,4	74,6	70,5	59,9	69,9	73,2	66,4	70,4	manca	53,9	69,8	»	»
Alessandria	92,6	85,2	82,9	67,1	56,1	54,6	60,5	51,0	66,5	58,5	65,1	80,2	62,0	68,4
Siena	88,8	74,7	75,9	67,2	44,9	51,1	59,9	52,2	70,0	52,7	63,4	79,7	58,3	64,8
Napoli	81,0	75,1	74,0	70,8	61,8	66,8	75,9	67,8	68,0	60,8	71,1	77,4	65,5	70,4

(*Segue specchio N.* 1).

Umidità relativa. — **Medie mensili delle ore 9,^{a} 3,^{p} 9,^{p} combinate.**

1870-1871	Dicembre	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Medie di Luglio Agosto, Settembre	Medie annuali
Roma	82,5	78,2	72,3	71,8	68,7	61,3	61,1	49,9	55,5	65,7	63,2	73,1	57,0	66,9
Mondovì	74,1	68,5	57,4	63,6	59,3	61,4	59,5	52,1	60,1	64,4	69,1	74,4	58,9	63,7
Torino	85,4	87,6	78,7	61,8	55,3	52,4	56,1	52,0	56,0	65,0	66,3	80,8	57,7	66,5
Firenze	88,5	75,6	71,5	62,8	60,2	54,2	62,2	42,2	46,4	60,1	62,5	74,0	49,9	63,3
Ferrara	manca	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Palermo	66,3	71,6	71,9	67,9	manca	64,4	58,4	61,0	63,4	63,6	67,3	71,2	62,7	»
Biella	82,6	87,1	86,0	70,6	manca	59,2	67,3	62 1	65,1	73,1	74,5	80,0	66,8	»
San Remo	77,6	65,8	78,3	73,5	manca	67,5	63,1	67,8	64,2	67,5	manca	65,2	65,0	»
Alessandria	86,5	87,8	87,5	70,1	58,6	52,3	56,5	46,1	52,1	63,4	65,6	84,5	51,6	67,6
Siena	88,9	80,5	75,3	63,5	60,1	53,6	61,1	44,1	47,0	61,9	60,0	76,5	50,7	64,2
Napoli	79,8	81,6	74,3	75,2	manca	64,9	69,3	61,8	64,2	70,9	69,3	77,8	65,1	»

SPECCHIO N. 2.

Umidità relativa. — **Medie delle medie mensili dei 4 anni dello Specchio primo.**

	Dicembre	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Medie di Luglio, Agosto, Settembre	Medie annuali
Roma	80,0	74,8	74,7	66,8	68,4	62,9	62,6	57,0	58,0	63,6	69,4	76,2	59,5	67,8
Mondovì	71,6	65,0	64,0	61,9	56,1	62,8	60,6	57.9	63,8	65,6	66,2	70,9	62,6	64,1
Torino	»	84,2	78,7	61,1	52,0	61,7	57,9	54,5	60,0	65,7	68,7	77,3	60,0	»
Firenze	78,0	75,4	70,0	61,5	54,9	56,9	59,4	51,8	60,0	61,2	64,2	72,3	57,8	63,8
Ferrara	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Palermo	70,5	71,4	72,0	69,2	»	67,3	66,4	65,2	63,3	64,8	67,9	68,8	64,5	»
Biella	76,7	76,8	75,2	68,4	»	64,1	65,8	64,0	69,8	74,3	76,0	75,5	69,4	»
San Remo	69,2	64,9	72,4	65,5	»	67,7	66,9	68,0	65,4	»	»	68,3	»	»
Alessandria	88,8	86,5	84,9	68,0	59,2	56,8	56,7	52,8	58,9	64,2	71,5	81,9	58,8	69,4
Siena	82,7	77,1	71,7	63,7	55,5	54,6	55,8	50,2	56,1	61,2	65,0	75,6	55,7	63,3
Napoli	79,3	75,4	74,2	70,8	»	65,9	71,4	66,1	67,3	69,3	72,6	»	67,7	»

SPECCHIO N. 3.

Medie mensili a Lugano, dedotte da osservazioni orarie.

1866	Numero dei giorni di osservazione	A Medie delle 24 osservazioni	Differenza fra A, B	B Medie delle ore 9,ª 3,ᵖ 9,ᵖ	Differenza fra A, C	C Medie delle ore 9,ª 12, 3,ᵖ 6,ᵖ 9,ᵖ	Differenza fra B, C
Gennaio...	16	86,4	+ 1,3	87,7	+ 0,6	87,0	— 0,7
Febbraio..	20	89,0	— 3,7	85,3	— 3,2	85,8	+ 0,5
Marzo.....	13	87,7	+ 0,6	88,3	— 0,1	87,6	— 0,7
Maggio....	19	81,3	— 1,0	80,3	— 2,1	79,2	— 1,1
Giugno....	28	81,0	— 0,7	79,3	— 3,0	78,0	— 1,3

SPECCHIO N. 4.

Medie mensili. — **Paragone fra le medie di tre osservazioni (9,ª 3,ᵖ 9,ᵖ) e quelle di cinque osservazioni (9,ª 12, 3,ᵖ 6,ᵖ 9,ᵖ)**

Luglio 1870	Tre osservazioni	Cinque osservazioni	Differenze	Luglio 1870	Tre osservazioni	Cinque osservazioni	Differenze
Biella	64,5	61,9	— 2,6	Guastalla	59,9	56,9	— 3,0
Sacra di S. Michele.	61,9	61,6	— 0,3	Venezia	60,6	59,5	— 1,1
Torino	50,8	49,0	— 1,8	Firenze.....	45,9	43,6	— 2,3
Moncalieri	54,6	53,1	— 1,5	Livorno	59,9	58,7	— 1,2
Mondovì	58,1	54,8	— 3,3	Urbino.....	50,0	49,4	— 0,6
Alessandria.....	51,0	47,3	— 3,7	Napoli	67,3	65,3	— 2,0
Casale Monferrato...	54,4	52,1	— 2,3	Benevento.....	53,7	49,7	— 4,0
Pavia	56,3	53,8	— 2,5	Palermo	67,5	66,7	— 0,8
Milano	51,1	49,9	— 1,2				

Paragone per Roma fra tre osservazioni (9,ª 3,ᵖ 9,ᵖ), cinque (9,ª 12, 3,ᵖ 6,ᵖ 9,ᵖ) e sei osservazioni (6,ª 9,ª 12, 3,ᵖ 6,ᵖ 9,ᵖ)

Luglio 1873	A Sei osservazioni	Differenza B, A	B Cinque osservazioni	Differenza C, A	C Tre osservazioni	Differenza C, B
Roma, Osservatorio del Campidoglio	53,8	— 3,7	50,1	+ 0,3	54,1	+ 4,0

SPECCHIO N. 5.

1867	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre
Medie combinate delle 9,^{a} 3,^{p} 9,^{p}											
Torino, Università.....	91,3	84,6	83,9	59,8	65,4	61,8	(mancano i mesi seguenti)				
Torino, Borgo San Donato.....	81,1	72,3	79,9	61,5	68,9	67,2					
Medie delle 9,^{a}											
Napoli, Specola Reale.	82,7	manca	82,0	72,7	57,7	60,3	64,1	58,9	66,1	(1)	69,2
Napoli, Osservatorio dell' Università.....	86,4	manca	78,3	71,0	68,0	65,3	59,5	49,8	54,6	manca	63,7
Medie delle 3,^{p}											
Napoli, Specola Reale.	77,0	(1)	73,0	60,7	45,1	49,6	45,9	48,3	49,4	(1)	63,9
Napoli, Osservatorio dell' Università.....	77,6	manca	72,3	61,3	59,8	59,7	51,3	44,9	45,8	manca	55,0

Mancano per Napoli Osservatorio e Specola, le osservazioni delle 9,^{p}

(1) Si omettono questi numeri perchè mancano i corrispondenti.

SPECCHIO N. 6.

LUGLIO 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Torino 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª
1	65	— 12	53	+ 17	70	— 22	64	— 37	27	+ 39	66	— 18	53	— 27	26	+ 24	50
2	48	+ 6	54	+ 23	77	— 31	48	— 9	39	— 22	17	+ 1	16	— 6	10	+ 4	14
3	46	+ 1	47	+ 12	59	+ 13	18	0	18	+ 22	40	+ 8	22	— 5	17	+ 14	31
4	72	— 32	40	+ 34	74	— 38	48	— 15	33	+ 17	50	+ 3	51	— 17	34	+ 12	46
5	36	— 4	32	+ 19	51	— 21	53	— 22	31	+ 18	49	+ 9	50	— 18	32	+ 16	48
6	30	+ 1	31	+ 22	53	— 21	58	— 20	38	+ 16	54	— 3	50	— 10	40	+ 9	49
7	32	+ 7	39	+ 31	70	— 19	51	— 18	33	+ 20	53	0	47	— 12	35	+ 5	40
8	51	— 6	45	+ 16	61	— 9	53	— 10	43	+ 36	79	— 24	49	— 8	41	+ 16	57
9	52	— 11	41	+ 24	65	— 13	55	— 16	39	+ 22	61	— 4	46	— 14	32	+ 26	58
10	52	— 13	39	+ 34	73	— 27	57	— 11	46	+ 18	64	— 8	48	— 7	41	+ 3	44
11	46	— 12	34	+ 36	70	— 20	56	— 19	37	+ 25	62	— 17	47	— 9	38	+ 23	61
12	50	— 14	36	+ 18	54	+ 7	45	+ 24	69	+ 15	84	— 16	55	+ 8	63	— 12	51
13	61	— 5	56	+ 19	75	— 13	68	— 25	43	+ 2	45	— 3	63	— 21	42	— 12	30
14	62	— 10	52	+ 7	59	— 7	42	— 13	29	+ 21	50	+ 13	51	— 20	31	+ 24	55
15	52	— 18	34	+ 28	62	— 15	63	— 14	49	+ 8	57	+ 4	45	— 3	42	+ 11	53
16	47	— 4	43	+ 11	54	— 4	61	— 21	40	+ 21	61	+ 33	56	— 17	39	+ 45	84
17	50	— 8	42	+ 41	83	— 15	94	— 7	87	+ 12	99	— 32	83	— 2	81	— 21	60
18	68	— 8	60	+ 6	66	— 8	67	— 16	51	+ 21	72	— 12	70	— 35	35	+ 11	46
19	58	+ 2	60	+ 9	69	— 23	60	— 21	39	+ 14	53	+ 15	53	— 22	31	+ 27	58
20	46	— 9	37	+ 34	71	— 22	68	— 19	49	+ 21	70	— 7	61	— 17	44	+ 2	46
21	49	— 8	41	+ 31	72	— 17	63	— 24	39	+ 17	56	+ 8	57	— 16	41	+ 14	55
22	55	— 16	39	+ 44	83	— 27	64	— 16	48	+ 28	76	— 6	60	— 24	36	+ 17	53
23	56	— 14	42	+ 45	87	— 37	70	— 16	54	+ 16	70	+ 2	52	— 5	47	+ 13	60
24	50	— 7	43	+ 36	79	— 23	72	— 23	49	+ 19	68	+ 2	46	— 3	43	+ 10	53
25	56	— 15	41	+ 44	85	— 23	70	— 16	54	+ 24	78	— 12	52	— 10	42	+ 18	60
26	62	— 21	41	+ 26	67	— 14	66	+ 1	67	+ 13	80	+ 5	69	— 12	57	+ 21	78
27	53	— 16	37	+ 31	68	— 5	85	— 27	58	+ 39	97	— 21	81	— 25	56	+ 25	81
28	63	— 13	50	+ 25	75	— 15	76	0	76	+ 11	87	— 15	62	— 8	54	+ 13	67
29	60	— 7	53	+ 22	75	— 19	72	— 18	54	+ 23	77	0	68	— 16	52	+ 27	79
30	56	— 14	42	+ 35	77	— 19	77	— 2	75	+ 11	86	— 7	67	— 7	60	+ 19	79
31	58	— 17	41	+ 43	84	— 39	79	— 21	58	+ 23	81	— 7	66	— 9	57	+ 22	79
	1642	+ 17 — 314	1345	+ 823 — 0	2168	+ 20 — 566	1923	+ 25 — 476	1472	+ 592 — 22	2042	+ 103 — 212	1696	+ 8 — 405	1299	+ 471 — 45	1725
	53,0	+ 3,4 — 12,1	43,4	+ 26,5 — 0	69,9	+ 10 — 19.5	62,0	+ 12,5 — 17,6	47,5	+ 19,7 — 22,0	65,9	+ 8,6 — 12,4	54,7	+ 8,0 — 13,5	41,9	+ 16,8 — 15,0	55.6
		— 9,6		+ 26,5				— 5,5		+ 18,4				— 12,8		+ 13,7	

LUGLIO 1870

Firenze						Ferrara						Palermo					
9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.
57	— 19	38	+ 13	51	+ 6	55	— 6	49	+ 11	60	— 5	60	+ 9	69	+ 14	83	— 9
57	0	57	+ 10	67	— 16	55	— 5	50	+ 11	61	— 5	74	+ 2	76	— 4	72	— 5
51	— 17	34	+ 11	45	— 8	56	— 13	43	+ 20	63	— 3	67	+ 6	73	+ 5	78	— 2
37	— 12	25	+ 15	40	+ 2	60	— 7	53	+ 5	58	— 10	76	— 10	66	+ 5	71	+ 1
42	— 17	25	+ 17	42	— 13	48	— 6	42	+ 22	64	— 17	72	+ 13	85	— 5	80	+ 1
29	— 10	19	+ 17	36	+ 9	47	— 20	27	+ 40	67	— 16	81	— 8	73	+ 10	83	— 23
45	— 22	23	+ 16	39	— 4	51	— 20	31	+ 18	49	— 2	60	+ 7	67	+ 12	79	— 12
35	— 14	21	+ 22	43	+ 5	47	— 21	26	+ 36	62	— 21	67	+ 4	71	+ 6	77	— 5
48	— 24	24	+ 22	46	+ 8	41	— 17	24	+ 21	45	— 1	72	— 24	48	+ 33	81	— 18
54	— 20	34	+ 2	36	+ 10	44	— 15	29	+ 14	43	— 3	63	+ 5	68	+ 11	79	— 11
46	— 19	27	+ 12	39	+ 5	40	— 13	27	+ 16	43	— 2	68	+ 6	74	+ 3	77	— 19
44	— 5	39	+ 15	54	+ 1	41	— 11	30	+ 17	47	+ 8	58	+ 19	77	— 10	67	— 4
55	— 13	42	+ 11	53	+ 7	55	— 14	41	+ 18	59	— 4	63	+ 6	69	— 2	67	— 5
60	— 22	38	+ 9	47	+ 23	55	— 8	47	+ 12	59	— 5	62	+ 4	66	+ 7	73	— 9
70	— 38	32	+ 9	41	+ 20	54	— 13	41	+ 15	56	— 2	64	+ 3	67	+ 6	73	— 4
61	— 26	35	+ 13	48	+ 18	54	— 11	43	+ 4	47	+ 15	69	— 17	52	+ 14	66	— 7
66	— 28	38	+ 9	47	+ 7	62	— 21	41	+ 32	73	+ 2	59	— 2	57	+ 2	59	+ 5
54	— 10	44	+ 18	62	0	75	— 14	61	+ 4	65	— 1	64	— 12	52	+ 11	63	— 1
62	— 14	48	+ 9	57	— 13	64	— 13	51	+ 6	57	0	62	— 7	55	+ 18	73	— 7
44	— 13	31	+ 13	44	— 16	57	— 25	32	+ 23	55	+ 5	66	+ 1	67	+ 8	75	+ 4
28	+ 1	29	+ 17	46	+ 3	60	— 23	37	+ 15	52	+ 10	79	— 13	66	+ 10	76	— 7
49	— 13	36	+ 10	46	+ 4	62	— 26	36	+ 15	51	+ 1	69	— 11	58	+ 5	63	+ 5
50	— 25	25	+ 17	42	— 2	52	— 14	38	+ 21	59	— 3	68	— 11	57	— 38	19	+ 44
40	— 12	28	+ 9	37	+ 19	56	— 19	37	+ 5	42	+ 14	63	+ 4	67	+ 7	74	— 9
56	— 15	41	+ 14	55	+ 14	56	— 21	35	+ 23	58	— 2	65	— 1	64	+ 6	70	+ 1
69	— 30	39	+ 8	47	+ 1	56	— 7	49	0	49	+ 22	71	— 1	70	+ 2	72	— 22
48	— 11	37	+ 15	52	+ 21	71	— 25	46	+ 4	50	+ 13	50	+ 11	61	+ 11	72	+ 1
73	— 7	66	+ 4	70	+ 8	63	— 23	40	+ 24	64	+ 10	73	— 6	67	— 35	32	+ 32
78	— 5	73	+ 2	75	— 6	74	+ 8	82	— 6	76	— 12	64	+ 3	67	+ 5	72	— 12
69	— 29	40	+ 8	48	+ 11	64	— 15	49	+ 8	57	+ 4	60	— 4	56	+ 12	68	— 22
59	— 14	45	+ 21	66	+ 5	61	— 20	41	+ 13	54	+ 8	46	— 3	43	+ 13	56	— 6
1636	+ 1 — 503	1133	+ 388 — 0	1521	+ 207 — 78	1736	+ 8 — 466	1278	+ 473 — 6	1745	+ 112 — 114	2035	+ 103 — 130	2008	+ 236 — 94	2150	+ 94 — 219
52,8	+ 1 — 17,7	36,5	+ 12,5 — 0	49,1	+ 9,4 — 9,8	56,0	+ 8,0 — 15,5	41,2	+ 16,3 — 6,0	56,3	+ 9,3 — 6,3	65,6	+ 6,4 — 8,7	64,7	+ 9,4 — 15,7	69,4	+ 10,4 — 10,0
	— 16,3		+ 12,6				— 14,8		+ 15,1				— 0,9		+ 4,7		

Specchio N. 6.

LUGLIO 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Torino 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	65	— 12	53	+ 17	70	— 22	64	— 37	27	+ 39	66	— 18	53	— 27	26	+ 24	50	— 34
2	48	— 6	54	+ 23	77	— 31	48	— 9	39	— 22	17	+ 1	16	— 6	10	+ 4	14	+ 8
3	46	+ 1	47	+ 12	59	+ 13	18	0	18	+ 22	40	+ 8	22	— 5	17	+ 14	31	+ 20
4	72	— 32	40	+ 34	74	— 38	48	— 15	33	+ 17	50	+ 3	51	— 17	34	+ 12	46	— 4
5	36	— 4	32	+ 19	51	— 21	53	— 22	31	+ 18	49	+ 9	50	— 18	32	+ 16	48	— 2
6	30	+ 1	31	+ 22	53	— 21	58	— 20	38	+ 16	54	— 3	50	— 10	40	+ 9	49	— 2
7	32	+ 7	39	+ 31	70	— 19	51	— 18	33	+ 20	53	0	47	— 12	35	+ 5	40	— 9
8	51	— 6	45	+ 16	61	— 9	53	— 10	43	+ 36	79	— 24	49	— 8	41	+ 16	57	— 11
9	52	— 11	41	+ 24	65	— 13	55	— 16	39	+ 22	61	— 4	46	— 14	32	+ 26	58	— 16
10	52	— 13	39	+ 34	73	— 27	57	— 11	46	+ 18	64	— 8	48	— 7	41	+ 3	44	— 3
11	46	— 12	34	+ 36	70	— 20	56	— 19	37	+ 25	62	— 17	47	— 9	38	+ 23	61	— 6
12	50	— 14	36	+ 18	54	+ 7	45	+ 24	69	+ 15	84	— 16	55	+ 8	63	— 12	51	— 12
13	61	— 5	56	+ 19	75	— 13	68	— 25	43	+ 2	45	— 3	63	— 21	42	— 12	30	— 21
14	62	— 10	52	+ 7	59	— 7	42	— 13	29	+ 21	50	+ 13	51	— 20	31	+ 24	55	— 16
15	52	— 18	34	+ 28	62	— 15	63	— 14	49	+ 8	57	+ 4	45	— 3	42	+ 11	53	+ 3
16	47	— 4	43	+ 11	54	— 4	61	— 21	40	+ 21	61	+ 33	56	— 17	39	+ 45	84	— 1
17	50	— 8	42	+ 41	83	— 15	94	— 7	87	+ 12	99	— 32	83	— 2	81	— 21	60	+ 10
18	68	— 8	60	+ 6	66	— 8	67	— 16	51	+ 21	72	— 12	70	— 35	35	+ 11	46	— 7
19	58	+ 2	60	+ 9	69	— 23	60	— 21	39	+ 14	53	— 15	53	— 22	31	+ 27	58	+ 3
20	46	— 9	37	+ 34	71	— 22	68	— 19	49	+ 21	70	— 7	61	— 17	44	+ 2	46	— 11
21	49	— 8	41	+ 31	72	— 17	63	— 24	39	+ 17	56	+ 8	57	— 16	41	+ 14	55	— 5
22	55	— 16	39	+ 44	83	— 27	64	— 16	48	+ 28	76	— 6	60	— 24	36	+ 17	53	— 1
23	56	— 14	42	+ 45	87	— 37	70	— 16	54	+ 16	70	+ 2	52	— 5	47	+ 13	60	— 14
24	50	— 7	43	— 36	79	— 23	72	— 23	49	+ 19	68	+ 2	46	— 3	43	+ 10	53	— 1
25	56	— 15	41	+ 44	85	— 23	70	— 16	54	+ 24	78	— 12	52	— 10	42	+ 18	60	— 8
26	62	— 21	41	+ 26	67	— 14	66	+ 1	67	+ 13	80	+ 5	69	— 12	57	+ 21	78	+ 3
27	53	— 16	37	+ 31	68	— 5	85	— 27	58	+ 39	97	— 21	81	— 25	56	+ 25	81	— 19
28	63	— 13	50	+ 25	75	— 15	76	0	76	+ 11	87	— 15	62	— 8	54	+ 13	67	+ 6
29	60	— 7	53	+ 22	75	— 19	72	— 18	54	+ 23	77	0	68	— 16	52	+ 27	79	— 12
30	56	— 14	42	+ 35	77	— 19	77	— 2	75	+ 11	86	— 7	67	— 7	60	+ 19	79	— 13
31	58	— 17	41	+ 43	84	— 39	79	— 21	58	+ 23	81	— 7	66	— 9	57	+ 22	79	— 16
	1642	+ 17 / — 314	1345	+ 823 / — 0	2168	+ 20 / — 566	1923	+ 25 / — 176	1472	+ 592 / — 22	2042	+ 103 / — 212	1696	+ 8 / — 405	1290	+ 471 / — 45	1745	+ 131 / — 144
	53,0	+ 3,4 / — 12,1	43,4	+ 26,5 / — 0	69,9	+ 10 / — 19.5	62,0	+ 12,5 / — 17,6	47,5	+ 19,7 / — 22,0	65,9	+ 8,6 / — 12,4	54,7	+ 8,0 / — 13,5	41,9	+ 16,8 / — 15,0	55,8	+ 7 / — 10,2
	— 9,6		+ 26,5				— 5,5		+ 18,4				— 12,8		+ 13,7			

Giorni	Firenze 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Ferrara 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Palermo 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	57	— 19	38	+ 13	51	+ 6	55	— 6	49	+ 11	60	— 5	60	+ 9	69	+ 14	83	— 9
2	57	0	57	+ 10	67	— 16	55	— 5	50	+ 11	61	— 5	74	+ 2	76	— 4	72	— 5
3	51	— 17	34	+ 11	45	— 8	56	— 13	43	+ 20	63	— 3	67	+ 6	73	+ 5	78	— 2
4	37	— 12	25	+ 15	40	+ 2	60	— 7	53	+ 5	58	— 10	76	— 10	66	+ 5	71	+ 1
5	42	— 17	25	+ 17	42	— 13	48	— 6	42	+ 22	64	— 17	72	+ 13	85	— 5	80	+ 1
6	29	— 10	19	+ 17	36	+ 9	47	— 20	27	+ 40	67	— 16	81	— 8	73	+ 10	83	— 23
7	45	— 22	23	+ 16	39	— 4	51	— 20	31	+ 18	49	— 2	60	+ 7	67	+ 12	79	— 12
8	35	— 14	21	+ 22	43	+ 5	47	— 21	26	+ 36	62	— 21	67	+ 4	71	+ 6	77	— 5
9	48	— 24	24	+ 22	46	+ 8	41	— 17	24	+ 21	45	— 1	72	— 24	48	+ 33	81	— 18
10	54	— 20	34	+ 2	36	+ 10	44	— 15	29	+ 14	43	— 3	63	+ 5	68	+ 11	79	— 11
11	46	— 19	27	+ 12	39	+ 5	40	— 13	27	+ 16	43	— 2	68	+ 6	74	+ 3	77	— 19
12	44	— 5	39	+ 15	54	+ 1	41	— 11	30	+ 17	47	+ 8	58	+ 19	77	— 10	67	— 4
13	55	— 13	42	+ 11	53	+ 7	55	— 14	41	+ 18	59	— 4	63	+ 6	69	— 2	67	— 5
14	60	— 22	38	+ 9	47	+ 23	55	— 8	47	+ 12	59	— 5	62	+ 4	66	+ 7	73	— 9
15	70	— 38	32	+ 9	41	— 20	54	— 13	41	+ 15	56	— 2	64	+ 3	67	+ 6	73	— 4
16	61	— 26	35	+ 13	48	+ 18	54	— 11	43	+ 4	47	+ 15	69	— 17	52	+ 14	66	— 7
17	66	— 28	38	+ 9	47	+ 7	62	— 21	41	+ 32	73	+ 2	59	— 2	57	+ 2	59	+ 5
18	54	— 10	44	+ 18	62	0	75	— 14	61	+ 4	65	— 1	64	— 12	52	+ 11	63	— 1
19	62	— 14	48	+ 9	57	— 13	64	— 13	51	+ 6	57	0	62	— 7	55	+ 18	73	— 7
20	44	— 13	31	+ 13	44	— 16	57	— 25	32	+ 23	55	+ 5	66	+ 1	67	+ 8	75	+ 4
21	28	+ 1	29	+ 17	46	— 3	60	— 23	37	+ 15	52	+ 10	79	— 13	66	— 10	76	— 7
22	49	— 13	36	— 10	46	+ 4	62	— 26	36	+ 15	51	— 1	69	— 11	58	+ 5	63	+ 5
23	50	— 25	25	+ 17	42	— 2	52	— 14	38	+ 21	59	— 3	68	— 11	57	— 38	19	+ 44
24	40	— 12	28	+ 9	37	+ 19	56	— 19	37	+ 5	42	+ 14	63	+ 4	67	+ 7	74	— 9
25	56	— 15	41	+ 14	55	+ 14	56	— 21	35	+ 23	58	— 2	65	— 1	64	+ 6	70	+ 1
26	69	— 30	39	+ 8	47	— 1	56	— 7	49	0	49	+ 22	71	— 1	70	+ 2	72	— 22
27	48	— 11	37	+ 15	52	— 21	71	— 25	46	+ 4	50	+ 13	50	+ 11	61	— 11	72	— 1
28	73	— 7	66	+ 4	70	+ 8	63	— 23	40	+ 24	64	+ 10	73	— 6	67	— 35	32	+ 32
29	78	— 5	73	+ 2	75	— 6	74	+ 8	82	— 6	76	— 12	64	+ 3	67	+ 5	72	— 12
30	69	— 29	40	+ 8	48	+ 11	64	— 15	49	+ 8	57	— 4	60	— 4	56	+ 12	68	— 22
31	59	— 14	45	+ 21	66	+ 5	61	— 20	41	+ 13	54	+ 8	46	— 3	43	+ 13	56	— 6
	1636	+ 1 / — 503	1133	+ 388 / — 0	1521	+ 207 / — 78	1736	+ 8 / — 466	1278	+ 473 / — 6	1745	+ 112 / — 114	2095	+ 103 / — 130	2008	+ 236 / — 94	2150	+ 94 / — 219
	52,8	+ 1 / — 17,7	36,5	+ 12,5 / — 0	49,1	+ 9,4 / — 9,8	56,0	+ 8,0 / — 15,5	41,2	+ 16,3 / — 6,0	56,3	+ 9,3 / — 6,3	65,6	+ 6,4 / — 8,7	64,7	+ 9,4 / — 15,7	69,4	+ 10,4 / — 10,0
	— 16,3		+ 12,6				— 14,8		+ 15,1				+ 0,9		+ 4,7			

Specchio N. 6.

AGOSTO 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	Torino 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ
1	45	— 3	42	+ 19	61	— 14	74	— 26	48	+ 16	64	+ 2	69	— 10	59	+ 12	71
2	47	— 13	34	+ 34	68	— 14	66	— 11	55	+ 15	70	+ 18	60	— 7	53	+ 11	64
3	54	— 4	50	+ 20	70	— 13	88	— 17	71	+ 16	87	+ 3	65	+ 15	80	+ 8	88
4	57	— 12	45	+ 21	66	— 4	90	— 27	63	+ 14	77	— 7	76	— 18	58	+ 18	76
5	62	— 9	53	+ 21	74	— 11	70	+ 17	87	— 5	82	— 4	74	— 16	58	+ 14	72
6	63	— 7	56	+ 17	73	— 17	78	— 30	48	+ 23	71	— 27	78	— 30	48	+ 14	62
7	56	— 4	52	+ 15	67	— 7	44	+ 4	48	+ 24	72	— 9	51	— 13	38	+ 21	59
8	60	— 7	53	+ 29	82	— 31	63	+ 11	74	+ 13	87	+ 5	67	— 13	54	+ 27	81
9	51	+ 12	63	+ 16	79	— 17	92	— 31	61	+ 21	82	— 19	97	— 16	81	+ 4	85
10	62	— 4	58	+ 18	76	— 16	63	+ 19	82	— 2	80	— 22	83	— 33	50	+ 1	51
11	60	— 11	49	+ 23	72	— 21	58	+ 3	61	+ 14	75	— 12	65	— 22	43	+ 33	76
12	51	— 5	46	+ 41	87	— 24	63	— 3	60	+ 17	77	+ 2	80	— 30	50	+ 16	66
13	63	— 15	48	+ 34	82	— 13	79	— 14	65	+ 21	86	+ 4	70	— 2	68	+ 5	73
14	69	— 24	45	+ 29	74	— 7	90	— 30	60	+ 22	82	— 3	74	— 11	63	— 8	55
15	67	— 21	46	+ 36	82	— 26	79	— 17	62	+ 14	76	+ 1	77	— 21	56	+ 12	68
16	56	— 1	55	0	55	— 1	77	+ 2	79	+ 20	96	— 10	86	— 22	64	+ 13	77
17	54	— 5	49	0	49	+ 2	86	— 14	72	+ 17	89	— 2	70	— 16	54	+ 14	68
18	51	+ 4	55	+ 12	67	+ 12	87	— 4	83	+ 11	94	— 1	84	+ 13	97	+ 1	98
19	79	— 4	75	0	75	— 11	93	— 13	80	+ 12	92	— 18	91	— 23	68	+ 19	87
20	64	— 18	46	+ 20	66	— 7	74	— 28	46	+ 44	90	— 14	92	— 40	52	+ 20	72
21	59	— 9	50	+ 22	72	— 22	76	+ 5	81	0	81	— 13	67	— 6	61	+ 10	71
22	50	— 13	37	+ 17	54	— 7	68	— 20	48	+ 25	73	— 8	78	— 47	31	+ 20	51
23	47	— 14	33	+ 29	62	— 5	65	— 29	36	+ 38	74	— 3	62	— 16	46	+ 21	67
24	57	— 2	55	+ 16	71	— 19	71	— 13	58	+ 25	83	— 23	70	— 25	45	+ 20	65
25	52	+ 24	76	0	76	— 11	60	+ 1	61	+ 12	73	— 1	72	— 29	43	+ 27	70
26	65	— 10	55	+ 22	77	— 7	72	— 11	61	+ 24	85	— 35	66	— 28	38	+ 25	63
27	70	— 20	50	— 4	46	— 4	50	— 27	23	+ 17	40	+ 2	33	— 11	22	+ 3	25
28	42	— 2	40	+ 27	67	— 12	42	0	42	+ 17	59	0	49	— 19	30	+ 24	54
29	55	— 3	52	+ 20	72	+ 4	59	+ 21	80	+ 1	81	— 5	66	— 13	53	+ 9	62
30	76	— 4	72	+ 7	79	— 13	76	— 19	57	+ 23	80	— 7	75	— 22	53	+ 14	67
31	66	0	66	+ 17	83	— 6	73	— 19	54	+ 8	62	+ 3	62	— 17	45	+ 18	63
	1810	+ 40 — 244	1606	+ 582 — 4	2184	+ 18 — 360	2226	+ 83 — 403	1906	+ 524 — 7	2420	+ 40 — 243	2209	+ 28 — 576	1661	+ 454 — 8	210
	58,4	+ 13,3 — 8,7	51,8	+ 22,4 — 4,0	70,5	+ 6,0 — 12,9	71,8	+ 9,2 — 19,2	61,5	+ 15,2 — 3,5	78,1	+ 4,4 — 11,6	71,3	+ 14.0 — 19,9	53,6	+ 15,1 — 8,0	68.
		— 6,6		+ 18,7				— 10,0		+ 16,6				— 17,7		+ 14,4	

AGOSTO 1870

Firenze						Ferrara						Palermo					
9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.
71	— 21	50	+ 12	62	+ 10	62	— 20	42	+ 11	53	+ 2	50	— 1	49	+ 20	69	— 6
72	— 39	33	+ 17	50	+ 13	55	— 19	36	+ 13	49	+ 3	63	— 1	62	+ 9	71	— 12
63	— 2	61	+ 6	67	— 3	52	— 4	48	+ 11	59	+ 14	59	— 2	57	+ 11	68	— 9
64	0	64	+ 12	76	+ 3	73	— 14	59	+ 3	62	+ 2	59	— 11	48	+ 17	65	— 7
73	— 9	64	+ 8	72	+ 2	64	— 16	48	+ 5	53	+ 12	58	— 3	55	+ 7	62	— 3
74	0	74	+ 12	86	— 9	65	— 2	63	+ 10	73	— 13	59	+ 3	62	+ 8	70	+ 1
77	— 18	59	+ 9	68	+ 2	60	— 21	39	+ 16	55	+ 2	71	— 9	62	+ 1	63	— 5
70	— 15	55	— 11	44	+ 38	57	— 3	54	+ 15	69	+ 11	58	+ 1	59	+ 8	67	— 14
82	— 3	79	+ 5	84	— 11	80	— 19	61	+ 26	87	— 16	53	+ 11	64	+ 3	67	— 5
73	— 17	56	+ 22	78	— 11	71	— 15	56	+ 8	64	+ 3	62	— 3	59	+ 14	73	— 10
67	— 15	52	+ 20	72	— 9	67	— 15	52	+ 21	73	— 7	63	— 7	56	+ 10	66	— 8
63	— 8	55	— 5	50	+ 24	66	— 15	51	+ 21	72	— 16	58	— 5	53	+ 13	66	— 3
74	— 6	68	— 16	52	+ 27	56	— 22	34	+ 24	58	+ 4	63	+ 1	64	— 2	62	+ 4
79	— 20	59	0	59	+ 19	62	+ 3	65	— 2	63	+ 2	66	0	66	— 1	65	0
78	— 19	59	— 5	54	+ 30	65	— 2	63	— 4	59	— 3	65	— 1	64	+ 5	69	— 6
84	— 10	74	— 12	62	+ 19	56	+ 17	73	— 10	63	— 5	63	— 10	53	+ 13	66	— 5
81	— 33	48	— 1	47	+ 31	58	+ 1	59	+ 33	92	— 31	61	— 2	59	+ 15	74	— 12
78	— 10	68	— 8	60	+ 17	61	+ 9	70	+ 11	81	+ 9	62	+ 1	63	+ 6	69	— 11
77	+ 2	79	+ 4	83	0	90	— 9	81	0	81	+ 7	58	+ 9	67	+ 10	77	— 14
83	— 9	74	0	74	+ 4	88	— 16	72	+ 9	81	— 5	63	+ 4	67	0	67	— 22
78	— 11	67	+ 16	83	— 7	76	— 10	66	+ 6	72	— 10	45	+ 6	51	+ 6	57	— 10
76	— 35	41	+ 28	69	+ 9	62	0	62	+ 9	71	— 12	47	0	47	+ 10	57	+ 4
78	— 17	61	+ 24	85	— 8	59	— 7	52	+ 30	82	— 25	61	— 13	48	+ 15	63	— 13
77	— 32	45	+ 32	77	+ 2	57	— 2	55	+ 12	67	— 5	50	+ 3	53	+ 8	61	— 12
79	— 9	70	+ 12	82	— 2	62	— 9	53	+ 11	64	— 4	49	+ 3	52	+ 4	56	— 7
80	— 34	46	+ 33	79	+ 8	60	— 17	43	+ 21	64	+ 11	49	+ 6	55	+ 15	70	— 25
87	— 51	36	+ 17	53	+ 2	75	— 20	55	+ 16	71	— 6	45	+ 2	47	0	47	0
55	— 34	21	+ 28	49	+ 22	65	— 19	46	+ 21	67	— 17	47	— 5	42	+ 10	52	— 3
71	— 4	67	+ 17	84	+ 2	50	— 7	43	+ 18	61	— 22	49	+ 4	53	+ 8	61	— 3
86	— 18	68	+ 12	80	— 15	39	+ 3	42	+ 23	65	+ 6	58	0	58	— 10	48	+ 20
65	— 11	54	+ 12	66	— 12	71	— 18	53	— 11	42	+ 24	68	+ 5	73	— 3	70	+ 1
2315	+ 2 — 510	1807	+ 358 — 58	2107	+ 281 — 90	1984	+ 33 — 321	1696	+ 404 — 27	2073	+ 112 — 197	1782	+ 59 — 73	1768	+ 246 — 16	1998	+ 30 — 225
74,7	+ 2,0 — 17,0	58,3	+ 15,9 — 8,3	68,0	+ 14,8 — 8,2	64,0	+ 6,7 — 12,8	54,7	+ 15,5 — 6,8	66,9	+ 7,5 — 12,3	57,5	+ 4,2 — 5,6	57,0	+ 9,8 — 4,0	64,5	+ 6,0 — 9,4
	— 16,4		+ 9,7				— 9,3		+ 12,2				— 0,5		+ 7,5		

Specchio N. 6.

AGOSTO 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Torino 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	45	— 3	42	+ 19	61	— 14	74	— 26	48	+ 16	64	+ 2	69	— 10	59	+ 12	71	— 1
2	47	— 13	34	+ 34	68	— 14	66	— 11	55	+ 15	70	— 18	60	— 7	53	+ 11	64	— [illegible]
3	54	— 4	50	+ 20	70	— 13	88	— 17	71	— 16	87	+ 3	65	+ 15	80	— 8	58	— 1
4	57	— 12	45	+ 21	66	— 4	90	— 27	63	+ 14	77	— 7	76	— 18	58	+ 18	76	— [illegible]
5	62	— 9	53	+ 21	74	— 11	70	+ 17	87	— 5	82	— 4	74	— 16	58	+ 14	72	+ [illegible]
6	63	— 7	56	+ 17	73	— 17	78	— 30	48	+ 23	71	— 27	78	— 30	48	+ 14	62	— 1
7	56	— 4	52	+ 15	67	— 7	44	+ 4	48	+ 24	72	— 9	51	— 13	38	+ 21	59	+ [illegible]
8	60	— 7	53	+ 29	82	— 31	63	+ 11	74	+ 13	87	— 5	67	— 13	54	+ 27	81	+ 1
9	51	+ 12	63	+ 16	79	— 17	92	— 31	61	+ 21	82	— 19	97	— 16	81	— 4	85	— [illegible]
10	62	— 4	58	+ 18	76	— 16	63	+ 19	82	— 2	80	— 22	83	— 33	50	+ 1	51	+ 1
11	60	— 11	49	+ 23	72	— 21	58	+ 3	61	+ 14	75	— 12	65	— 22	43	+ 33	76	+ [illegible]
12	51	— 5	46	+ 41	87	— 24	63	— 3	60	+ 17	77	+ 2	80	— 30	50	+ 16	66	— [illegible]
13	63	— 15	48	+ 34	82	— 13	79	— 14	65	+ 21	86	+ 4	70	— 2	68	+ 5	73	— 1
14	69	— 24	45	+ 29	74	— 7	90	— 30	60	+ 22	82	— 3	74	— 11	63	— 8	55	+ [illegible]
15	67	— 21	46	+ 36	82	— 26	79	— 17	62	+ 14	76	+ 1	77	— 21	56	+ 12	68	— 1
16	56	— 1	55	0	55	— 1	77	+ 2	79	+ 20	96	— 10	86	— 22	64	+ 13	77	— [illegible]
17	54	— 5	49	0	49	+ 2	86	— 14	72	+ 17	89	— 2	70	— 16	54	+ 14	68	+ 1
18	51	+ 4	55	+ 12	67	+ 12	87	— 4	83	+ 11	94	— 1	84	+ 13	97	+ 1	98	— [illegible]
19	79	— 4	75	0	75	— 11	93	— 13	80	+ 12	92	— 18	91	— 23	68	+ 19	87	+ [illegible]
20	64	— 18	46	+ 20	66	— 7	74	— 28	46	+ 44	90	— 14	92	— 40	52	+ 20	72	— [illegible]
21	59	— 9	50	+ 22	72	— 22	76	+ 5	81	0	81	— 13	67	— 6	61	+ 10	71	+ [illegible]
22	50	— 13	37	+ 17	54	— 7	68	— 20	48	+ 25	73	— 8	78	— 47	31	+ 20	51	— 1
23	47	— 14	33	+ 29	62	— 5	65	— 29	36	+ 38	74	— 3	62	— 16	46	+ 21	67	+ [illegible]
24	57	— 2	55	+ 16	71	— 19	71	— 13	58	+ 25	83	— 23	70	— 25	45	+ 20	65	+ [illegible]
25	52	+ 24	76	0	76	— 11	60	+ 1	61	— 12	73	— 1	72	— 29	43	+ 27	70	— [illegible]
26	65	— 10	55	+ 22	77	— 7	72	— 11	61	+ 24	85	— 35	66	— 28	38	+ 25	63	— [illegible]
27	70	— 20	50	— 4	46	— 4	50	— 27	23	+ 17	40	+ 2	33	— 11	22	+ 3	25	— 2
28	42	— 2	40	+ 27	67	— 12	42	0	42	+ 17	59	0	49	— 19	30	— 24	54	+ 1
29	55	— 3	52	+ 20	72	+ 4	59	+ 21	80	+ 1	81	— 5	66	— 13	53	+ 9	62	+ 1
30	76	— 4	72	+ 7	79	— 13	76	— 19	57	— 23	80	— 7	75	— 22	53	+ 14	67	— [illegible]
31	66	0	66	+ 17	83	— 6	73	— 19	54	— 8	62	+ 3	62	— 17	45	+ 18	63	+ [illegible]
	1810 + 40 — 244		1606 + 582 — 4		2184 + 18 — 360		2226 + 83 — 403		1906 + 524 — 7		2420 + 40 — 243		2209 + 28 — 576		1661 + 454 — 8		2107 + 139 — [illegible]	
	58,4 + 13,3 — 8,7		51,8 + 22,4 — 4,0		70,5 + 6,0 — 12,9		71,8 + 9,2 — 19,2		61,5 + 15,2 — 3,5		78,1 + 4,4 — 11,6		71,3 + 14,0 — 19,3		53,6 + 15,1 — 8,0		68,0 + 9,[illegible] — 8,[illegible]	
	— 6,6		+ 18,7				— 10,0		+ 16,6				— 17,7		+ 14,4			

Giorni	Firenze 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Ferrara 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Palermo 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	71	— 21	50	+ 12	62	+ 10	62	— 20	42	+ 11	53	— 2	50	— 1	49	+ 20	69	— 6
2	72	— 39	33	+ 17	50	+ 13	55	— 19	36	+ 13	49	+ 3	63	— 1	62	+ 9	71	— 12
3	63	— 2	61	+ 6	67	— 3	52	— 4	48	+ 11	59	+ 14	59	— 2	57	+ 11	68	— 9
4	64	0	64	+ 12	76	+ 3	73	— 14	59	+ 3	62	+ 2	59	— 11	48	+ 17	65	— 7
5	73	— 9	64	+ 8	72	+ 2	64	— 16	48	+ 5	53	+ 12	58	— 3	55	+ 7	62	— 3
6	74	0	74	+ 12	86	— 9	65	— 2	63	+ 10	73	— 13	59	+ 3	62	+ 8	70	+ 1
7	77	— 18	59	+ 9	68	+ 2	60	— 21	39	+ 16	55	+ 2	71	— 9	62	+ 1	63	— 5
8	70	— 15	55	— 11	44	+ 38	57	— 3	54	+ 15	69	+ 11	58	+ 1	59	+ 8	67	— 14
9	82	— 3	79	+ 5	84	— 11	80	— 19	61	+ 26	87	— 16	53	+ 11	64	+ 3	67	— 5
10	73	— 17	56	+ 22	78	— 11	71	— 15	56	+ 8	64	+ 3	62	— 3	59	+ 14	73	— 10
11	67	— 15	52	+ 20	72	— 9	67	— 15	52	+ 21	73	— 7	63	— 7	56	+ 10	66	— 8
12	63	— 8	55	— 5	50	+ 24	66	— 15	51	+ 21	72	— 16	58	— 5	53	+ 13	66	— 3
13	74	— 6	68	— 16	52	+ 27	56	— 22	34	+ 24	58	+ 4	63	+ 1	64	— 2	62	+ 4
14	79	— 20	59	0	59	+ 19	62	+ 3	65	— 2	63	+ 2	66	0	66	— 1	65	0
15	78	— 19	59	— 5	54	+ 30	65	— 2	63	— 4	59	— 3	65	— 1	64	+ 5	69	— 6
16	84	— 10	74	— 12	62	— 19	56	+ 17	73	— 10	63	— 5	63	— 10	53	+ 13	66	— 5
17	81	— 33	48	— 1	47	+ 31	58	+ 1	59	+ 33	92	— 31	61	— 2	59	+ 15	74	— 12
18	78	— 10	68	— 8	60	+ 17	61	+ 9	70	+ 11	81	— 9	62	+ 1	63	+ 6	69	— 11
19	77	+ 2	79	+ 4	83	0	90	— 9	81	0	81	+ 7	58	+ 9	67	+ 10	77	— 14
20	83	— 9	74	0	74	+ 4	88	— 16	72	+ 9	81	— 5	63	+ 4	67	0	67	— 22
21	78	— 11	67	+ 16	83	— 7	76	— 10	66	+ 6	72	— 10	45	+ 6	51	+ 6	57	— 10
22	76	— 35	41	+ 28	69	— 9	62	0	62	+ 9	71	— 12	47	0	47	+ 10	57	+ 4
23	78	— 17	61	+ 24	85	— 8	59	— 7	52	+ 30	82	— 25	61	— 13	48	+ 15	63	— 13
24	77	— 32	45	+ 32	77	+ 2	57	— 2	55	+ 12	67	— 5	50	+ 3	53	+ 8	61	— 12
25	79	— 9	70	+ 12	82	— 2	62	— 9	53	+ 11	64	— 4	49	+ 3	52	+ 4	56	— 7
26	80	— 34	46	+ 33	79	+ 8	60	— 17	43	+ 21	64	+ 11	49	+ 6	55	+ 15	70	— 25
27	87	— 51	36	+ 17	53	+ 2	75	— 20	55	+ 16	71	— 6	45	+ 2	47	0	47	0
28	55	— 34	21	+ 28	49	+ 22	65	— 19	46	+ 21	67	— 17	47	— 5	42	+ 10	52	— 3
29	71	— 4	67	+ 17	84	+ 2	50	— 7	43	+ 18	61	— 22	49	+ 4	53	— 8	61	— 3
30	86	— 18	68	+ 12	80	— 15	39	+ 3	42	+ 23	65	+ 6	58	0	58	— 10	48	+ 20
31	65	— 11	54	+ 12	66	— 12	71	— 18	53	— 11	42	+ 24	68	+ 5	73	— 3	70	+ 1
	2315 + 2 — 510		1807 + 358 — 58		2107 + 281 — 90		1984 + 33 — 321		1696 + 404 — 27		2073 + 112 — 197		1782 + 59 — 73		1768 + 246 — 16		1998 + 30 — 223	
	74,7 + 2,0 — 17,0		58,3 + 15,9 — 8,3		68,0 + 14,8 — 8,2		64,0 + 6,7 — 12,8		54,7 + 15,5 — 6,8		66,9 + 7,5 — 12,3		57,5 + 4,2 — 5,6		57,0 + 9,8 — 4,0		64,5 + 6,0 — 9,4	
	— 16,4		+ 9,7				— 9,3		+ 12,2				— 0,5		+ 7,5			

Specchio N. 6.

SETTEMBRE 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ	dif.	Torino 9ª	dif.	3ᵖ	dif.	9ᵖ
1	77	+ 6	83	+ 8	91	— 17	65	+ 7	72	— 3	69	— 9	66	— 12	54	+ 15	69
2	74	— 7	67	+ 24	91	— 16	60	— 13	47	+ 15	62	+ 4	77	— 35	42	+ 21	63
3	75	— 13	62	+ 29	91	— 16	66	— 14	52	+ 38	90	— 21	73	— 19	54	+ 9	63
4	75	— 13	62	+ 23	85	— 26	69	— 14	55	+ 26	81	— 26	80	— 37	43	+ 22	65
5	59	— 31	28	+ 32	60	— 2	55	— 14	41	+ 29	70	+ 5	51	— 4	47	+ 29	76
6	58	— 13	45	+ 10	55	+ 11	75	+ 17	92	— 16	76	— 5	67	— 15	52	+ 16	68
7	66	— 27	39	+ 27	66	+ 2	71	+ 16	87	— 7	80	0	81	+ 8	89	+ 4	93
8	68	— 17	51	+ 1	52	— 7	80	— 63	17	+ 12	29	+ 70	30	— 17	13	+ 7	20
9	45	+ 19	64	— 18	46	— 2	99	— 39	60	— 11	49	+ 10	47	— 13	34	+ 21	55
10	44	— 7	37	+ 36	73	— 37	59	+ 21	80	+ 6	86	0	68	— 23	45	+ 21	66
11	36	— 5	31	+ 57	88	— 9	86	— 21	65	+ 13	78	— 6	76	— 19	57	+ 19	76
12	79	— 30	49	+ 49	98	— 19	72	— 3	69	+ 11	80	0	88	— 19	69	+ 7	76
13	79	— 17	62	+ 29	91	— 21	80	— 13	67	+ 20	87	— 12	81	— 18	63	+ 16	79
14	70	— 5	65	+ 22	87	— 26	75	— 17	58	+ 18	76	— 27	89	— 30	59	+ 18	77
15	61	— 9	52	+ 16	68	— 40	49	— 23	26	+ 1	27	— 1	60	— 40	20	+ 15	35
16	28	0	28	+ 8	36	— 6	26	— 8	18	+ 14	32	+ 2	49	— 28	21	+ 24	45
17	30	— 6	24	+ 39	63	— 11	34	— 17	17	+ 15	32	+ 16	47	— 29	18	+ 34	52
18	52	— 10	42	+ 26	68	0	48	— 1	47	+ 27	74	— 4	58	— 35	23	+ 25	48
19	68	— 32	36	+ 24	60	— 20	70	— 25	45	+ 32	77	0	73	— 26	47	+ 27	74
20	40	— 8	32	+ 12	44	+ 4	77	+ 14	91	— 30	61	— 3	61	— 27	34	+ 32	66
21	48	+ 7	55	+ 23	78	— 16	58	— 9	49	+ 23	72	— 37	70	— 33	37	+ 23	60
22	62	— 28	34	+ 6	40	— 3	35	— 14	21	+ 16	37	+ 27	80	— 52	28	+ 35	63
23	37	— 21	16	+ 25	41	— 7	64	+ 23	87	— 12	75	— 12	64	— 23	41	+ 17	58
24	34	— 8	26	+ 19	45	— 4	63	— 21	42	+ 19	61	+ 25	52	— 11	41	+ 13	54
25	41	— 15	26	+ 19	45	+ 1	86	— 51	35	+ 25	60	+ 17	74	— 39	35	+ 27	62
26	46	+ 6	52	+ 18	70	+ 5	77	— 35	42	+ 23	65	— 21	73	— 29	44	+ 27	71
27	75	— 10	65	— 4	61	— 1	44	+ 10	54	+ 12	66	+ 7	73	— 27	46	+ 13	59
28	60	— 8	52	+ 20	72	— 21	73	— 27	46	+ 20	66	— 17	48	+ 3	51	+ 7	58
29	51	— 3	48	+ 17	65	— 11	49	— 19	30	+ 5	35	+ 54	70	— 36	34	+ 22	56
30	54	— 5	49	— 7	42	+ 1	89	— 5	84	— 4	80	— 24	86	— 19	67	+ 6	73
	1692	+ 38 — 348	1382	+ 619 — 29	1972	+ 24 — 338	1954	+ 108 — 466	1596	+ 420 — 83	1933	+ 237 — 225	2012	+ 11 — 715	1308	+ 572 — 0	1880
	56,4	+ 9,5 — 13,9	46,1	+ 22,9 — 9,7	65,7	+ 4,0 — 14,3	65,1	+ 15,4 — 20,3	53,2	+ 18,3 — 11,9	64,4	+ 21,5 — 15,0	67,1	+ 5,5 — 25,5	43,6	+ 19,1 — 0	62,7
		— 10,3		+ 19,6				— 11,9		+ 11,2				— 23,5		+ 19,1	

SETTEMBRE 1870

Firenze						Ferrara						Palermo					
9a	dif.	3p	dif.	9p	dif.	9a	dif.	3p	dif.	9p	dif.	9a	dif.	3p	dif.	9p	dif.
54	+ 17	71	+ 12	83	— 3	66	— 15	51	— 8	43	+ 13	71	— 13	58	+ 13	71	— 9
80	— 16	64	+ 17	81	— 1	56	— 4	52	— 10	42	+ 20	62	+ 7	69	+ 1	70	— 7
80	— 15	65	+ 11	76	+ 3	62	— 14	48	+ 17	65	— 9	63	— 3	60	+ 16	76	— 5
79	— 45	34	+ 29	63	+ 8	56	+ 2	58	+ 8	66	— 10	71	+ 3	74	— 1	73	— 5
71	— 42	29	+ 33	62	+ 2	56	— 12	44	+ 19	63	— 2	68	— 8	60	+ 7	67	— 4
64	— 34	30	+ 24	54	+ 10	61	— 18	43	+ 19	62	+ 2	63	+ 4	67	+ 1	68	— 9
64	— 33	31	+ 17	48	+ 10	64	— 19	45	+ 16	61	— 2	59	+ 8	67	+ 1	68	— 29
58	— 14	44	+ 30	74	— 1	59	— 16	43	+ 16	59	— 5	39	+ 6	45	+ 11	56	+ 9
73	— 44	29	+ 33	62	+ 14	54	— 13	41	+ 17	58	+ 8	65	— 6	59	+ 3	62	— 3
76	— 22	54	+ 23	77	— 8	66	— 23	43	+ 17	60	+ 10	59	+ 3	62	— 3	59	+ 1
69	— 12	57	+ 21	78	+ 8	70	— 11	59	+ 24	83	— 6	60	+ 5	65	— 1	64	— 2
86	— 24	62	+ 21	83	0	77	— 12	65	+ 13	78	— 5	62	+ 2	64	+ 11	75	— 7
83	— 14	69	+ 15	84	+ 4	73	— 7	66	+ 13	79	— 2	68	— 5	63	+ 1	64	— 6
88	— 25	63	+ 13	76	0	77	— 15	62	+ 12	74	— 3	58	+ 2	60	+ 6	66	— 27
76	— 38	38	+ 17	55	— 1	71	— 49	22	+ 41	63	— 16	39	+ 2	41	+ 10	51	+ 11
54	— 40	14	+ 27	41	+ 9	47	— 27	20	+ 20	40	+ 8	62	— 3	59	— 15	44	+ 1
50	— 26	24	+ 26	50	+ 15	48	— 25	23	+ 33	56	+ 8	45	— 4	41	+ 6	47	— 1
65	— 24	41	+ 24	65	— 9	64	— 33	31	+ 24	55	+ 10	46	+ 1	47	+ 4	51	— 4
56	+ 1	57	+ 15	72	+ 7	65	— 6	59	+ 16	75	— 7	47	+ 3	50	+ 1	51	+ 2
79	— 51	28	+ 13	41	+ 20	68	— 27	41	+ 16	57	+ 9	53	+ 6	59	— 1	58	0
61	— 13	48	+ 11	59	+ 10	66	— 19	47	+ 14	61	+ 17	58	— 6	52	+ 3	55	+ 3
69	— 40	29	+ 11	40	— 2	78	— 23	55	+ 1	56	— 8	58	— 2	56	— 1	55	+ 8
38	— 5	33	+ 13	46	— 13	48	— 11	37	+ 12	49	+ 6	63	— 14	49	— 7	42	+ 6
33	0	33	+ 15	48	+ 1	55	— 19	36	+ 16	52	+ 18	48	+ 15	63	— 6	57	— 2
49	— 19	30	+ 18	48	+ 7	70	— 40	30	+ 21	51	+ 8	55	— 4	51	+ 4	55	+ 13
55	— 17	38	+ 21	59	+ 8	59	— 22	37	+ 16	53	+ 11	68	— 10	58	+ 11	69	— 1
67	— 25	42	+ 14	56	+ 13	64	— 14	50	+ 17	67	— 11	68	— 5	63	+ 2	65	— 2
69	— 30	39	+ 15	54	+ 6	56	— 26	30	+ 19	49	+ 11	63	— 3	60	+ 6	66	+ 1
60	— 36	24	+ 21	45	+ 25	60	— 27	33	+ 16	49	— 1	67	— 3	64	+ 4	68	— 1
70	— 37	33	+ 16	49	+ 17	48	— 14	34	+ 6	40	— 10	67	— 10	57	+ 6	63	— 6
976	+ 18 — 741	1253	+ 576 — 0	1829	+ 197 — 38	1864	+ 2 — 561	1305	+ 479 — 18	1766	+ 159 — 97	1775	+ 67 — 99	1743	+ 128 — 35	1836	+ 55 — 130
65,9	+ 9,0 — 27,4	41,8	+ 19,2 — 0	61,0	+ 9,9 — 4,8	62,1	+ 2 — 19,3	43,5	+ 16,9 — 9	58,9	+ 10,6 — 6,5	59,2	+ 4,8 — 6,2	58,1	+ 4,9 — 4,0	61,2	+ 5,5 — 6,8
	— 24,1		+ 19,2				— 18,6		+ 15,4				— 1,1		+ 3,1		

Specchio N. 6.

SETTEMBRE 1870

Giorni	Roma 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Mondovì 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Torino 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	77	+ 6	83	+ 8	91	— 17	65	+ 7	72	— 3	69	— 9	66	— 12	54	+ 15	69	+ 8
2	74	— 7	67	+ 24	91	— 16	60	— 13	47	+ 15	62	+ 4	77	— 35	42	+ 21	63	+ 16
3	75	— 13	62	+ 29	91	— 16	66	— 14	52	+ 38	90	— 21	73	— 19	54	+ 9	63	+ 17
4	75	— 13	62	+ 23	85	— 26	69	— 14	55	+ 26	81	— 26	80	— 37	43	+ 22	65	— 14
5	59	— 31	28	+ 32	60	— 2	55	— 14	41	+ 29	70	+ 5	51	— 4	47	+ 29	76	— 9
6	58	— 13	45	+ 10	55	+ 11	75	+ 17	92	— 16	76	— 5	67	— 15	52	+ 16	68	+ 13
7	66	— 27	39	+ 27	66	+ 2	71	+ 16	87	— 7	80	0	81	+ 8	89	+ 4	93	— 63
8	68	— 17	51	+ 1	52	— 7	80	— 63	17	+ 12	29	+ 70	30	— 17	13	+ 7	20	— 27
9	45	+ 19	64	— 18	46	— 2	99	— 39	60	— 11	49	+ 10	47	— 13	34	+ 21	55	— 13
10	44	— 7	37	+ 36	73	— 37	59	+ 21	80	+ 6	86	0	68	— 23	45	+ 21	66	+ 16
11	36	— 5	31	+ 57	88	— 9	86	— 21	65	+ 13	78	— 6	76	— 19	57	+ 19	76	+ 12
12	79	— 30	49	+ 49	98	— 19	72	— 3	69	+ 11	80	0	88	— 19	69	+ 7	76	+ 5
13	79	— 17	62	+ 29	91	— 21	80	— 13	67	+ 20	87	— 12	81	— 18	63	+ 16	79	+ 16
14	70	— 5	65	+ 22	87	— 26	75	— 17	58	+ 18	76	— 27	89	— 30	59	+ 18	77	— 17
15	61	— 9	52	+ 16	68	— 40	49	— 23	26	+ 1	27	— 1	60	— 40	20	+ 15	35	+ 14
16	28	0	28	+ 8	36	— 6	26	— 8	18	+ 14	32	+ 2	49	— 28	21	+ 24	45	+ 3
17	30	— 6	24	+ 39	63	— 11	34	— 17	17	+ 15	32	+ 16	47	— 29	18	+ 34	52	+ 6
18	52	— 10	42	+ 26	68	0	48	— 1	47	+ 27	74	— 4	58	— 35	23	+ 25	48	+ 23
19	68	— 32	36	+ 24	60	— 20	70	— 25	45	+ 32	77	0	73	— 26	47	— 27	74	— 13
20	40	— 8	32	+ 12	44	+ 4	77	+ 14	91	— 30	61	— 3	61	— 27	34	+ 32	66	+ 4
21	48	+ 7	55	+ 23	78	— 16	58	— 9	49	+ 23	72	— 37	70	— 33	37	+ 23	60	+ 20
22	62	— 28	34	+ 6	40	— 3	35	— 14	21	+ 16	37	+ 27	80	— 52	28	+ 35	63	+ 17
23	37	— 21	16	+ 25	41	— 7	64	+ 23	87	— 12	75	— 12	64	— 23	41	+ 17	58	— 6
24	34	— 8	26	+ 19	45	— 4	63	— 21	42	+ 19	61	+ 25	52	— 11	41	+ 13	54	+ 20
25	41	— 15	26	+ 19	45	+ 1	86	— 51	35	+ 25	60	+ 17	74	— 39	35	+ 27	62	+ 11
26	46	+ 6	52	+ 18	70	+ 5	77	— 35	42	+ 23	65	— 21	73	— 29	44	+ 27	71	+ 2
27	75	— 10	65	— 4	61	— 1	44	+ 10	54	+ 12	66	+ 7	73	— 27	46	+ 13	59	— 11
28	60	— 8	52	+ 20	72	— 21	73	— 27	46	+ 20	66	— 17	48	+ 3	51	+ 7	58	+ 12
29	51	— 3	48	+ 17	65	— 11	49	— 19	30	+ 5	35	+ 54	70	— 36	34	+ 22	56	+ 30
30	54	— 5	49	— 7	42	+ 1	89	— 5	84	— 4	80	— 24	86	— 19	67	+ 6	73	— 23
	1692	+ 38 / — 348	1382	+ 619 / — 29	1972	+ 24 / — 338	1954	+ 108 / — 466	1596	+ 420 / — 83	1933	+ 237 / — 225	2012	+ 11 / — 715	1308	+ 572 / — 0	1880	+ 273 / — 136
	56,4	+ 9,5 / — 13,9	46,1	+ 22,9 / — 9,7	65,7	+ 4,0 / — 14,3	65,1	+ 15,4 / — 20,3	53,2	+ 18,3 / — 11,9	64,4	+ 21,5 / — 15,0	67,1	+ 5,5 / — 25,5	43,6	+ 19,1 / — 0	62,7	+ 12,4 / — 19,8
		— 10,8		+ 19,6				— 11,9		+ 11,2				— 28,5		+ 19,1		

SETTEMBRE 1870

Giorni	Firenze 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Ferrara 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.	Palermo 9ª	dif.	3ª	dif.	9ª	dif.
1	54	+ 17	71	+ 12	83	— 3	66	— 15	51	— 8	43	+ 13	71	— 13	58	+ 13	71	— 9
2	80	— 16	64	+ 17	81	— 1	56	— 4	52	— 10	42	+ 20	62	+ 7	69	+ 1	70	— 7
3	80	— 15	65	+ 11	76	+ 3	62	— 14	48	+ 17	65	— 9	63	— 3	60	+ 16	76	— 5
4	79	— 45	34	+ 29	63	+ 8	56	+ 2	58	+ 8	66	— 10	71	+ 3	74	— 1	73	— 5
5	71	— 42	29	+ 33	62	+ 2	56	— 12	44	+ 19	63	— 2	68	— 8	60	+ 7	67	— 4
6	64	— 34	30	+ 24	54	+ 10	61	— 18	43	+ 19	62	+ 2	63	+ 4	67	+ 1	68	— 9
7	64	— 33	31	+ 17	48	+ 10	64	— 19	45	+ 16	61	— 2	59	+ 8	67	+ 1	68	— 29
8	58	— 14	44	+ 30	74	— 1	59	— 16	43	+ 16	59	— 5	39	+ 6	45	+ 11	56	+ 9
9	73	— 44	29	+ 33	62	+ 14	54	— 13	41	+ 17	58	+ 8	65	— 6	59	+ 3	62	— 3
10	76	— 22	54	+ 23	77	— 8	66	— 23	43	+ 17	60	+ 10	59	+ 3	62	— 3	59	+ 1
11	69	— 12	57	+ 21	78	+ 8	70	— 11	59	+ 24	83	— 6	60	+ 5	65	— 1	64	— 2
12	86	— 24	62	+ 21	83	0	77	— 12	65	+ 13	78	— 5	62	+ 2	64	+ 11	75	— 7
13	83	— 14	69	+ 15	84	+ 4	73	— 7	66	+ 13	79	— 2	68	— 5	63	+ 1	64	— 6
14	88	— 25	63	+ 13	76	0	77	— 15	62	+ 12	74	— 3	58	+ 2	60	+ 6	66	— 27
15	76	— 38	38	+ 17	55	— 1	71	— 49	22	+ 41	63	— 16	39	+ 2	41	+ 10	51	+ 11
16	54	— 40	14	+ 27	41	— 9	47	— 27	20	+ 20	40	+ 8	62	— 3	59	— 15	44	+ 1
17	50	— 26	24	+ 26	50	+ 15	48	— 25	23	+ 33	56	+ 8	45	— 4	41	+ 6	47	— 1
18	65	— 24	41	+ 24	65	— 9	64	— 33	31	+ 24	55	+ 10	46	+ 1	47	+ 4	51	— 4
19	56	+ 1	57	+ 15	72	+ 7	65	— 6	59	+ 16	75	— 7	47	+ 3	50	+ 1	51	+ 2
20	79	— 51	28	+ 13	41	+ 20	68	— 27	41	+ 16	57	+ 9	53	+ 6	59	— 1	58	0
21	61	— 13	48	+ 11	59	+ 10	66	— 19	47	+ 14	61	+ 17	58	— 6	52	+ 3	55	+ 3
22	69	— 40	29	+ 11	40	— 2	78	— 23	55	+ 1	56	— 8	58	— 2	56	— 1	55	+ 8
23	38	— 5	33	+ 13	46	— 13	48	— 11	37	+ 12	49	+ 6	63	— 14	49	— 7	42	+ 6
24	33	0	33	+ 15	48	+ 1	55	— 19	36	+ 16	52	+ 18	48	+ 15	63	— 6	57	— 2
25	49	— 19	30	+ 18	48	+ 7	70	— 40	30	+ 21	51	+ 8	55	— 4	51	+ 4	55	+ 13
26	55	— 17	38	+ 21	59	+ 8	59	— 22	37	+ 16	53	+ 11	68	— 10	58	+ 11	69	— 1
27	67	— 25	42	+ 14	56	+ 13	64	— 14	50	+ 17	67	— 11	68	— 5	63	+ 2	65	— 2
28	69	— 30	39	+ 15	54	+ 6	56	— 26	30	+ 19	49	+ 11	63	— 3	60	+ 6	66	+ 1
29	60	— 36	24	+ 21	45	+ 25	60	— 27	33	+ 16	49	— 1	67	— 3	64	+ 4	68	— 1
30	70	— 37	33	+ 16	49	+ 17	48	— 14	34	+ 6	40	— 10	67	— 10	57	+ 6	63	— 6
	1976	+ 18 / — 741	1253	+ 576 / — 0	1829	+ 197 / — 38	1864	+ 2 / — 561	1305	— 479 / — 18	1766	— 159 / — 97	1775	+ 67 / — 99	1743	+ 128 / — 35	1836	+ 55 / — 130
	65,9	+ 9,0 / — 27,4	41,8	+ 19,2 / — 0	61,0	+ 9,9 / — 4,8	62,1	+ 2 / — 19,3	43,5	+ 16,9 / — 9	58,9	+ 10,6 / — 6,5	59,2	+ 4,8 / — 6,2	58,1	+ 4,9 / — 4,0	61,2	+ 5,5 / — 6,8
		— 24,1		+ 19,2				— 18,6		+ 15,4				— 1,1		+ 3,1		

SPECCHIO N. 7.

Medie mensili delle osservazioni 9ª 3ᵖ 9ᵖ ricavate dallo specchio 6.

1867	LUGLIO			AGOSTO			SETTEMBRE			Media delle ore
	9ª	3ᵖ	9ᵖ	9ª	3ᵖ	9ᵖ	9ª	3ᵖ	9ᵖ	9ᵖ
Roma.....	53,0	43,4	69,9	58,4	51,8	70,5	54,4	46,1	65,7	68,7
Mondovì.	62,0	47,5	65,9	71,5	61,5	78,1	65,1	53,2	64,4	69,5
Torino....	54,7	41,9	55,6	71,3	53,6	68,0	67,1	43,6	62,7	62,1
Firenze...	52,8	36,5	49,1	74,7	58,3	68,0	65,9	41,8	61,0	59,4
Ferrara...	56,0	41,2	56,3	64,0	54,7	66,9	62,1	43,5	58,9	60,7
Palermo..	65,6	64,7	69,4	57,5	57,0	64,5	59,2	58,1	61,2	65,0

SPECCHIO N. 8.

1ª Parte — **Medie mensili delle differenze in più ed in meno ricavate dallo specchio 6.**

	LUGLIO dalle						AGOSTO dalle						SETTEMBRE dalle					
	9ª alle 3ᵖ		3ª alle 9ᵖ		9ᵖ alle 9ª		9ª alle 3ᵖ		3ᵖ alle 9ᵖ		9ᵖ alle 9ª		9ª alle 3ᵖ		3ᵖ alle 9ᵖ		9ᵖ alle 9ª	
	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+	—
Roma....	3,4	12,1	26,5	0	10,0	19,5	13,3	8,7	22,4	4,0	6,0	12,9	9,5	13,9	22,9	9,7	4,0	14,3
Mondovì	12,5	17,6	19,7	22,0	8,6	12,4	9,2	19,2	15,2	3,5	4,4	11,6	15,4	20,3	18,3	11,9	21,5	15,0
Torino...	8,0	13,5	16,8	15,0	7,7	10,3	14,0	19,9	15,1	8,0	9,8	8,7	5,5	25,5	19,1	0	12,4	19,5
Firenze.	1,0	17,7	12,5	0	9,4	9,8	2,0	17,0	15,9	8,3	14,8	8,2	9,0	27,4	19,2	0	9,9	4,8
Ferrara.	8,0	15,5	16,3	6,0	9,3	6,3	6,7	12,8	15,5	6,8	7,5	12,3	2,0	19,3	16,9	9,0	10,6	6,5
Palermo	6,4	8,7	9,4	15,7	10,4	10,0	4,2	5,6	9,8	4,0	6,0	9,4	4,8	6,2	4,9	4,0	5,5	6,8

2ª Parte — **Differenze medie ottenute paragonando le medie mensili delle 9ª 3ᵖ e 9ᵖ**

Roma.....	— 9,6	+ 26,5	— 17,6	— 6,6	+ 18,7	— 11,0	— 10,3	+ 19,6	— 10,5
Mondovì.	— 5,5	+ 18,4	— 3,5	— 10,0	+ 16,6	— 6,5	— 11,9	+ 11,2	+ 0,4
Torino...	— 12,8	+ 13,7	— 0,4	— 17,7	+ 14,4	+ 3,2	— 23,5	+ 19,1	+ 3,9
Firenze..	— 16,3	+ 12,6	+ 4,1	— 16,4	+ 9,7	+ 6,1	— 24,1	+ 19,2	+ 5,3
Ferrara..	— 14,8	+ 15,1	— 0,1	— 9,3	+ 12,2	— 2,7	— 18,6	+ 15,4	+ 2,1
Palermo.	— 0.9	+ 4,7	— 4,0	— 0,5	+ 7,5	— 6,3	— 1,1	+ 3,1	— 2,5

SPECCHIO N 9.

Numero dei giorni in cui cresce l'umidità.

1869-70	Totale dell'anno	Dicembre	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre
Dalle 9ª alle 3ᵖ													
Roma.....	73	10	5	4 (1)	4	13	7	5	5	3	4	6	7
Mondovì....	75	13	8	6	4	2	5	6	2	9	7	5	8
Torino.....	27	7	2	1	2	1	0	3	1	2	2	0	6
Firenze.....	46	6	9	7	3	1	3	3	1	1	2	2	8
Ferrara.....	»	9	4	4	2	2	0	4	1	5	1	mancano	
Palermo....	120	4	6	3	9	8	15	10	16	14	14	15	6
Dalle 3ᵖ alle 9ª													
Roma.....	316	21	26	24	26	25	29	28	31	27	27	31 (2)	21
Mondovì....	291	19	23	19	25	28	23	24	30	28	23	27	22
Torino	315	21	25	19	27	26	30	29	28	30	30	26	24
Firenze.....	312	22	25	26	27	27	27	28	31	22	30	27	20
Ferrara.....	»	20	23	20	28	25	23 (3)	29	29	26	28	mancano	
Palermo....	278	22	23	23	26	22	29	27	25	25	22	18	16
Dalle 9ᵖ alle 9ª													
Roma.....	107	12	17	13	12	7	4	3	2	3	6	7	21
Mondovì....	152	13	16	9	16	17	15	7	12	9	11	16	11
Torino.....	234	17	19	18	25	20	13	16	17	20	22	28	19
Firenze.....	199	13	9	14	15	19	21	17	22	19	20	18	12
Ferrara.....	»	19	13	14	17	19	12	11	12	15	15	mancano	
Palermo....	134	18	13	11	7	13	4	3	9	4	10	21	21

(1) Si hanno quattro giorni consecutivi con differenze 0, ciocchè lascia supporre delle interpolazioni.

(2) Si hanno quattro giorni come alla nota (1).

(3) Mancano le osservazioni del 21 e 22.

Specchio N. 10.

Numero ed intensità delle differenze in più dell'umidità dalle 3ᵖ alle 9ᵖ

1867	LUGLIO da				AGOSTO da				SETTEMBRE da			
	0° a 15°	15° a 30°	30° a 45°	45° a 60°	0° a 15°	15° a 30°	30° a 45°	45° a 60°	0° a 15°	15° a 30°	30° a 45°	45° a 60°
Roma	5	12	13	1	6	21	3	0	6	16	3	2
Mondovì	7	20	3	0	9	18	2	0	8	13	2	0
Torino	13	14	0	1	16	14	1	0	8	19	3	0
Firenze	19	12	0	0	12	10	2	0	8	19	3	0
Ferrara	13	14	3	0	14	11	2	0	7	19	2	0
Palermo	23	1	1	0	22	5	0	0	21	1	0	0

	Totali dei 3 mesi da			
	0 a 15	15 a 30	30 a 45	45 a 60
Roma	17	49	19	3
Mondovì	24	51	7	0
Torino	37	47	4	1
Firenze	39	41	3	0
Ferrara	34	47	7	0
Palermo	66	7	6	0

SPECCHIO N. 11.

Differenze fra le medie mensili delle cinque ore di osservazione.

Settembre 1870	9ª	A diff.	12	B diff.	3ᵖ	C diff.	6ᵖ	D diff.	9ᵖ	D/C
Torino	66,7	— 15,0	51,7	— 8,4	43,3	+ 2,7	50,0	+ 12,7	62,7	4,70
Mondovì	59,7	— 11,4	48,3	+ 3,0	51,3	+ 7,7	59,0	+ 4,7	63,7	0,61
Firenze	65,6	— 17,7	47,9	— 6,1	41,8	+ 11,0	52,8	+ 8,2	61,0	0,74
Palermo	58,4	+ 1,6	60,0	— 1,9	58,1	+ 2,1	60,2	+ 1,1	61,3	0,52
Biella	67,3	— 9,2	58,1	— 0,7	57,4	+ 16,6	74,0	+ 5,6	79,6	0,34
Alessandria	69,4	— 17,3	52,1	— 7,7	44,4	+ 5,6	50,0	+ 11,7	61,7	2,09
Pavia	66,1	— 12,8	53,3	— 1,6	57,7	— 3,9	55,6	+ 7,3	62,9	
Urbino	62,3	— 4,8	57,5	— 1,7	55,8	+ 5,9	61,7	+ 3,8	65,5	0,64
Benevento	57,7	— 13,4	44,3	— 4,1	40,2	+ 8,1	48,3	+ 3,6	61,9	0,44
Moncalieri	70,2	— 19,1	51,1	— 4,9	46,2	+ 7,2	53,4	+ 14,3	67,7	1,98
Casale Monferrato	70,2	— 17,9	52,3	+ 2,1	54,4	+ 2,1	56,5	+ 12,1	68,6	5,76
Milano	65,0	— 15,3	49,7	— 4,9	44,8	+ 7,8	52,6	+ 10,6	63,2	1,36
Guastalla	65,4	— 10,1	55,3	— 2,8	52,5	+ 6,3	58,8	+ 9,9	68,7	1,57
Venezia	67,0	— 6,0	61,0	+ 0,7	61,7	+ 3,0	64,7	— 1,4	63,3	
Livorno	53,5	+ 1,7	55,2	— 4,8	50,4	+ 2,6	53,0	+ 4,0	57,0	1,50
Napoli	62,8	— 11,6	51,2	+ 0,6	51,8	+ 8,8	60,6	+ 10,3	70,9	1,17
Luglio 1870										
Torino	54,3	— 7,3	47,0	— 5,3	41,7	+ 4,3	46,0	+ 10,3	56,3	2,39
Mondovì	61,7	— 13,8	47,9	— 0,7	47,2	+ 4,8	52,0	+ 13,3	65,3	2,77
Firenze	52,7	— 14,2	38,5	— 2,5	36,0	+ 6,2	42,2	+ 6,7	48,9	1,08
Palermo	65,2	+ 0,3	65,5	— 0,6	64,9	+ 0,6	65,5	+ 6,9	72,4	11,50
Biella	63,3	— 8,6	54,7	+ 0,6	55,3	+ 6,1	61,4	+ 13,4	74,8	2,19
Alessandria	58,9	— 15,2	43,7	— 6,0	37,7	+ 2,3	40,0	+ 16,3	56,3	7,09
Pavia	60,4	— 10,9	49,5	— 4,5	45,0	+ 5,7	50,7	+ 12,7	63,4	2,23
Urbino	45,9	— 2,0	43,9	+ 2,8	46,7	+ 11,5	58,2	— 1,0	57,2	
Benevento	60,2	— 19,3	40,9	— 1,1	39,8	+ 6,9	46,7	+ 14,3	61,0	2,07
Moncalieri	58,8	— 8,0	50,8	— 7,0	43,8	+ 7,2	51,0	+ 10,1	61,1	1,40
Casale Monferrato	60,2	— 12,5	47,7	— 7,4	40,3	+ 9,6	49,9	+ 12,8	62,7	1,33
Milano	56,9	— 8,8	47,1	— 5,2	41,9	+ 6,5	48,4	+ 6,7	55,1	1,06
Guastalla	63,0	— 13,2	49,8	— 0,9	48,9	+ 6,3	55,2	+ 12,5	67,7	1,98
Venezia	62,0	— 4,3	57,7	— 1,4	55,3	+ 3,0	58,3	+ 6,0	64,3	2,00
Livorno	57,2	— 2,6	54,6	+ 3,5	58,1	— 7,5	50,6	+ 13,8	64,4	1,84
Napoli	68,3	— 11,2	57,1	— 0,5	56,6	+ 11,3	67,9	+ 8,7	76,6	0,77
Agosto 1870										
Torino	72,7	— 12,0	60,7	— 6,4	54,3	+ 3,7	58,0	+ 10,7	68,7	2,89
Mondovì	72,3	— 12,3	60,0	— 0,3	59,7	+ 6,0	65,7	+ 10,3	76,0	1,71
Firenze	74,4	— 11,2	63,2	— 6,1	57,1	+ 8,2	65,3	+ 7,5	72,8	0,91
Palermo	57,7	— 0,5	57,2	0	57,2	+ 1,4	58,6	+ 6,0	64,6	4,28
Biella	75,0	— 10,2	64,8	+ 2,7	67,5	+ 8,8	76,3	+ 5,0	81,3	0,57
Alessandria	73,4	— 13,8	59,6	— 5,5	54,1	+ 6,0	60,1	+ 11,9	72,0	1,98

(*Segue specchio N.* 11).

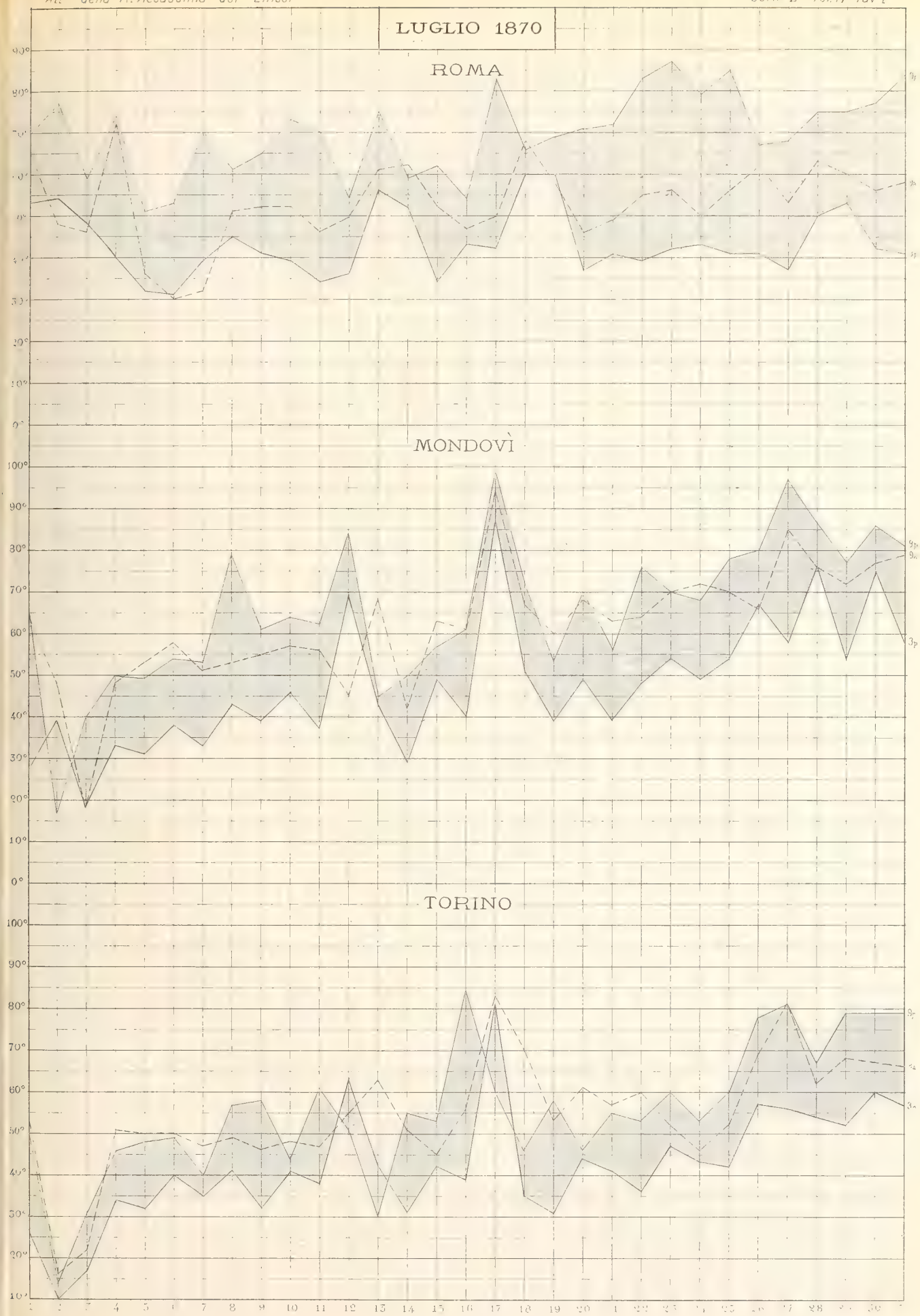
Differenze fra le medie mensili delle cinque ore di osservazione.

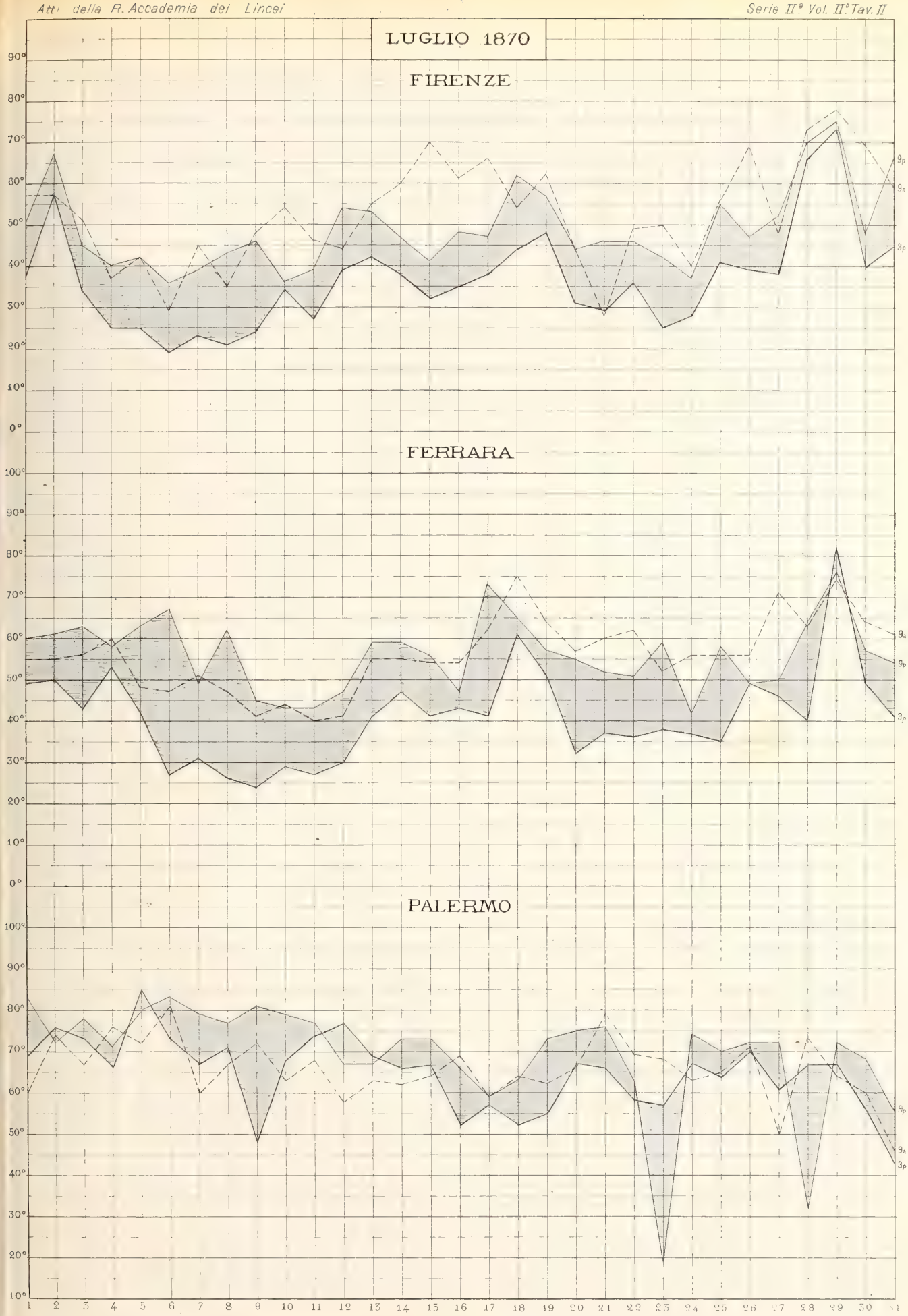
Agosto 1870	9ª	A diff.	12	B diff.	3ᵖ	C diff.	6ᵖ	D diff.	9ᵖ	D/C
Pavia	71,1	— 10,2	60,9	— 2,6	58,3	+ 5,6	63,9	+ 9,0	72,9	1,61
Urbino	65,9	— 4,2	61,7	+ 1,7	63,4	+ 1,9	65,3	+ 7,3	72,6	3,84
Benevento	61,7	— 14,3	47,4	+ 1,0	48,4	+ 5,0	53,4	+ 12,9	66,3	2,58
Moncalieri	71,4	— 7,9	63,5	— 6,9	56,6	+ 5,9	62,5	+ 9,8	72,3	1,66
Casale Monferrato	78,7	— 17,8	60,9	— 3,6	57,3	+ 12,1	69,4	+ 12,2	81,6	1,01
Milano	74,4	— 14,0	60,4	— 5,2	55,2	+ 2,5	57,7	+ 11,5	69,2	4,60
Guastalla	74,9	— 8,4	66,5	— 4,5	62,0	+ 7,2	69,2	+ 10,6	79,8	1,47
Venezia										
Livorno	65,2	— 4,7	60,5	— 2,2	58,3	+ 2,3	60,6	+ 5,1	65,7	2,21
Napoli	69,0	— 8,3	60,7	— 2,4	58,3	+ 8,4	66,7	+ 10,2	76,9	1,21
Medie mensili di Roma per l'anno 1873 osservatorio del Campidoglio.										
Luglio	50,8	— 9,7	41,1	+ 1,3	42,4	+ 5,7	48,1	+ 21,0	69,1	3,68
Agosto	57,0	— 16,7	40,3	+ 5,0	45,3	+ 16,7	62,0	+ 12,0	74,0	0,72
Settembre	67,0	— 20,2	46,8	+ 3,4	50,2	+ 13,0	63,2	+ 12,7	75,9	0,98

SPECCHIO N. 12.

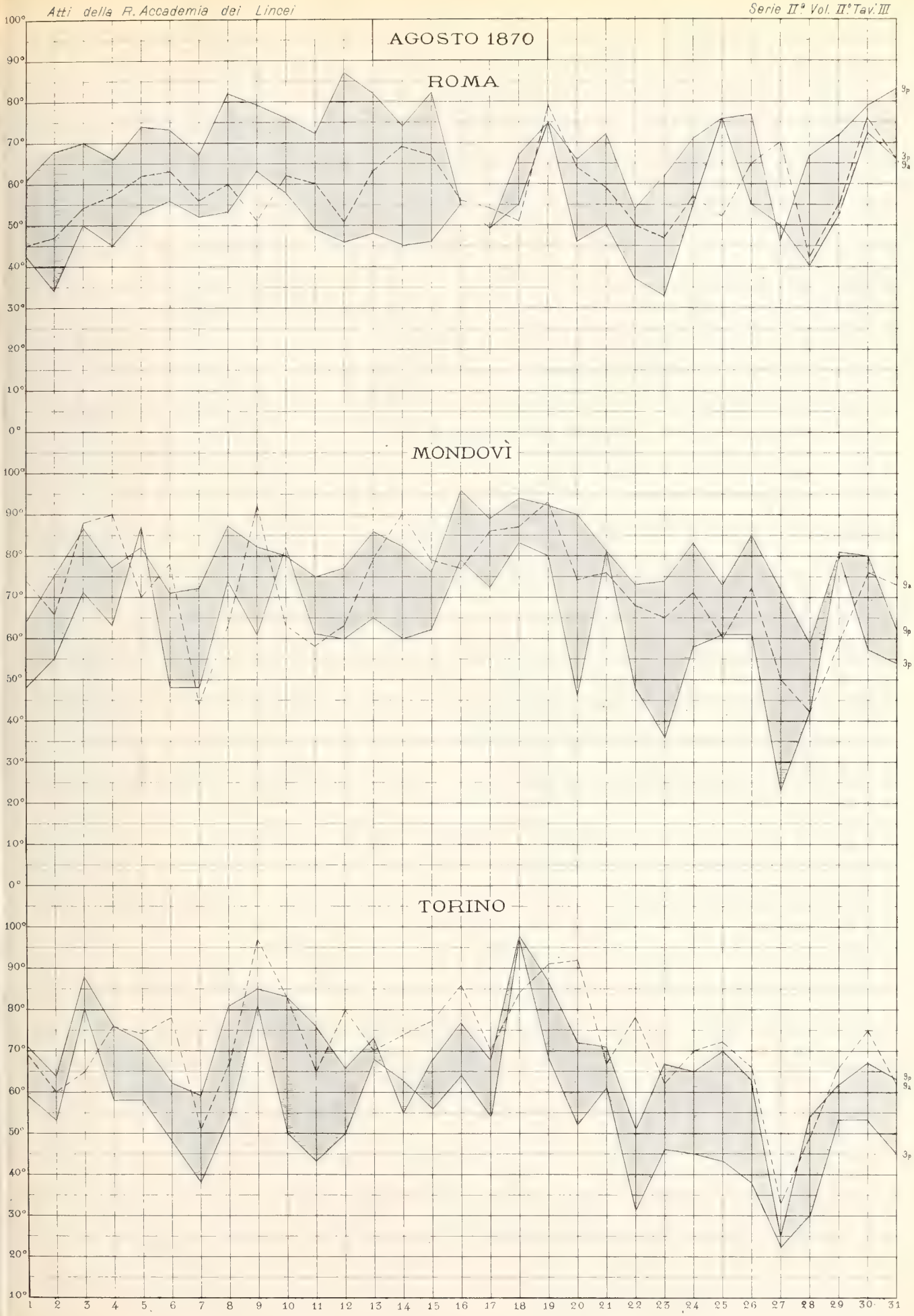
Numero dei giorni che sono sereni o quasi sereni e senza vento alle 9ᵖ

1869	Luglio	Agosto	Settembre	TOTALE	1871	Luglio	Agosto	Settembre	TOTALE
Roma	24	25	24	73	Roma	28	27	21	76
Mondovì	25	19	18	62	Mondovì	24	18	19	61
Torino	13	15	15	43	Torino	24	21	19	64
Firenze	17	12	15	44	Firenze	25	21	12	58
Ferrara	23	20	23	66	Mantova	28	24	23	75
Palermo	25	26	20	71	Palermo	28	28	24	80
1870					**1873**				
Roma	26	24	21	71	Roma	27	27	21	75
Mondovì	20	19	17	56	Mondovì	21	19	12	52
Torino	16	19	18	53	Torino	16	19	12	47
Firenze	19	9	20	48	Firenze	19	22	15	56
Ferrara	22	15	22	59	Mantova	24	23	22	69
Palermo	25	21	17	63	Palermo	29	25	17	71

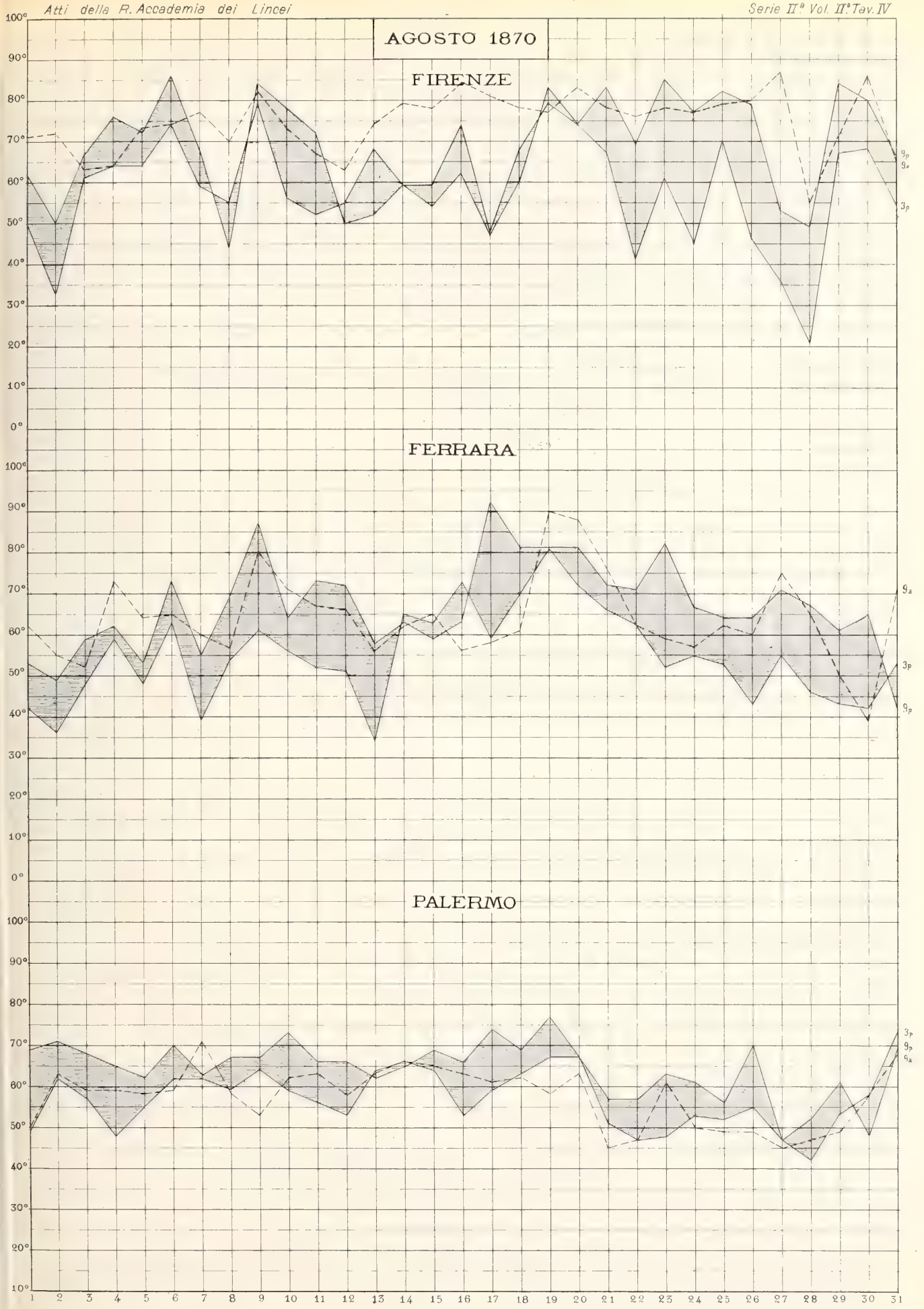

LUGLIO 1870
ROMA
MONDOVÌ
TORINO



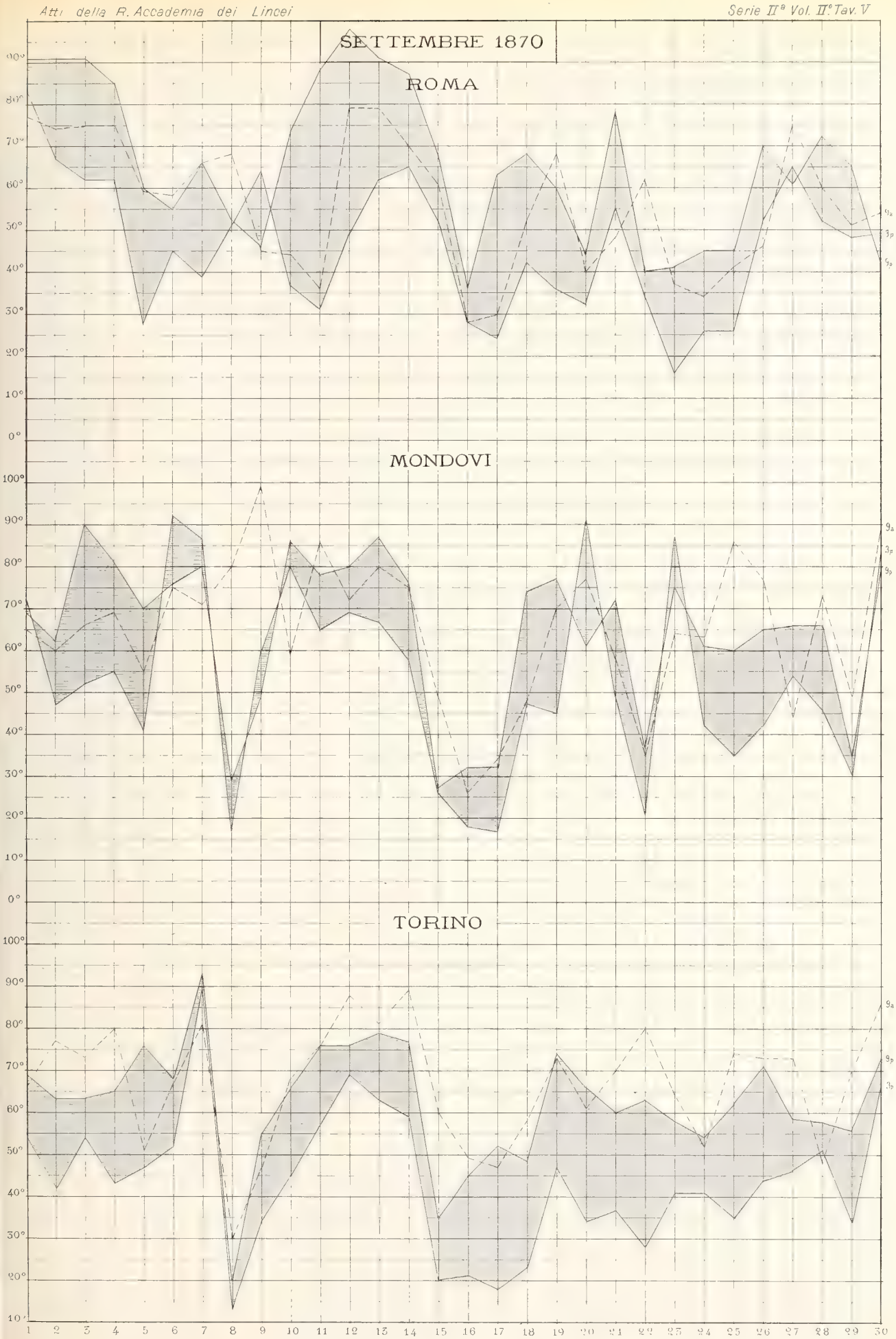
Lit. Martelli Roma

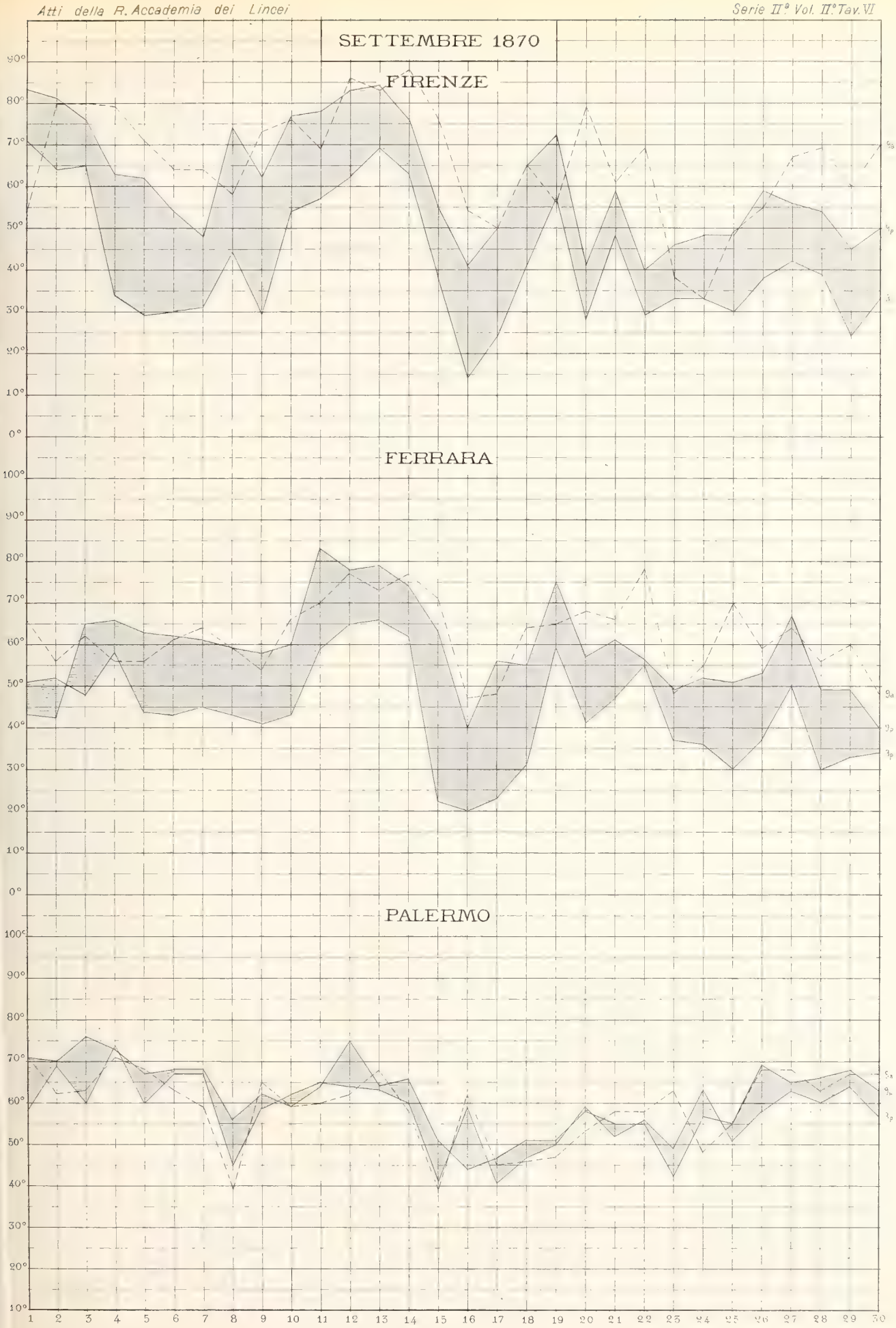


Lit Martelli Roma

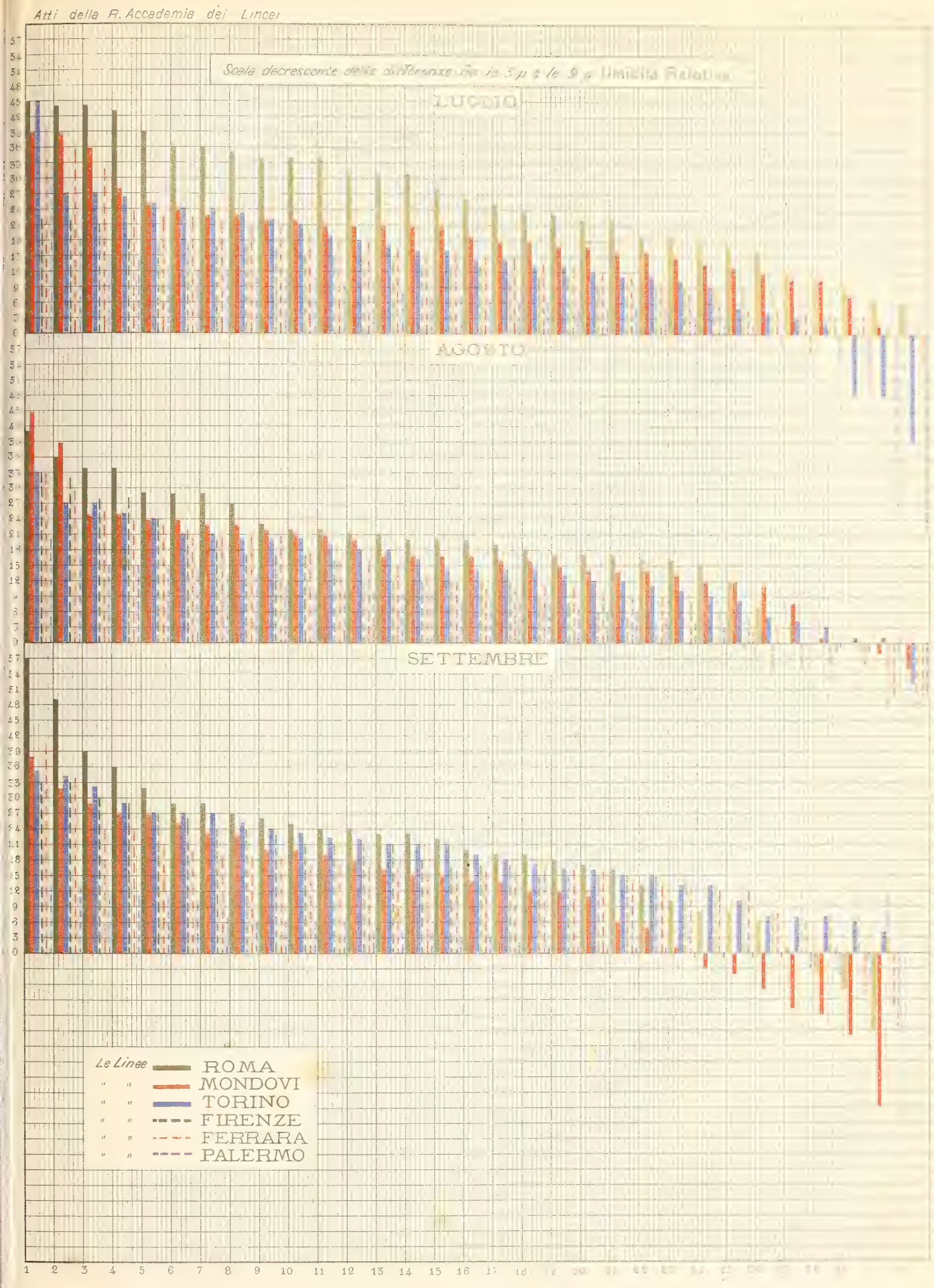


Lit Martelli Roma


SETTEMBRE 1870
ROMA
MONDOVI
TORINO
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
100°
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30



Lit Martelli Roma


Scala decrescente delle differenze tra le 3 p e le 9 a Umidità Relativa
LUGLIO
AGOSTO
SETTEMBRE
Le Linee ROMA
" " MONDOVI
" " TORINO
" " FIRENZE
" " FERRARA
" " PALERMO

Studî sull'essenza di pepe cubebe, prima Nota di A. OGLIALORO presentata al Presidente dal socio CANNIZZARO *il 28 luglio 1875.*

Avendo l'anno scorso studiato l'essenza di cubebe fornita dalla Casa Sachsse di Lipsia, m'incontrai in alcuni risultati diversi di quelli, che sono stati ottenuti da altri esperimentatori.

Così, non riuscì a separare l'idrocarburo bollente a 230°, ch'è narrato essere stato separato da Schmidt. Ottenni, invece, un idrocarburo bollente a temperatura molto più bassa, cioè a 160°, evidentemente del gruppo degli idrocarburi C_{10} H_{16}, il quale non è stato accennato, a ciò che io sappia, da alcuno di coloro, che han studiato l'essenza di cubebe.

Natomi il sospetto che l'essenza ritirata dal commercio non fosse purissima, mi risolvetti quest'anno a prepararla da me stesso per studiarla.

Ho preso per ciò 50 kgr di pepe cubebe, fornitomi dalla Società Farmaceutica Romana, e li ho fatto prima esaminare al Prof. De Notaris. — Questo pepe, macinato, fu distillato in una corrente di vapore di acqua, in un lambicco di rame. Dopo circa cinque giorni di distillazione, ottenni circa due chilogrammi di essenza, trasparente e verdognola.

L'essenza grezza così ottenuta, fu ridistillata in vaso di vetro in corrente di vapore di acqua, procurando di evitare quanto era possibile il rinnovato contatto dell'aria. L'essenza separata dall'acqua, su cui galleggiava, era trasparente, ma anche colorata in verdagnolo; le ultime pozioni erano più colorate e più dense, e nel pallone restò un residuo vischioso: le quali cose dimostrano, che in ogni distillazione l'essenza grezza subisce una modificazione.

L'essenza separata dall'acqua fu tenuta parecchi giorni in contatto col cloruro di calcio fuso, poi separata e sottomessa a distillazione frazionata. La distillazione comincia a 160°; si raccolse un po' di olio sotto 200°; la maggior parte poi distillò tra 250-270.° Ciò che non passò a 270°, fu distillato sotto la pressione di 35 mm e passò da 160 a 260°, da prima scolorato e mobile, e sulla fine spesso e verdastro; rimase un residuo vetroso, trasparente, di consistenza e di odore simile alla pece greca, insolubile nell'alcool, solubilissimo nell'etere.

Ho potuto anch'io verificare, in questa ed in altre distillazioni, ciò ch'è stato affermato da Schaer e Wyss e da altri, che cioè nelle distillazioni dell'essenza di cubebe si sprigiona sempre dell'acqua, qualunque sia il tempo in cui si è lasciata prima in contatto col clururo di calcio.

Come può osservarsi da questo breve cenno, io non riescì a separare traccia di quell'olio bollente a 230°, che è accennato da Schmidt; riescì, invece, anche questa volta a separare l'olio volatile sotto 200°.

Rettificando debitamente quest'olio, io ne ho ottenuto una notevole quantità bollente a 158-163°, la cui composizione centesimale corrisponde al rapporto $C_5 H_8$. Il suo punto di ebollizione non lascia dubbio che appartiene al gruppo dell'essenza di trementina. — Questo idrocarburo ha un potere rotatorio considerevole, poichè colla lunghezza di 10 *cm* devia a sinistra il piano di polarizzazione di 35, 50 gradi centesimali.

La porzione di essenza di cubebe che bolle tra 250—270° è evidentemente il miscuglio almeno di due idrocarburi isomeri: l'uno che si combina con l'acido cloridrico, e l'altro no. Io sono riuscito à separare questi due idrocarburi.

Per ciò fare, ho fatto passare una corrente di acido cloridrico nella parte di essenza di cubebe bollente tra 250 e 270°, mischiata alla metà del proprio peso di etere anidro, in un pallone raffreddato ed attaccato ad un apparecchio a ricadere. — La soluzione eterea si colora in rosso bruno molto intenso, e si separano successivamente i cristalli del cloridrato $C_{15} H_{24}$ 2 H *Cl*. Ho separato di tempo in tempo questi cristalli, e nella soluzione fatto ripassare l'acido cloridrico, finchè la soluzione n' era satura e non si formavano più cristalli. — La soluzione eterea, da cui si erano separati i cristalli, fu svaporata sotto una campana attaccata alla tromba aspirante di Bunzen e si ottenne così una nuova porzione di cloridrato cristallizzato. — La parte rimasta liquida fu nuovamente sciolta nell'etere e sottoposta all'azione dell'acido cloridrico, sinchè si ebbe certezza che non contenea più porzione combinabile con l'acido cloridrico.

Svaporato tutto l'etere, e separato l'olio da ogni porzione d'idroclorato cristallizzato, fu lavato con una soluzione debolmente alcalina; fu distillato nel vuoto: diede sviluppo di acqua ed acido cloridrico. Quest'ultimo o proveniva dalla scomposizione di un cloridrato liquido, o più probabilmente dalla porzione di cloridrato cristallizzato, ch'era rimasta disciolta nell'idrocarburo liquido.

Lavato quest'olio più volte; seccato con cloruro di calcio; distillato, passava tra 260-270°. Lasciato un giorno in contatto col sodio metallico, e distillato sullo stesso, se ne ottennero le seguenti porzioni scolorate e limpide:

1ª	258—260°
2ª	260—262°
3ª	262—263°
4ª	263—265°
5ª	265—268°

La porzione più abbondante era quella che bolliva tra 262-263° sotto la pressione di 759 *mm*. Sottomessa alla distillazione, conserva lo stesso punto di ebollizione. Analizzata ha dato i risultati seguenti, i quali si accordano con la formola $nC_5 H_8$:

Gr. 0, 4352 di sostanza fornirono gr. 1, 4048 di anidride carbonica, e gr. 0, 4557 di acqua, donde si ha in composizione centesimale:

	Pratica	Teoria
Carbonio	88,03	88,23
Idrogeno	11,63	11,76

Ho determinato le densità ed il potere rotatorio delle diverse porzioni ottenute alla distillazione, ed ho avuti i risultati seguenti:

	Punto di ebollizione	Densità a 0	Rotazione del piano di polarizzazione a sinistra per la lunghezza di 20cm. alla temperatura di 23-24° (media di 4 osservazioni).
1°	258—260°	0,9211	3,60
2°	260—262°	0,9231	7,90
3°	262—263°	0,9251	14,65
4°	263—265°	0,9300	23,65
5°	265—268°	0,9348	(non misurato)

I dati contenuti in questa tavola dimostrano che almeno per questa parte di essenza il potere rotatorio aumenta con la densità e col punto di ebollizione, la qual cosa è contraria a quanto è stato asserito recentemente da Schaer e Wyss (1), cioè che il potere rotatorio dell'essenza di cubebe va diminuendo a misura che si eleva il suo punto di ebollizione.

È però da notare che Schaer e Wyss agivano sull'intera essenza distillata, ed io, invece, privata più ch'era possibile, tanto dell'olio che bolle sotto 200°, quanto della porzione che si combina con l'acido cloridrico. La presenza di questi due olii dotati di considerevole potere rotatorio, ha potuto produrre ciò che Schaer e Wyss osservarono. Nè pure io posso affermare di avere determinato il potere rotatorio di una sostanza unica: poichè, come ho sopra accennato, la parte oliosa non combinabile con l'acido cloridrico, tiene disciolta una porzione d'idroclorato, che colla distillazione si scompone, e perciò queste varie porzioni da me studiate, le quali non si combinano apparentemente con l' acido cloridico, contengono evidentemente una piccola porzione dell'olio che vi si combina, la cui presenza deve influire notevolmente a modificare il potere rotatorio dell'altro.

Son riuscito assai meglio a separare e studiare l'altro idrocarburo, quello cioè che dà con l'acido cloridrico il prodotto cristallizzato.

Separato questo composto sopra un imbuto, lo lavai più volte con alcool anidro per portar via tutta la parte oliosa che vi aderiva; lo cristallizzai nell' alcool bollente più volte, ed infine nell'etere. — L'ottenni così cristallizzato in lunghi aghi bianchissimi, inalterabili all'aria, col punto di fusione fisso a 117,5-118° e non già a 131, come è indicato in tutti i trattati.

Analizzato: gr. 0,3268 di sostanza fornirono gr. 0,7785 di anidride carbonica, e gr. 0,2777 di acqua, donde si ha in composizione centesimale

	Pratica	$C_{15}H_{24}2HCl$
Carbonio	64,96	64,98
Idrogeno	9,44	9,38

Scaldai questo cloridrato in tubi chiusi con acqua a 170-180°; si scompone in acido cloridrico ed in un olio color giallo pallido, che galleggia. Quest'olio fu più volte riscaldato nell'istesso modo con nuova acqua, sinchè non dava più acido cloridrico.

L'olio lasciato qualche tempo in contatto con cloruro di calcio fu distillato, e passò tra 254-268.° Sottomesso a rettificazione sul sodio, distillò nella più gran

parte tra 264-265°, sotto la pressione di 757mm. — Ridistillato manteneva lo stesso punto di ebollizione. Sottomettendolo all'azione dell'acido cloridrico vi si ricombina, dando lo stesso composto cristallizzato C_{15} H_{24} 2HC*l* di prima coi medesimi caratteri, compreso il medesimo potere rotatorio.

Questo idrocarburo ha la densità a 0° di 0,9289, e devia a sinistra il piano di polarizzazione di 44,50 gradi centesimali, col tubo lungo 10cm. Come si vede ha tra tutte le porzioni in cui si può dividere l'essenza di cubebe, il maggiore potere rotatorio.

Ho voluto esaminare se questo idrocarburo nel composto con l'acido cloridrico conservava il medesimo potere rotatorio molecolare, e, nei limiti di esattezza che ho potuto raggiungere, ho trovato che il potere rotatorio dell'idrocarburo nel composto, non differisce notevolmente da quello che ha allo stato libero.

Difatti presi una soluzione alcoolica dell'idroclorato C_{15} H_{24} 2HC*l*, che avea per densità 0,824 e che conteneva per ogni grammo di soluzione gr. 0,0048 d'idroclorato, contenente gr. 0,0035 di C_{15} H_{24}.

Trenta centimetri di questa soluzione deviavano a sinistra di 0,45 gradi centesimali.

Cinquanta centimetri di 0,75.

Da questi dati ricavando il potere rotatorio del C_{15} H_{24} contenuto nel composto C_{15} H_{24} 2HC*l* si ha eguale a 5,26 gradi.

Il potere rotatorio dell'essenza libera, ricavato dai dati sopra già indicati è di 5,15 gradi.

Questi due numeri differiscono molto poco, tenuto anche conto delle molte cause di errore che non si poterono evitare, sopratutto quelli provenienti dalla poca solubilità del cloridrato nell'alcool.

Dai fatti narrati in questa memoria risulta che l'essenza di cubebe contiene:

1.° Un idrocarburo (in piccola quantità) C_{10} H_{16}, bollente a 158-163°; levogiro (—35,50, lung. 10 c m);

2.° Un idrocarburo C_{15} H_{24}, bollente a 264-265°, e dotato di considerevole potere rotatorio a sinistra (—44,30, lung. 10 c m), il quale idrocarburo fa con l'acido cloridrico il composto C_{15} H_{24} 2HC*l*, conservando il suo potere rotatorio, e si separa da questo composto per l'azione dell'acqua tra 170-180°, inalterato nelle sue proprietà fisiche e chimiche;

3.° Un idrocarburo bollente tra 262-263°, il quale non si combina con l'acido cloridrico ed ha un potere rotatorio molto minore di quello che vi si combina. — Della purezza di questo idrocarburo non si può avere piena certezza, anzi probabilmente contiene una piccola quantità del C_{15} H_{24}, il cui idroclorato è solubile nell'idrocarburo, perciò rimane il dubbio se il piccolo potere rotatorio di cui è dotato proviene totalmente o in parte dalla presenza dell'idrocarburo precedente.

Mi riserbo a continuare lo studio di questi idrocarburi e de' loro derivati.

Istituto Chimico della R. Università di Roma, Luglio 1875.

(1) Moniteur Scientifique, Maggio 1875.

Sulla funzione potenziale dell'ellisse e dell'ellissoide

Nota del prof. ULISSE DINI presentata dal socio BETTI

nella sessione del 2 maggio 1875.

1. La funzione potenziale di una ellisse omogenea è stata data per la prima volta da Riemann senza dimostrazione in una lettera da lui diretta al prof. Betti e pubblicata poi negli Annali di Tortolini. Il prof. Betti già da qualche tempo ha ritrovato quella formola come limite della funzione potenziale di un ellissoide di densità variabile secondo una certa legge quando questo ellissoide schiacciandosi indefinitamente si riduce ad una ellisse, e ha così mostrato che essa corrisponde alla funzione potenziale di uno strato ellittico di altezza infinitesima. Quando però si voglia la funzione potenziale di una ellisse, considerando la massa distribuita su essa come massa superficiale, allora la dimostrazione del prof. Betti non può più bastare non essendo sempre vero che il valore di una funzione al limite (cioè nel punto limite) sia il limite dei valori che essa ha avanti di arrivare al limite stesso.

Per questo, non volendo fare uso del metodo dato da Mertens (*), ho cercato di dimostrare in generale che una funzione di cui quella di Riemann non è che un caso particolare ha appunto le proprietà caratteristiche della funzione potenziale di una ellisse su cui trovasi distribuita una materia, la cui densità è costante in ogni punto, o varia soltanto passando dall'una all'altra delle varie ellissi omotetiche all'ellisse data che possono tracciarsi nel suo interno. I risultati delle mie ricerche sono contenuti nel presente lavoro.

2. Sia data una ellisse:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1,$$

situata nel piano xy, essendo $a < b$, e siano (ξ, η, ζ) le coordinate di un punto qualunque non situato sul contorno o nell'interno dell'ellisse stessa. Sia poi:

$$H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{\lambda},$$

e sia λ_1 la radice massima della equazione:

$$H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{\lambda} = o,$$

e $F(H)$ una funzione di H che per tutti i valori di H fra 0 e 1 (i limiti inclusi) è finita e continua e ammette una derivata $F'(H)$ che è finita e atta alla integrazione,

(*) Mertens « De functione potentiali duarum ellissoridium homogeneaurum » Borchardt's Journal Band. 63, S. 360.

o tutt'al più diviene infinita per $H = 0$ e di ordine non superiore ad $\frac{1}{2}$. Dico che la funzione:

$$V = \int_{\lambda_1}^{\infty} F(H) \frac{d\lambda}{\sqrt{D}},$$

ove:

$$D = \lambda (a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda),$$

è la funzione potenziale della ellisse (1) su cui s' intende distribuita una materia la cui densità in ogni punto (ξ, η) è:

$$\rho = \frac{\sqrt{S}}{\pi ab} \int_1^{\infty} F'\left(\frac{\theta - 1}{\theta} S\right) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} + \frac{F(o)}{\pi ab \sqrt{S}},$$

essendo:

$$S = 1 - \frac{\xi^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{b^2}.$$

Per vedere questo incominciamo dall'osservare che, essendo $F(H)$ una funzione finita e continua di ξ, η, ζ e λ, almeno finchè λ è diverso da zero, e λ esso pure essendo una funzione finita e continua di ξ, η, ζ, si vede subito che la funzione V sarà una funzione finita e continua di ξ, η, ζ per tutti i punti dello spazio all' infuori tutt'al più di quelli che corrispondono a $\zeta = o$ e che sono situati sulla ellisse (1), perchè per essi e per questi soli si ha $\lambda_1 = o$.

Però se si osserva che pei punti (ξ, η, o) dell'area ellittica (pei quali è $\lambda_1 = o$) si ha:

$$V_0 = \int_0^{\varepsilon} F(H) \frac{d\lambda}{\sqrt{D}} + \int_{\varepsilon}^{\infty} F(H) \frac{d\lambda}{\sqrt{D}},$$

mentre per ogni altro punto sufficientemente vicino $(\xi + h_1, \eta + k_1, \zeta)$ si ha:

$$V = \int_{\lambda_1}^{\varepsilon} F(H) \frac{d\lambda}{\sqrt{D}} + \int_{\varepsilon}^{\infty} F(H) \frac{d\lambda}{\sqrt{D}},$$

essendo ε una quantità arbitrariamente piccola e indipendente da λ_1, si vede subito che si ha la continuità anche nei punti (ξ, η, o) della nostra ellisse, giacchè i due integrali $\int_0^{\varepsilon}, \int_{\lambda_1}^{\varepsilon}$ sono arbitrariamente piccoli, tale essendo la loro ampiezza, e i due fra ε e ∞, per valori sufficientemente piccoli di h, k, ζ finiscono per differire l'uno dall'altro meno di qualunque quantità data; quindi si può dire intanto evidentemente che V è una funzione finita e continua di ξ, η, ζ in tutto lo spazio.

Osservando poi che quando il punto attratto (ξ, η, ζ) si allontana all' infinito, la quantità λ_1 che è la radice massima (positiva) della equazione $H = o$, cresce indefinitamente, si conclude subito che la funzione V (la quale in valore assoluto è inferiore ad: $A \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^3}}$ ove A è una quantità finita) soddisfa anche alla condizione di annullarsi a distanza infinita.

3. Per studiare ora le derivate di V, senza ammettere ancora nulla rispetto alla esistenza o nò della derivata di F (H), facciamo in V un cangiamento di variabile col prendere per variabile H invece che λ.

La relazione fra H e λ, per λ diverso da zero, sarà la seguente:

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{\lambda},$$

e si avrà:

$$d\lambda = \frac{dH}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)};$$

e quindi pei punti esterni alla ellisse sarà:

$$V = \int_0^1 F(H) \frac{dH}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}\right)},$$

ove in $\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)$, e $\left(\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}\right)$ bisogna intendere che per λ sia sostituito il suo valore in H dedotto dalla formola (2) col considerarla come radice massima della equazione (2) stessa; e poichè la quantità $\frac{1}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}\right)}$ considerata come funzione di H, ξ, η, ζ finchè λ è diverso da zero è finita e continua e ad essa può applicarsi la derivazione, si avrà:

$$\frac{dV}{d\xi} = \int_0^1 F(H) \frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)\sqrt{D}}\right) dH.$$

Ma se Z è una funzione di λ e di ξ nella quale λ deve considerarsi come funzione di H, ξ, η e ζ, si ha:

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{Z}{\frac{dH}{d\lambda}}\right) = \frac{\frac{dZ}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}} + \frac{\frac{dZ}{d\lambda}}{\frac{dH}{d\lambda}} \frac{d\lambda}{d\xi} - \frac{Z}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^2} \frac{d^2H}{d\lambda\, d\xi} - \frac{Z}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^2} \frac{d^2H}{d\lambda^2} \frac{d\lambda}{d\xi},$$

e poichè:

$$\frac{dH}{d\xi} + \frac{dH}{d\lambda}\frac{d\lambda}{d\xi} = 0,$$

si ha di quì:

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{d}{d\xi}\left(\frac{Z}{\frac{dH}{d\lambda}}\right) = -\frac{1}{\frac{dH}{d\lambda}}\left[\frac{d}{d\lambda}\left(Z\frac{\frac{dH}{d\lambda}}{\frac{dH}{d\lambda}}\right) - \frac{dZ}{d\xi}\right],$$

ove le derivate parziali dei secondi membri si intendono calcolate prima che sia fatto il cangiamento di variabile; quindi applicando questa formola al caso nostro in cui $Z = \frac{1}{\sqrt{D}}$, si avrà:

$$(4) \ldots\ldots \frac{dV}{d\xi} = -\int_0^1 F(H) \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)\frac{dH}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)},$$

ovvero

$$(5) \ldots\ldots \frac{dV}{d\xi} = -\int_{\lambda_1}^{\infty} F(H) \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda,$$

come se si fosse fatta la derivazione nel valore di V senza fare il cangiamento di variabile e poi si fosse fatta la integrazione per parti.

Espressioni analoghe si trovano per $\frac{dV}{d\eta}$ e $\frac{dV}{d\zeta}$; e ora oltre a vedere di quì che finchè λ_1 è diverso da zero, cioè finchè il punto (ξ, η, ζ) non è nell' interno della nostra ellisse o sul contorno di essa, queste derivate sono finite e continue, si vede anche (come si trovò sopra per V) che all' infinito esse si annullano, e si annullano pure le quantità $l\frac{dV}{d\xi}$, $l\frac{dV}{d\eta}$, $l\frac{dV}{d\zeta}$, ove l è il raggio vettore dall' origine al punto (ξ, η, ζ), giacchè, essendo $\xi \leq l$, $\eta \leq l$, $\zeta \leq l$, $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = l^2$ con $\frac{dH}{d\lambda} > \frac{l^2}{(a^2+\lambda)^2}$, le quantità: $l\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)$, ec. col crescere indefinito di l divengono della forma $\frac{A}{\sqrt{\lambda^3}}$, essendo A una quantità finita.

4. Resta dunque così soltanto a cercarsi che cosa accada della espressione $\Delta^2 V$ pei punti dello spazio esterno all' ellisse, e che cosa accada della espressione $\frac{dV}{d\zeta}$ quando ci si avvicina indefinitamente alla ellisse stessa.

Osserviamo perciò che dalla (3) si ha:

$$\frac{d^2V}{d\xi^2} = -\int_0^1 F(H) \frac{d}{d\xi}\left[\frac{1}{\frac{dH}{d\lambda}} \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\xi}\sqrt{D}}\right)\right] dH,$$

la derivata rispetto a ξ del secondo membro intendendosi fatta dopo di aver cangiato la variabile λ nella variabile H; quindi applicando la (3) si avrà:

$$\frac{d^2V}{d\xi^2}=\int_0^1 F(H)\left\{\frac{d}{d\lambda}\left[\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}}\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\xi}\sqrt{D}}\right)\right]-\frac{d^2}{d\xi\,d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)\right\}\frac{dH}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)},$$

le derivazioni del secondo membro ora intendendosi fatte prima del cangiamento di variabile; e perciò sarà evidentemente:

$$\frac{d^2V}{d\xi^2}=\int_{\lambda_1}^{\infty} F(H)\frac{d}{d\lambda}\left\{\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}}\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)-\frac{d}{d\xi}\left(\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)\right\}d\lambda,$$

ovvero:

$$\frac{d^2V}{d\xi^2}=\int_{\lambda_1}^{\infty} F(H)\frac{d}{d\lambda}\left\{\frac{1}{\sqrt{D}}\left[\frac{\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{dH}{d\xi}\right)^2}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^2}-\frac{\left(\frac{dH}{d\xi}\right)^2\frac{d^2H}{d\lambda^2}}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)}-\frac{\frac{dH}{d\xi}}{\frac{dH}{d\lambda}}\varphi(\lambda)-\frac{\frac{d^2H}{d\xi^2}}{\frac{dH}{d\lambda}}\right]\right\}d\lambda,$$

ove:

$$2\,\varphi(\lambda)=\frac{1}{a^2+\lambda}+\frac{1}{b^2+\lambda}+\frac{1}{\lambda};$$

e poichè risultati analoghi si hanno per $\frac{d^2V}{d\eta^2}$ e $\frac{d^2V}{d\zeta^2}$, si conclude che pei punti esterni all'area ellittica anche le derivate seconde di V sono finite e continue e si ha:

$$\Delta^2 V=\int_{\lambda_1}^{\infty} F(H)\frac{d}{d\lambda}\left\{\frac{1}{\sqrt{D}}\left[\frac{\frac{d}{d\lambda}(\Delta H)}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^2}-\frac{\Delta H\frac{d^2H}{d\lambda^2}}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^3}-\frac{\Delta H}{\left(\frac{dH}{d\lambda}\right)^2}\varphi(\lambda)-\frac{\Delta^2 H}{\frac{dH}{d\lambda}}\right]\right\}d\lambda,$$

essendo ΔH e $\Delta^2 H$ i parametri differenziali di primo e second'ordine di H.

Ma dalla espressione di H si ha evidentemente:

$$\Delta H=4\frac{dH}{d\lambda},\qquad \Delta^2 H=-4\,\varphi(\lambda);$$

quindi anche la condizione $\Delta^2 V=o$ sarà soddisfatta in tutti i punti dello spazio, tranne nei punti dell'area ellittica.

5. Resta ora a studiarsi la derivata $\frac{dV}{d\zeta}$ quando il punto (ξ,η,ζ) muovendosi lungo una parallela all'asse z si avvicina indefinitamente all'area che si considera; giacchè quando si abbia il limite di questa derivata, essendo in generale: $\lim\limits_{\zeta=o}\left(\frac{dV}{d\zeta}-\frac{dV}{d(-\zeta)}\right)=4\pi\rho$, ove ρ è la densità della massa distribuita sulla ellisse, si avrà $\rho=\frac{1}{2\pi}\lim\limits_{\zeta=o}\frac{dV}{dz}$.

Lo studio di questo limite, quando si voglia continuare a non ammettere nulla intorno alla derivata di F (H) fra 0 e 1, sembra difficilissimo, e i risultati cui sono giunto, mantenendo tale generalità, non possono dirsi pienamente completi.

Supponiamo infatti ζ e quindi λ_1 già abbastanza piccoli, e indichiamo con S la quantità: $1 - \frac{\xi^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{b^2}$, e con λ_1, μ_1, ν_1 le tre radici della equazione:

$$H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{\lambda} = o,$$

delle quali la prima è positiva, la seconda è fra 0 e $-b^2$ e la terza fra $-b^2$ e $-a^2$ (supposto $a > b$), e osserviamo che si ha:

$$H = \frac{(\lambda - \lambda_1)\ (\lambda - \mu_1)\ (\lambda - \nu_1)}{\lambda\ (a^2 + \lambda)\ (b^2 + \lambda)},$$

$$\lim_{\zeta = o} \mu_1 \nu_1 = \lim_{\lambda_1 = o} (\lambda_1 \mu_1 + \lambda_1 \nu_1 + \mu_1 \nu_1) = a^2 b^2 - \xi^2 b^2 - y^2 a^2 = S a^2 b^2,$$

e:

$$\frac{dV}{d\zeta} = -2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_1 k} F(H) \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda - 2 \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1)\right] \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda -$$

$$- 2 F(H_1) \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda - 2 \int_{\varepsilon}^{\infty} F(H) \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda,$$

essendo k una quantità arbitrariamente grande ma finita, e ε una quantità arbitrariamente piccola ma finita essa pure e:

$$H_1 = 1 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda_1 k} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda_1 k} - \frac{\zeta^2}{\lambda_1 k} = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{\mu_1 \nu_1}{a^2 b^2} \frac{\left(1 - \frac{\lambda_1 k}{\mu_1}\right)\left(1 - \frac{\lambda_1 k}{\nu_1}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda_1 k}{a^2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1 k}{b^2}\right)},$$

Oltre a ciò osserviamo che quando ξ e η non sono zero ambedue, la quantità $\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right)$ cangia segno soltanto per valori di λ della forma $\lambda = A\sqrt{\lambda_1}$ ove A è una quantità finita che non tende a zero con λ_1 e quindi soltanto fra $\lambda_1 k$ e ε: mentre per $\xi = \eta = o$ essa cangia segno soltanto per $\lambda = ab$, e quindi fra ε e ∞. Facendo nel primo integrale $\lambda = \lambda_1 \theta$, si vede subito che per S differente da zero si ha:

$$\frac{dV}{d\zeta} = -\frac{1}{ab\sqrt{S}} \int_1^k F\left(\frac{\theta - 1}{\theta} S\right) \frac{d\theta}{\sqrt{S}} + 2 \frac{F\left[\left(1 - \frac{1}{k}\right) S\right]\sqrt{k}}{ab\sqrt{S}} -$$

$$- 2 \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1)\right] \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda}\sqrt{D}}\right) d\lambda + \sigma,$$

essendo σ una quantità che a partire da un certo valore di λ_1 coll'impiccolire di λ_1 si mantiene sempre minore di quella quantità che più ci piace; quindi poichè k è indipendente da λ_1 e può supporsi fisso mentre λ_1 impiccolisce, si può affermare che, quando S è differente da zero se la quantità:

$$\int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda$$

ha un limite determinato e finito per $\lambda_1 = o$ altrettanto avviene di $\frac{dV}{d\zeta}$, e si ha perciò allora:

$$\lim_{\zeta = o} \frac{dV}{d\zeta} = \lim_{k = \infty} \left\{ - \frac{1}{ab\sqrt{S}} \int_1^k F\left(\frac{\theta - 1}{\theta} S\right) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} + 2 \frac{F\left[\left(1 - \frac{1}{k}\right) S\right] \sqrt{k}}{ab\sqrt{S}} \right.$$

$$\left. - 2 \lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{z}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda \right\};$$

ma poichè nel caso generale non mi è possibile di concludere nulla intorno all ultimo termine: $\lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{z}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda$, a meno che non sia $\xi = \eta = o$, e ciò per il cangiamento di segno che avviene in $\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right)$ durante l'integrazione, mi è impossibile di decidere se il limite di $\frac{dV}{d\zeta}$ per $\zeta = o$ esiste o nò; ed è perciò che a questo punto finchè si conserva tutta la generalità in F (H) i risultati non possono dirsi ancora completi.

Osservando poi anche che:

$$\frac{dV}{d\zeta} = \frac{2\,F(0)}{\lambda_1 \frac{dH}{d\lambda_1} \sqrt{D_1}} - 2 \int_{\lambda_1}^{\infty} \left[F(H) - F(0) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda,$$

ove $\frac{dH}{d\lambda_1}$ e D_1 sono i valori di $\frac{dH}{d\lambda}$ e D per $\lambda = \lambda_1$, si vede subito che per S diverso da zero si ha anche:

$$(7) \cdot \cdot \lim_{\zeta = o} \frac{dV}{d\zeta} = \lim_{k = \infty} \left\{ \frac{2\,F(o)}{ab\sqrt{S}} - \frac{1}{ab} \int_1^k \frac{F\left(\frac{\theta - 1}{\theta} S\right) - F(o)}{\sqrt{S}} \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{F\left[\left(1 - \frac{1}{k}\right) S\right] - F(o)}{ab\sqrt{S}} \sqrt{k} - 2 \lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda \right\},$$

e con questo processo stesso si vede anche facilmente che se $F(o) = o$ e se la derivata di $F(H)$ per $H = o$ è finita o diviene infinita soltanto di ordine non superiore a $\frac{1}{2}$ e l'ultimo integrale ha un limite determinato e finito, questa formola e quindi anche la (6) valgono anche per $S = o$ (cioè sul contorno dell' area ellittica); ma se queste condizioni non sono soddisfatte non si può affermar nulla di generale; e solo si può dire che il limite di $\frac{dV}{d\zeta}$ per $\zeta = o$ è sempre dato dalle formole (6) e (7) e quindi diviene infinito insieme a ρ per $S = o$ tutte le volte che le ultime due condizioni sono soddisfatte, senza che lo sia la prima $[F(o) = o]$.

6. Limitandosi però come abbiamo detto in principio a considerare il caso in cui $F(H)$ almeno pei valori di H diversi da zero ha una derivata finita e atta alla integrazione, e per $H = o$ ha pure una derivata che se diviene infinita lo diviene soltanto di un ordine non superiore ad $\frac{1}{2}$, e facile vedere che la quantità

$$\lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda,$$

è determinata e finita, e quindi altrettanto accade di $\lim. \frac{dV}{d\zeta}$ e di ρ per S differente da zero, e anche per $S = o$ se $F(o) = o$. In questo caso infatti colla integrazione per parti si trova:

$$\lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda = - \lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F'(H) \frac{\zeta}{\lambda \sqrt{D}} \right. d\lambda,$$

e per S diverso da zero si ha:

$$\lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda = \frac{1}{2} \lim_{\lambda_1 = o} \frac{F'(H_1)}{ab} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\zeta}{\sqrt{\lambda_1 k}} \right) =$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{F' \left[\left(1 - \frac{1}{k} \right) S \right] \sqrt{S}}{ab \sqrt{k}},$$

mentre per $S = o$, essendo $\lim\limits_{H = o} F'(H) \sqrt{H} = A$, con A quantità sempre finita, si ha:

$$\lim_{\lambda_1 = o} \int_{\lambda_1 k}^{\varepsilon} \left[F(H) - F(H_1) \right] \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d} \sqrt{D}} \right) d\lambda = \frac{A}{2\, ab \sqrt{k - 1}},$$

e così in questo caso si ha sempre per qualunque valore di S:

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \lim_{k=\infty} \left\{ \frac{2\,F(o)}{ab\sqrt{S}} - \frac{1}{ab} \int_1^k \frac{F\left(\frac{\theta-1}{\theta} S\right) - F(o)}{\sqrt{S}} \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} + \right.$$

$$\left. + 2\,\frac{F\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)S\right] - F(o)}{ab\sqrt{S}} \sqrt{k} \right\} = \frac{1}{2\pi} \lim \left\{ -\frac{1}{ab} \int_1^k \frac{F\left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)}{\sqrt{S}} \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} + \right.$$

$$\left. + 2\,\frac{F\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)S\right]}{ab\sqrt{S}} \sqrt{k} \right\}$$

e i limiti che compariscono nel secondo membro sono determinati e finiti per S differente da zero, e sono tali anche per $S = o$, purchè però per questo caso sia $F(o) = o$, senza di che per $S = o$ si ha $\rho = \infty$.

E così in particolare per $F(H) = 2\,ab\sqrt{H}$ si ha:

$$\rho = \lim_{k=\infty} \frac{1}{2\pi} \left\{ -2 \int_1^k \frac{\sqrt{\theta-1}}{\theta} d\theta + 4\sqrt{k-1} \right\} = 1$$

ciò che ci permette intanto di affermare con tutto il rigore che la funzione:

$$V = 2\,ab \int_{\lambda_1}^{\infty} \sqrt{H}\, \frac{d\lambda}{\sqrt{D}},$$

è la funzione potenziale di un area ellittica su cui sia distribuita una massa omogenea colla densità uguale ad uno.

7. Del resto nel caso sempre che F (H) ammetta fra 0 ed 1 una derivata che è sempre finita ed atta alla integrazione e che se diviene infinita lo diviene soltanto per $H = 0$ e di ordine non superiore ad $\frac{1}{2}$, è facile di avere la espressione della densità ρ sotto una forma semplice per mezzo di un integrale definito, come si è annunciato in principio.

Applicando infatti la integrazione per parti alla espressione:

$$\frac{dV}{d\zeta} = -2 \int_{\lambda_1}^{\infty} F(H) \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\zeta}{\lambda \frac{dH}{d\lambda} \sqrt{D}} \right) d\lambda,$$

si trova che:

$$\frac{dV}{d\zeta} = \frac{2\,F(o)\,\zeta}{\lambda_1 \frac{dH}{d\lambda_1} \sqrt{D}} + 2 \int_{\lambda_1}^{\infty} F'(H) \frac{\zeta}{\lambda \sqrt{D}} d\lambda.$$

e mentre il primo termine per S differente da zero ha per limite evidentemente $\frac{2\,F(o)}{ab\sqrt{S}}$, è facile vedere che il secondo ha sempre per limite:

$$\int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}S\right)\frac{\sqrt{S}}{ab}\,\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}}\,.$$

Ponendo infatti $\lambda = \lambda_1\,\theta$ si ha:

$$\int_{\lambda_1}^\infty F'(H)\,\frac{\zeta}{\lambda\sqrt{D}}\,d\lambda =$$

$$= \sqrt{S}\int_1^\infty F'\left[\frac{\theta-1}{\theta}\,\frac{\mu_1\,\nu_1}{a^2\,b^2}\,\frac{\left(1-\frac{\lambda_1\,\theta}{\mu_1}\right)\left(1-\frac{\lambda_1\,\theta}{\nu_1}\right)}{\left(1+\frac{\lambda_1\,\theta}{a^2}\right)\left(1+\frac{\lambda_1\,\theta}{b^2}\right)}\right]\frac{d\theta}{\theta\sqrt{\theta\,(a^2+\lambda_1\,\theta)\,(b^2+\lambda_2\,\theta)}},$$

e sotto questa forma, siccome anche l'integrale dei valori limiti:

$$\int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}S\right)\frac{\sqrt{S}}{ab}\,\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}}$$

è determinato e finito anche per $S = o$, spezzando ciascuno degli integrali stessi in due integrali, uno fra 1 e k e l'altro fra k e ∞, con k tale che l'integrale $\int_k^\infty \frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}}$ sia arbitrariamente piccolo, si vede subito che nel nostro caso si ha sempre:

$$\lim_{\lambda_1 = 0}\int_{\lambda_1}^\infty F'(H)\,\frac{\zeta\,d\lambda}{\lambda\sqrt{D}} = \int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}S\right)\frac{\sqrt{S}}{d\theta}\,\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}}\,,$$

e si ha perciò allora:

$$\rho = \frac{\sqrt{S}}{\pi\,ab}\int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}S\right)\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} + \frac{F(o)}{\pi\,ab\sqrt{S}}\,,$$

talchè riunendo i risultati ottenuti si può ora concludere che quando F(H) è una funzione che per tutti i valori di H fra 0 e 1 è finita e continua e ammette una derivata che essa pure è sempre finita e atta alla integrazione e che se diviene infinita lo diviene soltanto per $H = o$ e di ordine non superiore ad $\frac{1}{2}$, la funzione:

$$V = \int_{\lambda_1}^\infty F(H)\,\frac{d\lambda}{\sqrt{D}}$$

ove:

$$H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2+\lambda} - \frac{\eta^2}{b^2+\lambda} - \frac{\zeta^2}{\lambda}\,,\ \text{e: } D = \lambda\,(a^2+\lambda)\,(b^2+\lambda),$$

è la funzione potenziale di un area ellittica;

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1,$$

su cui in ogni punto (x, y) è distribuita una massa la cui densità ρ è determinata dalla formola:

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \lim_{k=\infty} \left\{ -\frac{1}{ab} \int_1^k \frac{F\left(\frac{\theta-1}{\theta} S\right)}{\sqrt{S}} \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} + 2 \frac{F\left[\left(1-\frac{1}{k}\right) S\right] \sqrt{k}}{ab\sqrt{S}} \right\},$$

ovvero dall' altra:

$$\rho = \frac{\sqrt{S}}{\pi ab} \int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta} S\right) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} + \frac{F(o)}{\pi ab \sqrt{S}},$$

o anche:

$$\rho = \frac{\pi ab}{1} \int_0^S F'(\mu) \frac{d\mu}{\sqrt{S-\mu}} + \frac{F(o)}{\pi ab \sqrt{S}},$$

essendo:

$$S = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2};$$

e così in particolare servendosi anche di questa ultima espressione di ρ per $F(H) = 2\, ab \sqrt{H}$ si ritrova che V è la funzione potenziale dell'ellisse su cui è distribuita una massa omogenea colla densità uguale ad uno, come servendosi dell'una o dell' altra di queste espressioni di ρ si vede subito anche che la funzione:

$$V = \pi ab \int_{\lambda_1}^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{D}}$$

è la funzione potenziale di una massa distribuita sulla ellisse stessa colla densità uguale a:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}};$$

talchè, avendo riguardo alla circostanza che pei punti dell' area ellittica si ha $\lambda_1 = o$ e quindi in questo ultimo caso $V = cost.$, si conclude di quì senz' altro che comunicando della elettricità a un disco ellittico (1), questa elettricità finchè non agiscono su essa forze elettriche esterne si distribuisce in modo che la sua densità in ogni punto sia proporzionale a:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}.$$

8. Volendo determinare anche la quantità totale M di materia contenuta sulla nostra ellisse (1), osserveremo che se l è il raggio vettore del punto attratto si deve avere $lim.\ l\,V = M$; e poichè ponendo $\lambda = \lambda_1\,\theta$ si ha:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \int_1^\infty F\left[\frac{\theta-1}{\theta}\,\frac{\left(1-\frac{\mu_1}{\lambda_1\theta}\right)\left(1-\frac{\nu_1}{\lambda_1\theta}\right)}{\left(1+\frac{a^2}{\lambda_1\theta}\right)\left(1+\frac{b^2}{\lambda_1\theta}\right)}\right]\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3\left(1+\frac{a^2}{\lambda_1\theta}\right)\left(1+\frac{b^2}{\lambda_1\theta}\right)}}$$

e per $l = \infty$ si ha $lim\sqrt{\lambda_1} = \infty$ e $lim\ \frac{l}{\sqrt{\lambda_1}} = 1$, si concluderà subito che:

$$M = \int_1^\infty F\left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} = \int_0^1 \frac{F(\omega)\,d\omega}{\sqrt{1-\omega}},$$

indipendentemente dalla esistenza o nò della derivata di F(H).

Del resto, indicando ancora con ρ la densità della massa stessa su ogni ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2(1-S)} + \frac{y^2}{b^2(1-S)} = 1$$

omotetica alla ellisse data, e ricordando che l'area elementare compresa fra due di queste ellisse consecutive (S), (S — dS) è $\pi\,ab\,dS$, si può anche dire che:

$$M = \pi\,ab\int_0^1 \rho\,dS,$$

e quindi nel caso in cui F(H) ammette una derivata che soddisfa alle condizioni poste sopra, si avrà anche:

$$M = \int_0^1 \sqrt{S}\,dS \int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}\,S\right)\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} + 2\,F(o) =$$

$$= \int_0^1 dS \int_0^S \frac{F'(\omega)}{\sqrt{S-\omega}}\,d\omega + 2\,F(o),$$

così, avendo riguardo al valore precedente di M si potrà concluderne anche che se F(x) è una funzione che per tutti i valori di x fra 0 e 1 soddisfa alle condizioni poste sopra per F(H), si avrà la formola seguente:

$$\int_0^1 \frac{F(\omega)\,d\omega}{\sqrt{1-\omega}} = \int_0^1 dS \int_0^S \frac{F(\omega)\,d\omega}{\sqrt{S-\omega}} + 2\,F(0),$$

o anche cangiando F(ω) in F($x+\omega$):

$$F(x) + \int_0^1 \frac{F(x+\omega)\,d\omega}{\sqrt{1-\omega}} = \int_0^1 dS \int_0^S \frac{F'(x+\omega)}{\sqrt{S-\omega}}\,d\omega,$$

come si potrebbe trovare anche per altra via.

9. Osserviamo poi che se s' indica con $\rho(S)$ la densità della nostra area nei punti (x, y) pei quali si ha:

$$1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = S,$$

sarà

$$\rho(S) = \frac{\sqrt{S}}{\pi a b} \int_0^\infty F'\left(\frac{\theta - 1}{\theta} S\right) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}} + \frac{F(0)}{\pi a b \sqrt{S}},$$

e per S diverso da zero ponendo $\frac{\theta - 1}{\theta} S = \mu$, si avrà:

$$\rho(S) = \frac{1}{\pi a b} \int_0^S F'(\mu) \frac{d\mu}{\sqrt{S - \mu}} + \frac{F(0)}{\pi a b \sqrt{S}},$$

e perciò sarà:

$$\int_0^S \frac{\rho(\nu)\, d\nu}{\sqrt{S - \nu}} = \frac{1}{\pi a b} \int_0^S \frac{d\nu}{\sqrt{S - \nu}} \int_0^\nu \frac{F'(\mu)\, d\mu}{\sqrt{S - \mu}} + \frac{F(0)}{ab}.$$

Ma per un teorema di Dirichlet si ha:

$$\int_0^a dx \int_0^x \varphi(x, y)\, dy = \int_0^a dy \int_y^a \varphi(x, y)\, dx,$$

quindi sarà:

$$\int_0^S \frac{\rho(\nu)\, d\nu}{\sqrt{S - \nu}} = \frac{1}{\pi a b} \int_0^S d\mu\, F'(\mu) \int_\mu^S \frac{d\nu}{\sqrt{(S - \nu)(\nu - \mu)}} + \frac{F(0)}{ab},$$

ovvero:

$$\int_0^S \frac{\rho(\nu)\, d\nu}{\sqrt{S - \nu}} = \frac{F(S)}{a b},$$

e perciò sarà:

$$F(H) = a b \int_0^H \frac{\rho(\nu)\, d\nu}{\sqrt{H - \nu}},$$

o anche, ponendo $\nu = Ht$:

$$F(H) = a b \sqrt{H} \int_0^1 \frac{\rho(Ht)\, dt}{\sqrt{1 - t}},$$

e queste formole varranno anche per $H = 0$ giacchè se in vicinanza di $\nu = 0$ si ha:

$$\rho(\nu) = \frac{A}{\sqrt{\nu}} + B(\nu),$$

essendo A una costante, e B (ν) una funzione sempre finita si avrà:

$$F(0) = \pi a b A = \pi a b \lim_{\nu = 0} [\rho(\nu) \sqrt{\nu}]$$

come appunto ci danno le formole di sopra.

D' altra parte quando si ha:

$$\rho(\nu) = \frac{A}{\sqrt{\nu}} + B(\nu),$$

essendo A una costante e B (ν) una funzione di ν sempre finita e continua e che oltre all' ammettere una derivata prima che è finita e determinata o tutt' al più diviene infinita e di ordine inferiore al primo per $\nu = 0$, ammette anche una derivata seconda generalmente finita, la funzione:

$$F(H) = a b \sqrt{H} \int_0^1 \frac{\rho(Ht)\, dt}{\sqrt{1-t}},$$

sarà sempre finita e continua e ammetterà una derivata che se diviene infinita lo diviene soltanto per $H = 0$ e di ordine $\frac{1}{2}$, giacchè avendosi:

$$F(H) = A\, a b \int_0^1 \frac{dt}{t\sqrt{1-t}} + a b \sqrt{H} \int_0^1 \frac{B(Ht)\, dt}{\sqrt{1-t}},$$

sarà:

$$F'(H) \sqrt{H} = \frac{a b}{2} \int_0^1 \frac{B(Ht)\, dt}{\sqrt{1-t}} + a b \int \frac{B'(Ht)\, H t\, dt}{\sqrt{1-t}};$$

quindi si può dire evidentemente che se su una ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1,$$

è distribuita una massa la cui densità varia soltanto passando dall' una all'altra delle varie ellisse omotetiche ad essa che possono tracciarsi nel suo interno, e tale che può rappresentarsi con una funzione ρ (S) della solita quantità:

$$S = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$

essendo ρ (S) una funzione che può porsi sotto la forma:

$$\rho(S) = \frac{A}{\sqrt{S}} + B(S)$$

ove A è una costante e B (S) è una funzione di S finita e continua e che ammette una derivata che è sempre determinata e finita o tutt' al più diviene infinita

soltanto per $S = 0$ e di ordine inferiore al primo, la funzione potenziale della stessa massa sarà:

$$V = a\,b \int_{\lambda_1}^{\infty} \sqrt{H}\,\frac{d\lambda}{\sqrt{D}} \int_0^1 \frac{\rho\,(H\,t)\,dt}{\sqrt{1-t}}$$

ovvero:

$$V = a\,b \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{D}} \int_0^H \frac{\rho\,(\nu)\,d\nu}{\sqrt{H-\nu}},$$

essendo λ_1 la solita radice positiva della equazione

$$\frac{\xi^2}{a^2+\lambda} + \frac{\eta^2}{b^2+\lambda} + \frac{\zeta^2}{\lambda} = 1,$$

e:

$$H = 1 - \frac{\xi^2}{a^2+\lambda} - \frac{\zeta^2}{b^2+\lambda} - \frac{z^2}{\lambda}.$$

Notiamo che invece di supporre che la funzione B (S) ammetta una derivata seconda generalmente finita, basta a supporre che all' integrale $\int_0^1 \frac{B\,(H\,t)\,dt}{\sqrt{1-t}}$ possa applicarsi la derivazione rispetto ad H sotto il segno integrale.

10. Riprendiamo ora la funzione generale:

$$V = \int_{\lambda_1}^{\infty} G\,(H)\,\frac{d\lambda}{\sqrt{D}},$$

nella quale supporremo che F (H) soddisfi a tutte le condizioni poste in principio, e cangiamo in questa λ in $\lambda + C^2$ e poniamo:

$$A^2 = a^2 + C^2,\quad B^2 = b^2 + C^2.$$

Il suo valore per lo stesso punto (ξ, η, ζ) non verrà cangiato, e quindi chiamandolo W sotto la nuova forma che verrà a prendere, si avrà:

$$W = V = \int_{\lambda_2}^{\infty} F\,(H')\,\frac{d\lambda}{\sqrt{D'}},$$

essendo:

$$H' = 1 - \frac{\xi^2}{A^2+\lambda} - \frac{\eta^2}{B^2+\lambda} - \frac{\zeta^2}{C^2+\lambda},\quad D' = (A^2+\lambda)\,(B^2+\lambda)\,(C^2+\lambda),$$

e essendo: $\lambda_2 = \lambda_1 - C^2$ la radice massima dell' equazione $H' = 0$.

Ora, cogli stessi processi che abbiamo usato sopra, si verifica facilmente che W considerata all' esterno dell' ellissoide:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{C^2} = 1. \tag{8}$$

(ciò che porta che λ_2 varii soltanto fra 0 e ∞) ha le proprietà caratteristiche della funzione potenziale di una massa tutta contenuta nell' interno dell' ellissoide stesso; mentre la funzione:

$$W_1 = \int_0^\infty F(H') \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}},$$

considerata nei punti (ξ, η, ζ) interni all' ellissoide ha le proprietà caratteristiche della funzione potenziale di una massa che può essere in parte distribuita sulla superficie, e in parte contenuta nell' ellissoide stesso, colla densità $\rho = \frac{F'(H_0')}{\pi ABC}$, ove $H_0' = 1 - \frac{\xi^2}{A^2} - \frac{\eta^2}{B^2} - \frac{\zeta^2}{C^2}$. Si vede infatti che si ha: $\Delta^2 W_1 = -4 \frac{F'(H_0')}{ABC}$; e oltre a ciò si vede subito anche che le due funzioni W_0 e W_1 si mantengono continue traversando la superficie, e le loro derivate rispetto a ξ, η, ζ alla superficie differiscono di: $\frac{2F(0)}{ABCP} \frac{\xi}{A^2}$, $\frac{2F(0)}{ABCP} \frac{\eta}{B^2}$, e $\frac{2F(0)}{ABCP} \frac{\zeta}{C^2}$, ove $P = \frac{\xi^2}{A^4} + \frac{\eta^2}{B^4} + \frac{\zeta^2}{C^4}$; talchè quando $F(0) = 0$ sono esse pure continue traversando la superficie, e quando $F(0)$ non è zero sono discontinue; e se α, β, γ sono gli angoli che la normale interna o esterna alla superficie fa coi tre assi, le derivate rispetto a queste normali differiscono di: $\frac{2F(0)}{ABCP}\left(\frac{\xi}{A^2} \cos\alpha + \frac{y}{B^2} \cos\beta + \frac{z}{C^2} \cos\gamma\right)$ ovvero di: $\frac{2F(0)}{ABC\sqrt{P}}$.

Segue da ciò che la funzione:

$$W = \int_{\lambda_1}^\infty F(H') \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}},$$

pei punti (ξ, η, ζ) esterni all' ellissoide (8) insieme all' altra:

$$W_1 = \int_0^\infty F(H') \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}}$$

pei punti interni costituiscono una funzione potenziale che se $F(0) = 0$ si può riguardare come la funzione potenziale di una massa distribuita nell' ellissoide stesso (8) colla densità $\frac{F'(H')}{\pi ABC}$, mentre se $F(0)$ non è zero, potendo scrivere:

$$W = \int_{\lambda_2}^\infty \left\{F(H') - F(0)\right\} \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}} + F(0) \int_{\lambda_2}^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}},$$

$$W_1 = \int_0^\infty \left\{F(H') - F(0)\right\} \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}} + F(0) \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{D'}},$$

le funzioni stesse W e W_1 costituiscono insieme la funzione po enziale di due masse una distribuita nell' ellissoide stesso colla densità $\frac{F'(H_o')}{\pi ABC}$, e una distribuita sulla superficie corrispondente a uno strato di livello colla densità superficiale uguale a: $\frac{F(0)}{2\pi ABC\sqrt{P}}$.

11. E così si può dire in generale che pei punti esterni all' ellissoide (8) la funzione potenziale di una massa distribuita nell' ellissoide stesso colla densità $\frac{F'(H_o')}{\pi ABC}$ è uguale alla funzione potenziale di una massa distribuita sulla ellisse focale:

$$\frac{x^2}{A^2-C^2}+\frac{y^2}{B^2-C^2}=1,$$

colla densità:

$$\rho=\frac{\sqrt{S}}{\pi\sqrt{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}}\int_1^\infty F'\left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}},$$

ove:

$$S=1-\frac{x^2}{A^2-C^2}-\frac{y^2}{B^2-C^2};$$

e quindi le due masse qui dette sui punti esterni all' ellissoide esercitano la stessa attrazione, e la loro funzione potenziale negli stessi punti è:

$$\int_{\lambda_2}^\infty\left[F(H')-F(o)\right]\frac{d\lambda}{\sqrt{D'}}.$$

E similmente pei punti esterni all' ellissoide (8) la funzione potenziale $k\int_{\lambda_2}^\infty\frac{d\lambda}{\sqrt{D'}}$ dello strato di livello ellissoidico la cui densità superficiale è: $\frac{k}{2\pi ABC\sqrt{S}}$, è la stessa di quella della massa distribuita sulla ellisse focale colla densità:

$$\frac{k}{\pi\sqrt{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}\sqrt{S}};$$

e così l'attrazione esercitata sugli stessi punti dello strato di livello e da questa massa ellittica sono perfettamente le stesse.

12. E si può dire inoltre che ogni massa distribuita in un ellissoide con una densità uniforme lungo i differenti ellissoidi omotetici ad esso, e che è rappresentata da una funzione $\rho_1'(H')$ che è finita e atta alla integrazione fra o e S e

tutt'al più diviene infinita alla superficie $H = o$ e di un ordine non superiore ad $\frac{1}{2}$, esercita sui punti esterni all' ellissoide una azione che è la stessa di quella che si avrebbe se la massa fosse tutta concentrata sulla ellisse focale colla densità:

$$\frac{ABC\sqrt{S}}{\sqrt{(A^2-C^2)\,(B^2-C^2)}}\int_1^\infty \rho_1\left(\frac{\theta-1}{\theta}\,S\right)\frac{d\theta}{\sqrt{\theta^3}},$$

ove:

$$S = 1 - \frac{x^2}{A^2-C^2} - \frac{y^2}{B^2-C^2};$$

e viceversa l'azione di una massa distribuita su una ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1,$$

colla densità ρ (S) essendo:

$$S = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$

e ρ (S) una funzione di S che soddisfa alle condizioni poste per ρ (S) in fine del § 9, sui punti esterni a ogni ellissoide:

$$\frac{x^2}{a^2+c^2} + \frac{y^2}{b^2+c^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

di cui l'ellisse data e l' ellisse focale è la stessa di quella esercitata sugli stessi punti da una massa racchiusa nell'ellissoide stesso colla densità:

$$\rho_1 = \frac{F'(H')}{\pi c\sqrt{(a^2+c^2)\,(b^2+c^2)}} =$$

$$= \frac{ab}{\pi c\sqrt{(a^2+c^2)\,(b^2+c^2)}\sqrt{H'}}\int_0^1 [\rho\,(H't) + 2\,\rho'\,(H't)\,H't]\,\frac{dt}{\sqrt{1-t}},$$

e da uno strato di livello posto sull'ellissoide colla densità superficiale:

$$\frac{F(0)}{2\,\pi\,c\sqrt{(a^2+c^2)\,(b^2+c^2)}\sqrt{P}},$$

essendo:

$$F(0) = \lim_{H'=0} ab\int_0^{H'} \frac{\rho(\nu)\,d\nu}{\sqrt{H'-\nu}} = \lim_{H'=0} ab\sqrt{H'}\int_0^1 \frac{\rho\,(H't)}{\sqrt{1-t}}\,dt,$$

e:

$$P = \frac{x^2}{(a^2+c^2)^2} + \frac{y^2}{(b^2+c^2)^2} + \frac{z^2}{c^2}.$$

13. E così in particolare prendendo una volta per la densità $\rho_1(H')$ dell'ellissoide: $\rho_1(H') = 1$, e un altra prendendo per la densità $\rho(S)$ dell' ellisse $\rho(S) = 1$, si ha di qui che l' ellissoide omogeneo (8) colla densità uguale ad uno in ogni punto esercita sui punti esterni la stessa azione della massa distribuita sulla ellisse focale colla densità:

$$\frac{2ABC\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2-C^2}-\frac{y^2}{B^2-C^2}}}{\sqrt{(A^2-C^2)(B^2-C^2)}};$$

e l'ellisse omogenea e di densità uno:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$$

al di fuori di ogni ellissoide:

$$\frac{x^2}{a^2+c^2}+\frac{y^2}{b^2+c^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

di cui essa è l' ellisse focale, esercita la stessa azione di quella che si avrebbe da una massa distribuita in questo ellissoide colla densità uguale a:

$$\frac{1}{2\pi c\sqrt{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2+c^2}-\frac{y^2}{b^2+c^2}-\frac{z^2}{c^2}}}$$

in ogni punto (x, y, z).

E s' intende che in questi differenti casi le totalità delle masse ellissoidiche ed ellittiche che esercitano la stessa attrazione sui punti esterni all'ellissoide che si considera sono perfettamente le stesse.

Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari.

Nota VI del prof. L. RESPIGHI

letta nella sessione del 6 giugno 1875.

Nell'ottobre 1869 venne inaugurato in questo Osservatorio lo studio sistematico della cromosfera e delle protuberanze solari, esaminando giorno per giorno collo spettroscopio lo stato di essa cromosfera e rilevandone accuratamente il disegno esteso a tutto il bordo solare, e seguendo attentamente tutte le principali variazioni e fenomeni che in essa si andavano succedendo. Alla fine del 1870, quando nessun astronomo nè in Italia nè fuori d'Italia erasi ancora dedicato a questo lavoro, io aveva già raccolto un ricco materiale di osservazione, sufficiente a stabilire i principali caratteri del fenomeno delle protuberanze nelle varie regioni solari, a formulare alcune leggi in esso predominanti, e a dedurre alcune ben marcate relazioni di questo fenomeno solare con quelli delle facole e delle macchie; e questi risultati vennero da me dettagliatamente esposti nella Nota III sulle osservazioni delle protuberanze, letta nell'adunanza della nostra Accademia del 4 decembre 1870, e pubblicata al principio del seguente anno 1871.

Se fino da quell'epoca potevasi ritenere già in gran parte esaurito lo studio di questi fenomeni solari nelle sue principali parti, rimanevano però a risolversi ancora alcune importanti questioni, al quale scopo era indispensabile un periodo di osservazione molto più esteso.

La più importante fra queste questioni era quella delle variazioni periodiche delle protuberanze, la quale mi si presentava come naturale, sia per la connessione di questi fenomeni con quello delle macchie, sia per alcune traccie di massima e di minima frequenza già verificate nel corso di quelle prime osservazioni, per cui fin d'allora potei presentire come certi dei periodi di variabilità di questi fenomeni in coincidenza con quelli delle macchie.

Per una fortunata combinazione le mie osservazioni erano state iniziate in un'epoca favorevole per questa speciale ricerca; perchè in allora appunto eravamo incamminati verso il massimo delle macchie, che doveva aver luogo molto probabilmente nel 1871. Perciò continuando le osservazioni si sarebbe avuto occasione di meglio verificare le relazioni fra le protuberanze e le macchie, e di riconoscere le speciali condizioni nelle quali le protuberanze avrebbero figurato in questa grande perturbazione solare.

Il rapido accrescimento del numero delle protuberanze od eruzioni, la loro crescente grandezza e dimensioni, la loro maggiore dilatazione sulla superficie solare,

facevano già prevedere una qualche relazione di questi elementi col massimo delle macchie; ma queste relazioni non potevano essere definite che dalle osservazioni protratte a tutto il periodo di sconvolgimento della superficie solare.

Il confronto dei caratteri e delle leggi verificate nei primi mesi di osservazione, quando la superficie solare trovavasi ancora in uno stato quasi normale, con quelle che si sarebbero verificate durante il massimo delle macchie e posteriormente al medesimo, avrebbe potuto condurre a formulare con sicurezza le speciali modificazioni del fenomeno in coincidenza col massimo stesso.

Ed è principalmente a questo scopo che io ho creduto necessario di continuare queste gravose osservazioni, nella speranza di poter ricavare le leggi delle periodiche variazioni dei varii elementi delle protuberanze.

E questo lavoro diventava per me tanto più necessario in quanto che alcuni astronomi avendo più tardi, e cioè verso l'aprile del 1871 intraprese queste osservazioni, dichiararono non verificate alcune leggi che io aveva incontestabilmente dedotto dalle prime osservazioni, non avvertendo essi che le loro osservazioni cadevano precisamente nel periodo del massimo delle macchie, e quindi in un periodo del tutto eccezionale.

Nè la mia speranza fu delusa poichè dal seguito delle osservazioni manifestamente risultava comprovata la verità delle leggi da me trovate per lo stato normale del sole, temporariamente disturbate durante il massimo delle macchie solari.

Che anzi nel successivo aumento delle eccezioni a queste leggi, fino alla loro quasi completa abrogazione durante il massimo delle macchie, si ebbe la prova più evidente delle relazioni delle protuberanze colle macchie, e si riconobbe che meglio si potevano seguire le fasi di questa grande perturbazione solare nella frequenza, nella grandezza e nella distribnzione delle protuberanze, che non nella frequenza e grandezza delle macchie.

Nella mia Nota V sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari, letta nella nostra Sessione del 5 maggio 1872, discutendo le osservazioni fatte dall' ottobre 1869 fino alla fine dell'aprile 1872, divise in cinque diversi periodi, mostrava come col progressivo aumento delle macchie andava gradatamente aumentando il numero delle protuberanze; il quale aumento poi si rendeva molto più spiccato nel numero delle grandi protuberanze, il quale nel IV° periodo e cioè dal 1° maggio al 1° settembre 1871 diventava più che triplo di quello ottenuto nel I° periodo, ossia dal 26 ottobre 1869 al 30 aprile 1870, diminuendo poi rapidamente nel V° periodo, e cioè dal 29 gennaio al 30 aprile 1872.

Col successivo aumentare delle macchie non solamente cresceva in grandi proporzioni il numero delle protuberanze e la loro grandezza, ma di più si alterava notevolmente, e quasi si trasformava totalmente la legge della loro distribuzione sulla superficie solare.

Infatti mentre nel primo periodo di osservazione si presentava ben marcato un minimo nella frequenza delle protuberanze ai poli ed all'equatore, ed assoluta mancanza di grandi protuberanze nelle calotte polari, con due massimi presso le zone di maggiore frequenza delle macchie; nei periodi successivi invece si videro le protuberanze e specialmente le grandi approssimarsi successivamente ai poli, fino a pre-

sentare due altri massimi di frequenza in prossimità ai medesimi; dai quali si allontanavano poi rapidamente nel V° periodo, dopo cioè il massimo delle macchie.

Questa invasione delle protuberanze nelle regioni polari del sole mostra manifestamente che la causa del periodo delle macchie solari, o questa causa di speciale attività o perturbazione nella massa, o almeno nella parte superficiale del sole, non è ristretta alle sole zone delle macchie, ma si propaga eziandio fino alle regioni polari, dove la produzione delle macchie probabilmente è resa impossibile, o da una diversa costituzione del corpo solare, o da una diversità di condizioni statiche o dinamiche.

Nella ricerca della causa delle macchie solari non bisogna perciò limitarsi a considerare un' azione limitata alle sole zone delle macchie, ma un'azione più generale, atta a disturbare l'intera superficie solare, dove più dove meno energicamente, e ciò pel suo modo speciale di agire, o per la diversità delle condizioni della massa su cui si esercita.

Dalle osservazioni poi risultava che le protuberanze o getti, che si sviluppano nelle regioni delle macchie, erano marcatamente contraddistinte da quelle che si sviluppano nelle alte latitudini per alcuni speciali caratteri, fra i quali quello della loro forma e durata, e quello della loro composizione; poichè mentre le protuberanze vicine ai poli sono meno lucide, più persistenti e composte solo di idrogene e della sostanza incognita della riga D_3, quelle invece prossime alle macchie sono più violenti, più fugaci e composte di molti vapori metallici, specialmente nelle loro parti più basse, e cioè di magnesio, di sodio, di ferro ec. e sempre poi di un gas o vapore caratterizzato da due righe nel rosso, che spesso si riscontra anche nelle parti più elevate di esse protuberanze.

È ben vero che alcuni sostengono l'esistenza di protuberanze metalliche anche nelle latitudini molto elevate, ma io posso assicurare di non avere fuori delle regioni delle macchie riscontrate traccie o righe di vapori metallici altro che alla base delle protuberanze, e cioè sulla sola cromosfera, e quelle sole righe che in condizioni atmosferiche favorevoli possono vedersi su tutto il bordo solare, quali sono le righe del magnesio, la 1474 di Kirchhoff, due righe nel bleu ecc.

Per verificare decisamente se la frequenza delle macchie, e la loro distribuzione sulla superficie solare è realmente collegata col periodo delle macchie era necessario di protrarre le osservazioni fino all'epoca del minimo delle macchie stesse e meglio fino all'epoca di un nuovo massimo.

Egli è appunto per questo che io, quantunque impegnato in altre gravi occupazioni, ciò non pertanto ho creduto opportuno di assoggettarmi anche a questo gravoso lavoro, continuando le osservazioni spettroscopiche del bordo solare fino al presente, con tutta quella maggiore regolarità ed assiduità che mi è stata permessa dalle altre mie occupazioni; ed a ciò fare era sospinto ancora dal desiderio di mantenere questo genere di ricerche nel nostro osservatorio, dove furono per la prima volta intraprese e continuate con felice successo. Cosicchè dall'ottobre 1869 fino al presente tali osservazioni sono state fatte regolarmente in tutte le giornate favorevoli, salvo alcune lacune cagionate da imperiose circostanze.

Proponendomi nella presente nota di presentare all'Accademia i risultati delle osservazioni fatte in questo intervallo di tempo abbastanza lungo, mi limiterò a

parlare della frequenza e distribuzione delle protuberanze sulla superficie del sole nei periodi successivi a quelli già considerati nelle antecedenti Note, per mostrare che sono ora pienamente confermate le previsioni fatte in appoggio ai risultati anteriormente ottenuti.

Le mie antecedenti Note erano accompagnate dal disegno dei profili solari osservati di giorno in giorno ; ma se ciò era opportuno e necessario per le prime osservazioni, affine di mostrare i varî tipi di queste appendici del corpo solare, il loro modo di sviluppo e le loro trasformazioni, io crederei ora inutile di continuare questa pubblicazione gravosa, dispendiosa e di poco profitto; perchè dopo quanto ho pubblicato a questo proposito nelle mie Note III, IV e V, nulla di nuovo vi sarebbe da aggiungere; non essendosi ottenuti in questi ultimi periodi di osservazione fenomeni od apparenze veramente nuove, ma soltanto la riproduzione di tipi e di fatti già conosciuti.

Ciò non pertanto le osservazioni e rilievi giornalieri furono fatti fino al presente colla stessa regolarità ed accuratezza, ed alla circostanza potrebbero essere facilmente pubblicati. Soltanto era mia intenzione di corredare questa nota coi disegni delle protuberanze od eruzioni osservate nelle località delle macchie, per fornire qualche schiarimento su alcuni punti di controversia relativamente alle speciali modalità e caratteri delle protuberanze od eruzioni prossime alle macchie stesse: ma essendomi mancato il tempo di ultimare questo lungo e laborioso lavoro, sono costretto di rimetterne ad altra circostanza la pubblicazione.

Limitandomi per ora alla questione della frequenza e distribuzione delle protuberanze sulla superficie solare, dirò che allo scopo di meglio studiare la questione stessa ho diviso il totale periodo di osservazione in 12 distinti periodi; i quali tuttochè non uniformi, nè per durata, nè per numero di osservazioni, pure per la loro sufficiente durata e pel numero abbastanza grande di osservazioni mi sembravano adatti a questa ricerca.

Il complesso delle osservazioni è stato ripartito in dodici periodi nel modo seguente, per circostanze che qui tornerebbe superfluo di riferire.

Periodi							N.° Profili
I	dal 26	Ottobre	1869	al 30	Aprile	1870	71
II	1	Maggio	1870	al 31	Ottobre	1870	79
III	1	Novembre	1870	al 30	Aprile	1871	31
IV	1	Maggio	1871	al 1	Settembre	1871	67
V	29	Gennajo	1872	al 30	Aprile	1872	37
VI	1	Maggio	1872	al 31	Luglio	1872	62
VII	1	Agosto	1872	al 31	Decembre	1872	51
VIII	1	Gennajo	1873	al 31	Maggio	1873	70
IX	1	Giugno	1873	al 31	Decembre	1873	107
X	1	Gennajo	1874	al 31	Maggio	1874	87
XI	1	Giugno	1874	al 31	Decembre	1874	89
XII	1	Gennajo	1875	al 31	Maggio	1875	84
							835

Fra questi profili non figurano que' molti che riescirono incompleti, o per mancanza di tempo, o per sopravvenienza di nubi o di nebbia.

Il numero totale delle protuberanze contenute in questi 835 profili solari è di 19679, delle quali

10123 nell'emisfero Nord
9556 nell'emisfero Sud

In questi numeri sono compresi però tanto le grandi quanto le piccole protuberanze.

Fra queste protuberanze se ne sono rinvenute 2852 di altezza non minore di tre diametri terrestri, e cioè

1473 nell'emisfero Nord
1379 nell'emisfero Sud

Per cui in complesso si ha una piccola prevalenza nell'emisfero N, tanto per le piccole come per le grandi protuberanze.

I risultati parziali ottenuti in ciascun periodo sono riportati nei due seguenti specchî I e II, nel primo dei quali è dato il numero delle protuberanze, tanto grandi quanto piccole, osservate nelle varie zone solari in ognuno dei 12 periodi di osservazione: mentre nello specchio II sono dati i numeri delle sole protuberanze alte non meno di 3 diametri terrestri ossia di quelle alte non meno di 55″ in arco.

Essendo diverso per ogni periodo il numero dei profili, non può dedursi da questo specchio il grado di maggiore o minore frequenza del fenomeno nelle varie epoche di osservazione; ma a questo scopo sono stati calcolati altri due specchi III e IV, che danno la frequenza relativa delle protuberanze nelle varie zone solari, ottenute dividendo i numeri delle protuberanze in ciascun periodo pel numero dei profili in esso rilevati.

Nello specchio III sono date per le varie zone solari le frequenze relative delle protuberanze grandi e piccole, ossia il numero diurno medio delle medesime in ogni periodo di osservazione, moltiplicato per 100, mentre nello specchio IV° è dato lo stesso medio diurno soltanto per le grandi protuberanze moltiplicato esso pure per 100.

Dallo specchio III si rileva che il numero delle protuberanze si è notevolmente accresciuto dal I° al IV° periodo, diventando quasi doppio; decrescendo poi gradatamente nei periodi successivi sino all'ultimo, e cioè al periodo 1 Gennajo 1875 al 31 Maggio 1875, in cui il numero diurno è diventato minimo e prossimamente eguale a quello del I° periodo.

Per fare meglio rilevare le proporzioni nelle quali le protuberanze furono nei varii periodi distribuite nelle varie zone solari, si è fatta la costruzione grafica dello specchio III nella tavola I, la quale dà pei 12 periodi di osservazione la curva della frequenza relativa delle protuberanze nelle varie zone solari prese di 10° in 10° di distanza polare.

Da questa tavola si rileva che mentre nel I° periodo la frequenza delle protuberanze presentava due minimi ben marcati nelle calotte polari, e un terzo minimo all'equatore, con due massimi a circa 25° di distanza dall'equatore, e cioè prossimamente nelle regioni di massima frequenza delle macchie, nel secondo periodo vediamo già sensibilmente alterata questa distribuzione; poichè mantenendosi i due

minimi ai poli, ed appena indicato il minimo equatorale e i due massimi presso le zone delle macchie, troviamo il massimo assoluto di frequenza nell' emisfero Nord fra i paralleli di 60° e 70° di latitudine : nel terzo periodo poi vediamo ben marcato nei due emisferi un secondo massimo a circa 70° di latitudine col minimo assoluto verso i 60°.

Finalmente nel IV° periodo scomparendo quasi del tutto il minimo equatoriale ed i due massimi nelle regioni delle macchie , troviamo ben pronunciati i due minimi assoluti a 65° circa di latitudine Nord e Sud , con due massimi marcatissimi a circa 15° dai poli : cosicchè dal 1° Maggio al 1° Settembre 1871, e cioè verso la metà del 1871, in coincidenza col massimo delle macchie solari, troviamo radicalmente cambiata la distribuzione delle protuberanze sulla superficie del sole, relativamente a quella verificata nel primo periodo, avendosi due massimi ben marcati in quelle regioni dove prima si avevano i due minimi assoluti, mentre poi in questo periodo la frequenza del fenomeno delle protuberanze si rendeva maggiore su tutta la superficie solare.

Che questo notevole cambiamento di attività nella superficie solare, in riguardo alla distribuzione e frequenza delle protuberanze, sia realmente connesso col massimo delle macchie e quindi dipendente dalla stessa causa, è manifestamente dimostrato dalle curve di frequenza dei successivi periodi ; poichè vediamo la curva del V° periodo già molto somigliante a quella del I° ; somiglianza che si mantiene in tutte le curve dei periodi successivi, nelle quali si ha sempre, più o meno marcato il minimo equatoriale e i due massimi nelle regioni delle macchie , marcatissimi poi i due minimi ai poli, mentre nell' intera superficie va successivamente diminuendo la frequenza del fenomeno.

Questa relazione o corrispondenza fra i due fenomeni, protuberanze e macchie, si rende anche più manifesta nello specchio IV della frequenza relativa delle grandi protuberanze, poichè mentre vediamo dal I° al IV° periodo aumentare quasi del triplo la frequenza delle grandi protuberanze nell' intera superficie del sole, troviamo poi successivamente alterata la loro frequenza nelle varie zone, in modo da avere i due massimi assoluti in vicinanza ai poli, dove nel primo periodo le grandi protuberanze mancavano del tutto. Nei periodi posteriori invece colla successiva diminuzione della loro frequenza, troviamo ripristinata la loro primitiva distribuzione nelle varie zone, e cioè assoluta mancanza nelle regioni polari sin verso i 30° di distanza polare, e un minimo ben marcato presso l'equatore, con due massimi oscillanti attorno alle regioni di massima frequenza delle macchie ; e ciò tanto più marcatamente negli ultimi periodi, nei quali le macchie sono diventate molto rare.

Nel passaggio però dall' epoca di grande perturbazione a quello della attuale calma, tanto nella frequenza delle protuberanze che in quella delle macchie, si sono avuti dei brevi intervalli di recrudescenza, o di temporarie anormalità ; ma queste restano quasi totalmente assorbite o sommerse nei risultati medii dei rispettivi periodi.

Merita poi speciale considerazione il fatto della grande sproporzione colla quale cresceva dal I° al IV° periodo il numero diurno delle grandi protuberanze, in rapporto all'aumento del numero complessivo di tutte le protuberanze grandi e piccole ; poichè mentre il primo cresceva nel rapporto da 1 a 4 circa, il secondo invece aumentava sol-

tanto nel rapporto da 1 a 2; il che prova che mentre quella causa misteriosa, da cui sono prodotte le protuberanze e le macchie, verso l'epoca del massimo delle macchie andava successivamente estendendo la sua attività sulle varie parti della superficie solare, si rendeva poi successivamente più intensa ed energica.

In tutto il corso delle osservazioni si è poi verificato che nelle alte latitudini le protuberanze erano sempre costituite di solo idrogeno e della sostanza incognita alla quale appartiene la riga gialla D_3, aventi ordinariamente la forma di fasci o gruppi di getti piuttosto sottili, variamente fra loro intrecciati, non molto lucidi e ordinariamente persistenti per varii giorni.

Nelle minori latitudini esse assumevano invece la forma di masse o getti nebulosi o di ammassi di fili o getti sottilissimi, molto lucidi e ordinariamente costituiti di solo idrogeno e dell'altra sostanza incognita superiormente accennata, con semplice rinforzo od allargamento di alcune righe metalliche alla loro base; mentre nella regione delle macchie e in prossimità alle medesime le protuberanze od eruzioni si presentavano spesso sotto l'aspetto di getti lucidissimi, costituiti di varî vapori metallici e gas, fra i quali non mancava mai quella sostanza incognita, alla quale appartengono le due righe nel rosso αB e BC, le meno refrangibili fra le righe lucide dello spettro solare, la prima delle quali fu per la prima volta veduta in questo osservatorio nel principio del 1870.

In queste regioni i getti o le protuberanze sono ordinariamente di poca durata e soggetti a grandi e rapide trasformazioni, e come già indicai nelle mie antecedenti Note di tratto in tratto ivi sorgono eruzioni più o meno gigantesche, nelle quali mentre alcuni vapori metallici sono trasportati talora a notevoli altezze, e cioè ad 1′ ed anche a 2′, l'idrogeno poi è projettato qualche volta a più di 6′, ossia a più di 20 diametri terrestri di distanza dalla superficie solare. Nel primo periodo di osservazione queste speciali eruzioni erano piuttosto rare, sia pel minor numero delle macchie; sia perchè il fenomeno più difficilmente aveva luogo sui singoli gruppi di macchie, e non poche volte ho visto sorgere e tramontare di questi gruppi, senza poter avvertire, malgrado la più attenta e continuata osservazione, nessuna di queste eruzioni, ma soltanto piccoli getti lucidissimi. Ma col crescere delle macchie queste eruzioni crescevano in una proporzione molto maggiore di quella con cui aumentava il numero delle macchie; perchè esse diventavano sopra ogni gruppo assai più frequenti e gigantesche, cosicchè mai o quasi mai si presentavano macchie al bordo senza il corredo di tali eruzioni, le quali si riproducevano poi a brevissimi intervalli di tempo.

Col diminuire delle macchie queste eruzioni diminuivano rapidamente di grandezza e di numero, non tanto per la minore frequenza od estensione delle regioni loro proprie, quanto per la mancanza di attività necessaria alla loro produzione anche in queste località: di maniera che negli ultimi periodi, scemato notevolmente il numero delle macchie, queste eruzioni sono diventate piuttosto rare e meno energiche; e non poche macchie sono sorte o tramontate dal bordo solare, senza essere accompagnate altro che da piccoli getti più o meno intensi, ma ordinariamente a spettro complesso.

Quantunque dalle osservazioni già fatte sulle protuberanze risulti manifesta-

mente dimostrata l'intima loro connessione col fenomeno delle macchie, e le marcate corrispondenze nelle variazioni periodiche dei loro principali elementi, in modo da potere con grande probabilità e quasi con certezza presagire gli avvicendamenti cui sarà soggetto questo fenomeno negli anni venturi sino al prossimo massimo delle macchie, pure è opportuno e necessario che queste osservazioni, tuttochè faticose, vengano protratte almeno sino all'epoca del massimo stesso, e cioè sin verso il 1882; poichè mentre per esse verranno meglio accertate queste relazioni fra i due fenomeni solari, si avrà poi l'opportunità di studiare queste relazioni nei loro più minuti dettagli; ed io certamente non mancherò di soddisfare a questo compito, se mi sorreggeranno le forze e i mezzi a ciò necessarî.

Questo studio è senza dubbio di grande importanza per la teoria della fisica solare; e quantunque sino al presente esso non abbia somministrato dati sufficienti per risolvere le principali questioni relative alla teoria stessa, è certo però che ne ha rischiarato alcuni punti fondamentali, e meglio indicato la via per la quale può giungersi alla loro definitiva soluzione; alla quale tanto più si accosteranno gli astronomi, quando abbandonando totalmente qualunque idea o teoria preconcetta, cercheranno seriamente di ravvicinare con ragionata sintesi tutti i varî fenomeni solari, sino alla loro completa fusione in un solo fenomeno, del quale diventerà tanto più circoscritta e accessibile la spiegazione.

NUMERO DELLE PROTUBERANZE SOLARI

Specchio I.

Distanze polari	Emisfero Nord — Periodi												Emisfero Sud — Periodi											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
0° a 10°	26	50	19	147	34	46	19	30	33	63	35	40	14	24	11	133	53	26	7	25	41	38	35	39
10 » 20	35	102	38	163	41	45	23	26	65	43	41	34	33	32	23	196	43	24	12	33	46	31	41	43
20 » 30	94	175	30	72	37	54	26	40	58	37	44	32	76	86	42	60	46	42	12	45	63	37	45	51
30 » 40	93	86	21	104	60	93	41	101	143	95	104	115	91	110	10	62	39	66	41	73	81	65	92	149
40 a 50	115	116	23	148	81	115	116	97	149	105	141	143	110	119	22	128	58	93	93	93	137	106	121	122
50 » 60	103	126	52	147	96	119	119	134	212	138	145	135	98	123	54	156	87	114	136	100	200	98	122	96
60 » 70	116	138	48	145	90	110	115	131	227	170	155	161	135	140	51	175	94	126	136	118	184	139	170	111
70 » 80	92	146	41	137	74	115	120	102	212	115	159	148	95	123	59	170	87	105	127	146	221	179	157	115
80 » 90	68	118	31	132	72	105	82	123	171	125	110	90	72	125	37	138	31	89	80	124	214	137	123	96
Somme																								
Nord	742	1058	303	1195	585	802	661	784	1270	891	934	898	724	882	309	1218	588	685	644	757	1187	830	906	826
Sud	724	882	309	1218	588	685	644	757	1187	830	906	826												
Totali	1466	1940	612	2413	1173	1487	1305	1541	2457	1721	1840	1724												

NUMERO DELLE GRANDI PROTUBERANZE SOLARI

Specchio II.

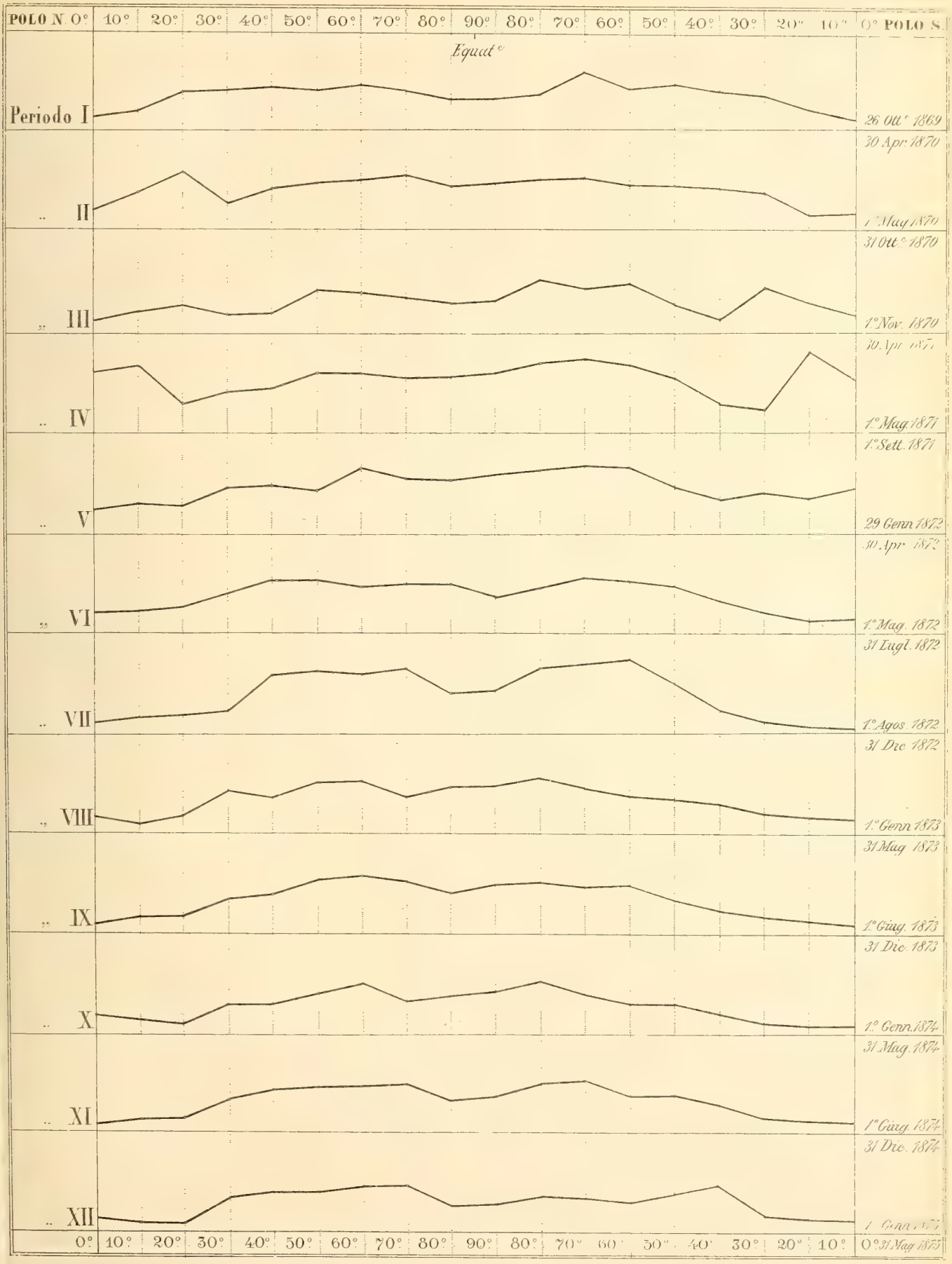
Distanze polari	Emisfero Nord — Periodi												Emisfero Sud — Periodi											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
0° a 10°	0	0	11	21	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	26	1	0	0	0	0	0	0	0
10 » 20	0	21	16	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	61	0	0	0	0	0	0	0	0
20 » 30	8	44	8	8	0	3	0	1	1	3	0	0	12	16	4	10	0	1	0	3	0	0	0	0
30 » 40	16	15	2	27	5	21	3	15	7	7	13	17	25	32	7	7	2	12	3	10	5	1	3	6
40 » 50	18	23	4	39	17	32	23	29	15	9	22	14	25	25	7	30	5	23	23	26	9	8	7	18
50 » 60	15	24	14	38	18	22	24	35	45	26	25	16	9	23	16	52	19	29	20	32	29	10	14	12
60 » 70	12	25	12	34	14	23	15	18	42	23	23	24	18	39	8	39	15	28	27	31	26	21	14	6
70 » 80	7	35	8	21	11	20	22	15	27	9	10	5	7	20	12	32	17	17	15	24	31	30	23	13
80 » 90	6	13	11	16	10	17	13	14	22	8	5	2	8	17	13	19	9	9	7	20	23	14	5	1
Somme																								
Nord	82	200	86	244	77	137	100	127	159	85	98	78	104	172	70	276	68	119	95	146	123	84	66	56
Sud	104	172	70	276	68	119	95	146	123	84	66	56												
Totali	186	372	156	520	145	256	195	273	282	169	164	134												

NUMERI DIURNI DELLE PROTUBERANZE SOLARI

SPECCHIO III. MOLTIPLICATI PER 100

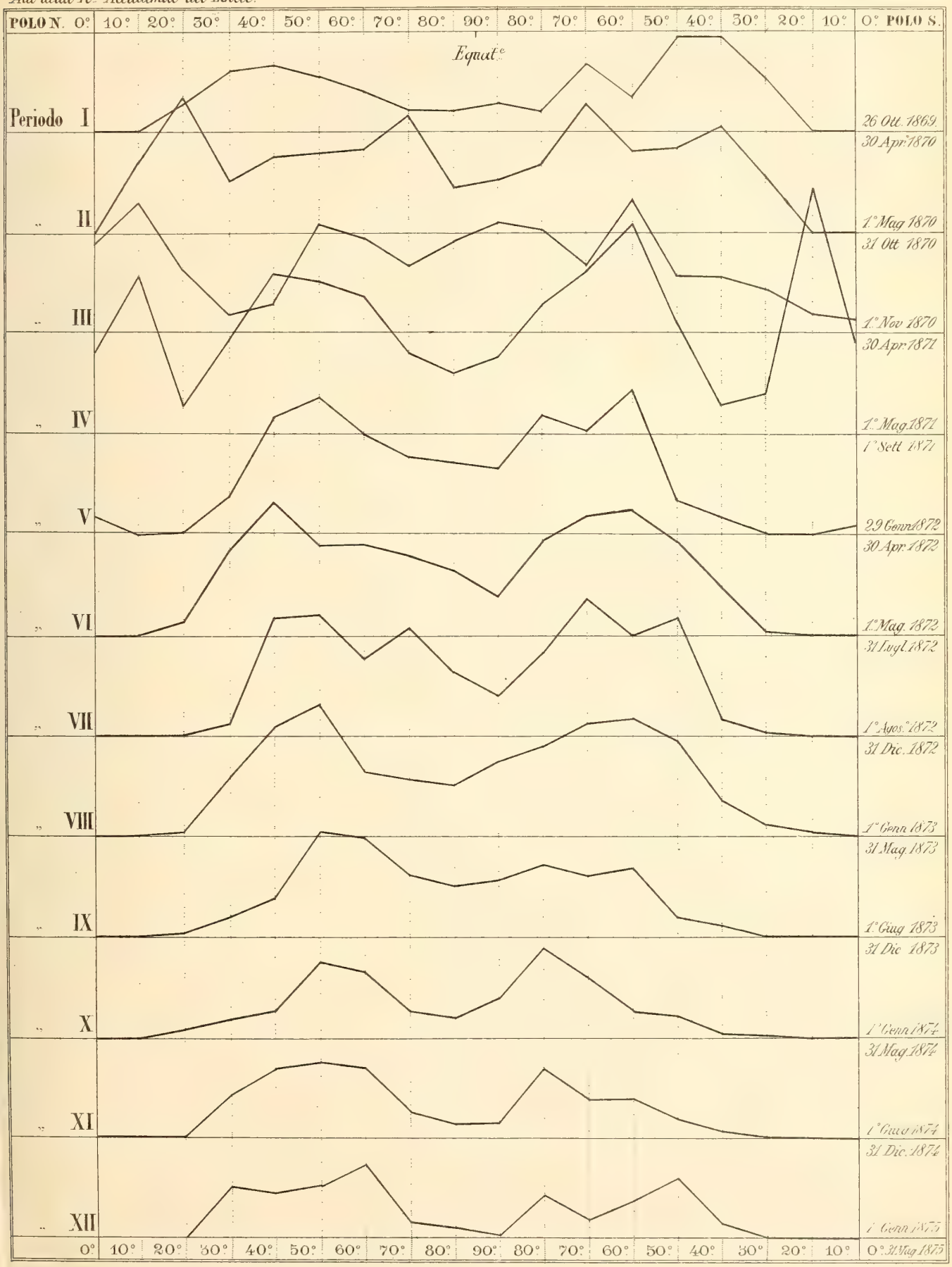
DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD PERIODI												EMISFERO SUD PERIODI											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
0° a 10°	37	63	61	219	92	74	37	43	31	72	40	48	20	30	36	198	143	42	14	36	38	43	39	46
10 » 20	49	129	123	243	111	73	45	37	61	50	46	41	46	41	76	292	116	39	24	47	43	40	46	51
20 » 30	132	222	96	107	100	87	51	57	54	43	49	38	107	109	136	90	124	68	24	64	59	43	51	60
30 » 40	131	109	68	155	162	150	80	144	134	109	117	137	128	139	32	91	105	106	80	104	76	75	103	178
40 » 50	162	147	74	221	219	186	227	139	139	120	158	170	155	151	71	191	157	150	182	133	128	120	136	145
50 » 60	145	159	168	219	259	192	223	191	198	158	166	161	138	156	174	233	235	184	267	143	187	113	137	114
60 » 70	163	175	152	216	243	178	226	187	212	196	174	192	190	177	165	261	254	203	267	169	172	160	191	132
70 » 80	129	185	133	204	200	186	235	146	198	132	179	176	134	156	190	254	235	169	249	209	207	206	176	137
80 » 90	96	149	100	197	194	169	161	176	160	144	123	198	102	158	119	206	219	144	157	176	200	138	138	103
SOMME																								
Nord	1044	1338	975	1781	1580	1295	1296	1120	1187	1024	1052	1071	1020	1117	999	1816	1588	1105	1263	1081	1110	958	1017	966
Sud	1020	1117	999	1816	1588	1105	1263	1081	1110	958	1017	966												
TOTALI	2064	2455	1974	3597	3168	2400	2559	2201	2297	1979	2069	2037												

FREQUENZA RELATIVA DELLE GRANDI PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI



Lit. Bruno, Salomone e Lucio. Roma

FREQUENZA RELATIVA DELLE GRANDI PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI



Lit. Bruno, Salomone e Lucio — Roma.

NUMERI DIURNI DELLE GRANDI PROTUBERANZE SOLARI

SPECCHIO IV. MOLTIPLICATI PER 100

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD PERIODI												EMISFERO SUD PERIODI											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
0° a 10°	0	0	36	31	105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	39	3	0	0	0	0	0	0	0
10 » 20	0	27	52	61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	94	0	0	0	0	0	0	0	0
20 » 30	11	36	26	12	0	5	0	14	1	4	0	0	17	20	13	15	0	2	0	43	0	0	0	0
30 » 40	23	19	6	40	14	34	6	21	7	8	15	20	35	41	23	10	5	19	6	14	5	1	3	7
40 » 50	25	29	13	61	46	52	45	41	14	10	26	17	35	32	23	45	14	37	45	37	8	10	8	21
50 » 60	21	30	45	58	51	35	47	50	42	30	29	19	13	29	52	81	54	47	39	46	27	12	16	14
60 » 70	17	32	39	52	38	37	29	26	39	26	26	29	25	49	26	60	41	45	53	44	24	24	16	7
70 » 80	10	44	26	31	30	32	43	21	25	10	11	6	8	25	39	48	46	37	29	34	29	35	26	15
80 » 90	8	16	32	24	27	27	26	20	20	9	6	3	13	22	42	28	24	14	14	29	21	16	6	1
SOMME																								
Nord	115	253	275	370	211	222	196	193	148	97	113	94	146	218	227	420	187	191	186	247	114	98	75	65
Sud	146	218	227	420	187	191	186	247	114	98	75	65												
TOTALI	261	471	502	790	398	413	382	440	262	195	178	159												

Sopra lo sviluppo e l'anatomia delle Salpe.

Memoria del Dott. FRANCESCO TODARO

professore ordinario d'Anatomia nella R. Università di Roma

presentata nella sessione del 6 giugno 1875.

(Ricerche fatte nel Laboratorio d'Anatomia normale della R. Università di Roma. I.)

Zwei Wege sind es, auf denen die Naturwissenschaft gefördet werden kann, Beobachtung und Reflexion.

K. E. v. Baer.

Dopo la celebre scoperta della generazione alternante fatta Chamisso (1) nel 1819, la quale, benchè oggi sia stata pienamente confermata, tuttavia resta ancora a conoscersi nei suoi intimi processi; ed in seguito alla lotta vivissima, che in questi ultimi tempi si è impegnata intorno all'origine delle specie, lo studio delle Salpe presenta senza dubbio un interesse particolare.

Questo interesse credo sia maggiore in questo momento, nel quale gli stessi seguaci della teoria del trasformismo non sono d'accordo intorno al posto, che si debba assegnare alle Ascidie, che nell'ordine dei tunicati cui appartengono le Salpe, rappresentano per tutti i riflessi un genere meno elevato di queste.

Infatti mentre Kowalevsky (2) ha fatto conoscere che le Ascidie sono i parenti prossimi dei Vertebrati e Kupffer (3) ha sostenuto lo sviluppo ascidiano di questi, Semper (4) al contrario crede che la forma originaria dei vertebrati sia rappresentata dagli anellidi, opinione sostenuta anche da Dohrn (5), il quale considera le Ascidie come Pesci degenerati.

Senza essere preoccupato da nessuna teoria, io ho ricercato indefessamente, fin dal mio soggiorno in Messina nell'autunno del 1873, i fatti che si riferiscono all'anatomia ed allo sviluppo individuale delle Salpe, che ora espongo in questa me-

(1) Chamisso. De animalibus quisbusdem e classe verminium linnaeana. Berolini 1819.

(2) Kowalevsky. Entwickelungsgeschichte der einfachen Ascidien. Memoires de l'Académie de Saint-Peterbourgs - VII Serie, T. X. 1866.

(3) Kupffer. Die Stammverwandschft zwieschen Ascidien und Wirbelthieren. Achiv für mikroskopische Anatomie von Max Schultze 6 Bd, 2 Heft. 1870.

(4) Semper. Ueber die Stammverwandschaft der Wirbelthiere und Anelliden. Centralbl. f. d. med. Wissensch. N° 35-37. 1874.

(5) Dorhn. Der Ursprung der Wirbelthiere und das Princip des Functionswechsels. Leipizig 1875.

moria, senza tralasciare di rilevare inoltre quanto alla legge fondamentale della generazione alternante, e allo sviluppo filogenetico dei tipi o specie si riferisce.

Quantunque avessi ricercato, come si vedrà nel corso di questo lavoro, un certo numero di specie, pure ho fermata la mia attenzione principalmente sopra la S. pinnata, come quella specie che ha servito allo studio di molti fra coloro che mi hanno preceduto, e che credo facilitare la ricerca, a causa della disposizione più semplice dei suoi organi, e dello sviluppo più regolare ed elevato delle altre specie.

I.° — *Condizioni sessuali delle Salpe; testicolo e zoospermi; ovaio, uovo e ovidutto; utero e meccanismo del parto.*

1.° Le Salpe non partoriscono che individui viventi, i quali si presentano in ogni specie sotto due forme particolari e caratteristiche.

Una forma è rappresentata da individui liberi e indipendenti l'uno dall'altro; mentre nell'altra forma gl'individui che la compongono vivono riuniti in catene, che variano per disposizione e grandezza a norma della specie cui appartengono. Alla prima forma Chamisso ha dato il nome di « prole solitaria », ed ha chiamato la seconda « prole gregata ».

La prole solitaria e quella aggregata differiscono fra loro per molti caratteri, che, dopo Chamisso (1), Huxley (2) e Krohn (3), vennero studiati colla massima accuratezza da H. Müller (4), il più notevole dei quali è senza dubbio quello, che si riferisce allo stato sessuale. Gli individui della prole solitaria in fatti sono agami, privi cioè di organi sessuali, ma portano invece, come organo inserviente alla riproduzione, un lungo cordone, il così detto stolone prolifero, nel quale si sviluppano le Salpe aggregate per un processo che noi studieremo più oltre; all'opposto gl'individui della prole aggregata sono ermafroditi, hanno un testicolo ed un ovajo, e partoriscono gl'individui solitari. Così la riproduzione in questi animali viene assicurata da questa apparente propagazione di una prole nell'altra, che Chamisso, al quale ritorna l'onore della scoperta di questo grande fenomeno, ha chiamato « generazione alternante ».

L'ermafroditismo nelle Salpe era stato ammesso da Meyen (5), ma non venne dimostrato che molto più tardi da Krohn e Steenstrup (6). Meyen aveva descritto e figurato erroneamente come organo genitale maschile la fossa ciliata, e gli sembrava che le Salpe potessero fecondare se stesse. Si deve a Krohn la scoperta dei zoospermi e del vero testicolo in quell'organo, che si trova solamente nelle Salpe

(1) Chamisso — l. c. p. 2.

(2) Huxley — On the Anatomy of Salpa and Pirosoma. — Philosophical Transactions 1851 pag. 567.

(3) Krohn — Observations sur la génération et le développement des Biphores (Salpa) — Annales des Sciences naturelles 1846 T. VI, pag. 110.

(4) H. Müller — Verhandlungen der Würzburger Gesellschafs für Natur, und Heilkunde 1852 Bd. III. pag. 57.

» — Zeitschrif für wissenschaftliche Zoologie 1853. Bd. IV pag. 329.

(5) Meyen — Beiträge zur Zoologie. — Nova Acta Nat. Cur. t. XVI 1832, pag. 403.

(6) Steenstrup — Ueber das Vorkommen der Hermaphrodismus, 1846.

aggregate accanto all' intestino ([1]), e che nella S. pinnata (cristata Cuv.) era stato descritto da Cuvier ([2]), Chamisso e Meyen come fegato; quindi mentre per Meyer sarebbero stati ermafroditi tutte e due le prole, sono stati dimostrati da Krohn solamente tali gli individui della prole aggregata, e quelli della prole solitaria invece sono stati riconosciuti agami. Krohn inoltre ha fatto giustamente rilevare, che ciascuno di questi individui aggregati non può fecondare se stesso; dapoichè il testicolo si matura molto tardi, quando cioè l' unico uovo, che generalmente posseggono, non solo è stato fecondato da un altro individuo della stessa specie più avanzato in età, e quindi appartenente ad un' altra catena, ma in sua vece si trova già sviluppato l'embrione della prole solitaria.

2.° Il testicolo, organo impari, situato invariabilmente in tutte accanto all'intestino che segue nelle varie disposizioni, si sbocca con un canale escretore nella cavità respiratoria. Nella S. pinnata e specie affini (Salpella Brown, Rynkosalpa A. Costa) è esteso lungo la linea mediana nella parete ventrale fra l' intestino e l'endostilo, ove, diretto da dietro in avanti, sbocca col suo canale escretore dietro l'apertura anale dell'intestino. Nelle Salpe con nucleo si trova ravvolto insieme all'intestino nel nucleo stesso: in alcune di queste Salpe (S. fusiformis) il testicolo circonda all'esterno l'intestino, mentre in altre (S. maxima, S. bicaudata), come venne notato da Krohn e da H. Müller, e come ho potuto confermare, il testicolo è circondato dalle circonvoluzioni intestinali. In tutte però il canale escretore, rimasto libero al lato destro dell'intestino, si porta a sinistra per sboccarsi dietro l'apertura anale dello stesso.

Il testicolo è formato da un numero di canalicoli seminiferi, e da una capsula o membrana fibrosa nella quale questi sono contenuti.

La faccia esterna della membrana fibrosa è rivestita in massima parte dall'epitelio della cavità respiratoria; dalla sua faccia interna invece si partono un gran numero di prolungamenti per formare i sepimenti fibrosi attorno ai canalicoli. Nella membrana fibrosa e nei sepimenti decorrono i vasi sanguigni, i quali formano la rete vascolare del testicolo.

I canalicoli seminiferi per una estremità terminano chiusi a fondo cieco, mentre coll'altra si riuniscono in canalicoli più grandi, che si imboccano in un solo condotto escretore (Tav. I[a], fig. 1). Guardando con forti ingrandimenti nei preparati coloriti coll' acido osmico, si vede che i canalicoli hanno due membrane: una interna, propria, di natura elastica, omogenea e trasparente come il vetro; l'altra esterna, avventizia, formata di tessuto congiuntivo fibrillare. In quest' ultima vi sono sparsi grossi nuclei fusiformi di tessuto congiuntivo, disposti nel senso della lunghezza dei canalicoli, i quali erano stati descritti da Leuckart ([3]). Il contenuto dei canalicoli presenta varî stadî di sviluppo dei zoospermi, che io tralascio di descrivere per farne oggetto speciale di un altra memoria. Noterò in questo luogo solamente i caratteri dei zoo-

([1]) Krohn ha trovato la prima volta il testicolo e i zoospermi nella S. maxima (Frorieps Notizen XVII. 4).

([2]) Cuvier — Memoires du Museum 1804.

([3]) Leuckart. Zoologische Untersuchungen, - Giessen 1854, 2 Heft, pag. 47.

spermi, che si trovano nel liquido spermatico segregato. Il liquido spermatico, che segrega in grande abbondanza il testicolo quando ha raggiunto il suo grado di maturità, è opaco e lattescente, e si può raccogliere sopra un portoggetti all'apertura del canale escretore, mano mano che si fa sgorgare esercitando col dito leggerissime pressioni sopra il testicolo, dopochè si ha aperto largamente la cavità respiratoria. Esaminato al microscopio così raccolto, si veggono nuotare nel liquido, che serve di veicolo, una quantità abbondantissima di zoospermi, i quali si presentano nei loro ulteriori gradi di sviluppo (Tav. I[a], fig. 2). Questi zoospermi hanno il così detto tratto medio circondato da una guaina di protoplasma sottilissima e molto pallida, la quale s'intravede anche nei zoospermi esaminati allo stato fresco, e si mette in grande evidenza quando si coloriscono con l'ematossillina. A questa guaina stanno attaccati, a distanze variabili, da uno a quattro pezzi protoplasmatici di forma ovale e pallidi, che mancano interamente nei zoospermi, che hanno raggiunto l' ultimo stadio di sviluppo. Il fatto interessante, sul quale voglio ora richiamare l'attenzione, è, che ogni zoosperma porta nell' estremità posteriore due lunghissimi fili caudali: uno di questi fili essendo più grosso era stato descritto, l'altro, forse per la sottigliezza maggiore che presenta, era sfuggito fin quì all' osservazione degli altri.

3.° Gli organi genitali femminili sono rappresentati dall'ovajo, e dal cosidetto sacco d'incubazione o utero (Tav. I[a], fig. 3).

L' ovajo è un organo impari come il testicolo, situato in vicinanza della apertura posteriore della cavità respiratoria. In principio si trova loggiato nella spessezza della tunica interna lungo la linea mediana e sopra la faccia superiore dell' intestino, è formato da un solo follicolo glandulare o ovisacco, il quale contiene un solo uovo, e presenta un cortissimo peduncolo al lato destro ed inferiore. Via via che si sviluppa, il peduncolo si allunga, ed allora l'ovisacco si enuclea e si porta a destra, quindi in avanti per raggiungere, dopo la fecondazione, la cavità dell'utero, nella quale viene condotto dal successivo accorciamento del peduncolo, che in tal modo fa l'ufficio di gubernaculum, o di ovidutto come è stato chiamato. Nella S. pinnata, quando ha raggiunto questo grado di sviluppo, io l' ho visto, attaccato solamente per l'ovidutto, oscillare nella cavità respiratoria come ha sostenuto Vogt ([1]). Krohn l'ha paragonato al calice degli uccelli, dapoichè, anche nel suo ultimo stadio di sviluppo, presenta sempre un solo ovisacco contenente un solo uovo ([2]).

Quantunque Meyen avesse creduto di aver seguíto l'uovo in tutte le sue fasi di sviluppo, tuttavia l' uovo delle Salpe la prima volta venne descritto da Krohn, al quale si deve l'osservazione, che, salvo forse qualche rara eccezione ([3]), ciascun individuo della prole aggregata, la sola che possiede gli organi sessuali come ho detto innanzi, non ha che un solo uovo; mentre prima di Krohn si credeva invece che le

([1]) C. Vogt. — Recherches sur les Animaux infér. de la Mediterranée 1853. II. Memoire pag. 51.

([2]) Krohn — l. c.

([3]) Sembrano fare eccezione la S. zonaria e la S. cordiformis. Infatti Chamisso (l. c. fig. 3, F.) ha trovato nella cavità respiratoria della S. zonaria vari embrioni della prole solitaria attaccati in linea, ma separatamente, alla parete, ed Erschricht (Anatomisk-physiologiske Undersögelser over Salperne Kjöbenhavn 1870, Tav. V fig. 27, *g.* e fig. 36) ha trovato lo stesso nella S. Cordiformis. Krohn (l. c.) aggiunge che la S. Tilesii gli ha sembrato presentare la stessa particolarità.

Salpe ne possedevano in gran copia, il quale errore poggiava sopra la falsa interpretazione data da Cuvier agli organi laterali della S. pinnata, che aveva descritto come ovaja.

L'uovo delle Salpe varia per grandezza e per forma a seconda le specie, e nella stessa specie a seconda il grado di sviluppo. In principio dello sviluppo ha la forma piuttosto rotonda, ma più tardi diviene perfettamente ovale. Nella S. mucronata, quando è giunto al grado di maturità, misura nel diametro verticale 0,060 *Mm*, e nel diametro orizzontale 0,027 *Mm*. Nella S. pinnata (Tav. I^a, fig. 6) a questo stesso grado di sviluppo, misura nel diametro verticale 0,066 *Mm* e nel diametro orizzontale 0,024 *Mm*. È formato da un vitellus trasparente o finamente granuloso privo di membrana vitellina, e da una grande vessicola germinativa, la quale in origine contiene più macule germinative, e nella quale, quando l'uovo raggiunge il suo vero grado di maturità, si sviluppano de'vacuoli; il qual fatto però precede di qualche momento la sparizione della vescicola, quindi è fugacissimo e perciò non sempre facile a costatare.

L'ovisacco, che avvolge l'uovo, è formato da una membrana elastica, trasparente e molto sottile, ma moltissimo resistente, tapezzata nella sua faccia interna da un semplice strato di piccole cellule nucleate, che nei primi gradi di sviluppo stanno applicate ugualmente al vitellus dell'uovo in tutta l'estensione. Col successivo sviluppo però, crescendo l'ovisacco più dell'uovo, resta fra loro uno spazio occupato da un liquido trasparentissimo. Questo spazio per il peso specifico dell'uovo, il quale cade verso il fondo del sacco, rimane visibile in prossimità del polo, dal quale si parte l'ovidutto. Così l'uovo rimane libero, e può, segmentandosi, cambiare di posizione, senza far subire in principio notevoli mutamenti alla parete dell'ovisacco.

L'ovidutto (Tav. I^a, fig. 3-6), contrariamente a quanto ha asserito Vogt, che voleva fosse un cordone solido, è un vero canale, il quale da un canto fa continuazione colla cavità dell'ovisacco, e dall'altro si viene a sboccare con una grande apertura elissoide nella cavità respiratoria nel luogo ov'esso sta attaccato. Tanto nei tagli trasversi, quanto sopra un taglio longitudinale, che mi è riuscito di ottenere dopo molte prove, ho potuto assicurarmi della presenza del canale, ed ho potuto vedere chiaramente che la sua parete è formata da una resistentissima per quanto sottile membrana elastica, rivestita all'interno da un semplice strato di cellule nucleate, come la parete dell'ovisacco con cui fa continuazione. È verissimo che per questo canale non può passare l'uovo, il quale presenta un volume di gran lunga superiore al lume del canale, ma vi possono passare i zoospermi, penetrandovi per l'orificio elissoide aperto nella cavità dell'utero, che a sua volta si apre nella cavità respiratoria; anzi io credo che sia l'unica via, per la quale essi possono raggiungere l'uovo che sta chiuso nell'ovisacco, e quindi in questo solo modo si può avverare la fecondazione. Studieremo più oltre la formazione dell'ovisacco e dell'uovo in esso contenuto, non che quella del testicolo.

4.° L'utero, attaccato per il fondo e i legamenti laterali alla faccia interna della parete, si trova al lato destro, ove fa sporgenza nella cavità respiratoria verso la quale sta rivolto il suo collo e la sua apertura. Quando l'utero, gravido del feto, aumenta di volume, la parte, con la quale si attacca alla parete della cavità respi-

ratoria, si allunga e forma in tal modo il peduncolo o radice dell'utero, nel quale decorrono due canali vascolari, che si partono dal grosso canale della parete della cavità respiratoria posto trasversalmente al disopra dell' attacco, e, ramificandosi, vanno a formare la rete delle pareti dell' utero.

H. Müller, credendo erroneamente che l'uovo penetrasse nella cavità d'incubazione, com'egli appella la cavità uterina, per la parte che forma il peduncolo, lo ha designato come l'entrata (eingang) di questa cavità, che ha figurato aperta a forma di navicola scavata in una sporgenza, che farebbe la parete della cavità respiratoria, nel punto d'attacco dell'ovidutto. Intorno a questa sporgenza e cavità, che formano chiaramente l'utero chiuso fin dall'origine in ogni parte, meno quella nella quale presenta l'orificio per ove sorte l'ovidutto, disputarono vivamente Leuckart e Vogt senza alcun vantaggio. Dalle osservazioni che io ho fatto ho potuto convincermi, che H. Müller e Vogt, che ne hanno dato la figura, si sono ingannati per avere guardato l'utero di lato ripiegato lungo la faccia anteriore, ed hanno preso per fossetta la parte ripiegata. Ma guardandolo di fronte, come io l'ho rappresentato nelle figure 3 e 4 (Tav. I[a]), specialmente ne' preparati coloriti intensamente con l'acido osmico, si vede chiaramente, abbassando ed innalzando il fuoco del microscopio, tutta la parete dell'utero, la quale chiude la cavità da per tutto, meno dell'estremità posteriore, ove si presenta l'orificio, per il quale sorte l' ovidutto e più tardi vi penetra l'uovo.

Adunque l'utero presenta: un peduncolo e due legamenti, che lo fissano alla parete della cavità respiratoria; un corpo, nel quale è scavata la grande cavità uterina; un collo cortissimo ed un orificio, mercè del quale solamente la cavità fin dalla sua origine sta aperta all'esterno.

In alcuna specie (S. pinnata, S. bicaudata, S. runcinato-fusiformis) l'utero è posto a livello del margine posteriore della seconda cintura o fascia muscolare della parete respiratoria; in altre (S. democratica) si trova più indietro e più internamente, in corrispondenza della quarta o penultima cintura muscolare, e in prossimità della radice del nucleo viscerale. Nella S. pinnata, nella quale presenta una resistenza maggiore, ed ha una più lunga durata delle altre specie da me ricercate, risulta formato chiaramente da tre strati, e non da due come ha detto Leuckart. Lo strato esterno, muscolare, è formato da fibrocellule muscolari, che hanno un nucleo vescicoloso ed un protoplasma appena striato trasversalmente. Queste cellule sono riunite da una sostanza omogenea e trasparente e formano un piano nel quale le fibre musculari stanno nel senso trasverso dell'organo. Lo strato medio, vascolare, è fatto da un tessuto congiuntivo fibrillare, nel quale sono scavati i canali sanguigni, che formano tra loro una rete. Lo strato interno, epiteliale, è composto da una semplice serie di cellule, le quali nel collo restano cilindrici, mentre nel corpo, cilindrici in origine, prendono più tardi la forma piatta, e spariscono non appena l'uovo arriva nell'utero e si sviluppa la membrana dell'amnios, che prende aderenze intime colla superficie interna dell'utero (Tav. I[a], fig. 10 e 11).

Questi tre strati si sviluppano in tempi successivi. Il primo a svilupparsi è lo strato interno o epiteliale, il quale procede dalle cellule che stanno all'intorno dell'attacco del peduncolo ovarico. Quindi dallo strato medio della tunica interna si

veggono sviluppare le fibrocellule muscolari, che in principio appariscono nei legamenti uterini, e da qui mano mano si avanzano sul collo e quindi sul corpo dell'organo. Finalmente fra questi due strati comincia a vedersi lo strato medio, proveniente anch' esso dallo strato medio della tunica interna, nel quale si sviluppano i vasi, ed il quale, quantunque l' ultimo a comparire, diviene ben presto il più considerevole (Tav. I^a, fig. 3 e 4).

In principio l'utero presenta un collo molto largo, che si apre con un grande orificio nella cavità respiratoria, dal quale si vede uscire l' ovidutto. L'ovidutto sta attaccato alla faccia interna del corpo dell'utero in prossimità del fondo, ove presenta un rigonfiamento a clava, e sotto a questo la sua apertura elissoide. Più tardi quando l'ovidutto ha condotto l'uovo nella cavità uterina ed è sparito insieme all'ovisacco, l'utero raggiunge il suo ultimo grado di formazione. L'orifizio uterino fin qui rimasto aperto, a quest'epoca si chiude, e l'epitelio cilindrico del collo vi forma una specie di turacciolo. Via via che si sviluppa l'embrione, ad eccezione dell'epitelio, il quale nel corpo è sparito, crescono gli elementi dell' utero, che acquista in tal modo un volume considerevole.

Però col successivo sviluppo, mentre l'embrione della prole solitaria va aumentando di volume e si fanno sempre più distinti i suoi organi, le fibro-cellule muscolari dello strato esterno dell' utero impiccoliscono e divengono più rari, il collo dell' utero si dilata e per questa dilatazione fa ernia al di fuori, a forma di vescichetta, il sacco amniotico (Tav. III^a, fig. 25,*ma*). Tale vescichetta ben presto si rompe (Tav. III^a, fig.36), ed allora l' utero, che resta tapezzato nella sua faccia interna dal resto della membrana dell' amnios, con la quale ha acquistato una forte aderenza, si ritira finchè rimane a mo' di cupola sopra la placenta già molto sviluppata, insieme alla quale l' embrione rimane ancora lungamente attaccato alla madre e pendente nella cavità respiratoria (Tav. III^a, fig. 22, fig. 27 e fig. 29, *u*).

In questo, secondo tempo sulla faccia esterna della parete ventrale dell'embrione si sviluppano la glandola germinativa, impropriamente detta da Krohn Eleoblasto, e lo stolone prolifero, organi importantissimi per lo sviluppo della prole aggregata. L' embrione solitario (ad eccezione della S. bicaudata, nella quale la placenta resta attaccata alla madre e l'embrione si diparte solo) si stacca, insieme al resto della placenta, dall' utero, i cui avanzi rimangono nel corpo della madre, quando nello stolone si sono già formati gli embrioni della prole aggregata che esso porta con se. Nell' embrione della prole solitaria staccato dalla madre si vede in principio sulla sua parete ventrale, oltre lo stolone degli embrioni aggregati, in avanti il resto della placenta, e indietro la glandola germinativa. Quando queste due parti si atrofizzano e spariscono, le prime serie degli embrioni della prole aggregata, si trovano già prossimi al loro grado di maturità, e quindi da li a poco vanno a staccarsi in catene (Tav. III^a, fig. 30, *ca*).

Nel seguito di questa memoria entreremo nei dettagli di tutto questo sviluppo, ed allora dimostrerò, che gli elementi formativi di tutte e due le prole provengono dal vitellus dell'uovo, e che la prole solitaria rappresenta il primogenito, il quale resta agamo e lavora per l'allevamento degli altri fratelli, che gli rimangono attaccati finchè non sono atti alla fecondazione.

II.° — *Fecondazione e segmentazione dell'uovo.*

La fecondazione delle salpe avviene, come Krohn notò il primo, nel momento in cui i giovani individui della prole aggregata si staccano o stanno per staccarsi in catene dallo stolone prolifero; nel qual momento l'uovo, contenuto nell'ovisacco, ha già raggiunto il suo grado di maturità. All'atto della fecondazione succede, e forse anco precede, la scomparsa della vescicola germinativa, e quindi avviene la segmentazione del vitellus.

Il primo che ha notato la segmentazione dell'uovo delle Salpe è stato H. Müller (1), quindi l'ha descritto Leuckart (2) ed in questi ultimi tempi Kowalevsky (3).

Leuckart non ha potuto seguire questo processo in tutti i singoli stadî, ma ha descritto solamente lo stadio, nel quale trovasi l'uovo della S. pinnata, nel momento in cui raggiunge il luogo definitivo, nel quale stadio ha erroneamente figurato l'uovo sotto la ben nota forma della morula. Anche Müller più tardi ha figurato l'uovo, in questo stadio, sotto la stessa forma (4). Secondo Müller e Leuckart l'uovo raggiunge la cavità d'incubazione per l'accorciamento dell'ovidutto che si fa durante la segmentazione, mentre Vogt crede invece che l'ovidutto non si accorcia, ma si ravvolge intorno all'ovisacco. Io posso confermare quanto hanno detto H. Müller e Leuckart. Anche Kowalevsky è stato dello stesso avviso, e crede anzi che il fenomeno comincia coll'accorciamento dell'ovidutto, e che la divisione del nucleo precede sempre quella dell'uovo. Kowalevsky (5) ha studiato la segmentazione dell'uovo nella S. maxima, nella S. democratica, nella S. scutigero-confaederata.

Secondo lo stesso Kowalevsky dopo la segmentazione, quando l'uovo è giunto nel suo sito definitivo, si forma un cumolo di cellule senza differenziamento (la morula di Leuckart), e più oltre si osserva nel mezzo del cumolo una piccola cavità circondata da alcune serie di cellule. In uno stadio successivo a questo Kowalevsky distingue: uno strato esterno formato da una serie di cellule, che chiama foglietto esterno; uno strato interno che circonda la cavità centrale, al quale dà il nome di foglietto interno; in mezzo a questi due foglietti o tubi, una serie di cumoli, dai quali trarrebbero origine il sistema nervoso, la cloaca, l'eleoblasto etc., che rappresentano il foglietto medio. Finalmente la cavità centrale, intorno alla quale stanno disposti concentricamente i cennati foglietti, rappresenta secondo Kowalevsky la cavità intestinale primitiva, la quale, nello stadio che segue, formerebbe, per lo strozzamento di tutto il campo embrionale, da un canto l'embrione colla sua cavità respiratoria e gli organi che da questa derivano, dall'altro la placenta. Quindi secondo Kowalevsky la cavità placentale risulterebbe dalla divisione della cavità intestinale primitiva.

(1) H. Müller — Zeitschrift für wissensch. Zoologie 1853. Bd. IV. pag. 331.

(2) Leuckart. l. c. pag. 52.

(3) Kowalevsky — Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften u. der G. A. Universität zu Gottingen, 1868. N.° 19, pag. 407.

(4) In Carus. Icones zootomicae. Tav. XVIII, fig. 48. Leipizig 1857.

(5) Kowalevsky, l. c.

Ora io ho potuto convincermi come tutti questi processi descritti da Kowalevsky sono erronei o almeno erroneamente interpretati. La causa principale, che ha indotto Kowalevsky alla erronea interpretazione dei fatti che ha osservato, sta nell'avere ritenuto, come H. Müller e Leuckart, troppo semplice il processo della segmentazione, e che essa nell' uovo, quando questo ha raggiunto la sua sede definitiva, sia sì poco avanzata da non presentare ancora la cavità di segmentazione, o cavità centrale come Kowalevsky l'appella, che apparirebbe in uno stadio successivo. Perciò Kowalevsky confonde questa cavità con la cavità intestinale primitiva o d'invaginazione, che egli ha osservato, e che realmente apparisce nello stadio da lui descritto. Nella S. democratica, nel periodo descritto da Kowalevsky, io ho trovato infatti, che è sparita la cavità di segmentazione, e non esiste che la sola cavità intestinale primitiva. Ma contemporaneamente a questa cavità nella stessa specie e nelle specie analoghe (S. bicaudata, S. maxima, S. runcinato-fusiformis) esiste già la cavità placentale, la quale come dimostrerò più oltre, ha tutt'altra origine.

Nelle specie sopra enumerate, a questo stesso periodo, cioè quando appena l'uovo è giunto nel luogo definitivo, ho visto non solo formata la placenta, ma formato inoltre l'amnios, la di cui membrana, che incassula tutto l'embrione, sta, a differenza della S. pinnata, così intimamente addossata alla superficie esterna dell'embrione, da sembrare parte integrante dello stesso, come sembra essere stata descritta da Kowalevsky sotto il nome di foglietto esterno.

Per ciò che concerne i cumoli, che Kowalevsky descrive in mezzo ai due foglietti, interno ed esterno, atteso la brevità della esposizione e la mancanza delle figure, io non arrivo ad abbracciare tutto il concetto dell'autore; ma dal poco che ho potuto comprendere mi sembra che, non vi sia neppure in ciò molta corrispondenza con quello che io ho osservato.

Conoscendo l'abilità che Kowalevsky possiede in grado eminente per questo genere di studî, gli errori nei quali è caduto sono d'attribuirsi in gran parte alle difficoltà d'ogni genere, come ho potuto sperimentare, che presentano le specie nelle quali egli ha fatto le sue ricerche. In vero ho dovuto convincermi, che nelle Salpe con nucleo, oltre la difficoltà che a causa della maggiore delicatezza s'incontra per la buona riuscita dei tagli, è sommamente difficile la significazione delle varie parti, quando non si ha acquistato prima la conoscenza esatta in un altra specie, nella quale i fenomeni si succedono meno rapidamente e le parti si presentano più distinte. Per queste ragioni io ho preso come soggetto principale delle mie ricerche la S. pinnata, che ho potuto procurarmi a tutti i gradi di sviluppo e che, come ho detto in principio, ha servito al maggior numero degli autori che mi hanno preceduto.

Le Salpe affini a questa specie, credo, possano rendere uguali servigi, ed io ho potuto vedere in alcuni esemplari della S. virgola, che mi ho procurato durante il mio soggiorno a Villafranca, e che debbo alla gentilezza del Prof. Bogdanoff di Mosca, come lo studio si presenta in esse altrettanto facile quanto nella S. pinnata.

L' uovo maturo della S. pinnata presenta, come già dicemmo, in generale la forma ovale con i due poli nel senso verticale dell' ovisacco in cui sta racchiuso (T. I^a, fig. 6). L' inizio della segmentazione ha sfuggito alle mie investigazioni. Nelle uova dei giovani individui, appartenenti ad una piccola catena della S. pin-

nata appena staccata dallo stolone, il vitellus si presentava tutto segmentato (T. I^a, fig. 7). Tuttavia l'uovo conservava ancora la originaria posizione e forma, quantunque un po' discosto dalla parete dell'ovisacco, e con un lato leggermente depresso. Però gli elementi della segmentazione non avevano la medesima grandezza. Nel punto corrispondente al lato depresso erano rappresentati da piccole cellule nucleate e molto granulose, formanti uno strato piuttosto scuro. In tutto il rimanente gli elementi della segmentazione invece erano rappresentati da grosse cellule meno granulose, quantunque anch' esse nucleate, che formavano un campo più chiaro. In conseguenza il processo di segmentazione era più avanzato nel lato depresso ove trovansi le piccole cellule; quindi mi sembra, che questo processo nelle Salpe avviene allo stesso modo delle rane, cioè la segmentazione comincia prima in una parte e si estende dopo in tutto il resto del vitello.

In un grado di sviluppo successivo a questo, ho visto rendersi manifesta, in prossimità alle piccole cellule, una piccola fessura, che rappresenta l'origine della cavità di segmentazione o di Baer (Tav. I^a, fig. 8), la quale mano mano che si sviluppa si fa più superficiale verso il lato depresso, che perciò si solleva sotto la forma di uno strato di piccole cellule, il quale sta a ricoprire la cavità di segmentazione. Per la formazione di questa cavità, l' uovo, avendo perduto il suo centro di gravità fa un giro di novanta gradi, come fanno secondo Baer le uova di rana nell'acqua a questo grado di sviluppo; così il meridiano, che passa per i poli dell'uovo, diviene equatore.

Dopo ancora, quando l' uovo si trova tuttavia nel suo ovisacco fuori della cavità dell'utero, le piccole cellule nucleate e molto granulose, innanzi descritte, fanno uno strato superficiale più oscuro, che guarda il lato dell'ovisacco in cui sta attaccato l'ovidutto. Questo strato, meno le due estremità, trovasi ora nettamente separato in tutta la sua lunghezza dalla massa formata dalle cellule germinative, che costituiscono il resto del campo blastodermico, per la presenza della cavità di segmentazione, alquanto ingrandita ed estesa fra le due parti a modo di larga fessura falcata, ed un po' estroflessa in un punto. Così lo strato più oscuro formato dalle piccole cellule molto granulose, si può chiamare membrana blastodermica, come nelle uova dei mammiferi ; o coperchio della cavità di segmentazione, come è stato appellato nelle uova delle Rane: e si può chiamare massa germinativa centrale, quella costituita dalle grosse cellule che formano il campo chiaro, corrispondente a ciò, che nelle Rane, è stato detto massa vitellina centrale da Reichert, germe glandulare da Remak e cellule germinative da Stricker.

Con questo grado di sviluppo coincide nella S. pinnata l' accorciamento dell' ovidutto, il quale, mentre si va mano mano riassorbendo, si piega più volte su sè stesso, e così l'uovo è condotto nella cavità uterina. Quando l'uovo ha raggiunto il suo posto definitivo, sono spariti l'ovidutto e l'ovisacco. Io mi sono accertato, che la scomparsa di questi due organi avviene lentamente, via via che si raccorcia l'ovidutto, e che allorquando l'uovo ha penetrato nella cavità uterina non se ne vede più traccia.

Quando l'uovo arriva nell'utero (Tav. I^a, fig. 10.) sorpassa di circa un terzo la grandezza nella quale trovavasi nell' ultimo stadio descritto , ed assume allora la forma di un corpo sferico, il quale si presenta con un polo depresso, rivolto verso

il collo o l'orificio dell'utero, e con l'altro elevato, rivolto verso il fondo. Vedremo più tardi che nel polo rivolto verso l'orificio dell'utero, si svilupperà il ganglio cerebrale; mentre sul polo opposto, che guarda il fondo dell'utero, sorgerà il bottone sanguigno o ematogene. Perciò chiamerò fin d'ora il primo, polo nervoso; ed il secondo, polo sanguigno. Il processo di segmentazione in questo momento si trova già molto avanzato; la cavità di Baer ha raggiunto il massimo grado del suo svolgimento; la membrana blastodermica, per la successiva segmentazione che si esercita alla superficie della massa germinativa centrale, si è completata all'intorno in tutti i punti della sfera; la massa germinativa, ingrandita anch' essa per la successiva moltiplicazione de' suoi elementi, occupa il centro, è simmetrica all' asse verticale ed il suo colorito pallido fa contrasto, ora più di prima, col colorito più oscuro della membrana blastodermica. In questo stadio di sviluppo, la membrana blastodermica e la massa centrale germinativa continuano solamente per un punto molto ristretto, che corrisponde al polo nervoso; restando separati in tutto il resto dalla presenza della cavità di segmentazione, che ora è divenuta simmetrica anche essa, come tutte le altre parti, ed ha preso la forma più nettamente semilunare.

Sulla superficie esterna della membrana blastodermica, a livello del piano equatoriale della sfera, si forma un spessimento circolare, che io ho chiamato cerchio blastodermico o germinativo, il quale nel taglio verticale (come è rappresentato nella fig. 10) si presenta sotto forma di due eminenze laterali poste all'estremità del detto piano. Questo cerchio blastodermico divide tutta la sfera in due emisferi: uno corrispondente al polo nervoso l'altro al polo sanguigno.

Dal cerchio blastodermico cresce una membrana involgente, che in principio si porta verso il polo sanguigno che guarda il fondo dell'utero, da ove ripiegandosi infuori va a rivestire in seguito l'emisfero opposto della sfera: quindi questa membrana si può dividere in porzione diretta e in porzione riflessa.

Per lo sviluppo di questa membrana involgente si vengono a formare altre due cavità, che stanno all'esterno della sfera. La prima, mediana, è la cavità placentale, la quale è posta fra il fondo dell'utero e l'emisfero corrispondente. Presenta la forma di un fiasco: il fondo molto rilevato, è fatto dalla porzione corrispondente della membrana blastodermica; le pareti laterali ed il collo cortissimo dalla porzione diretta della membrana involgente; l'apertura piuttosto larga viene ad incontrarsi col fondo dell'utero, ove si stabilisce subito una comunicazione fra i due canali sanguigni di esso e la cavità placentale, che in questo stadio ed in quelli che immediatamente vi succedono, rappresenta una semplice lacuna vascolare destinata a ricevere il sangue proveniente dalla madre. Così viene a stabilirsi la circolazione placentale, nella quale tutti gli elementi sanguigni appartengono esclusivamente al sangue della madre. Osservando al microscopio con un mediocre ingrandimento un animale vivente posto in un vetro d'orologio, si vede, a questo grado di sviluppo, la corrente sanguigna passare da vasi dell'utero nella cavità placentale, e quindi da questa ritornare nei vasi dell'utero e in quelli della parete del corpo della madre, sotto l'azione delle contrazioni alternanti del cuore della stessa.

La seconda periferica, è la cavità dell' amnios, la quale viene limitata: internamente, dalla porzione diretta della membrana involgente e dalla porzione della

sfera blastodermica, che guarda l' apertura dell' utero; esternamente, dalla porzione riflessa della stessa membrana involgente. Alla porzione diretta della membrana involgente, che limita lateralmente la cavità placentale, si può dare il nome di membrana placentale o meglio membrana ovogene, o membrana germoblastica; dapoichè, come dimostrerò in seguito, da essa si sviluppono i corpi oviformi o germoblasti, che servono alla formazione della prole aggregata; alla porzione riflessa, che limita all'esterno la cavità dell'amnios, il nome di membrana amniotica. La membrana germoblastica è spessa , e viene costituita da una semplice serie di grandi cellule cilindriche, prive di membrana, come tutte le cellule embrionali, le quali presentano un nucleo e un protoplasma leggermente granuloso. La membrana dell' amnios viceversa è molto sottile ed è formata da piccolissime cellule nucleate, che generalmente fanno un solo strato. Dico generalmente perchè in questo stadio di sviluppo e nello stadio successivo a questo, in corrispondenza al polo nervoso, la membrana dell'amnios presenta due o più strati di cellule, che fanno sporgenza al lato interno dirimpetto al solco, che, in questo polo, presenta la sfera germinativa o blastodormica.

A partire dall'epoca, che noi stiamo ora descrivendo, nella quale abbiamo veduto formarsi alla periferia della sfera, il cerchio blastodermico, la membrana germoblastica e quindi la placenta e l'amnios, prima di andare oltre nello studio di queste parti, vogliamo fermare la nostra attenzione sopra l' intero sviluppo della prole solitaria, alla quale appartengono le parti da noi finora descritte, tranne la membrana germoblastica che serve, come in appresso vedremo, allo sviluppo della prole aggregata.

III.° — *Formazione della cavità intestinale primitiva e dei due primi foglietti embrionali, ectoderma ed entoderma della prole solitaria.*

Nella prole solitaria, che si sviluppa immediatamente dalla vescicola blastodermica innanzi descritta, la formazione della cavità intestinale primitiva avviene come nell' Amphiosus, nelle Lamprede, negli Sturioni e nei Batraci; al contrario della prole aggregata, che ha un sviluppo direi remoto e in condizioni diverse, nella quale la formazione della cavità intestinale primitiva avviene come ne'Selaci, ne'Pesci ossei, nei Rettili e negli Uccelli; cioè per l' incurvamento di tutto il campo embrionale verso l' interno, come vedremo più tardi.

Prima della formazione della cavità intestinale primitiva (cavità d'invaginazione o di Rusconi) della prole solitaria, la segmentazione raggiunge quasi il limite estremo nella porzione della membrana blastodermica, che corrisponde all' emisfero del polo nervoso (Area germinativa). Infatti gli elementi che ne risultano in questa parte sono piccoli, cilindroidi, oscuri, molto granulosi, con un nucleo relativamente grande, e si trovano disposti in due semplici strati: uno esterno che al limite equatoriale si arresta nel cerchio blastodermico; l' altro interno, che si continua colla membrana blastodermica dell' emisfero opposto, la quale a questo periodo di sviluppo è ancora unicellulare. Questi due strati, ne' quali si divide la membrana blastodermica dell' emisfero corrispondente al polo nervoso, rappresentano il primo foglietto

embrionale o foglietto esterno, che chiamasi ectoderma, il quale risulta in tal modo formato come il foglietto corneo-sensoriale delle Rane (Tav. Iª, fig. 10).

Alla formazione della cavità d' invaginazione prende solamente parte lo strato interno dell' ectoderma. In corrispondenza al polo, che abbiamo chiamato nervoso infatti, lo strato interno dell' ectoderma si stacca dallo strato esterno per introflettersi nella massa germinativa centrale sottostante: lo strato esterno, per questo distacco ed introflessione dello interno, si avvalla leggermente, e produce sul polo corrispondente un solco, che io chiamo solco dorsale; ma resta sempre in posto, nè prende parte alcuna al fenomeno d' invaginazione che accade sotto di esso.

Per l' introflessione dello strato interno nella massa germinativa centrale, gli elementi di questa sono respinti in fuori, e così si viene a formare in principio una fossetta poco simmetrica, quantunque posta sull'asse verticale, la quale per la progressiva introflessione dello strato interno dell' ectoderma, dovuta alla ulteriore moltiplicazione dei suoi elementi, ingrandisce mano mano e viene a formare la cavità intestinale primitiva o d'invaginazione (Tav. Iª, fig. 11). Le cellule che limitano questa cavità d' invaginazione conservano i caratteri di quelle dello strato interno dell' ectoderma, e formano uno strato semplice , che costituisce il foglietto interno o l'entoderma, il quale presenta in conseguenza un colorito oscuro, come l'ectoderma al quale fa continuazione. Fa viceversa contrasto con il colorito pallido dei grossi elementi della massa germinativa centrale che lo circondano. Per lo svolgimento della cavità d' invaginazione, aumenta più del doppio il volume della massa centrale, e conseguentemente si viene a restringere la cavità di segmentazione, benchè siasi aumentata in pari tempo anche del doppio tutta la vescicola blasfodermica.

È molto interessante la forma che assume la cavità d' invaginazione, la quale si allontana dalla forma fin qui trovata negli altri animali inferiori. Infatti essa non è nè sferica nè ovale, ma presenta invece la forma di una ⅃ rovesciata. L'asta verticale viene rappresentata da uno stretto canale, che dall' orificio d'invaginazione va al centro della cavità. Chiamerò questo canale, canale o collo d'invaginazione. L' asta orizzontale della ⅃ rappresenta la cavità intestinale primitiva propriamente detta, la quale, stretta nella sua parte centrale, va allargandosi mano mano che si porta ai lati, ove forma specie di diverticoli tanto nella parte inferiore quanto nella superiore. Sul punto centrale ristretto in corrispondenza alla parte opposta del canale, che abbiamo chiamato collo d' invaginazione, gli elementi della massa germinativa centrale fanno una specie d' introflessione. Dal fondo di questa introflessione sorge un turbercolo, il quale cresce rapidamente ed è formato, come dimostra il successivo sviluppo, da elementi che somministrano il materiale nutritivo alla cavità intestinale primitiva, cioè, fa la stessa funzione del vitellus nutritivo della vescicola ombellicale e perciò lo chiamerò turbercolo vitellino (Tav. Iª, fig. 14 Tav. IIª, fig. 15 e 16, *bo*).

Contemporaneamente a questo grado di sviluppo, quando cioè si è formata la cavità intestinale primitiva, il processo di segmentazione raggiunge il limite estremo anche nella porzione della membrana blastodermica dell' emisfero corrispondente al polo sanguigno, e quindi questa non è più unicellulare come in principio, ma

si presenta anch' essa formata da due strati semplici di cellule, che prendono ben tosto l' aspetto fusiforme, ed hanno un piccolo nucleo ed un protoplasma poco granuloso. Sul polo dello strato esterno di questa porzione della membrana blastodermica si vede sorgere allora un turbercolo formato di cellule cilindroidi, dal quale nel successivo sviluppo, si formano gli elementi del sangue. Io ho chiamato perciò questo turbercolo, bottone sanguigno o ematogene, e polo sanguigno il luogo ove esso sorge (Tav. I^a, fig. 11, 12, 13 e 14, *be*).

IV.° — *Formazione del mesoderma.*

In seguito alla formazione della cavità intestinale primitiva si viene a stabilire fra l'ectoderma e l'entoderma il foglietto medio o il mesoderma, il quale però mette un gran tempo nel formarsi; e i suoi elementi, in parte provengono dalla massa germinativa centrale, ed in parte dallo strato interno della porzione della membrana blastodermica dell'emisfero corrispondente al polo sanguigno. Il mesoderma non si completa se non dopo la formazione del rudimento del ganglio cerebrale, del rudimento del filetto branchiale, e della separazione della cavità viscerale primitiva in cavità respiratoria e cavità intestinale definitiva; quindi merita una particolare descrizione.

In principio il mesoderma è rappresentato da tutte le cellule provenienti dalla massa germinativa centrale, ad eccezione di quelle che vanno a formare il bottone vitellino. Dopo la formazione della cavità d'invaginazione, le cellule della massa germinativa che circondano l'entoderma, prendono la forma cilindrica, ed hanno un nucleo distinto; mentre quelle che stanno attorno al collo d'invaginazione sono rimaste ancora allo stato indifferente (Tav. I^a, fig. 11); ma in un grado successivo a questo prendono anch' esse la forma cilindrica.

Nel passaggio di queste cellule dallo stato indifferente alla forma cilindrica, si restringe la massa da loro rappresentata, per formare attorno al collo d'invaginazione un disco trasversale, il quale è posto simmetricamente all'asse verticale immediatamente al di sotto del rudimento del ganglio cerebrale. Questo disco, per l'epoca in cui si forma e per la posizione che occupa, non che per l' ufficio che mostra di avere, si può ritenere come l' omologo della corda dorsale de'vertebrati. Contro di questa opinione si potrebbe, egli è vero, obbiettare, che esso non presenta la forma caratteristica della corda ; ma la forma a disco, che presenta in queste specie che hanno solamente un ganglio cerebrale, parrebbe anzi confermare l' opinione sopra espressa, quando si rifletta, che in tutti gli animali che posseggono la corda dorsale, il sistema nervoso centrale è sempre formato dal rigonfiamento cerebrale e dal midollo spinale, financo nelle Ascidie secondo Kowalevsky e Kupffer s' incontra il ganglio cerebrale ed il midollo dorsale; quindi una corda invece di un disco.

Il disco, che qui descriviamo, ha una struttura semplicissima ed una durata molto fugace. Nel primo stadio (Tav. I^a, fig. 12, *x*) è formato di cellule cilindriche, che in un secondo stadio per la divisione che subiscono, si convertono in piccole cellule cubiche (Tav. I^a, fig. 13, *x*). In uno stadio successivo a questi il disco dorsale sparisce senza lasciare traccia alcuna di se. Allora il rudimento del ganglio cerebrale si avvicina alla cavità intestinale primitiva, venendo a prendere il posto del disco dorsale,

che sembrava destinato a sorreggerlo nella prima formazione (Tav. I^a, fig. 14, *gc*). A questo periodo e negli stadi successivi avvengono per rapporto alla formazione del mesoderma molti altri fenomeni importanti che passiamo ora a descrivere.

In seguito al passaggio delle cellule indifferenti della massa geminativa centrale alla formazione del disco dianzi descritto, si viene ad ingrandire nuovamente la cavità di segmentazione, la quale si restringe dopo un'altra volta per l'arrivo di nuovi elementi, che provengono dalla porzione della membrana blastodermica dell'emisfero corrispondente al polo sanguigno. Infatti successivamente a questo stadio accadono nuove modificazioni nei due strati cellulari, nei quali abbiamo veduto dividersi questa porzione della membrana blastodermica. Per queste modificazioni le cellule che formano i due strati si moltiplicano dapprima, e quindi si trasformano in una massa granulosa che prende la disposizione fascicolata. Il fascio interno circonda a forma di un semicerchio la parte corrispondente della cavità di segmentazione, mentre il fascio esterno si solleva notevolmente nella cavità placentale e trasporta con se il bottone ematogene, nel quale è avvenuta anche la trasformazione dei suoi elementi in una sostanza granulosa. In mezzo a questi due grandi fasci concentrici, la sostanza granulosa forma altri piccoli fasci ramificati in vario senso, che vanno da un fascio concentrico all'altro. Dal fascio concentrico esterno vedremo nascere più tardi i corpi gialli che conservano gli stessi caratteri della sostanza, dalla quale prendono origine; cioè, sono corpi rotondi di varia grandezza formati da una sostanza granulosa e ordinariamente privi tanto di nucleo come di membrana. Dal fascio concentrico interno, e probabilmente anco dai fasci ramificati, si originano mano mano, nel periodo che noi stiamo ora descrivendo, gli elementi che concorrono a formare il mesoderma, e che vanno poco alla volta a restringere la cavità di segmentazione, fino alla completa obliterazione della stessa.

Questi elementi a differenza dei corpi gialli hanno uno o più nuclei, e durante il loro camino si vanno mano mano proliferando, dividendosi in due o tre cellule che conservano sempre il nucleo caretteristico come vedesi nella fig. 14 (Tav. I^a). Quando la cavità di segmentazione è sparita, queste cellule vengono in contatto immediato con lo strato formato dalle cellule cilindriche, che sta all'intorno dell'entoderma. Contemporaneamente avvengono modificazioni anche nello strato delle cellule cilindriche; cioè, queste cellule cominciano a proliferare dal lato, che guarda l'entoderma, per cui ne succede d'ambo i lati la formazione di una fessura che rappresenta la cavità generale del corpo o il così detto *coelum*. Il *Coelum* è di nuova formazione, nè ha rapporto alcuno con la cavità di segmentazione come dimostra chiaramente la fig. 14. Per la formazione della cavità generale del corpo dallo strato formato dalle cellule cilindriche si vengono a stabilire due strati secondarî: lo strato muscolo fibroso interno (intestinale), e lo strato muscolo fibroso esterno (cutaneo).

In seguito alla successiva divisione degli elementi di questi due strati, la cavità generale del corpo sparisce anch'essa e gli elementi dei due strati si confondono nuovamente per formare una serie di fasci circolari, che danno origine ai fasci muscolari striati del mesoderma, ciascuno dei quali, nel successivo sviluppo, si viene a riunire, per una specie d'ingranaggio, col fascio corrispondente del lato opposto sul lato dorsale dell'embrione.

Frattanto, in mezzo alle cellule pervenute dalla sostanza granulosa, nella quale si è trasformata la membrana blastodermica dell' emisfero corrispondente al polo sanguigno, appare una sostanza intercellulare omogenea in principio, la quale ben presto diviene abbondante, e si trasforma nella sostanza congiuntiva fibrillare, che compone la massa principale del mesoderma; mentre le cellule prendono la forma ramificata.

In questa sostanza congiuntiva si sviluppano i vasi sanguigni, che si presentano nel taglio trasverso come spazî o canali privi di membrana, come fu già sostenuto la prima volta da C. Vogt, e decorrono i muscoli e i nervi.

In tal modo i tre foglietti embrionali, che abbiamo descritto, vanno a formare insieme la così detta tunica interna o sacco muscolare; il foglietto esterno o ectoderma, forma l' epidermide o epitelio esterno, il foglietto interno, o entoderma l'epitelio interno o l'epitelio della cavità respiratoria, dal quale deriva l' epitelio intestinale, il foglietto medio, o mesoderma, lo strato congiuntivo vascolare e i muscoli. Il ganglio cerebrale e i nervi, che da questo vanno ai vari organi, si sviluppano dallo strato interno dell' ectoderma come più oltre dimostrerò.

V.° — *Formazione della tunica esterna, e dei corpuscoli gialli.*

La tunica esterna nelle salpe solitarie comincia a comparire sulla superficie esterna dell' ectoderma, sotto la forma di un sottilissimo strato omogeneo, dopo che son penetrati nel mesoderma gli elementi, che danno origine al tessuto congiuntivo dello stesso. (Tav. I^a, fig. 14 e 15, *mc*). In questo primo momento in corrispondenza al solco dorsale si vede nella sostanza omogenea della tunica esterna un piccolo gruppo di cellule. Quando questo strato omogeneo diviene spesso, la sostanza passa allo strato fibrillare, e si trova in essa una quantità di cellule, che dapprima sono abbondanti, rotonde e disposte per lo più in serie (Tav. II^a, fig. 17 e 19); in seguito divengono molto più rare, e nella S. pinnata non tardano a scomparire del tutto. Nei tagli di individui adulti di questa specie in fatti, la tunica di cellulosa si presenta come una massa tutta fibrificata e senza traccia alcuna di elementi cellulari. Qua e là invece s'incontrano in essa depositi cristallini.

Via via che l' embrione si sviluppa e impiccolisce proporzionalmente la placenta, lo strato trasparente rappresentante la tunica esterna dell' embrione passa a rivestire inoltre la superficie esterna della placenta. Mentre la tunica esterna avvolge così tutto l'embrione e la placenta, è a sua volta ricoperta dalla membrana dell'amnios che forma da per tutto una cassula completa, la quale separa la tunica esterna dal contatto immediato colla superficie interna dell' utero.

Ma donde proviene questa tunica?

L' origine della tunica esterna, o tunica propriamente detta, da cui ha preso nome la classe, alla quale appartengono le Salpe, conosciuta inoltre sotto il nome di Testa o mantello di cellulosa, perchè dà la r eazione di questa sostanza, come venne trovato la prima volta da C. Schmidt. nel 1845 e confermato un anno dopo da

Löwig e Kölliker [1] e quindi dagli altri, è uno degli argomenti più controversi dell'embriologia dei tunicati.

Alcuni autori ritengono questa tunica come una membrana embrionale persistente. Kowalevsky [2] e Kupffer [3] sono concordi nell'ammettere che essa si forma prima di qualunque lavoro embriogenico dalle cosidette cellule gialle o cellule testacee, che per Semper [4] non sarebbero altro che gocciole di sostanza albuminosa, che chiama *gocciole testacee,* e che d'accordo con O. Hertwig [5] non crede abbiano significazione morfologica per l'organismo. Intanto Kowalevsky e Kupffer non sono d'accordo sulla maniera di originarsi le cellule gialle o testacee.

Kowalevsky crede che queste cellule provengono dalla proliferazione delle cellule periferiche della cassula ovarica, le quali immigrano nell'interno del vitellus, d'onde risortono in seguito per produrre la membrana Testa.

Kupffer non crede che le cellule dell'epitelio si distaccano dal follicolo per penetrare nel vitellus, ma invece ritiene che, nelle uova dell'ovajo non ancora fecondate, si produce alla superficie del vitellus per libera formazione cellulare uno strato di piccole cellule cariche di pigmento giallo, che chiama cellule testacee, le quali, dopo il passaggio dell'uovo nell'oviduttо e dopo la fecondazione, danno origine alla sostanza gelatinosa della Testa.

Lacaze-Duthiers [6] si dichiara intanto contrario a Kowalevsky e a Kupffer, ed osserva giustamente che « senza dubbio sarebbe novissimo e molto curioso di vedere una parte dell'animale prodotta dalla cassula del suo uovo, venire a mescolarsi col suo vitellus e poi risortirne (Kowalevsky), o pure essere essudato del vitellus prima di ogni lavoro embriogenico (Kupffer) ».

Per Lacaze-Duthiers la tunica è un prodotto dello strato periferico, di cui non si conosce la formazione; tuttavia egli non ammette che preceda la segmentazione, e molto meno che derivi dalla cassula.

Ma nel 1870 Oscar Hertwig aveva già sostenuto, che la cosidetta Testa o tunica cellulosa è una produzione cuticolare, che passa in tessuto congiuntivo e che dipende come tale dall'epitelio sottostante o epidermide nel vero senso genetico.

Semper viene ora a confermare, che il mantello delle Ascidie è veramente un prodotto dell'epidermide; però contrariamente ad Hertwig che l'avea descritto come un vero tessuto congiuntivo, Semper più logicamente riconosce essere invece una vera formazione epidermoidale.

Gli autori che si sono occupati di questo argomento, dei quali ho esposto brevemente le varie opinioni, hanno fatto le loro ricerche solamente nell'Ascidie. Rap-

(1) Annales des sciences nat. 3 serie, Tom. V, p. 193.

(2) Kowalevsky. l. c.

(3) Kupffer. l. c.

(4) Semper, Ueber die Entstehung der geschichteten Cellulose-Epidermis der Ascidien. Verhandlungen der Würzburger physikalisch-med. Gesellschaft Bd. VIII, pag. 63.

(5) Oskar Hertwig, Untersuchungen über d. Bau u. die Entwicklung des Cellulose-Mantels der Tunicaten, pag. 55, 1870.

(6) H. De Lacaze-Duthiers. Arch. de zool. exp. et gén. Tom. III, N. 4, pag. 588-599.

porto all'origine di questa membrana nelle Salpe, Krohn [1] aveva detto, che l'inviluppo, che ricuopre l'embrione della prole solitaria (utero), *diviene più tardi la tunica esterna del feto;* quindi anche per Krohn il mantello di cellulosa era una membrana persistente.

Leuckart [2] invece ha sostenuto che il mantello esterno delle Salpe rappresenta un prodotto di secrezione, il quale si comporta come una formazione epidermica.

In primo luogo si può escludere, con tutta certezza, l'opinione, che la tunica esterna delle Salpe sia formata prima della segmentazione dell'uovo, e molto più poi, che i suoi elementi provengono dalla proliferazione delle cellule del follicolo ovarico, o dall'utero che inviluppa l'embrione.

Nelle Salpe, come dimostrano le figure 14-15, che rappresentano un taglio dell' embrione della S. pinnata nel momento in cui comincia a formarsi la tunica esterna, e la fig. 31, che rappresenta lo stesso taglio dell' embrione della S. democratica, la tunica esterna non si forma che ad un periodo molto inoltrato dello sviluppo. E non solo il follicolo ovarico come ho detto innanzi, si distrugge e sparisce insieme all' ovidutto senza lasciare traccia alcuna dei suoi elementi, non appena l'uovo segmentato ha raggiunto il luogo definitivo; ma alla formazione della tunica esterna precede molto tempo prima la formazione dell' amnios, il quale esclude qualunque provenienza dal lato esterno, sia dal follicolo (se invece d'essere sparito molto prima dell' epoca in cui comincia a formarsi la tunica vi perdurasse), sia dall'utero, o inviluppo esterno dell'embrione.

Nella prole solitaria delle Salpe si vede chiaramente che questa tunica è una produzione degli elementi stessi del blastoderma. La quistione si riduce solamente a sapere se la tunica di cellulosa sia una produzione cuticolare, dipendente direttamente dall'ectoderma o epidermide, o se invece si forma contemporaneamente al tessuto congiuntivo del mesoderma dagli stessi elementi che danno origine a questo, i quali dotati di movimenti amiboidi potrebbero passare a traverso l'ectoderma.

I risultati, che io ho avuto in proposito dalle mie ricerche, non lasciano dubbio alcuno che veramente anche nelle Salpe la formazione della tunica esterna avviene nella stessa maniera , nella quale Hertwig e Semper hanno trovato avvenire nelle Ascidie, cioè, come una vera produzione dell' epidermide. Io ho potuto avere sotto gli occhi le varie fasi, per le quali passa lo sviluppo di questa membrana , dalla sua primitiva formazione fino alla sua definitiva costituzione.

Ho dimostrato innazi che nelle Salpe l'ectoderma o foglietto esterno è fatto, come nei Batraci, da due strati, l'uno interno e l' altro esterno. Ora nel periodo in cui le cellule cilindriche, che sonosi originate dagli elementi dalla massa germinativa centrale, si dividono, e in mezzo a loro si svolge la cavità generale del corpo, il quale periodo coincide con la scomparsa del disco dorsale e quindi dell' infossamento verso l' interno del rudimento del ganglio cerebrale che si ravvicina alla cavità intestinale primitiva (Tav. I^a, fig. 14), dallo strato esterno dell'ectoderma si segrega la prima sostanza che forma l'origine del mantello di cellulosa , che ap-

(1) Krohn. l. c.
(2) Leuckart l. c. pag. 12.

pare, ad un forte ingrandimento, come uno strato omogeneo sottilissimo e trasparentissimo alla superficie esterna dell'ectoderma. Contemporaneamente, nel solco dorsale che per l'infossamento del rudimento del ganglio cerebrale si presenta molto sensibile, si vede un gruppo di cellule, risultanti dalla moltiplicazione delle cellule prossime dello strato esterno dell'ectoderma, circondato dalla sostanza omogenea segregata. Questa sostanza si mostra anche più sensibile ed il gruppo di cellule più voluminoso, se il taglio è cascato un po più infuori dell'asse verticale, lateralmente al rudimento del ganglio cerebrale (Tav. II[a], fig. 15, *me*). Intanto, guardando in questo primo stadio le cellule dello strato esterno dell' ectoderma, si veggono più ingrandite ed il loro protoplasma divenuto più torbido e granuloso.

Nello stadio che succede a questo (Tav. II[a], fig. 16, *me*) la sostanza segregata diviene molto più abbondante, e in essa si veggono sparse qua e là, o ammucchiate, ovvero disposte in linea, cellule o meglio corpi rotondeggianti e granulosi, che nascono dallo strato esterno dell'ectoderma. In questo stadio si resta veramente convinti, che, come la sostanza segregata, così anche gli elementi morfologici in essa sparsi, provengono dalla scissione delle cellule dello strato esterno dell'ectoderma. Infatti ad un forte ingrandimento (Sistema N.° 10 oculare N.° 3 Hartnack) si vede, come in alcune delle cellule dello strato esterno dell' ectoderma siasi ingrandito ed alterato nella sua forma il nucleo; in altre, ove il fenomeno è più avanzato, si vede che la parte esterna del corpo della cellula sta per dividersi dalla parte interna; e in altre finalmente la parte esterna già staccata va a costituire i corpi rotondi o granulosi che si veggono disseminati nella sostanza omogenea segregata, mentre la parte interna ritorna, al centro nella forma e nel volume primitivo, alle due estremità di questo strato invece passa a formare cellule fusiformi.

Più in là ancora succede uno stadio (Tav. II[a], fig. 17-18, *me*), nel quale la sostanza segregata diviene una membrana elastica omogenea, quindi si restringe nel suo volume, e la prima produzione dei corpi granulosi in essa sparsi spariscono per essersi mano mano trasformati nella stessa sostanza omogenea.

Avviene dopo un'altro stadio caratterizzato da una nuova segrezione di sostanza omogenea, e da un' altra produzione abbondante di elementi morfologici (Tav. II[a], fig. 19, *me*), che non tardano ad organizzare un secondo strato della membrana di cellulosa.

Così per una successiva serie di segrezioni e produzioni di corpi granulosi che si organizzano in strati, ne avviene la definitiva formazione ed accrescimento del mantello esterno, che, nei tagli molto sottili degli individui adulti, si presenta abbondante stratificata o fibrificata (Tav. V[a], fig. 53).

Queste osservazioni sono state fatte nella prole solitaria della S. pinnata, ove naturalmente riesce molto più facile raccogliere i fatti, che non nelle Salpe con nucleo; perchè in questa specie, fra la membrana dell'amnios e la superficie dell'embrione, resta un largo spazio, che lascia depositare liberamente alla superficie esterna dello stesso la sostanza che va a formare il mantello di cellulosa. Tuttavia anche nell' embrione solitario delle Salpe con nucleo, si può verificare alla superficie esterna dell' ectoderma la comparsa della sostanza omogenea del mantello di cellulosa proveniente dal foglietto esterno dell'ectoderma. La membrana dell'amnios, addossata in-

timamente fino allora allo strato esterno dell' embrione, viene ad essere staccata dalla presenza della sostanza di cellulosa, la quale si presenta come uno strato sottile e trasparente posto tra la membrana dell' amnios e la superficie esterna dell' embrione (Tav. III[a], fig. 23, *mc*).

Provato in tal modo che la tunica di cellulosa è una produzione dello strato esterno dell'ectoderma, resta ora a vedersi se debbasi considerare come Hertwig l'ha descritto nelle Ascidie per un tessuto congiuntivo che nasce da un epitelio, o se invece come una vera formazione epidermoidale secondo Semper ha sostenuto.

Basterebbe il fatto della provenienza genetica da un epitelio, per rigettare su tale riguardo l' opinione di Hertwig. Avvegnacchè nello stato attuale delle nostre conoscenze non è permesso di ammettere che un tessuto congiuntivo, nel significato istologico accettato di questa parola, possa provenire da un epidermide. Si aggiunga poi che nella S. pinnata, quando il mantello di cellulosa ha raggiunto lo stadio definitivo, non presenta che qualche raro deposito cristallino in vece di elementi morfologici. Da quanto ho esposto sopra intorno al processo che tiene nella sua formazione, mi pare che potrebb' essere considerato come una serie successiva di strati epidermoidali addossatesi mano mano l' uno sull' altro.

2.° Contemporaneamente alla formazione sulla superficie esterna dell'embrione del mantello di cellulosa, avviene nell'interno della placenta la formazione dei corpuscoli gialli, che Sars ([1]) ha descritto sotto il nome di globi o sfere vitelline (*Dotterkugeln*) e che Vogt e Kowalevsky hanno menzionato dopo sotto il nome di corpuscoli adiposi.

Innanzi ho fatto notare, che le cellule della membrana blastodermica dell'emisfero corrispondente al polo sanguigno, che limita il fondo della cavità placentale, si trasformano in una sostanza finamente granulosa, la quale si dispone in due grandi fasci concentrici che si allontanano l' uno dall' altro, ma che restano riuniti per mezzo di altri piccoli fasci o tratti ramificati in vario senso (Tav. I[a], fig. 14). Mentre dal protoplasma dello strato concentrico interno si formano, come ho detto innanzi, gli elementi congiuntivi del mesoderma, dal fascio concentrico esterno viceversa prendono origine i corpuscoli gialli. Infatti questo fascio aumenta di volume e si solleva fortemente nella cavità placentale, ove mano mano che il suo volume aumenta, viene a suddividersi in un gran numero di fasci secondari, i quali si dispongono in vari sensi, e così si forma una massa granulosa fenestrata, (sostanza granulosa vitellina di Sars) che viene a riempire tutta la cavità della placenta, meno lo spazio corrispondente all'entrata di questa cavità occupato in questo stadio dal bottone ematogene, e una stretta lacuna laterale, che resta sempre in tutta la circonferenza fra questa massa e la parete laterale della placenta fatta dalla membrana germoblastica. Intanto nei fasci di questa massa granulosa si cominciano a designare i corpuscoli gialli, che si rendono via via sempre più distinti, fintantochè poco alla volta si staccano dal luogo, ove hanno avuto origine, e così tutta la massa granulosa si vede convertire in questi corpuscoli. I corpuscoli gialli sono formati da una sostanza finamente granulosa, nella quale se ne trova un'altra a granuli più grossi che dà la colorazione giallognola spe-

([1]) Sars Fauna littoralis Norvegiae (Tav. 8, fig. 45, *b*) Iste Lieferung 1846.

ciale al corpuscolo, e che probabilmente sarà di natura adiposa perchè ha un indice di rifrazione più forte della rimanente sostanza. Hanno la forma rotonda ed un diametro variabile da 0,0111-0,0055 Mm.; sono prive di membrana ed anche di nucleo, e quando questo esiste raramente in alcune, è grande e rotondo, come il corpo che lo contiene. Questo grosso nucleo, che non si vede mai nei corpuscoli gialli giovani, ma solamente in alcuni di una certa età, si deve ritenere come la parte più interna dello stesso protoplasma, che allorquando sotto l'azione della corrente sanguigna della madre i corpuscoli gialli sortono fuori della cavità della placenta, e percorrono i vasi della stessa, cominciano a frazionarsi per quindi disgregarsi e dissolversi interamente.

I corpuscoli gialli delle Salpe adunque non provengono dalla proliferazione della cellule del follicolo, nè si formano dal vitello prima che l' uovo fosse fecondato e segmentato, nè si possano ritenere per semplici gocciole di sostanza albuminosa; ma invece nascono molto tempo dopo la formazione della vescicola blastodermica, dagli elementi di una parte della sua parete, che si trasformano dapprima in una sostanza granulosa (*feinkörnige Dotter* di Sars), nella quale prendono origine, e presentano una struttura non tanto semplice come sarebbero le gocciole di sostanza albuminosa di Semper (Tav. II.ª, fig. 17, *mg*, *cg*).

Ma qual'è la destinazione loro? Su questo riguardo le mie osservazioni concordano pienamente con quanto Hertiwig e Semper hanno trovato nelle Ascidie, cioè mano mano che si formano sortano fuori della cavità placentale e vengono trasportati nei vasi della madre ove si dissolvono ; quindi non prendono parte in nessun modo alla formazione dell'embrione, ed in ispecie del Mantello, e non hanno nessuna significazione morfologica. Si vede infatti come nessuna via, durante il lungo periodo del loro sviluppo, nè interna nè esterna, mette in comunicazione la cavità della placente con l'opposto embrione; ed invece ne' grandi tagli, ne' quali l'embrione con il suo organo placentale resta in posto nella cavità dell'utero (Tav. II.ª, fig. 17) si scorge la comunicazione dei vasi dell'utero con la cavità della placenta e si veggono i corpuscoli gialli nei vasi di quest'ultimo organo e del suo peduncolo , ove si presentano molto granulosi ed alcuni disgregati.

Le cellule o corpuscoli gialli però hanno forse la proprietà, durante la loro dimora nella cavità della placente, di segregare una sostanza omogenea e trasparente, se puossi attribuire a loro e non ad altri elementi quella sostanza trasparente, che ad un certo periodo si scorge attaccata alla parete di quest'organo (Tav. II.ª, fig. 17, *sc*).

VI.° — *Formazione e struttura del ganglio cerebrale, dei nervi e degli organi de' sensi.*

1.° Quando lo strato interno dell'ectoderma, in corrispondenza al polo, nervoso si stacca dallo strato esterno per introflettersi nella massa germinativa centrale, si forma sul polo, come ho fatto notare, l'infossamento o solco dorsale (Tav. I, fig.10), che rappresenta la così detta nota primitiva. Dopo la formazione della cavità d'invaginazione, mentre le cellule della massa germinativa centrale, che circondano il collo d'invaginazione, prendono la forma cilindrica, e si dispongono a disco; ai lati dell' apertura d' invaginazione (ano di Rusconi o bocca primitiva), che a quest' epoca è ridotta alla

sua più semplice espressione, appariscono due piccoli tubercoletti, che rappresentano il primo indizio del ganglio cerebrale. Sono rimasto nel dubbio se questi due tubercoletti, ciascuno dei quali risulta composto da quattro a sei grosse cellule nucleate, nascono dalla parte dello strato interno dell' ectoderma (foglietto sensoriale), che attornia l'apertura d'invaginazione, o se dalla parte corrispondente dello strato esterno. Appena però formati risiedono in una cavità sottostante al solco dorsale, la quale viene limitata, internamente ed ai lati, da due specie di lamine dorsali, che nascono ugualmente dallo strato interno dell'ectoderma, e, riunendosi alla parte interna, chiudono uno spazio concavo aperto largamente all'esterno, e riempito dai due tubercoletti sopra cennati. Nell'apertura, che resta dal lato esterno fra le due lamine dorsali, si avanzano le cellule corrispondenti dello strato esterno (foglietto corneo), le quali vengono a ricoprire i due cennati tubercoletti (Tav. I^a, fig. 12 e 13, *gc*).

In principio, quando il disco dorsale sottostante al rudimento del ganglio è formato ancora da cellule cilindriche, si trova ai lati delle lamine dorsali una serie di cellule provvenienti dalla massa germinativa centrale, le quali prendono anch'esse la forma più o meno cilindrica (Tav. I^a, fig. 12). Ma quando le cellule del disco ricevono l' ulteriore divisione e divengono più piccole e cubiche, questa serie di cellule, esterna alle lamine dorsali, sparisce (Tav. I^a, fig. 13). Ho detto innanzi che il disco dorsale ha una durata fugacissima; quando esso scompare il rudimento del ganglio cerebrale s'infossa, e viene a prendere il posto occupato prima dal disco (Tav. I^a, fig. 14, gc). In questo momento i due tubercoletti sopra descritti, per la successiva multiplicazione e impicciolimento de' loro elementi, si fondono in uno, e le due lamine dorsali, sparita l' apertura, si trovano ravvicinate e saldate insieme. Così nasce un corpo sferico impari, mediano e simmetrico, formato, internamente di piccole cellule cubiche originate dalle grosse cellule de' due primitivi tubercoletti; esternamente dalle grandi cellule cilindriche, derivate dalle lamine dorsali. Questo corpo rappresenta il rudimento del ganglio cerebrale. Esso resta ancora aderente, dal lato esterno, allo strato interno dell' ectoderma, dal quale ha preso origine, che vi si ripiega su di lui; e dal lato interno, mercè il collo d' invaginazione, alla parete della cavità di questo nome o entoderma (Tav. I^a, fig. 14, *gc*).

Successivamente a questo stadio, mentre da un canto cresce il rudimento del ganglio cerebrale, e prende un largo sviluppo la cavità d' invaginazione; si distruggono d' altro canto gli elementi, che formano il collo d' invaginazione, e quindi quest' organo sparisce. Allora il rudimento del ganglio cerebrale si distacca tanto dall'entoderma, quanto dall'ectoderma, e per la irregolarità che prende nel suo sviluppo la sottostante cavità d' invaginazione, viene cacciato lateralmente (Tav. II^a, fig. 16, *gc*) fintanto che viene a porsi sullo stesso piano orizzontale della stessa cavità intestinale primitiva (Tav. II^a, fig. 17, *gc*). Quando è giunto in questo sito la massa del ganglio cerebrale è grandemente accresciuta per la successiva proliferazione de'suoi elementi, ed è sparita ogni traccia di distinzione fra la parte interna, proveniente dai due tubercoletti e la parte esterna, formata dalle lamine dorsali. Dopo però, mano mano che la cavità intestinale primitiva comincia a dividersi in cavità respiratoria ed in cavità intestinale definitiva (Tav. II^a, fig. 18, *gc*), il rudimento del ganglio riprende la via del polo, ove si viene nuovamente e stabilmente a collocare, non appena l' intestino abbia aderito al

filetto branchiale, e si sia collocato insieme a questo nella cavità respiratoria. In questo momento (Tav. II^a, fig. 19, *gc*) nella parte inferiore delle cellule, che formano la sua massa, appare una fessura leggermente arcuata e disposta trasversalmente, per la quale si converte in vescicola cerebrale. Però le sue cellule non hanno perduto ancora il carattere embrionale; cioè, sono piccole, rotonde o cubiche, ed hanno un nucleo proporzionalmente grande.

Più tardi quando l'embrione si enuclea, quantunque perduri qualche tempo ancora attaccato alla madre, mostra tuttavia distinti i suoi organi, e comincia a funzionare la cavità respiratoria per essersi già stabilite le due aperture di ingestione ed egestione. Allora, verso la fine della vita embrionale la cavità della vescicola cerebrale sparisce, le cellule interne si trasformano in una massa porosa o granulosa che voglia dirsi, e le cellule esterne crescono invece e si ramificano, dando origine in tal modo alle cellule nervose, che formano lo strato corticale del ganglio cerebrale.

Contemporaneamente alla formazione delle cellule nervose appariscono quasi ad un tratto i nervi, che s'irradiano dal ganglio cerebrale nei diversi organi, in cui vanno a distribuirsi.

Un momento prima della formazione delle cellule nervose, sulla parte superiore del ganglio, un gruppo delle sue cellule si carica di pigmento rosso-giallo. Queste cellule pigmentate, insieme ad altri elementi della vescicola cerebrale, vanno a formare mano mano l' organo visivo; mentre successivamente ai lati della parte inferiore appariscono le due vescicole uditive. È interessante di studiare tanto la struttura del ganglio, la quale mette fuori dubbio la sua vera significazione morfologica, e la struttura dei nervi; quanto quella dell' organo visivo e delle vescicole uditive.

Sia nei tagli trasversi come nei tagli longitudinali, il ganglio cerebrale si mostra formato da due sostanze (Tav. IV^a, fig. 38, *sm*, *sc*): una sostanza occupa la parte centrale, e presenta l'aspetto di una massa granulosa o molecolare (*sm*), la quale viene circondata alla periferia dall' altra sostanza, che occupa la parte corticale del ganglio, e che viceversa viene costituita dalle cellule nervose (*sc*). Ad un forte ingrandimento (Hartnack sistema N° 10, oculare N° 3), la sostanza centrale presenta l'aspetto poroso come la nevroglia del cervelletto de'mammiferi, e si veggono, come in questa, alcuni rari nuclei vescicolosi qua e là sparsi (Tav. IV^a, fig. 39). Allo stesso ingrandimento (Tav. IV^a, fig. 40) le cellule nervose, che fanno lo strato corticale si veggono ramificate o provviste di prolungamenti, come le cellule nervose del midollo spinale de' vertebrati, e come queste hanno un corpo protoplasmatico dal quale si partono i prolungamenti, ed un nucleo vescicoloso provvisto di un nucleolo omogeneo e risplendente. Alcune cellule par che abbiano un sol prolungamento; ma il maggior numero ne presenta da due a tre. Uno di questi prolungamenti è lunghissimo, mentre gli altri viceversa sono corti. I prolungamenti lunghissimi, cui son provvisti queste cellule, sortono al di fuori del ganglio per riunirsi in varî fasci nervosi.

2.° Il maggior numero di questi fasci nervosi, non appena sortiti dal ganglio, si riuniscono in due o tre in maniera plessiforme, per formare fasci nervosi più grandi. Così si hanno un numero di paja di fasci nervosi di varia grandezza, le quali rappresentano altrettanti paia di nervi. Il numero e la distribuzione di queste paia di nervi

presenta una grande varietà non solo da una specie all'altra, ma benanco da una forma all'altra della stessa specie. Per avere una prova di descrizione della distribuzione di questi nervi io rimando alla memoria di Leuckart ([1]), il quale ha descritto minuziosamente la distribuzione de' nervi della S. fusiformis. Noterò qui intanto, che i due nervi, i quali costituiscono il paio, che sembra distribuirsi alla parte anteriore del filetto branchinale, che secondo Leuckart sarebbe l' undicesimo o ultimo paio, e si distinguono da tutti gli altri nervi per la grande sottigliezza dei loro rami, presentano alla origine un piccolo ganglio per ciascheduno, variabile per forma e per grandezza negli stessi individui, ma costante sempre, almeno nelle specie da me ricercate in proposito (S. pinnata, S. Maxima), quantunque fosse sfuggito fin qui all' osservazione degli altri anatomici.

Per riconoscere distintamente questi due piccoli gangli, non che le cellule ganglionali che li costituiscano, si debbono colorire i preparati con l' acido osmico o con il cloruro d'oro; quindi basta di togliere con le cesoja quella parte della parete del corpo, che contiene il ganglio cerebrale, e di estenderla dopo sul portoggetti preparandola nella maniera solita, per vedere ad un mediocre ingrandimento i due ganglietti innanzi cennati, situate sulle parti laterali del grosso ganglio cerebrale (Tav. IV[a], fig. 37, *gn*). Se si adopera invece un forte ingrandimento si veggono con la massima chiarezza, le cellule ganglionari (le quali hanno la forma ovalare, un protoplasma contenente grosse granulazioni ed un nucleo vescicoloso con un nucleolo omogeneo e risplendente) aggruppate in vario modo sul traggitto delle fibre nervose. Si nota inoltre, come alcune cellule ganglionari vengono traversate dalle fibre del fascio nervoso (Tav. IV[a], fig. 41).

Ma i nervi delle Salpe si debbono, per la lora struttura istologica, ritenere per fibre nervose primitive, come ha sostenuto Leuckart?

In primo luogo faccio notare, come Leuckart sia caduto nell' errore di credere, che i nervi delle Salpe siano fibre pallide con una guaina spessa ed un contenuto finamente granuloso, e che nemmeno una volta, neanco nei tronchi di questi nervi, si può distinguere segno alcuno di fibrificazione. Certamente Leuckart non ha avuto ad esaminare che nervi di Salpe conservate nello spirito di vino e quindi alterate e ridotte ad una sostaza granulosa. Ma esaminando questi nervi nell'animale vivente, il quale per la trasparenza della parete del suo corpo si presta a meraviglia quando è specialmente molto giovine, o a fresco, senza giunta d'altro liquido tranne quello proprio dell'animale o l'acqua di mare, ovvero coloriti coll'acido osmico, si vede con chiarezza sorprendente, come questi nervi, i quali hanno un diametro non più grande delle fibre nervose, midollari de' vertebrati, sono formati da un fascio di piccole fibre nervose che hanno un diametro eguale alle così dette fibrille del cilindraxis. Se veramente ciascun nervo delle Salpe fosse da riguardarsi come una fibra nervosa primitiva, sarebbe la prova più brillante in sostegno della teoria di Max Schultze sulla composizione del cilindraxis, che io ([2]) ho confutata negli ultimi anni e che

([1]) Leuckart l. c. pag. 19.

([2]) Todaro. Sulla struttura dei plessi nervosi. Roma 1872.

oggi non ritiene più neppure Boll [1], il quale si è formalmente dichiarato in favore dell'opinione da me sostenuta.

Egli è però che ciascuno di questi nervi non rappresenta una fibra nervosa primitiva, ma invece un fascio di piccole fibre nervose primitive, avvegnachè debba considerarsi come tale ognuna di queste piccole fibre, che compongono i nervi delle Salpe. La prova di quanto affermo sta in ciò, che ogni fascio o tronco nervoso non promana da una sola cellula nervosa, ma invece nasce da altrettante cellule nervose, quante sono le piccole fibre, o fibrille, se vogliamo anche così chiamarle, che si contengono in ciascun nervo delle Salpe. Ciascuna di queste fibrille è perfettamente omogenea e pallida allo stato fresco, mentre nello stesso acido osmico si altera un poco e diviene legermente granulosa. Le fibrille che compongono il fascio nervoso si distruggono nell'alcool o in altri liquidi perdendo ogni forma e riducendosi tutte in uno stato granuloso, nel quale stato sembra fossero osservate da Leuckart.

I nervi delle Salpe formano, durante il loro decorso e prima di terminarsi, vari plessi nervosi. Nei plessi nervosi, che s'incontrano nel corso de'nervi, le divisioni e le anastomosi sono apparenti, cioè: sono divisioni ed anastomosi del nervo, e non delle fibrille nervose, che lo compongono. Nei plessi nervosi periferici viceversa, ove i rami si presentano omogenei, si vede l' anastomosi delle fibrille in tronchi omogenei, e la divisione di questi tronchi omogenei in fibrille, che vanno a formare le reti periferiche o terminali; la qual cosa mi conferma nella teoria, che in opposizione a quella di Schultze, da più anni ho professato sopra le fibre nervose.

Come si terminano le fibre nervose? La terminazione de'nervi di senso è una delle cose più difficili a mettere in chiaro nelle Salpe, per l'estrema sottigliezza e grande pallidezza, che assumono le fibrille prima di terminarsi. Anche adoperando l'acido osmico o il cloruro d'oro si resta sempre indecisi. Secondo C. Vogt, nella tunica interna, le fibre di senso si terminerebbero in capsule piriforme piccolissimi e trasparentissimi. Ho veduto queste piccole capsule piriforme descritte da Vogt, ma sono rimasto sempre indeciso se stiano in congiunzione colle fibre nervose, o se invece non siano che semplici corpuscoli congiuntivi. Sulle labbra, che limitano la bocca respiratoria, si trovano, come ha fatto osservare Leuckart, cellule pallide e granulose con nucleo e prolungamenti, che forse si possono ritenere come cellule nervose terminali. Infatti nei preparati coloriti coll'acido osmico, sembra che stiano in connessione colle fibre nervose.

Non è meno difficile a mettersi in chiaro la terminazione de'nervi nei muscoli. Nei preparati coloriti coll'acido osmico in prossimità al luogo, ove gli archi muscolari, provenienti dal lato destro e dal lato sinistro, si riuniscono sulla linea mediana della faccia dorsale per una specie d'ingranaggio, si vede che il nervo prima di penetrarvi si sfiocca in un largo pennello di fibrille, che ha l' aspetto a prima giunta di una placca terminale. Alcune di queste fibrille si dividono e si anastomizzano fra loro, formando una rete nervosa sulla superficie delle fibre muscolari, e quindi fra una fibra muscolare e l'altra. In quali rapporti stia questa rete nervosa con la sostanza contrattile, è difficile e quasi impossibile di poter dimostrare.

[1] Boll. Le vescicole di Savi della Torpedine - Vedi innanzi pag. 385.

Altre di queste fibre, nelle quali si è sfioccato il nervo al momento di penetrare nel muscolo, si ricompongono nuovamente in fascio all'uscita dello stesso, e così si portano nei muscoli che succedono.

3.° Gli organi de'sensi si trovano in stato rudimentale alla periferia del ganglio cerebrale.

L' organo della visione, che fu riconosciuto la prima volta con sicurezza da Milne Edwards (1), è situato sulla faccia superiore del ganglio cerebrale, e presenta una grande varietà, a secondo le specie ed anco a secondo la prole, tanto nella sua forma, quanto nella distribuzione del suo pigmento. Nella S. fusiformis l' organo oculare è piriforme e sta adeso al ganglio col suo peduncolo; nella S. maxima invece ha la forma sferoidale; mentre nella S. pinnata è a forma di ferro di cavallo; in quest' ultima specie si attacca al cervello per le due estremità, che si presentano rigonfiate a clava restando sollevato nel mezzo. Nella prole aggregata della Salpa pinnata, oltre de'due rigonfiamenti laterali, presenta un terzo rigonfiamento nella parte mediana.

Qualunque sia la forma sotto la quale si può presentare l'organo oculare esso è fatto: 1° da una capsula esterna elastica e trasparente; 2° da uno strato di cellule cilindriche e cellule a bastoncello, *strato de' bastoncelli*; 3° da uno strato di cellule cariche di pigmento rosso, che formano il cosidetto *tapetum*. Nella prole aggregata della S. pinnata questi due strati, lo strato de'bastoncelli ed il *tapetum*, si presentano solamente nelle parti rigonfiate, mentre, fra un rigonfiamento e l'altro, non si vede che uno strato formato di cellule cilindriche (Tav. IV^a, fig. 43).

L'organo uditivo delle Salpe viene rappresentato da due vescicole rudimentali, che furono notate la prima volta in tutte due le prole da H. Müller (2), e che si trovano attaccate immediatamente nella faccia inferiore del ganglio cerebrale, una al lato destro e l'altra al lato sinistro. Hanno la forma ovale leggermente schiacciate nel centro della faccia esterna, per ove sorte un lungo canale strettissimo, che va ad aprirsi nella cavità respiratoria, accanto all'inserzione anteriore del filetto branchiale. Per mezzo di questo lungo canale, cui ciascuna vescicola è provvista, la cavità di esse è messa in comunicazione diretta colla cavità respiratoria. Tanto la vescicola, come il suo canale, risultano da una membrana elastica tapezzata internamente da un epitelio (Tav. IV^a, fig. 44). L'epitelio che tapezza il fondo della vescicola uditiva, aderente al cervello, è composto di lunghe cellule cilindriche, che fanno una specie *crista acustica* (*ca*); mentre l' epitelio del resto della vescicola, come quello del canale, è formato da piccole cellule cubiche.

Sull'estremità anteriore della faccia inferiore del ganglio cerebrale, ho veduto, nella S. pinnata, attaccato inoltre una piccola eminenza tubercolare impari e mediana, che si dirige in basso verso la fossa ciliata della cavità respiratoria, con la quale probabilmente è in comunicazione. Questa piccola eminenza tubercolare è formata di cellule cilindriche e potrebbe rappresantare l'organo olfativo.

Ma il ganglio cerebrale, e gli organi rudimentali de' sensi, che ora abbiamo

(1) Milne Edwards — Observat sur les Ascid. compos. p. 55.
(2) H. Müller l. c.

descritto, qual lato occupano dell' animale? Occupano il lato dorsale o il lato ventrale, come ha sostenuto recentemente K. E. v. Baer (1)?

La divergenza sulla determinazione di questi due lati comincia con i primi lavori fatti sulle Salpe. Ma fino a pochi anni or sono, la determinazione loro non aveva tutta quella importanza, che ha assunta oggi; imperocchè prima se ne faceva sopratutto una quistione di descrizione, ed oggi invece è divenuta quistione gravissima per stabilire l'omologia fra questi animali ed i vertebrati.

Sul principio di questo secolo Cuvier (2) aveva stabilito per lato dorsale, quello, nel quale trovasi il nucleo viscerale, e quindi per lato ventrale l'opposto. Il primo, che si dichiara contrario al modo di vedere di Cuvier, è Chamisso (3), il quale chiama lato dorsale quello, che da Cuvier era stato detto ventrale, e viceversa. La maniera di determinare i lati secondo Chamisso viene accettata in seguito da quasi tutti gli altri, specialmente in Germania, dopochè venne trovato da Meyen (4), e da Quoy e Gaimard (5) nel lato detto dorsale da Chamisso il ganglio, che era sfuggito all'attenzione di Cuvier e di Chamisso stesso, e sopratutto dopochè Milne Edwards (6) descrisse attaccato alla superficie superiore del ganglio l' organo oculiforme, ed H. Müller (7) le vescicole uditive sulla superficie inferiore dello stesso.

Intanto v. Baer vorrebbe far rivivere l'opinione di Cuvier, ed intende dimostrare, che veramente il lato dorsale delle Salpe è quello, che porta il nucleo viscerale; dapoichè questo lato, secondo lui, corrisponde al lato dorsale de' Molluschi e specialmente degli Eteropodi, nei quali, il nucleo viscerale (che egli crede identico al nucleo viscerale delle Salpe) si trova situato sullo stesso lato, in cui si trova una testa ben formata e chiaramente limitata, che porta eziandio occhi mobili e due tentacoli, contiene le vescicole uditive e nasconde una lingua con una serie d'uncini.

Ammesso che il nucleo viscerale delle Salpe sia identico al nucleo viscerale de' Molluschi, come par che sia; non avviene la conseguenza che, perchè in questi si trova situato sul dorso, nelle Salpe non si possa trovare situato come è la regola generale sul lato ventrale. In altri termini io non credo che noi possiamo chiamare lato dorsale, il lato inferiore delle Salpe sol perchè vi troviamo il nucleo viscerale, che nei Molluschi occupa il lato dorsale, mentre poi la parte centrale del sistema nervoso la troviamo al lato opposto. Quando noi riduciamo il tipo de' vertebrati al loro piano morfologico fondamentale qual'è il concetto che ci formiamo?

Ci formiamo il concetto di due grandi cavità generalmente parallele, l'una contenente i centri degli organi di relazione, che chiamiamo perciò cavità animale, e l' altra contenente invece gli organi principali della nutrizione e della riproduzione,

(1) Baer. — Entwickelt sich die Larve der einfachen Ascidien in der ersten Zeit nach dem Typus der Wirbelthiere? Mémoires de l'Academie imp. des sciences de St. Pétersbuorg VIIª Serie Tom. XIX, N.º 8.

(2) Cuvier l. c.

(3) Chamisso l. c. p. 2.

(4) Meyen l. c. pag. 395.

(5) Quay e Gaimard. — Oken's Isis 1836 p. 113.

(6) Milne Edwards l. c.

(7) H. Müller — Zeitschr.

che chiamiamo cavità vegetativa; il lato del tronco corrispondente alla cavità vegetativa lo diciamo ventre *(Gastraeum)* o lato ventrale, quello corrispondente alla cavità animale, lo diciamo dorso o lato dorsale *(notaeum)*. Fra l'uno e l'altro e più ravvicinato al dorso si trova la corda dorsale. Dunque nel determinare il lato dorsale ed il lato ventrale d'un vertebrato ci riferiamo sempre alle due diverse cavità splacniche, o meglio all' importanza e significazione diversa degli organi, che in loro si contengono. In un vertebrato, il lato dorsale corrisponde agli organi centrali nervosi, ed il lato ventrale viceversa agli organi digestivi, respiratori, al centro della circolazione ed agli organi genitali.

Nelle Salpe noi non abbiamo le due grandi cavità splacniche, ma abbiamo la distribuzione degli organi secondo questo alto tipo dei vertebrati; cioè da un lato abbiamo situato l' organo centrale nervoso insieme agli organi rudimentali de' sensi, e dal lato opposto il filetto respiratorio, l' intestino, il testicolo ed il cuore. Chiamiamo a buon dritto il primo lato dorsale, ed il secondo lato ventrale. In quanto ai molluschi diciamo, che essi invece non arrivano a quest' alto tipo d'organizzazione, dapcichè l' intestino e la testa quantunque ben limitata, restano nello stesso lato del nucleo viscerale. Che poi il ganglio cerebrale abbia tutto il significato di un organo nervoso centrale o di un cervello rudimentale, ce lo dimostrano: 1° la sua funzione che fa da centro a tutti i nervi dell' animale; 2° i rapporti che esso ha con gli organi rudimentali de' sensi; 3° la sua struttura, la quale non ha riscontro con nessuno de' gangli periferici fin qui conosciuti, ma invece ricorda quella del cervello de' vertebrati. Avvegnacchè come innanzi ho dimostrato, è formato da due sostanze: una centrale d'aspetto mollecolare o poroso; l'altra corticale, composta di cellule nervose ramificate, e perciò analoga alla sostanza corticale del cervello de' vertebrati. Si aggiunga a questo che nelle stesse Salpe si trovano in connessione, con questo organo centrale nervoso, due ganglii che hanno struttura veramente tale, e che stanno annessi all' undicesimo paio, simile a quei ganglii che posseggono alcuni nervi craniani de' vertebrati. 4° Infine il modo come questo ganglio cerebrale si sviluppa e la presenza di una cavità, che in certo periodo di sviluppo in esso si mostra, ci mettono fuori dubbio sulla sua vera significazione morfologica di cervello rudimentale.

VII.° *Sviluppo della cavità respiratoria, dell' intestino e del filetto branchiale, dell'endostilo e della fossa ciliata.*

1.° Dopo la scomparsa del collo d'invaginazione, la cavità intestinale primitiva si chiude completamente. Le due specie di ventricoli, o le due metà laterali allargate di questa cavità, già un pò irregolarmente sviluppate fin da principio, manifestano a quest'epoca una differenza molto notevole. Infatti a quest'epoca, metà della cavità intestinale primitiva si trova molto sviluppata e riempita di un abbondante quantità di materia nutritiva (vitellina), nella quale si trovano sparsi alcuni nuclei (Tav. II^a, fig. 16, *mn*). L'altra metà invece si è atrofizzata, e quindi si presenta ristretta moltissimo, specialmente nella parte ov'essa si continua ancora con la metà sviluppata. Però questa parte, la quale viene ad essere posta ancora tra il ganglio cerebrale e il resto del bottone vitellino, a quest'epoca anch'esso molto atrofizzato, si è pre-

sentata sempre più ristretta, fin dal momento, in cui la cavità intestinale primitiva ha preso la forma della ⅃ rovesciata.

Nello stadio che succede a questo (Tav. II[a], fig. 17, *cv*) quando il bottone vitellino è sparito interamente, sparisce contemporaneamente a lui la metà atrofizzata della cavità intestinale primitiva; ed il ganglio cerebrale, aumentato invece di volume, viene ad occupare il posto di questa, e quindi a porsi, come ho detto innanzi nello stesso piano orizzontale della metà sviluppata, che ora rappresenta tutta la cavità intestinale primitiva. Ridotta così, essa presenta una forma regolare un pò allungata nel senso verticale e non occupa più il centro, ma la parte laterale.

A questo periodo la cavità generale del corpo, ridotta anch'essa alla metà corrispondente alla parte della cavità viscerale sviluppata, si presenta in forma circolare in mezzo alla lamina fibrosa intestinale e alla lamina fibrosa cutanea, che separa nettamente, meno un punto, ove queste due lamine sono riunite tra loro per un piccolo tratto, che forma una specie di mesenterio (Tav. II[a], fig. 17).

2.° Successivamente tutto l'embrione comincia a delinearsi più distintamente, allungandosi e ricurvandosi su se stesso (Tav. II[a], fig. 18); allora la cavità viscerale primitiva si allunga nel senso della lunghezza dell'embrione, e nel luogo, opposto al cervello che ancora è situato lateralmente, la cavità intestinale primitiva fa un'estroflessione a mò di vescicola. Per questa estroflessione la cavità intestinale primitiva si viene a dividere in cavità respiratoria (Fig. 18, *cr*), ed in cavità intestinale definitiva (Fig. 18, *in*), che viene rappresentata dalla vescicola estroflessa. Contemporaneamente al lato interno della estroflessione vescicolare, che va a formare l'origine dell'intestino, l'entoderma s'introflette nella cavità respiratoria per formare l'origine del filetto branchiale o respiratorio (Fig. 18, *fb*). Fra l' introflessione dell' entoderma, che rappresenta il rudimento dell'organo branchiale, e la parete corrispondente al ganglio cerebrale, si forma un' altra vescicola, che resta in comunicazione con la cavità respiratoria e che rappresenta la vescicola della cloaca (fig. 18, *c*), la quale per conseguenza è formata anch'essa dall' entoderma come la vescicola dell'intestino e la cavità respiratoria, e non dall'ectoderma, col quale non si mette in comunicazione, che molto tardi, dopo cioè che si è stabilita la cavità di egestione.

L'intestino ed il filetto branchiale nella prole solitaria della S. pinnata si sviluppano contemporaneamente, percorrono le medesime fasi e fin dalla loro origine si trovano accollate insieme. Più tardi, quando l'introflessione dalla quale si sviluppa il filetto branchiale, prolungandosi nella cavità respiratoria, si viene a saldarsi colla sua estremità all'altro punto della parete corrispondente al ganglio cerebrale, rientra nella stessa cavità l'estroflessione, che ha dato origine all'intestino, il quale viene quasi trascinato dall'organo branchiale, e prolungandosi ugualmente come il rudimento di questo, cui sta accollato e parallelo, si porta fino in prossimità della sua estremità anteriore sottostante al ganglio. In questo stadio e in quelli successivi, l'intestino ed il filetto branchiale rappresentano due cilindri accollati insieme come due canne di un fucile, che traversano liberamente la cavità respiratoria.

Nella prole solitaria delle Salpe con nucleo viceversa il filetto branchiale ha uno sviluppo più precoce dell'intestino. Infatti come si vede nella figura 24 (Tav. III[a]), che rappresenta un taglio della prole solitaria della S. runcinata nel periodo in

cui il filetto branchiale è già molto avanzato nel suo sviluppo, l'intistino si trova appena nei primordi della formazione, e, più che la forma definitiva, conserva ancora la forma di una vescicola estroflessa dalla grande cavità cui deriva (*in*). Nelle forme solitarie delle stesse specie con nucleo, l'intestino prende origine alquanto al di sotto della radice del filetto branchiale, dal quale rimane indipendente; quindi invece di prolungarsi insieme a questo, come nella prole solitaria della S. pinnata, col successivo sviluppo si avvolge più volte su se stesso, e va a formare un nucleo, il nucleo viscerale, che resta nel posto stesso, nel quale si è originato.

L'intestino è formato istologicamente da due strati uno interno epiteliale composto da una semplice serie di grandi cellule cilindriche, le quali hanno un colorito giallognolo e non presentano in nessuna parte ciglia vibratili; l'altro esterno fatto dal tessuto congiuntivo, nel quale si trova scavata una ricca rete di lacune vascolari.

Il filetto branchiale e l'intestino sono formati entrambi dall' entoderma e dal mesoderma, ma in senso inverso e con diversa importanza. L'entoderma forma la parte attiva, glandolare o epiteliale dell'intestino; mentre il mesoderma forma la parte esterna o fibrosa. La parte essenziale del filetto branchiale, nella quale si sviluppano i vasi sanguigni, è formata dal mesoderma; e la parte esterna ed accessoria, che dà luogo alla formazione di fasci trasversali di cellule con grossi cigli vibratili, è formata dall'entoderma.

L'intestino nelle Salpe con nucleo, avvolto su se stesso, forma da solo nella prole solitaria il nucleo viscerale; mentre nella prole aggregata nel nucleo viscerale si trovano chiusi insieme l' intestino ed il testicolo, nei vari modi che in principio di questa memoria ho esposto. Nella S. pinnata invece l' intestino è esteso, ma non occupa sempre lo stesso luogo. Nella prole solitaria si trova esteso nella cavità respiratoria insieme al filetto branchiale, quindi libero e staccato dalla parete di questa cavità (Tav. III[a], fig. 30). Nella prole aggregata invece, decorre nella spessezza della parete ventrale lungo la linea mediana accanto al testicolo, che lo separa dall'endostilo, al quale è parallelo (Tav. III[a], fig. 32). Nella S. pinnata oltre alle due aperture, la bocca e l'ano intestinale, si distingue una prima parte molto breve e ristretta, che si può rappresentare come esofago, a cui siegue una seconda parte, che rappresenta il tratto intestinale. Nel luogo, ove il tratto intestinale si unisce all' esofago, si trova un appendice, semplice nella prole aggregata doppia nella prole solitaria, la quale è stata significata da H. Müller come fegato. Quest'appendice è formata da un'estroflessione a dito di guanto del tratto intestinale stesso, e il lume ch' essa presenta è così stretto, da impedire la penetrazione delle materie alimentari, come lo stesso H. Müller ha fatto rilevare. Quest'appendice non potrebbe invece rappresentare il rene?

Nelle Salpe con nucleo esiste ancora l'appendice che rappresenta la suddetta glandola intestinale, la quale presenta i suoi elementi molto più sviluppati, e si trova come sepolta fra le circonvoluzioni dell'intestino. La bocca e l'ano dell'intestino, si aprono entrambi nella cavità respiratoria: la bocca corrisponde in tutte le specie all' estremità posteriore delle pliche ventrali e nella S. pinnata si vede evasata e conformata ad imbuto. L'ano sbocca in quella parte della cavità respiratoria che vien detta cloaca. Nella S. pinnata l'ano intestinale si viene ad aprire in avanti.

Leuckart dice che nell' intestino non si trovano fibre musculari, ed infatti nei tagli trasversi, non ne appariscono; però, guardando in superficie un lembo, nell'intestino di un giovanissimo individuo della prole aggregata della S. pinnata colorito coll'acido osmico, ho potuto vedere una sottilissima membrana, formata da fili rettilinei vicinissimi gli uni agli altri, che potrebbero rappresentare le fibrille muscolari. Queste fibrille muscolari darebbero spiegazione delle contrazioni attivissime della parete dell'intestino, per le quali progredisce e viene espulsa al di fuori la materia intestinale.

Il filetto respiratorio o branchiale, che sotto forma di un laccio cilindrico traversa la cavità respiratoria di basso in alto e da dietro in avanti, quando ha completato il suo sviluppo, presenta nel centro, in tutta la sua lunghezza, un grande canale vascolare scavato nella sostanza congiuntiva, al quale fanno capo un gran numero di piccoli vasi, che formano una rete in tutta la periferia, i rami principali della quale decorrono sotto lo strato dei fasci epiteliali trasversali. Questi poggiano sopra una membrana anista, e sono formate da piccolissime cellule, che stanno fortemente impiantate in questa membrana, ciascuna delle quali porta un grosso ciglio vibratile che veramente si può dire colossale.

3.° Dopo la formazione del filetto branchiale e dell' intestino, apparisce, lungo la linea mediana della parete ventrale della cavità respiratoria, un organo particolare comune a tutta la classe de'tunicati che è stato chiamato da Huxley (1) endostilo, il quale trae la sua origine dell'entoderma. Huxley e Leuckart distinguono l'endostilo, dal solco ventrale, designato già da Cuvier come una fissura longitudinale in mezzo alle due pliche che fa dal lato interno la parete ventrale. Per Leuckart il solco ventrale e l'endostilo restano divisi da una sottile lamina cellulare, che converte l'endostilo in un canale, aperto solamente nell'estremità anteriore, ove manca questa lamina ed ove per conseguenza l'endostilo si sbocca nel solco ventrale. In questi ultimi tempi l'opinione di Leuckart è stata sostenuta da Gegenbauer (2) e da Kupffer (3).

Intanto la presenza di questa lamina cellulare o setto divisorio, fra il solco ventrale e l'endostilo, è stata negata recisamente da R. Hertwig (4), almeno per l'Ascidie, egli dice, di non averla potuta osservare nemmeno una volta. Già H. Fol (5) aveva sostenuto che l'endostilo è una doccia profonda terminata in cul di sacco alle due estremità, le labbra della quale sono in contatto su tutta la loro estensione, ma senza saldarsi insieme come ha preteso Kupffer. Anche de Lacaze-Duthiers (6) sostiene, che nella Molgula l'endostilo è un solco tutto aperto, stretto e relativamente profondo.

Dalle ricerche che ho fatto nelle salpe mi son convinto anch'io non esistere la pretesa lamina di piccole cellule fra l'endostilo e il solco. Queste due parti sono invece in immediata continuazione, e non rappresentano che una sola doccia scavata

(1) Huxley. l. c.
(2) Gegenbauer. Vergleichenden Anatomie.
(3) Kupffer. Entwicklungsgeschichte der Ascidien.
(4) R. Hertwig Beiträge zur Kenntniss des Baues der Ascidien.
(5) H. Fol. Études sur les Appendiculaires. Mem. de la Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève 1872.
(6) De Lacaze-Duthiers. Arch. de zool. exp. et gén. Tom. III n.° 3. 1874.

fra le due pliche ventrali, che a mo' di cercine fanno sporgenza nella cavità respiratoria (Tav. V^a, fig. 53). L' endostilo forma la parte più recondita od il fondo della docca, mentre il solco rappresenta l'entrata; quindi l'endostilo ed il solco ventrale si debbono ritenere come due parti di un solo organo, che presenta la forma scanalata o a doccia scavata fra le due pliche ventrali.

Ma qual'è la funzione di quest' organo? Fra le tante e svariate opinioni, che sono state espresse sulla natura e sulla funzione di quest'organo, credo, che abbia maggiore probabilità, quella di Leuckart ([1]), il quale ha ritenuto l'endostilo come una glandola. Quest'opinione trova oggi un valevole sostegno nelle interessanti ricerche che ha fatto H. Fol ([2]) sopra i fenomeni della diglutizione, e la conoscenza della struttura, come ha fatto rilevare lo stesso Fol, sembra darne una conferma.

Ammessa la natura glandolare di quest'organo si possono distinguere una parte glandolare rappresentata dall'endostilo propriamente detto; ed una parte accessoria formata dal solco. Il solco ventrale si estende dal contorno dell'apertura d' ingestione della cavità respiratoria, fino all'apertura boccale dell'intestino; mentre la parte grandolare o l'endostilo in alcune specie (S. mucronata) si arresta quasi alla metà del corpo o si prolunga un po più in là (S. democratica), e in altre (S. pinnata, S. fusiformis) arriva fino in prossimità della bocca intestinale. Però anche in queste specie, la comunicazione fra la bocca dell'intestino e la parte glandolare, o l'endostilo, non viene stabilita che da un piccolo tratto, ove fra pliche ventrali manca la parte glandolare o l'endostilo, e continua solamente il solco ventrale.

In un taglio trasverso dell'endostilo della S. pinnata (Tav. V,^a fig. 53), esso presenta la forma insieme al solco di un solco profondo aperto in alto nella cavità respiratoria, limitato lateralmente dalle due pliche ventrali. Il fondo di quest'organo è fatto da un gruppo di cinque a sei piccole cellule piriformi, ognuna delle quali porta un lunghissimo ciglio vibratile, che arriva fino al solco. Queste grandi ciglia sono state descritte la prima volta nelle Ascidie da R. Hertwig, e servono secondo H. Fol a mettere in movimento la mucosità che si segrega.

Le pareti dell' endostilo presentano dall' alto al basso, o dall' apertura al fondo:

a) una prima lamina di natura glandolare (*lg*), fatta da uno strato semplice di grandi cellule cilindriche, provviste da un grosso nucleo;

b) un primo cuneo di cellule coniche anche esse di natura glandolare (*g*) che stanno chiuse da una membrana elastica sottilissima, ed hanno la base, ove presentano un grosso nucleo, rivolta all' esterno, e gli apici riuniti in un punto verso l'interno, ove la membrana presenta un foro, che sbocca nella cavità dell' endostilo;

c) una seconda lamina di natura puramente epiteliale (*le*) formata egualmente da uno strato semplice di grandi cellule cilindriche, prive però di nucleo e provviste invece nell' estremità libera di delicatissime ciglia vibratili;

d) un secondo cuneo glandolare formato come il primo.

Le pareti che limitano il solco sono fatte da un semplice strato di piccole cellule cubiche, che portano grosse ciglia vibratili, il quale si ripiega in fuori per

([1]) Leuckart. l. c.

([2]) H. Fol. l. c., e Note sur l'endostyle et sa signification physiologique. Arch. de zool. exp. et gén. Tom. III. N. 4. XVIII.

continuare lo strato delle cellule vibratili che rivestono le due pliche ventrali (*pl*). Le due pliche ventrali, che limitano l'endostilo ed il solco ventrale, sono rivestite in alto e all' esterno dall' epitelio vibratile, in basso dall' epetelio ordinario che fa continuazione con l'epitelio della cavità respiratoria. nel tessuto congiuntivo che fa il suo corpo si trova scavata una grande lacuna sanguigna.

4°. L'ultimo a formarsi degli organi contenuti nella cavità respiratoria è la fossa che Huxley ha chiamato ciliata (Tav. III[a], fig. 22-27, *fc*), la quale evidentemente vien fatta da un piccolo infossamento dell'entoderma o sacco branchiale al dinnanzi dell'estremità inferiore del filetto branchiale.

Nel definitivo sviluppo la fossa ciliata prende una forma varia a secondo la specie e nella stessa specie a secondo la prole, e viene circondata da una rete sanguigna, che sta in diretta comunicazione con i vasi che escono dal filetto branchiale. Accanto vi passano varî ramuscoli nervosi; però per quanti tagli avessi potuto praticare, mi è riuscito impossibile di determinare la penetrazione delle fibre nervose negli elementi della fossa ciliata. Invece, dietro e sopra di essa corrisponde un tubercoletto, fatto da cellule cilindriche, che io ho notato innanzi, attaccato alla parte anteriore della faccia inferiore del ganglio cerebrale come organo probabilmente olfattivo, con il quale essa potrebbe avere una grande relazione.

La fossa ciliata, tanto nell'interno quanto sulla faccia esterna delle due pliche che la formano e che assumono l'andamento più o meno serpentino, è tapezzata da cellule cilindriche. Quelle che circondano l' entrata della fossa, sono provviste di molte ciglia vibratili piuttosto sviluppate, le quali stabiliscono con i loro vivi movimenti una corrente continua, per la quale l' acqua della cavità respiratoria entra da un lato e sorte dall'altro dalla fossa ciliata, senza interruzione. Questo fenomeno si vede più chiaramente nella S. maxima, ove la fossa ciliata ha un andamento semplice.

Secondo Leuckart la fossa ciliata apparterrebbe agli organi dei sensi, ma Meyen l'aveva descritta nella S. pinnata come organo respiratorio. Da quanto ho detto mi sembra, che l' opinione di Leuckart potrebbe non essere lontana dal vero, in quanto che la fossa ciliata potrebbe rappresentare una dipendenza dell' organo olfattivo.

Intanto quando gli organi della cavità respiratoria sono completamente sviluppati e atti a funzionare, e l'animale prende la forma caratteristica di un tubo cavo, per la qual forma le Salpe ebbero dallo scopritore il nome che portano [1], la cavità respiratoria si apre alle due estremità opposte, formandosi in tal modo da un canto l'apertura d'ingestione o bocca respiratoria, e dall'altro l'apertura di egestione o ano respiratorio. Queste due aperture sono interamente di nuova formazione ed avvengono per un graduato assottigliamento, o atrofia di tutti gli strati che formano le parete, nel luogo ove vengono a stabilirsi le due aperture (Tav. III[a], fig. 22-24-27, *ba*).

[1] Salpa corpore libero, gelatinoso, oblungo, utroque apice aperto; intus vacuo; intestino obliquo variat: *a)* nucleo globoso, opaco, justa anum; *b)* nucleo nullo sed linea dorsali opaca.

Nomen mutuatum a Σαλπα, pisce a Graecis cognito et huic vermi additum ob similitudinem formae cum tubo canoro (Forskahl. Descriptiones Animalium p. 112. 1775).

L'ano respiratorio prende la forma circolare e si apre nella cloaca, che nel periodo in cui si forma l'ano si trova già molto ingrandita e largamente comunicante con la cavità respiratoria senza limiti marcati, tranne la presenza dell'organo branchiale che sta in mezzo alle due cavità.

La bocca respiratoria viceversa è bilabbrata, e quindi presenta la forma di una fessura traversale. Dietro la parte interna del labbro inferiore arriva l'estremità anteriore dell'endostilo, che forma un rigonfiamento solido, ripiegato un po' internamente, dal quale si partono, in tutte e due le forme della S. pinnata, due ripiegature dell'entoderma a forma di nastri sottili, che portandosi, prima in basso ed indietro, poi in alto ed in avanti, si vengono a ricongiungere sul lato dorsale. Queste due ripiegature limitano la porzione posteriore della cavità respiratoria, (nella quale si trovano la fossa ciliata, il filetto branchiale e l'endostilo) dalla porzione anteriore che potrebbe designarsi come la cavità boccale. In questa porzione anteriore si trova nella S. pinnata una valvola (Tav. III[a], fig. 30 e fig. 32, *v*) che sta come una ripiegatura del labbro inferiore e viene in conseguenza formata da tutti gli strati della parete, cioè: l'epitelio esterno, accompagnato da un sottile strato di tunica cellulosa, ricopre la sua faccia superiore; l'epitelio interno, la sua faccia inferiore; e fra questi due strati epiteliali si trova lo strato congiuntivo, nel quale decorrono due anse muscolari a convessità interna, che si partono dal nodo che fanno i muscoli agli angoli esterni. Perciò l'animale, innalzando od abbassando questa valvola, può chiudere od aprire a volontà l'apertura boccale, che per la sua conformazione speciale sarebbe altrimenti rimasta sempre aperta, malgrado lo stringimento prodotto delle contrazioni dei muscoli esterni.

In questi animali tenuti viventi in un boccale con acqua di mare, io ho osservato, che nell'atto d'ingestione serravano lo sfintere dell'ano ed aprivano la bocca abbassando questa valvola; e viceversa rilasciavano lo sfintere dell'ano e chiudevano la bocca, innalzando la valvola, nell'atto di egestione.

Nelle specie piccole da me esaminate invece di una grande valvola provvista di anse muscolari, come nella S. pinnata, ho veduto due piccole ripiegature sottili frangiate, in tutte e due le labbra, che facevano l'ufficio di valvola. Nella S. bicaudata ho trovato invece queste due ripiegature molto grandi, benchè sottili e prive di anse muscolari. La grande valvola boccale nella S. pinnata, e le ripiegature che stanno nell'altre specie all'intorno dell'orificio della bocca e che ne fanno la medesima funzione, non che l'assenza loro nell'orificio anale, giustificano la significazione che si è data ai due orifici della cavità respiratoria di questi animali.

VIII.° — *Sviluppo dei muscoli, del cuore e dei vasi.*

1.° I muscoli, il cuore ed i vasi sanguigni si sviluppano dal mesoderma. Quando l'utero si riapre e si rompe la membrana dell'amnios, via via che questi due organi si atrofizzano e si ritirano verso la placenta, e l'embrione della prole solitaria della S. pinnata, già molto avanzato nello sviluppo, resta pendente nella cavità respiratoria della madre, spoglio dalla parte involgente (Tav. III[a], fig. 22 e 27), cominciano a delinearsi i fasci muscolari ed il cuore comincia a contrarsi. Dalle due parti

opposte del cuore si veggono partire due grandi seni o canali sanguigni, che, ramificandosi successivamente, vanno mano mano a distribuirsi a tutte le parti dell'embrione.

In origine i muscoli sono rappresentati da fasci di piccole cellule, che nel successivo sviluppo si trasformano in fasci di fibre muscolari striate. Nella S. pinnata ed in molte altre specie lo sviluppo dei fasci muscolari del corpo comincia dal lato ventrale e si avanza verso il lato dorsale. Nella parte ventrale i muscoli nascono ai lati dell'endostilo, e quando hanno raggiunto la parte dorsale, ogni fascio muscolare di un lato si unisce, lungo la linea mediana, al fascio corrispondente del lato opposto. In questa unione non avviene mai, neppure negli individui adulti, fusione intima fra un fascio muscolare e l'altro; ma l'adesione fra l'ingranaggio reciproco delle fibre muscolari di un fascio colle fibre muscolari dell'altro, viene fatta da una sostanza unitiva, che si mette sempre in evidenza quando si coloriscono le fibre con l'acido osmico. Così i fasci muscolari del corpo formano nella prole solitaria della S. pinnata sei cinture muscolari, che restano interrotte lungo la linea medesima della parete ventrale, dalla presenza dell'endostilo.

Quantunque le cinture muscolari del corpo negli individui adulti sembrano prendere il loro punto di appoggio o d'attacco sulla base dell' endostilo, pure non si può accettare l'opinione di Ray Lankester, il quale vorrebbe paragonare l'endostilo dei tunicati alla colonna dorsale, perchè ciò è contradetto dalla struttura di quest' organo e sopratutto dallo sviluppo. In questo senso si potrebbe considerare l' endostilo, non come una colonna dorsale, ma tutto al più come una colonna sternale.

Attorno alle due aperture della cavità respiratoria, i fasci muscolari si comportano in modo diverso. I fasci muscolari, che si sviluppano attorno all'apertura di egestione, sono veri anelli muscolari, che vanno a formare un lungo e robusto sfintere. Alcuni di questi anelli muscolari sono anastomizzati fra loro riunendosi lateralmente in alcuni punti fra loro direttamente, o per mezzo di altri piccoli fasci intermedi.

Attorno dell'apertura d'ingestione invece i fasci muscolari formano delle anse. Esistono due anse intorno a quest'orificio, una per il labbro superiore e l'altra per quello inferiore. Queste due anse, a destra e a sinistra, si vengono a riunire in un nodo che corrisponde all'angolo delle labbra. Da questo nodo, o da questi due nodi uno destro e l'altro sinistro, si partono un numero di altri fasci muscolari, che vengono ad anastomizzarsi fra loro in vario senso innanzi della prima cintura muscolare del corpo. Nella S. pinnata, come ho detto poco prima, dai due nodi laterali degli angoli labiali, si partono inoltre due anse, che decorrono nella valvola boccale inferiore.

2.° Il cuore delle Salpe ha la forma di un corto tubo fusiforme, ed è situato costantemente in tutte, nella parete inferiore in prossimità all'apertura di egestione, dietro l' angolo formato dall' intestino, dal filetto branchiale e dalle due pliche ventrali. Nella S. pinnata l'estremità anteriore del cuore corrisponde dietro l'estremità posteriore dell'endostilo. È circondato da un pericardio proprio, che chiude uno spazio cavo (cavità pericardica), dentro del quale il cuore può muoversi liberamente,

meno un punto ristretto, il quale corrisponde non a tutta la lunghezza, come ha sostenuto Leuckart che ne ha dato del resto il primo un'esatta descrizione, ma alla parte centrale della faccia dorsale, ove la parete del cuore si attacca intimamente con quella del pericardio. Oltre di questo punto il cuore si attacca al pericardio nelle sue due estremità, e a parlare con più esattezza la parte del cuore (come si vede chiaramente dal lato posteriore nel taglio longitudinale rappresentato dalla fig. 33, Tav. IV[a]), al livello delle due estremità, si ripiega infuori e si continua colla parete del pericardio. Così le due aperture della cavità cardiaca, che si trovano nelle due estremità opposte, sboccano nei due grandi seni sanguigni, che da queste si partono, e che sono privi di parete propria, come sono del resto tutti gli altri vasi del corpo.

Questa disposizione trova la sua ragione nella maniera, nella quale avviene lo sviluppo del cuore e del pericardio delle Salpe. Nei tagli longitudinali della prole aggregata della S. pinnata, ove si colgono facilmente i primi fenomeni dello sviluppo del cuore, fra il cul disacco intestinale ed un organo particolare, cui son provvisti esclusivamente gli embrioni di questa forma, al quale C. Vogt ha dato il nome di stoloblasto, io ho veduto in principio una vescicola chiusa, dalla quale si sviluppano in seguito il cuore ed il pericardio. La parete di questa vescicola è fatta da una sola serie di cellule cilindriche, le quali, nella parte della vescicola che corrisponde allo stoloblasto, si presentano molto più alte (Tav. V[a], fig. 57 e 58, *cu*). Quando nel periodo successivo ingrandisce la cavità di questa vescicola, avviene sopra un punto della stessa l'invaginazione della sua parete, e così si forma una seconda cavità più interna, limitata dalla porzione invaginata della parete, che resta comunicante coll'esterno, per mezzo dell'apertura rimasta nel punto, ove si è fatta l'invaginazione (Tav. V[a], fig. 59, *cu*). Per quanto più si avanza questo fenomeno, altrettanto ingrandisce questa seconda cavità; finchè le due parti della parete, l'invaginata e l'invaginante, si toccano nel punto opposto, ove si saldano insieme e si stabilisce una seconda apertura. Col successivo sviluppo la cavità primitiva della vescicola diviene cavità pericardica; la cavità, che si è formata coll'invaginazione della parete, diviene cavità cardiaca; la parte invaginata della stessa si trasforma nella parete muscolare del cuore, e la parte invaginante resta come parete del pericardio.

Le cellule che formano la parete del pericardio, nel definitivo sviluppo, non cambiano di forma, ma restano sempre cellule a bassi cilindri o cubiche, come si possono osservare in tutti i periodi della vita di questi animali. Quindi il pericardio ha sempre una parete propria rivestita da un epitelio semplice (Tav. IV[a], fig. 33, *p*), ed è erronea l'opinione di Huxley, il quale lo considerava come un semplice seno privo di parete propria, opinione erronea ripetuta dopo da C. Vogt, che ha considerato il pericardio, come una capsula solida fornita dal mantello interno, priva affatto d'epitelio e forata alle due estremità.

Le cellule, che formano la parete del cuore segregano una sostanza omogenea che ne riveste la faccia interna, e si trasformano viceversa, con il successivo moltiplicarsi, in cellule musculari striate. Quindi nei tagli dei cuori di animali adulti si vede che la parete del cuore è fatta da due strati: uno esterno, formato da un semplice piano di cellule musculari striate, allungatissime, fusiformi e schiac-

ciate, che conservano tuttavia il loro nucleo; l'altro interno fatto da un delicatissimo strato omogeneo e trasparente di sostanza elastica (Tav. IV^a, fig. 33, *pm*).

Oltre di questi due strati, che formano la parete del cuore, è molto interessante la conoscienza della rete tendinea, che io ho trovato nella cavità del cuore e che nella comunicazione fattane all'Accademia [1], ho descritto con queste parole: « La rete tendinea traversa in tutti i sensi la cavità del cuore attaccandosi da un punto all'altro della superficie interna della parete. Vale di descriverla ora con più dettaglio.

Dalla superficie interna della parete del cuore (Tav. IV^a, fig. 33, *rt, ct*) si partono un grande numero di sottilissimi filamenti tendinei, i quali, anastomizzandosi insieme varie volte, formano una rete a maglie più o meno strette. Però mano mano che si viene verso il centro del lato dorsale, i filamenti si fanno più grossi, più lunghi e rettilinei; quindi diminuiscono in numero, come per conseguenza diminuisce il numero delle maglie, che divengono più grandi di quelle che stanno alla periferia. Questi grossi filamenti, nei quali si è ridotta tutta la rete, vanno ad attaccarsi, come ad un centro dal quale irradiano, sopra una prominenza formata di tessuto congiuntivo, che sorge dalla parte media della parete dorsale nel luogo, ove questa all'esterno aderisce al pericardio. I fili che formano questa rete sono indubitatamente di natura elastica, poichè sono omogenei e risplendenti, e si comportano chimicamente come le fibre elastiche.

Questa rete tendinea della cavità del cuore delle Salpe ci spiega, perchè le contrazioni del cuore sono vermicolari, e giustifica l'errore nel quale è caduto Costa [2] che aveva descritto invece una valvola spirale nell'interno dello stesso, valvola, che non esiste; ma guardando il cuore dall'esterno si può restare ingannati e prendere per tale le ripiegature, che è costretta a fare la parete nei vari punti, ove si attaccano i tendini.

Ma questa rete potrebbe darci egualmente la spiegazione della direzione alternante delle contrazioni del cuore che si osserva in tutti i tunicati, e che fu scoperta la prima volta nelle Salpe da van Hasselt [3]?

Per spiegare il fenomeno della direzione alternante delle contrazioni del cuore di questi animali, N. Wagner [4] in questi ultimi tempi ha voluto trovarne la causa nello sviluppo grande dei così detti capillari, specialmente del mantello. Il sangue, secondo Wagner, spinto di continuo nello stesso senso, troverebbe un ostacolo sempre crescente nel superarli, e quindi, per rimuovere quest'ostacolo, il cuore sarebbe costretto a cambiare la direzione delle sue pulsazioni, onde stabilire una corrente in senso opposto.

L'ipotesi di Wagner poggia sopra un fatto anch'esso ipotetico e per nulla provato; io sono d'avviso anzi che la così detta rete capillare del mantello interno de' Tunicati, se non è più scarza, non sarà certo più grande degli altri animali,

(1) Sullo Sviluppo e sull'Anatomia delle Salpe 2.ª Comunicazione Sessione 1.ª 1874.

(2) O. G. Costa Atti dell'Accad. di Napoli Vol. V, pag. 193.

(3) Van Hasselt - Annal. des sc. nat. Tom. III, pag. 78. 1824.

(4) Recherches sur la circolation du sang chez les tuniçaires. Melanges biologiques tirés du Bull. de l'Acad. imper. des scien. de St-Pétersbuorg. Tom. VI. pag. 10-18. 1866-1863.

nei quali la direzione delle contrazioni cardiache non cambia mai; quindi è inammissibile una simile ipotesi. Per me questa causa deve rinvenirsi nella speciale conformazione e struttura del cuore, e già O. G. Costa aveva messo in campo l'azione della valvola spirale, che non esiste; ma invece esiste nel cuore delle Salpe la rete tendinea che innanzi ho descritto, e che potrebbe darci la spiegazione di questo fenomeno, qualora ricerche ulteriori ne confermino la presenza negli altri tunicati, nei quali io non l'ho ancora ricercata. Infatti gli elementi morfologici, che nuotano nel sangue e che nei vasi corrono liberamente e velocemente, nel traversare le maglie intrigate della rete tendinea, che occupa tutta la cavità del cuore formandovi un tessuto trabecolare, debbono superare un ostacolo, che certamente ne rallenta la velocità, e quindi dopo un certo tempo vi si forma un accumulo maggiore, per sbarazzarsi del quale, non è fuori proposito il credere, che il cuore sia costretto ad alternare la direzione dei suoi movimenti. Questo accumulo nella cavità del cuore, si rende manifesto all'osservazione diretta degli animali viventi, nel periodo in cui si trovano nel sangue i grossi corpi protoplasmatici, che io ho chiamato oviformi o germoblasti, dei quali mi occuperò fra poco. In fatti mentre si vede qua o là correre velocemente nei grossi vasi qualcuno di questi corpi, nel cuore se ne vedono accumulati un gran numero, che si muovono lentamente e alcuni qualche volta a stento; e, malgrado che il cuore alterna le sue contrazioni, gli riesce spesso difficile sbarazzarsene di tutti ad un tempo. Anche nei tagli dei cuori di embrioni, conservati nell'acido cromico o nel liquido di Müller, ho veduto questo grande accumulo di germoblasti nella cavità del cuore, come rappresento nella figura 33, *co*, Tav. IV[1].

3.° Dal cuore delle Salpe si partono, come abbiamo detto innanzi, due grandi lacune, che rappresentano i due tronchi principali del sistema vascolare di questi animali.

Il tronco, che si parte dall'estremità anteriore, decorre lungo la parete ventrale, ramificandosi in tutta questa parete, e quindi nella parete dell'endostilo e degli altri organi, che in essa vi si trovano. Questo tronco prende il nome di seno ventrale o anteriore. Le sue ultime ramificazioni, tanto quelle che vanno alle parti laterali della parete della cavità respiratoria, quanto quelle che si ramificano all'intorno dell'apertura d'ingestione, si anastomizzano colle ramificazioni del seno opposto, o seno dorsale, e, all'intorno della fossa ciliata, con le ultime ramificazioni del seno branchiale, che si scarica nel seno posteriore. Chiamasi seno posteriore il tronco o la grande lacuna che si parte dall'estremità posteriore del cuore, il quale riceve o si divide immediatamente in un gran numero di rami. Da prima dà il grande seno che scorre nel centro del filetto branchiale, quindi i tronchi dell'intestino, ed in seguito un numero di rami che si continuano in alto, formando una rete in dietro all'intorno dell'apertura di egestione, e venendo a costituire in avanti un altro grosso tronco, che scorre nella parete dorsale, chiamato col nome di seno dorsale. I canali che si partono dal seno dorsale caminano paralleli alle cinture muscolari, a livello dei quali si ramificano mano mano e si anastomizzano fra loro e coi ramuscoli provenienti dal seno ventrale, e a livello della fossa ciliata con quelli, provenienti dal seno branchiale formandosi così una rete vascolare a maglie di varie grandezze, come in tutto il corpo. Nella prole aggregata dal tronco, che scorre lungo il margine posteriore della seconda cintura muscolare del corpo, nascono i vasi che

vanno ad irrigare l'utero. Inoltre i vasi che penetrano, o che escono dai cosidetti organi laterali della S. pinnata, provengono dai rami del seno dorsale; quelli del testicolo dai rami intestinali. La porzione anteriore dell'intestino nella S. pinnata riceve rami dal seno ventrale.

Nell'embrione della prole solitaria nel seno ventrale sboccano inoltre i due vasi, che camminano nel cordone della placenta; e dall'origine del tronco lacunare o seno posteriore, che si parte dall'estremità posteriore del cuore, nasce un grosso vaso, il quale rivolgendosi in basso concentricamente alla faccia posteriore del pericardio si va a ramificare nella glandula germinativa (Eleoblasto Krohn), dalla porzione anteriore della quale, esce un altro vaso che, scorrendo sulla parte anteriore del pericardio, va ad imboccarsi nella origine del tronco anteriore o seno ventrale. Finalmente nello stolone prolifero in seguito di sviluppo si formano due grossi tronchi, o canali, che vanno a mettersi in comunicazione col tronco vascolare anteriore della glandola germinativa, e che danno i vasi, che successivamente vanno agli embrioni della prole aggregata via via che si sviluppano. Questi due canali, come i vasi che vanno agli embrioni, a differenza di tutti gli altri vasi, i quali formano semplicemente un sistema lacunare, hanno parete propria rivestita da uno strato epiteliale, come dimostrerò nel seguito della presente memoria.

Questa esposizione sommaria e generale della distribuzione de' vasi è quanto basta per potere comprendere la circolazione di questi animali.

IX.° — *Sviluppo del sangue ed obliterazione della circolazione placentale materna.*

Riesce interessante seguire lo sviluppo del sangue delle Salpe, sul quale argomento prima della mia seconda comunicazione [1] Kowalevsky [2] solamente aveva detto che « le cellule del foglietto medio della placenta si mutano in corpuscoli sanguigni ».

Dalle ricerche che io ho fatte nella S. pinnata sullo sviluppo del sangue, risulta che si possono distinguere tre periodi: formazione dell'emolinfa e primi elementi morfologici del sangue dalle cellule del mesoderma o foglietto medio dell'embrione; formazione di questi elementi dal bottone ematogene della placenta; formazione degli stessi elementi dalle glandule sanguigne dell'animale.

1.° Sul finire della sostanza vitellina contenuta nella cavità intestinale primitiva, nel periodo in cui si forma e sparisce la cavità generale del corpo, si segrega l'emolinfa dagli elementi del mesoderma. Per la formazione dell'emolinfa si vengono a stabilire in questo foglietto una serie di lacune comunicanti fra loro e contenenti questo liquido, le quali segnano l'origine de' vasi sanguigni, che bentosto si sviluppano e si mettono in comunicazione con il centro della circolazione non appena questo abbia cominciato le sue contrazioni. Allora l' emolinfa in essi contenuta si

(1) Seconda comunicazione sullo Sviluppo e Anatomia delle Salpe - Letta nella Sessione I^a del 6 Dicembre 1874.

(2) Kowalevsky l. c.

mette in circolazione sotto l'azione della direzione alternante delle contrazioni di quest'organo.

Esaminata l'emolinfa, in origine si scorgono in essa circolanti i primi elementi morfologici del sangue, provenienti dalle cellule dello stesso mesoderma; i quali si presentano sotto l'aspetto di piccoli corpi, rotondi e granulosi.

Più tardi insieme a questi vi circolano i germoblasti, che vengono dalla placenta nei vasi dell'embrione, e che hanno tutt'altra destinazione, come farò conoscere nel capitolo seguente, e perciò tutt' altra significazione morfologica degli elementi sanguigni.

Dopo, sulla fine della vita embrionale, dallo stesso organo placentale vengono gli elementi morfologici del sangue, originatesi dal bottone ematogene. Ed infine, quando l' embrione è molto cresciuto e staccato dalla madre, dopo la scomparsa totale dell'organo placentale, gli elementi morfologici del sangue si formano dalle glandule sanguigne dell'animale.

Negli embrioni della prole aggregata lo stoloblasto tiene il posto del bottone ematogene rapporto alla formazione del sangue.

Passiamo adunque ora a descrivere la maniera nella quale si formano gli elementi morfologici del sangue dal bottone ematogene e stoloblasto, e quindi dalle glandule sanguigne.

2.° Dopo che la sostanza granulosa della cavità placentale è scomparsa per la successiva formazione ed eliminazione dei corpuscoli gialli che vanno via con la circolazione della madre, il bottone ematogene che si è sollevato, come innanzi ho detto, fino all' apertura della cavità della placenta, prende la forma conica, ed aumenta grandemente di volume (Tav. II[a], fig. 16, 17 e 18, *be*). Allora a modo di cuneo viene a chiudere l' apertura di questa cavità, e cessa in tal modo la circolazione placentale materna. Questo fatto coincide con la formazione dell'apertura di ingestione e di egestione della cavità respiratoria dell'embrione, e quantunque esso perduri qualche tempo ancora attaccato alla madre, pure d'ora in poi riceve direttamente dall'acqua del mare (che passa dalla cavità respiratoria della madre nella cavità respiratoria dell'embrione e viceversa) o meglio dalle materie in essa sciolte e dall'ossigeno contenutovi, gli elementi necessarî alla sua nutrizione. Intanto il cambiamento, dalla forma globosa alla forma conica del bottone ematogene, tiene alla trasformazione dei suoi elementi. Infatti ho dimostrato innanzi come questo bottone in origine è fatto da cellule cilindroidi; quando esso ha preso la forma conica le cellule cilindroidi si sono trasformate mano mano in sostanza granulosa, o ematoblastica.

La trasformazione in sostanza ematoblastica del bottone ematogene comincia dalla parte centrale e dalla base, che è rivolta verso la cavità della placenta (Tav. II[a], fig. 16, 17 e 18, *be*). Le cellule esterne fanno uno strato parietale, che viene circondato da una cuticola, la quale chiude tutto il corpo conico, meno la base, donde, mano mano che si formano i nuovi elementi, che vanno a trasformarsi in corpuscoli sanguigni, vengono nella cavità della placenta.

I corpuscoli sanguigni non si formano direttamente dalla sostanza ematoblastica del bottone ematogene, ma da questa sostanza invece nascono certi corpi

speciali che io ad esempio di Heitzmann [1] voglio chiamare ematoblasti, i quali passano per due stadi di sviluppo prima di trasformarsi in corpuscoli sanguigni.

Nel primo stadio, o stadio di formazione, gli ematoblasti si trovano attaccati ancora al bottone ematogene, e si presentano sotto forma di corpi ematoblastici rotondi e granulosi, privi di membrana e di nucleo. In questo stadio misurano un diametro di 0,006 Mm. (Tav. IIa, fig. 16, 17 e 18, *be*. Tav. IVa, fig. 35),

Caduti nella cavità della placenta che poco alla volta riempiono completamente dopo la totale sparizione del bottone ematogene (Tav. IIa, fig. 20), gli ematoblasti si presentano nel secondo stadio, o nello stadio di divisione; nel quale stadio sono trasportati nei vasi dell'embrione sotto l' impulso delle contrazioni del cuore dello stesso, essendosi già stabilita, sparito il bottone, la comunicazione coll' apertura della cavità placentale per mezzo di nuovi vasi, che si sono sviluppati nel peduncolo o cordone e alla periferia dell' organo placentale, e che prima di loro hanno dato luogo al passaggio dei germoblasti. In questo secondo stadio, gli ematoblasti presentano una serie di gradazioni nel processo di divisione, per il quale si arriva finalmente alla formazione definitiva dei corpuscoli sanguigni (Tav. IVa, fig. 35).

Dopochè l'ematoblasto si è staccato dal bottone ematogene sotto forma di un corpo globoso, la parte esterna della sua sostanza sembra indurirsi, formando in tal modo una specie di membrana, mentre nella parte interna avviene una divisione endogena. In principio si forma un solco trasversale che divide in due porzioni eguali tutta la sostanza interna, in ciascuna delle quali appare un piccolo corpuscolo o nucleo. Quindi si forma un secondo solco verticale, che taglia a croce il solco trasversale, e così queste due prime porzioni si suddividono in quattro pezzi che divengono anch'essi nucleati. Allora nel punto ove s'incrociano i due solchi, per la rotondità degli angoli dei quattro pezzi, si viene a stabilire una piccola cavità, che rappresenta la cavità di divisione degli ematoblasti, la quale non si cancella con le successive divisioni. Continuando questo processo l' ematoblasto si suddivide in cinque, dodici, quindici, sedici e più pezzi che conservano sempre il loro nucleo finchè si arriva al punto, in cui malgrado l'ematoblasto sia molto aumentato di volume (misura il diametro di circa 0,015 Mm), tuttavia colla successiva divisione, i pezzi accrescendo in numero, impiccoliscono, e perdono il loro nucleo, presentandosi sotto la forma di piccoli corpuscoli omogenei e trasparenti.

Giunto a questo grado di sviluppo, la membrana esterna, che mano mano è andata assottigliandosi, sparisce anch'essa; e così i corpuscoli, divenuti liberi e nuotanti nell'emolinfa, vanno a penetrare negli interstizi del tessuto congiuntivo, che sembrano formare una seconda rete lacunare, così capillare da non permettervi la penetrazione degli ematoblasti. Questa seconda rete lacunare si può paragonare al sistema canalicolato del tessuto congiuntivo dei vertebrati; e già H. Müller aveva descritto una rete consimile nelle pareti dell' intestino, quantunque poi sia rimasto nel dubbio, se fosse da ritenersi per una rete linfatica, ov-

(1) Heitzmann. Studien am Knorpel und Knochen; über die Rück — und Neubildung von Blutgefässen in Knochen und Knorpel. Wiener Medic. Jahrb. 1872 e 73.

» — Untersuchungen über das Protoplasma I-V. Wiener Akad. Bericht Bd. 67 e 68.

vero per una specie di glandola pancreatica. I veri corpuscoli sanguigni adunque sono piccoli, omogenei e trasparenti, ed hanno la proprietà fisiologica d'immedesimarsi coi tessuti o di nutrirli, proprietà fisiologica, che non hanno gli ematoblasti. Il diametro dei corpuscoli sanguigni non è mai maggiore di 0,0024 Mm, quindi sono visibili solamente con i più forti ingrandimenti, e per metterli bene in evidenza bisogna servirsi dell'acido osmico, il quale colora in giallognolo il tessuto congiuntivo e lascia incolori i corpuscoli sanguigni, che si veggono disposti a rete o disseminati in mezzo a questo tessuto, come rappresenta la fig. 56 della Tav. IV[a].

Oltre del bottone ematogene, il quale rappresenta una glandola sanguigna semplice e transitoria, che si trova solamente nell'embrione della prole solitaria, vi sono altri organi destinati alla formazione degli ematoblasti. In primo luogo io credo, che un organo consimile al bottone ematogene per la sua funzione e per la sua significazione embrionale, quantunque più complicato nella sua struttura si trova negli embrioni della prole aggregata in quello che C. Vogt chiama stoloblasto descritto già da Erschricht (1) e da Sars come fegato della prole aggregata delle Salpe con nucleo. Però io non ho fatto ricerche tali per mettere in chiaro la formazione degli ematoblasti da quest'organo, e quindi debbo dare la mia opinione colla debita riserva. Al contrario posso sostenere che gli organi laterali della S. pinnata, i quali si trovano in tutti gli individui adulti, tanto della prole solitaria, come della prole aggregata, servono alla formazione degli elementi morfologici del sangue.

Gli organi laterali della S. pinnata che appariscono sulla fine della vita embrionale, sono situati ai lati della linea mediana della faccia dorsale, e si sviluppano in mezzo al mesoderma sotto forma di cumuli cellulari. Nella prole solitaria si veggono formare due serie, una a destra e l'altra a sinistra, ciascuna delle quali è composta da cinque cumuli, che stanno fra una cintura muscolare e l'altra. Nella prole aggregata formano solamente due soli cumuli, uno a destra, e l'altro a sinistra.

Questi organi laterali erano stati descritti da Cuvier come ovaja, e più tardi quando venne riconosciuta erronea l'opinione di Cuvier per la scoperta del vero ovajo fatta da Krohn, H. Müller (2) li ha significato come organi urinari. Ma anche l'opinione di Müller è stata combattuta da Leuckart (3) e da C. Vogt (4) che li hanno descritto dopo. Ed invero questi organi, non solo non presentano condotto escretore o altro, che possa farci ricordare, anche da lontano, la struttura più semplice di una glandola urinaria, e lo stesso H. Müller confessa di non aver potuto avere neanche la prova chimica; ma dalle ricerche che io ho fatto risulta, come in essi si formano gli ematoblasti, e quindi si debbono ritenere per vere glandole sanguigne permanenti.

In principio dello sviluppo gli organi laterali, o le glandole sanguigne permanenti, si trovano formate dagli ematoblasti al primo stadio di sviluppo, cioè formati

(1) Erschricht. Anatomisk-physiologiske Undersögelser over Salperne.
(2) Müller l. c. Vid. Sel. naturvid. og mathem. Afh. VIII. Decl.
(3) Leuckart l. c.
(4) Vogt l. c.

da corpi ematoblastici rotondi e granulosi, privi di membrana e di nucleo, come il primo stadio degli ematoblasti che si sviluppano dal bottone ematogene.

Più tardi avviene negli ematoblasti la divisione endogena, e nel tempo stesso si sviluppa in mezzo a loro un tessuto congiuntivo che serve all'organizzazione delle glandole laterali; perciò queste, a differenza del bottone ematogene innanzi studiato, restano permanenti per tutta la vita dell'animale. Quando si esamina una di queste glandole negli animali adulti, si vede, che essa è formata da una serie di spazi lacunari limitati da trabecole sottilissime che forma il tessuto congiuntivo, e riempiti dagli ematoblasti al secondo stadio. Questi spazi lacunari della glandola comunicano tra loro, e con i rami vascolari che partono dai tronchi che la circondano e che in gran numero penetrano dalla periferia nella spessezza della stessa. Quantunque i rami vascolari, che penetrano nella glandola siano di piccolissimo calibro, pure sono riuscito a poterli iniettare mercè l'iniezione generale di tutti i vasi dell'embrione.

Nelle altre specie di Salpe le glandole sanguigne, o gli organi così detti laterali, si trovano allo stato rudimentale situate in diversi luoghi del corpo dello animale. Già H. Müller dice di averle trovate nella S. bicaudata sulla faccia inferiore ai lati dell'endostilo, e Leuckart le ha rinvenute anche nella S. fusifomis all'intorno dell'apertura di egestione.

Io ho veduto varie di queste glandole, irregolarmente disposte, lungo il tragitto dei vasi dorsali e all'intorno del labbro superiore nella S. maxima, ove presentavano la forma rotondeggiante. In questa specie ho fatto delle osservazioni sopra individui giovani nello stato vivente, e mi sono assicurato che per l'entrata e l'uscita della corrente sanguigna, gli ematoblasti stanno nella glandola in continuo movimento; la qual cosa non si vede nella S. pinnata. Questo fatto tiene alla maniera diversa con la quale, nelle due specie, le lacune della glandola comunicano coi vasi circostanti. Ho detto sopra come nelle glandole sanguigne della S. pinnata vi penetrano e vi escono un gran numero di piccoli rami vascolari; mentre nella S. maxima esistono solamente due o tutto al più tre rami vascolari, che hanno un grosso calibro, e che mettono in comunicazione le lacune, relativamente più semplici, della glandola sanguigna, con la cavità del grosso tronco, sul tragitto del quale sta impiantata.

Per questa comunicazione gli ematoblasti son trasportati nei vasi del corpo, ove si sciolgono in corpuscoli sanguigni, nella stessa maniera degli ematoblasti che nascono dal bottone ematogene.

X.° — *Atrofia della membrana dell'amnios; membrana germoblastica e sviluppo dei corpi oviformi o germoblasti.*

La formazione dei corpi, che ho chiamato cellule o corpi oviformi [1], e che ora chiamerò germoblasti, ha un interesse grandissimo, non mica per rapporto all'embrione della prole solitaria, nei vasi sanguigni della quale transitano solamente per essere trasportati al luogo definitivo, ma bensì per rapporto allo sviluppo degli

[1] Sullo sviluppo e sull'Anatomia delle Salpe 1ª Comunicazione, fatta alla R. Accademia dei Lincei, nella tornata 1 Febbrajo 1874. — 2ª Comunicazione, 6 Dicembre 1874.

embrioni della prole aggregata, alla quale apprestano il materiale formativo, come mi proverò di dimostrare. Come necessarii a tale sviluppo servono inoltre nelle Salpe due organi particolari, la glandola germinativa e lo stolone prolifero, che appariscono sulla faccia ventrale dell'embrione della prole solitaria, quando già si trovano sviluppati tanto il mantello interno, come il mantello esterno e tutti gli organi che servono alla vita individuale dell'embrione sul quale nascono. Primo a formarsi è il rudimento della glandola germinativa, e quando questa è mediocremente sviluppata, appare immediatamente innanzi ad essa, il rudimento dello stolone prolifero.

I germoblasti si sviluppano dalla membrana che ho chiamata perciò germoblastica, la quale limita la parte laterale della cavità della placenta, e nasce immediatamente dal cerchio blastodermico o germinativo nei primi tempi dello sviluppo, non appena cioè si è formata la vescicola blastodermica (Tav. I^a, fig. 10).

Ho dimostrato innanzi, che nel primo stadio della sua formazione, la membrana germoblastica è fatta da un semplice strato di grandi cellule cilindriche, che posseggono un solo nucleo; al contrario della membrana amniotica, che a livello dell'apertura della placenta le fa seguito, la quale viene fatta da piccole cellule cubiche disposte anch'esse in una serie, meno della parte corrispondente al polo nervoso, ove in origine presenta due o più serie. La membrana dell'amnios e la membrana germoblastica costituiscono due membrane transitorie, le quali per conseguenza spariscono con lo sviluppo dell'embrione.

Ma nella membrana dell'amnios avviene un processo regressivo, quindi si distrugge senza dar luogo a nuove formazioni; nella membrana germoblastica invece avviene un processo formativo per il quale hanno origine i germoblasti.

La membrana dell'amnios, così nelle Salpe, come nei mammiferi, è un organo di protezione dell'embrione durante tutta la sua dimora nella cavità uterina. Nelle Salpe quando l'embrione è cresciuto, la membrana dell'amnios si rompe e si retrae in sopra insieme all'utero restando così allo scoperto l'embrione nella cavità respiratoria. Nei mammiferi la membrana dell'amnios viene espulsa al di fuori nell'ultimo momento insieme alla placenta e alle altre membrane involgenti il feto; nelle Salpe, nelle quali, dopo la rottura della membrana dell'amnios, l'embrione insieme alla placenta resta ancora per lungo tempo attaccato alla madre, questa membrana resta in posto e si va progressivamente atrofizzando; si possono seguire tutte le fasi dell'alterazione dei suoi elementi, ed il successivo loro riassorbimento, sotto il campo del microscopio nei tagli fatti a diversa epoca.

Nella membrana germoblastica, dando luogo le cellule cilindriche che la formano alla produzione dei germoblasti, interessa fermare la nostra attenzione per conoscere il processo di tale formazione, il quale ha una durata lunghissima che accompagna tutta la vita embrionale della prole solitaria. Questo processo comincia dalla base, nel momento in cui avviene la sparizione del cerchio blastodermico, e dopo la formazione della cavità generale del corpo dell'embrione della prole solitaria. Progredendo lentamente e successivamente, dalla base si estende fino all'estremità opposta, cioè fino al punto limitrofo fra questa membrana e la membrana amniotica. Così in tempi successivi prendono parte a questo processo tutte le sue cellule. In principio il processo

si manifesta coll'aumento di volume, specialmente in lunghezza, delle cellule cilindriche, quindi colla moltiplicazione del nucleo e colla divisione del loro protoplasma. Per tale processo si vengono a formare da ciascuna cellula cilindrica un numero di piccole cellule, ciascuna delle quali possiede un piccolo nucleo omogeneo e rifrangente, e un corpo fatto da una sostanza protoplasmatica finamente granulosa. Queste cellule sono così numerose che da prima stanno a ridosso l'una all'altra, disposte nel senso della lunghezza della cellula cilindrica, dalla quale hanno preso origine (Tav. I^a, fig. 14. Tav. II^a, fig. 15, 16, 17, e 18); in modo tale che a questo stadio si veggono, come una serie di tanti pezzi cubici nucleati, nei quali si è frazionata la cellula cilindrica, per l'azione di altrettanti solchi trasversali, che dividono i pezzi o le cellule cubiche l'una dall'altra. Dopo che in tal modo tutta la sostanza protoplasmatica delle grandi cellule cilindriche si è divisa in piccole cellule cubiche, queste aumentano di volume, si arrotondiscono e prendono la forma ovale. In questo momento fra una cellula ovale, che qualche volta può presentare anche due nuclei, e l'altra, appare un'altra sostanza finamente granulosa, la quale si dispone a fasci nel senso stesso della primitiva cellula cilindrica, e forma una sostanza intercellulare granulosa.

Progredendo a crescere in tal modo la porzione della membrana germoblastica corrispondente alla base, accade che si avanza mano mano verso il centro e così si viene a porre, riunendosi a quella dal lato opposto, fra la sostanza che limita il fondo della cavità placentale e la parte centrale della parete ventrale dell'embrione. Giunta in questo luogo essa fa sporgenza, non nella cavità della placenta, ma nel mesoderma dell' embrione; avvegnachè per la mancanza in questa parte dell' ectoderma, il foglietto medio dell'embrione si trova contiguo al fondo della placenta, per ove si stabilisce la comunicazione fra l' una e l' altro. Contemporaneamente, nella parte esterna che corrisponde a questo punto di comunicazione tra la placenta e l'embrione, avviene un leggero strozzamento, che cresce sempre più col successivo sviluppo fino a tanto che si converte in un peduncolo o cordone placentale, nel quale si stabiliscono i due tronchi vascolari (vasi ombellicali) che dalla placenta vanno nel seno ventrale dell'embrione. Nella S. pinnata (Tav. III^a, fig. 29, *cp*) come nel maggior numero delle Salpe, questo cordone resta sempre corto e circondato da una grande quantità di tunica di cellulosa, ma nella prole solitaria della S. bicaudata (S. doliolum, Quoy e Gaimard; o scutigera Cuvier) diviene un lungo cordone sottile come vedesi nella fig. 28, Tav. III^a, *cp*.

Ora quando la porzione della base della membrana germoblastica d'ambo i due lati, continuandosi l' una nell' altra senza traccia di demarcazione, è venuta a situarsi fra il mesoderma dell'embrione e il fondo della placenta, le cellule ovali si trovano aumentate di volume, e sono contenute nelle maglie che forma la sostanza granulosa intercellulare, la quale ora ha preso l'aspetto di una rete, e contiene una grande quantità di nuclei che si sono sviluppati nella stessa. Queste cellule ingrandiscono sempre più per quanto più si avanzano verso l'embrione, e giunte sul confine, vengono circondate da una specie di follicolo, formato da piccole cellule nucleate, che traggono origine dalla sostanza granulosa intercellulare (Tav. III^a, fig. 21, *fo*).

Continuando a crescere le cellule di forma ovale, che chiamo germobla-

sti, rompono il follicolo, o la membrana limite fra il luogo ove nascono e l'embrione, e si aprono una via nel peduncolo placentale per penetrare nel seno ventrale dell'embrione (il quale presenta già sviluppato in questo periodo il cuore ed i vasi) d'onde son condotte nel cuore, che li spinge nella glandola germinativa, la quale da questo momento in poi cresce rapidamente.

Intanto debbo notare che non tutti questi corpi oviformi presentano nello sviluppo una cassula cellulare a forma di follicolo, anzi questo fatto sembra eccezionale ai germoblasti che si sviluppano i primi dalla base della membrana germoblastica, che sta fra il fondo della placenta ed il mesoderma.

Dopo questa prima formazione di germoblasti ne avviene una seconda nel resto di questa membrana, che resta in posto alle parti laterali della cavità della placenta, malgrado che aumenti grandemente in volume. Questa seconda formazione si fa molto più lentamente per una successione di nidiate cellulari, e dura fino alla completa formazione della gemmazione dello stolone prolifero; ciò coincide colla fine della vita embrionale della prole solitaria, e seguita fino alla totale scomparsa dell'organo placentale. In questa seconda formazione come nella prima i germoblasti non penetrano mai nella cavità della placenta, dal lato della quale anzi la sostanza forma un considerevole spessimento a modo di membrana. La cavità placentale, che in origine ha servito a ricevere il sangue proveniente dalla madre; che più tardi è stata riempita dalla sostanza, dalla quale si son formati i corpuscoli gialli, e quindi da questi stessi corpi; ed infine dagli ematoblasti che si sviluppano dal bottone ematogene, che vi restano depositati per tutta la sua successiva esistenza, non riceve mai i corpi oviformi, che emigrano nell' embrione per la via più breve mano mano che si formano. I germoblasti, mano mano che si sviluppano, si partono dal lato esterno o dalla periferia della membrana germoblastica, per penetrare nei vasi dell'embrione. I germoblasti, che si sviluppano dalla base della membrana germoblastica, sono i primi elementi che dalla placenta vanno nei vasi dell' embrione. I germoblasti che si sviluppano dal resto di questa membrana, penetrano nei vasi dell'embrione insieme agli ematoblasti che si sono formati dal bottone ematogene.

I germoblasti sono formati da una sostanza protoplasmatica e granulosa; hanno una forma più o meno ovale ed una grandezza, quantunque variabile, pure maggiore sempre del doppio dell'ematoblasto il più sviluppato. Il più piccolo dei germoblasti ha un diametro preso nel lato più stretto, di 0,015 Mm; mentre il più grande nello stesso lato stretto arriva fino a 0,021 Mm, e se in questo si prende lungo il grande asse può arrivare fino a 0,024 Mm. In origine, quando essi occupano ancora il posto ove nascono presentano nel centro un nucleo omogeneo e rifrangente; più tardi, quando sono in camino per i vasi dell'embrione o nel cuore, in alcuni rimane ancora un nucleo, ma nel maggior numero il nucleo si è moltiplicato in due in tre ed anche qualche volta in quattro e più, i quali determinano una divisione endogena della sostanza interna del corpo per la quale si formano nell'interno dello stesso, due, tre o quattro e più cellule che hanno anch'esse protoplasma granuloso e nucleo rifrangente. Si capisce come la grandezza de'germoblasti sta in ragion diretta col numero e colla grandezza delle cellule che in essi si sono sviluppati e le misure sopra esposte sono state prese dai germoblasti ac-

cumolati nel cuore dell'embrione, che sono già in via di divisione endogena, come vengono rappresentate nella fig. 33, Tav. IV^a^. Sotto una tale forma questi corpi sono spinti dal cuore nelle lacune della glandola germinativa, alle pareti della quale dopo un certo tempo si fissano, e la divisione endogena, già cominciata fin dal momento che essi circolavano pei vasi, ora diviene più attiva. Dai germoblasti giunti nella glandola germinativa, nascono per divisione endogena un numero di cellule piccole, rotonde e leggermente granulose, nel centro delle quali si scorge un piccolo nucleolo, che io chiamo cellule germinali. Mano mano che le cellule germinali si formano, cascano nelle lacune, da ove trasportati dalla corrente sanguigna negli spazi formati di una rete di tessuto congiuntivo reticolato, che costituisce una serie di canali, passando attraverso dei quali queste cellule ricevono una ulteriore modificazione come dirò ora nel parlare della struttura di questa glandola. Ma prima voglio esporre la maniera, nella quale si può osservare la circolazione o la presenza dei germoblasti nei vasi dell'embrione della prole solitaria, affinchè questo fatto possa venire costatato dagli altri.

Ho detto sopra come, allorchè nell'embrione della prole solitaria si sono formati i vasi ed il cuore, che per le sue contrazioni si rende manifesto sul vivente anche ad occhio nudo o con debole ingrandimento, i primi elementi che da parte della placenta penetrano nei vasi dell'embrione sono i germoblasti, che si formano dalle cellule cilindriche della base della membrana germoblastica nella maniera studiata innanzi. Ora questo è il momento più favorevole per osservare la circolazione di questi corpi nei vasi e nel cuore dell'embrione; avvegnachè in questo momento vi penetrano in grande quantità e conservano una grossezza considerevole, mentre più tardi, quando questi corpi penetrano insieme agli ematoblasti, non solo sono scarsissimi ma gran parte di loro, per la rapidità colla quale avviene la divisione endogena, arrivano nei vasi dell'embrione per lo più trasformati in piccoli corpi o cellule, e quindi non sempre riesce facile, come nel primo caso, di poterli vedere a primo acchito onde farsene un concetto esatto della loro circolazione.

Se adunque nel momento ora detto, si apre largamente la cavità respiratoria della madre e si mette così a nudo l'embrione lasciandolo sempre aderente alla parete della stessa, allorchè così preparato in un vetro d'orologio ripieno di acqua di mare si guarda al microscopio armato di mediocre ingrandimento, si può osservare colla massima facilità la circolazione di questi grossi pezzi protoplasmatici, o germoblasti nei vasi e nel cuore dell'embrione.

Questi germoblasti quantunque seguano la direzione alternante delle contrazioni del cuore sotto l'impulso del quale caminano, tuttavia forse per il loro grande volume, che non permette il loro transito a traverso i vasi troppo piccoli o per la direzione stessa della corrente, ordinariamente fanno una via diretta, alla quale se per caso deviano ritornano sempre. Quindi dai vasi della placenta passano nel seno ventrale, e da questo nel cuore che li spinge nel seno posteriore, donde passano nel tronco che va alla glandola germinativa, la quale è destinata a riceverli e ad elaborarli. Dopo che i germoblasti son giunti in questa glandola, quando il cuore cambia la direzione delle sue contrazioni, avviene che gli ultimi arrivati scappano dalla glandola per la stessa via per la quale erano pervenuti e ritornano nel

cuore, donde vengono nuovamente spinti con più forte impeto finchè, dopo questo va e viene ripetuto più volte, costringono quelli penetrati prima a farsi più innanzi e lasciar posto per loro. Un simile va e viene dovuto alla direzione alternante delle contrazioni cardiache, lo fanno negli altri vasi in cui circolano; così si veggono dal cuore ritornare nel seno ventrale, e da questo nei vasi della placenta per ripartirne nuovamente. Qualche volta scappano anche pei vasi collaterali del seno ventrale. Se poi si fa una leggera compressione con una pinzetta sopra la glandola germinativa, tutti que' germoblasti, che non hanno preso ancora adesione alla parete di questa glandola, scappano fuori per i due tronchi vascolari e vanno a riempire la cavità del cuore. Quest'organo è il luogo, nel quale i germoblasti si accumulano in più grande abbondanza. La ragione di questo fatto come ho detto innanzi sta nella presenza della rete tendinea che ne occupa la sua cavità, nelle maglie della quale i germoblasti restano impigliati e non escono che lentamente. Infatti se l'embrione muore in questo stadio, il cuore resta più o meno pieno di questi corpi che stanno fra le maglie della sua rete, come dimostra la fig.ª 33 della Tav. IVª, nella quale è rappresentato un taglio longitudinale del cuore e della glandola germinativa di un embrione morto in questo stadio. Un altro luogo, ove rimangono anche dopo morti in numero considerevole è nel tronco vascolare posteriore che conduce alla glandola, come nella figura sopra citata se ne vede uno, ed io conservo inoltre dei preparati, nei quali se ne veggono da tre a quattro lungo lo stesso. Il passaggio dei germoblasti dal seno posteriore nel tronco vascolare della glandola germinativa, e non negli altri vasi che si partono da questo seno dipende, come ho detto innanzi, dalla differente capacità del lume dei medesimi. Infatti, mentre il lume del tronco vascolare che va alla glandola presenta una capacità tale da lasciar passare liberamente germoblasti più considerevoli, il lume degli altri vasi viceversa è molto inferiore al volume di questi corpi; anche il seno del filetto branchiale, che nell'adulto è molto ampio, nell'embrione al contrario è stretto, trovandosi ancora il detto filetto allo stato rudimentale.

La circolazione dei germoblasti o corpi oviformi io l'ho veduta la prima volta in Messina nell'estate del 1873 negli embrioni della S. pinnata, quindi ho avuto occasione di ripetere questa osservazione molte altre volte negli embrioni della stessa specie nell'inverno successivo a Villafranca presso Nizza.

Nello stesso momento, nel quale i germoblasti circolano in grande abbondanza nei vasi dell'embrione, si possono raccogliere usando la massima delicatezza e diligenza sopra un portoggetti preparato con acqua di mare prendendoli, o da quei che restano impigliati nella rete tendinea del cuore, o da quelli che sono pervenuti di fresco nella glandola germinativa. A tale scopo si asporta con piccole cesoje un pezzo dell'embrione contenente il cuore e la glandola, e dilacerandoli con fini aghi sopra il portoggetti si fanno scappare al di fuori i germoblasti. Così preparati senza vetrino cuoproggetti ho potuto osservare al microscopio i loro leggeri movimenti ameboidi.

XI.° *Sviluppo, struttura e funzione della glandola germinativa.*

La glandola germinativa, menzionata da Forskal nella S. Maxima sotto il nome *di Nucleo bianco di forma ricurva* e da Chamisso di *globo opaco*, chiamata da Meyen *vitellus* e da Krohn e Vogt *eleoblasto*, è rimasta interamente sconosciuta nella sua vera struttura e nella sua funzione; perciò ora è stata descritta come il fegato delle Salpe con nucleo (Erschricht Sars), ora come il sacco vitellino dell'embrione (Meyen), ora come un organo analogo al timo dei vertebrati (Huxley), ed ora come un preventivo deposito della materia nutritiva, che serve all' ulteriore sviluppo (Leuckart).

Che sia un organo embrionale e non fegato come volevano gli antichi, nessuno oggi mette più in dubbio, e già Meyen aveva notato che l' embrione si stacca dalla madre allora quando quest' organo si è avvizzito per l' avvenuto riassorbimento. È interessante l' osservazione fatta da Krohn sopra i rapporti fra quest' organo e la placenta, cioè: che in generale le differenti fasi, relative al volume che esso percorre, durante l' incubazione e dopo la nascita dell' embrione, corrispondono a quelli che seguono nella placenta, benchè facendosi più lentamente il suo decrescimento, si trova il resto lungo tempo ancora dopo che la placenta sia sparita. Vogt nel confermare la giusta osservazione di Krohn aggiunge inoltre lo studio del rapporto con lo stolone prolifero, e dice che mentre persiste l'*eleoblasto* si accresce di molto lo stolone; però esso cadde in errore nel credere che le tracce dei bottoni non si veggono che dopo la sparizione della placenta e dell'eleoblasto. Checchè ne sia è degna di grande considerazione la relazione trovata fra la placenta, la glandola germinativa e lo stolone prolifero, la quale tiene a processi di una correlazione più intima fra questi tre organi di quella fin qui conosciuta.

La glandola germinativa trae origine, da un gruppo di grandi cellule, che si formano nel mesoderma un momento prima della formazione del cuore, nel punto sottostante al luogo ove questo si sviluppa. Quando il cuore si sia formato, o appena esso è accennato dalla presenza di una fessura fra il mesoderma e l'entoderma, la glandola germinativa sorge come una piccola verruca sull' estremità posteriore della faccia ventrale, dietro la placenta (Tav. III^a, fig. 23, 24, *gg*). In questo primo stadio è costituita da grandi cellule, che non tardano a ramificarsi e che sono circondate all' esterno dall' ectoderma. Dalla ramificazione e l' anastomosi di queste cellule si vengono a formare un numero di spazi lacunari comunicanti fra loro. A questo stadio di sviluppo della glandola, segue nel mesoderma la comparsa dei vasi sanguigni e la formazione del cuore, con il quale essa prende strette connessioni per mezzo di due tronchi vascolari, l' uno posteriore e l' altro anteriore al pericardio. Stabilita la circolazione nell' embrione entrano in circolo, come ho detto innanzi, i primi germoblasti che vengono cacciati dal cuore nelle lacune della glandola, la quale cresce allora in modo rapido e prodigioso (Tav. III^a, fig. 22, e 27, *gg*).

Quando la glandola è sviluppata (Tav. IV.^a fig. 33) vi si possono distinguere due parti. Una parte corrisponde alla base, e viene rappresentata da una grande lacuna destinata a ricettare i germoblasti (*co*), i quali mano mano che arrivano si vanno trasformando nelle piccole cellule germinali rotonde granulose e nucleate. Questi grandi

corpi protoplasmatici, compiscono in questa grande lacuna, la loro divisione endogena, già cominciata durante il loro camino nei vasi dell' embrione, per cui in questa cavità si trasformano nelle cellule germinali. Mano mano che si formano le cellule germinali passano nella seconda parte della glandola, e così si vuota la grande lacuna che viene nuovamente riempita dagli altri germoblasti.

La seconda parte della glandola rappresenta veramente la parte glandolare di essa, e sottostà alla prima con la quale è in comunicazione. Questa seconda parte è formata da canali reticolati, analoghi ai canali linfatici della sostanza midollare delle glandole linfatiche dei mammiferi, e da un sistema di lacune secondarie intermedie. I canali reticolati hanno una grandezza variabile; i più grandi occupano il centro e possono misurare un diametro trasverso di 0,045 Mm., mentre i più piccoli raggiungono appena il diametro trasverso di 0,018 Mm. Si biforcano e si anastomizzano in vario senso, lasciando fra loro spazi di grandezza anche variabile, i quali rappresentano le lacune intermedie. I canali reticolati son formati da un tessuto congiuntivo reticolare nel senso proprio della parola, come quello dei canali linfatici delle glandole sopradette. Inquanto alla tessitura merita di farsi una distinzione fra i canali, che percorrono la periferia, e i canali che si trovano nel centro della glandola. I canali del centro nei tagli si trovano sempre vuoti come le lacune intermedie, quindi sembra che nel lume del canale non esiste nessun altro tessuto reticolato, e le maglie del reticolo, che ne formano la parete e che mettono in molteplice comunicazione la cavità di questi canali con le lacune intermedie, sono così larghe che lasciano nello stato vivente passare liberamente le cellule germinali da una parte nell' altra. I canali periferici invece hanno un reticolo più stretto, il quale, oltre che forma la parete, percorre tutto l'interno del canale, in maniera tale che una volta penetrate le cellule germinali, difficilmente possono ritornare nei canali profondi o cascare nelle lacune intermedie.

Infatti nei tagli di quest' organo si vede, che mentre restano vuote le lacune intermedie, e nei canali reticolati del centro restano tutto al più raramente qua e là alcune delle cellule germinali che vi circolano in vita, i canali della periferia si trovano sempre pieni di questi elementi, i quali stanno così stivati che si possono cacciare a stento ancora con la spennellatura. La circolazione delle piccole cellule germinali, che nuotano nell'emolinfa della glandola germinativa, avviene nel vivente con tanta rapidità nei canali centrali e nelle lacune intermedie, che C. Vogt l'ha paragonata alle onde precipitose di una cascata [1]. Infatti con un mediocre ingrandimento si possono vedere sul vivente questi elementi, che dai canali cascano nelle lacune per poi risortirne nuovamente, che il paragone immaginoso di Vogt traduce a maraviglia la impressione che se ne riceve. Nei canali reticolati periferici, o dirò meglio, nel reticolo periferico, le cellule germinali progrediscono molto lentamente sotto l' azione della corrente che arriva dal cuore, e si portano nel senso della parte anteriore della base della glandola per penetrare in un organo particolare, che non tarda a farsi vedere in questo luogo al quale si è dato il nome di stolone prolifero e per il quale sembrano tutte destinate. Col successivo sviluppo, il tessuto congiuntivo reticolare che forma questi canali si modifica sensibilmente. Le maglie e le lacune intermedie tendono a sparire,

[1] Vogt. Bilder aus dem Thierleben pag. 26.

ed allora il tessuto della parete del canale prende un aspetto più omogeneo fino a a tanto, che esso si atrofizza e la glandola sparisce. Questo fatto coincide con il completo sviluppo dello stolone prolifero da un canto, e dall' altro con la distruzione della fonte, dalla quale provenivano i germoblasti, voglio dire colla distruzione della placenta; e se la glandola germinativa dura qualche tempo di più di questo ultimo organo, ciò dipende dal tempo che deve ancora impiegare alla trasformazione dell'ultimo deposito di germoblasti in cellule germinali.

Infine debbo notare che quanto sopra ho esposto sulla struttura di questa glandola è ciò che si trova nella S. pinnata; mentre esistono delle modificazioni fra una specie e l' altra, tanto rapporto al tessuto reticolare che forma la parete dei canali, quanto rapporto al numero ed alla grandezza delle lacune intermedie. La più grande differenza in questo riguardo io l'ho trovata nella glandola germinativa della S. maxima, ove il tessuto reticolare delle pareti dei canali si presenta più solido, le maglie sono più strette, gli stessi canali sono più decisivamente tracciati e le lacune intermedie più piccole e meno numerose.

XII.° *Sviluppo dello Stolone prolifero.*

L'organo, al quale Krohn [1] ha dato il nome di stolone prolifero , era stato notato già dallo stesso Forskal [2] come piccolo intestino filiforme e striato trasversalmente, quindi da Cuvier [3] che lo aveva paragonato alla capsula ovarica dei Gasteropodi, da Peron [4], e finalmente da Chamisso [5] che lo descrisse in un gran numero di specie sotto il nome di *foetum catena.* Il primo però che ne riconobbe il vero significato e ne seguì il processo di formazione dei bottoni nelle singole fasi fu Erschricht [6], il quale descrisse quest'organo sotto il nome di catena embrionale *(Fosterkjenden)* formata a coclea attorno alla cavità digestiva. Erschricht non ebbe ad esaminare che l'organo già pervenuto nell'ultimo stadio dello sviluppo della S. cordiformis, nel quale egli distinse tre sezioni di catene d'embrioni tracciate nettamente e bruscamente l'una dall'altra, ed una quarta parte, colla quale la catena degli embrioni sta attaccata al corpo della madre, che egli ha chiamato il tubo originario *(Stamröret).*

Nel tubo originario Erschricht distinse quattro serie di bottoni disposti nel senso della lunghezza, dai quali traggono origine due serie di embrioni che si trovano a vario grado di sviluppo nelle tre sezioni della catena embrionale, nella quale stanno legate al tubo originario o germinativo, che è divenuto molto più piccolo, decrescendo sensibilmente mano mano che si avvicina all'estremità libera della catena. Il tubo germinativo in origine sarebbe formato da tre parti: da una membrana, la più esterna, che si può chiamare transitoria perocchè svanisce; quindi da

(1) Krohn l. c.
(2) Forskal l. c. pag. 115.
(3) Cuvier l. c.
(4) Peron. Itin. T. 31.
(5) Chamisso l. c. pag. 16-17.
(6) Erschricht. l. c.

una membrana che egli appella striata, alla quale si appone dal lato interno un'altra membrana molto tenera, detta dall'autore membrana mucosa o intima. Quando il tubo originario è avanzato nello sviluppo esso risulterebbe solamente dalla membrana striata e dalla membrana mucosa. I bottoni del tubo germinativo sarebbero posti sulla faccia esterna della membrana striata, come su questa stessa faccia starebbero attaccati gli embrioni nella catena embrionale.

Prima di trattare l'argomento dello sviluppo degli embrioni, io debbo richiamare l'attenzione sopra l'origine dello stesso stolone, che finora nessuno di coloro che hanno scritto sulle Salpe ha avuto in mira di ricercare, tranne Kowalevsky ([1]), al quale siamo oggi debitori di averci aperta la via su questo nuovo ed interessante argomento.

Dopo che in questi ultimi tempi è stata ricercata con diligenza da Metschnikoff ([2]), Krohn ([3]) e oggi dallo stesso Kowalevsky ([4]) la prima formazione dei bottoni delle Ascidie, quest'ultimo ha spinto le sue ricerche anche nei Pirosomi e nelle Salpe, ed ha trovato una grande corrispondenza fra il processo di formazione dello stolone nelle Salpe e la gemmazione dei bottoni delle Ascidie e dei Pirosomi. Infatti secondo Kowalevsky lo stolone delle Salpe consta delle stesse parti, dalle quali risultano formati i bottoni dei Pirosomi, cioè, da un prolungamento della pelle e da una estroflessione tubiforme del sacco branchiale dell'embrione fra l'endostilo e l'origine dell'esofago; quindi dalle stesse parti dalle quali sono formati i bottoni delle Ascidie. Esiste inoltre secondo lo stesso autore, come nelle Ascidie e nei Pirosomi, un cumulo cellulare, il quale si trova posto sotto il cumulo cellulare che forma il rudimento dell' eleoblasto (glandola germinativa). Questo cumulo cellulare prende ben tosto la forma di un tubo, e riunendosi alle parti anzidette va a formare il rudimento dello stolone prolifero, a cui nelle Salpe si aggiungono altri due tubi speciali, ch'egli chiama tubi cloacali. Così lo stolone delle Salpe secondo Kowalevsky risulta: « 1° dalla pelle esterna (continuazione della pelle dell' embrione); 2° dal canale intestinale (continuazione dell'intestino dell'embrione); 3° da due tubi cloacali (continuazione delle due estremità posteriori della cloaca e dell'embrione); 4° da un cumulo di cellule, che, a poco a poco allungandosi, piglia la forma di un cordone, il quale in grazia di una cavità che si sviluppa nel suo interno diviene un canale. A questi quattro canali se ne aggiunge ben tosto un altro che sta nel mezzo dei due tubi cloacali, e al lato opposto al tubo ovarico si addossa al canale intestinale. Esso è il canale nervoso .... »

Ho voluto tradurre testualmente le parole di Kowalevsky, perchè mentre vado d'accordo con lui sopra alcuni punti principali circa l'originaria costituzione dello stolone delle Salpe, me ne scosto totalmente in altri; essendo per me molto più

([1]) Kowalevsky. l. c. innanzi.

([2]) Metschnikoff. Ueber die Larven und Knospen von Botryllus. Mélanges biologiques de Bull. de l'Acad. de St. Petersbourg. Tom. VI.

([3]) Krohn Ueber die Fortpflanzunsverhältnisse bei den Botrylliden. Arch. für Naturgeschichte Bd. 35, pag. 190 1869.

([4]) Kowalevsky — Schriften der Naturforcher — Gesellschaft zu Kiew Bd. I. 1870.

» — Archiv für Mikroskop. Anatomie von Max Schultze Bd X Heft 4 pag. 441. 1874.

semplice il processo formativo di quanto non sembra a Kowalevsky e conducente ad un concetto più consono alla legge fondamentale dello sviluppo, dalla quale deve essere regolato il meraviglioso fenomeno della generazione alternante delle Salpe.

Ciò sarà reso manifesto da quanto esporrò ora intorno ai risultati delle mie ricerche fatte nello stolone della S. pinnata.

Nella S. pinnata io ho trovato che il processo avviene nel modo seguente: contemporaneamente all' arrivo dei primi germoblasti nella glandola germinativa, mentre questa va a subire un rapido e prodigioso incremento, la parete interna della cavità respiratoria, o il cosidetto sacco branchiale, che è formato dall' entoderma, fa un estroflessione fra l'estremità posteriore dell'endostilo e il lato sinistro della parte anteriore del pericardio, ove, per la mancanza o deficienza del mesoderma, viene a porsi in contatto con la faccia profonda dell' ectoderma o pelle dell' embrione che solleva a forma di una piccola papilla epiteliale, la quale fa sporgenza innanzi alla base della glandola germinativa e dietro la placenta (Tav. III^a, fig. 22 e 27). Esaminata questa papilla in un taglio al microscopio (Tav. V^a, fig. 45), si vede essere composta dalla parte estroflessa dell'entoderma, e dalla parte dell'ectoderma che viene a ripiegarsi sulla prima. Queste due parti, riunite intimamente in avanti, ove l'epitelio tanto dell'una come dell'altra si presenta ispessito nel senso dell' altezza, limitano indietro uno spazio triangolare che sta con la base rivolta verso la glandola germinativa, con la quale resta in larga comunicazione.

In questo spazio triangolare s'impegna immediatamente il primo germoblasto, che arriva nella glandola germinativa, e che apparteneva probabilmente ad uno di quelli, che nella membrana germoblastica della placenta, erano circondate, nell'ultimo periodo della loro evoluzione, da una specie di follicolo. Impegnato in questo spazio triangolare il germoblasto si segmenta (Tav. V^a, fig. 45, *co*). Dapprima si divide in due grossi pezzi, in ciascuno dei quali si veggono da quattro a cinque nuclei di varia grandezza; quindi per la successiva divisione di questi due pezzi, si viene a formare un cumulo cellulare, come ha descritto Kowalevsky, che io chiamo cumulo cellulare primitivo (Tav. V^a, fig. 46, *cs*). Questo cumulo cellulare dapprima fa sporgenza maggiore nella parte anteriore della base della glandola germinativa; indi s'insinua sempre più fra i due strati (entoderma ed ectoderma) che formano la primitiva papilla, fintantochè vi penetra completamente (Tav. V^a, fig. 47, *cs*). Per l'insinuazione del cumulo cellulare fra i due strati, interno ed esterno, questi si vengono anche a staccarsi nel punto, dove in origine erano accollati, ed allora apparisce in mezzo a loro, oltre del cumulo cellulare, una sostanza congiuntiva fibrillare e molte piccole cellule germinative nucleate, sparse qua e là, che provengono dalla glandola germinativa. Crescendo il cumulo cellulare, si scava nel suo interno una cavità allungata, la quale sparisce subito nello stadio successivo, e quindi deve ritenersi come la cavità di segmentazione del cumulo cellulare, o cavità germinativa (Tav. V^a, fig. 48, *cs*). Intanto, mentre il cumulo cellulare aumenta in volume e si avanza semprepiù in mezzo ai due strati, tanto da circondare tutta la parte estroflessa del sacco branchiale, questa si allunga in un canale, in tal modo la papilla primitiva si trasforma in un corpo cilindrico cavo, che rappresenta il rudimento dello stolone prolifero o il tubo originario di Erschricht o tubo germinativo di Sars.

A questo periodo la parete del tubo è formata da tre strati, che si rendono manifesti tanto nei tagli longitudinali come nei tagli trasversali (Tav.V^a, fig. 49, e 50). Lo strato esterno, rappresentato da una serie di cellule cubiche, e fatto dal prolungamento dell'ectoderma o pelle dell'embrione; lo strato medio, composto di cellule rotonde e nucleate trae origine dal cumulo cellulare innanzi descritto; lo strato interno, anch'esso composto da una serie di cellule cilindriche, proviene dall'estroflessione del sacco branchiale o entoderma, il quale circonda il canale respiratorio dello stolone, che percorre tutto il corpo cilindrico nel senso della lunghezza, e che sta, almeno fino a un certo periodo, in comunicazione colla cavità respiratoria, dalla quale ha preso origine. Ma lo strato medio guardato nel senso della lunghezza non si presenta uniformemente disposto, anzi viene diviso in un numero di segmenti circolari da una serie di strozzamenti fatti dallo strato esterno, che cominciano a formarsi dall'estremità libera del tubo stolonare o germinativo (Tav. V^a, fig. 49, *s*).

Guardando con un mediocre ingrandimento al microscopio un taglio trasverso, il quale rappresenta uno di questi segmenti circolari (Tav V^a, fig. 50, *bo*), si vede, che le cellule dello strato medio formano quattro piccoli cumuli secondari, che fanno sporgenza nel canale stolonare, il quale nel taglio trasverso presenta per ciò la forma di una croce; quindi lo strato interno, che ricuopre i quattro cumuli, è obbligato a formare quattro solchi che separano un cumulo dall'altro nel senso della lunghezza del tubo o meglio una serie di cumuli dall'altra. Così il tubo germinativo viene diviso in segmenti dagli strozzamenti esterni trasversali; e ciascun segmento in quattro cumuli da' solchi interni longitudinali. Intanto nell'estremità aderente del tubo germinativo arrivano due vasi uno per parte, come dimostra la fig. 49 (Tav. V^a), i quali vasi sono prolungamenti del tronco anteriore che viene dalla glandola germinativa, e che vedremo ben presto penetrare fra i bottoni dello strato medio per dare origine ai due canali vascolari dello stolone, percorrendolo nel senso della lungezza parallelamente al canale stolonare che gli resta di mezzo. Mano mano che si forma il tubo germinativo, l'ectoderma o pelle esterna dell'embrione si ripiega verso l'origine di questo, formandosi in tal modo una cavità conica, la di cui apertura evasata guarda in avanti verso la placenta per ove via via che cresce lo stolone, sorte al di fuori e resta pendente sulla faccia ventrale della madre, finchè non si consuma col distacco successivo delle catene (Tav. III^a, fig. 29 e 30. Tav. IV^a, fig. 49). Quando lo stolone della S. pinnata ha raggiunto il suo completo sviluppo, si distingue anche in esso una parte, che forma la catena degli embrioni, ed un'altra, che ne forma il tubo germinativo. Ma come Krohn ha fatto notare, la catena embrionale presenta uno sviluppo graduale, e perciò non si osservano quei tratti bruschi, come si veggono nella S. cordiformis, nella S. zonaria e nella S. democratica. Anche nello stolone prolifero della S. pinnata, il tubo originario o germinativo si prolunga nella catena embrionale, assottigliandosi insensibilmente, fino all'estremità libera, e portando con sè i due tronchi vascolari stolonari, che servono alla nutrizione degli embrioni.

Nel paragrafo che segue continueremo a studiare le trasformazioni intime del tubo germinativo e quindi il modo di svilupparsi degli embrioni della prole aggregata.

XIII.° — *Sviluppo degli embrioni della prole aggregata.*

Il primo passo, alla conoscenza dello sviluppo degli embrioni della prole aggregata, è stato senza dubbio la scoperta fatta da Erschricht di quattro bottoni in ciascun segmento del tubo germinativo, dai quali traggono origine due embrioni con gli organi embrionali annessi. Erschricht ammetteva, che questi quattro bottoni, nella loro origine, si trovano legati insieme per altre quattro stringe (*Duppe*) interamente trasparenti, e, nella fig. 35 che ne dà, si vede, come i quattro bottoni oscuri sono legati da quattro tratti o stringhe trasparenti. Erschricht chiama bottoni di nucleo la serie che sta sul margine convesso (superiore) del tubo, perchè crede che essi vanno a formare le parti nucleate della terza sezione della catena embrionale; chiama bottoni di globo le due serie laterali, perchè secondo lui vanno a formare le parti globate della stessa sezione. Alla quarta serie, che sta al lato opposto della serie dei bottoni di nucleo, non da nessun nome, e dice che probabilmente serve al perfezionamento del tubo stesso. Crede poi, che i così detti bottoni di nucleo della terza sezione della catena embrionale, vanno a formare due organi dell'embrione, cioè l'intestino ed il fegato (stoloblasto di Vogt); e altri due organi vanno a formare i bottoni di globo, cioè il cervello e l'organo oblungo (fossa ciliata di Huxley).

Tutto questo processo, col quale Erschricht si spiega la formazione degli embrioni dai bottoni del tubo germinativo, è interamente erroneo. Non meno erroneo su tal riguardo è quanto ha sostenuto Leuckart, il quale vorrebbe far nascere le Salpe, che prendono la loro origine nel tubo germinativo della nutrice, dalla fusione di due bottoni. Anche Huxley è in errore quando sostiene, che queste due sporgenze, come egli appella i bottoni, rappresentano il rudimento del nucleo e del ganglio nervoso. Nè anco Vogt coglie nel vero quando dice, che i bottoni non sono mai separati, e che ogni metà del segmento primitivo del tubo germinativo con le sue due sporgenze (bottoni), diverrebbe un embrione.

Dalle ricerche che io ho fatto nella S. pinnata, delle quali espongo ora i risultati, mi sono assicurato, che col successivo sviluppo, due, dei quattro bottoni del segmento primitivo, danno origine a due embrioni, e quindi a tutti i loro organi; gli altri due bottoni, intermedi ai primi, fanno l'ufficio di organi embrionali. Ma eccomi ora a descrivere i vari stadi pei quali passa il processo, che dai quattro cumuli cellulari dello strato medio del tubo germinativo innanzi descritti, conduce alla completa formazione degli embrioni.

1° *Stadio.* Nel primo stadio le cellule, che formano i quattro cumuli dello strato medio del tubo germinativo, si moltiplicano, e quindi questi cumuli crescono in volume, in proporzione dei quali cresce ancora tutto il segmento primitivo nel quale la cavità respiratoria del tubo si presenta nel suo massimo ingrandimento. Per questo accrescimento dei cumuli cellulari ne avviene che l' uno si stacca dall' altro; così si formano quattro bottoni, i quali, quantunque in questo stadio occupano ancora la stessa posizione occupata dai cumuli che gli hanno dato origine, cioè uno la parte superiore del segmento, l'altro la parte opposta inferiore e due le parti laterali, tuttavia, a differenza dei cumuli che facevano tra loro una

continuazione circolare dal lato esterno e contrariamente all' opinione sostenuta da Vogt, i bottoni non appena formati si presentano staccati, come si vede nella fig. 51 (Tav. V[a]) che ho designato alla camera lucida; perciò rappresentano veri bottoni stolonari o germinativi indipendenti l'uno dall'altro. Non solamente i bottoni si presentano staccati, mà fra loro, e in mezzo allo strato interno ed esterno, si formano quattro spazi lacunari, i quali danno origine ai due canali sanguigni dello stolone che si sviluppano nel secondo stadio.

In mezzo a ciascuno di questi quattro bottoni (Tav. V[a], fig. 51, *bb, by, bp*) appare una cavità germinativa o di segmentazione di nuova formazione, avvegnacchè quella che si era formata nel primitivo cumulo cellulare, che ha dato origine allo strato medio del tubo germinativo, sparisce subito; tantochè nei piccoli cumuli secondari, in cui si fraziona questo strato, non appare nessuna cavità (Tav. V[a], fig. 50, *bo*). Dopo un tempo più o meno lungo, che varia a secondo la natura dei bottoni, la cavità germinativa, che in ciascuno di essi si è formata, si obliterà anch'essa; e quindi è stato un grave errore quello, nel quale è caduto Leuckart quando ha descritto, che, risultando secondo lui ciascun embrione dalla fusione di due bottoni, le due cavità si riunivano per formare la cavità del corpo o la cavità respiratoria dello stesso.

I bottoni germinativi presentano fin dalla loro origine una differenza rimarchevole, che permette d'intravedere fin dal primo momento la diversa loro destinazione. Infatti il bottone, che in questo stadio occupa la parte superiore del segmento, come quello che corrisponde alla parte inferiore, si trovano tutte e due molto più progrediti nello sviluppo, dei bottoni che occupano le parti laterali. Nei due bottoni, superiore ed inferiore, gli elementi sono molto più numerosi, più piccoli e poliedrici, e la cavità germinativa, ridotta alla sua minima espressione, va bentosto a sparire sulla fine del secondo stadio. Il successivo sviluppo dimostra che ciascuno di questi due bottoni dà origine ad un embrione, perciò io li chiamo bottoni blastodermici (Tav. V[a], fig. 51, *bb*).

Nei due bottoni laterali (*bp*, *by*), la cavità di segmentazione, intorno alla quale si dispongono gli elementi che assumono piuttosto la forma cilindrica, si vede molto più grande e non sparisce che molto tardi. Vedremo nei periodi successivi che da un bottone laterale si formano una serie di cellule a sostanza granulosa, le quali molto probabilmente forniscono la prima materia nutritiva agli embrioni, che consumano nei primi stadi dello sviluppo; e dall' altro bottone laterale si sviluppa quell'organo particolare, al qual Vogt ha dato il nome di stoloblasto, che gli antichi avevano descritto come il fegato della prole aggregata, e che invece ha per iscopo principale di formare gli elementi ematoblastici del sangue dell'embrione di questa prole, analogo per conseguenza nella sua funzione al bottone ematogene della placenta rapporto all'embrione della prole solitaria. Se così fosse, locchè spero di mettere in chiaro alla prima occasione che avrò di potere disporre di materiale fresco, che cioè dal bottone del lato destro, che si consuma e sparisce il primo, si forma la prima materia nutritiva, come dallo stoloblasto originato dal bottone sinistro si forma il sangue, nei quattro bottoni che nascono dallo strato medio del tubo germinativo avremmo: nel bottone superiore ed inferiore la materia formativa degli embrioni o il protoplasma, e nei due bottoni laterali la materia nutritiva o il deutoplasma.

2° *Stadio.* Questo secondo stadio è caratterizzato: dallo sviluppo dei vasi del tubo germinativo, dalle prime modificazioni che presenta la parte dello strato interno corrispondente ai bottoni blastodermici, nonchè dal restringimento che comincia a mostrare la cavità o il canale respiratorio del tubo (Tav. V,ª fig. 52 e 53).

Il fatto più rilevante di questo secondo stadio è la formazione di due canali vascolari, che, paralleli al canale respiratorio che le sta di mezzo, percorrono la lunghezza dello stolone. Da ciò si comprende facilmente, che allorquando questo ha raggiunto il suo completo sviluppo, il tubo germinativo portante le quattro serie di bottoni, per mezzo del quale la catena embrionale sta legata alla nutrice, non si trova nel primo stadio ma bensì negli stadi successivi a questo, che precedono la formazione degli embrioni.

Come si sviluppano i due canali sanguigni dello stolone? Quando i quattro spazi lacunari, che a causa della formazione dei quattro bottoni restano fra lo strato interno ed esterno, arrivano a mettersi in comunicazione con i due vasi che trovansi in prossimità dell' estremità aderente dal tubo (fig. 49, *vs*), dei quali ho parlato innanzi, mano mano che per questa comunicazione il sangue penetra nelle suddette lacune, i due bottoni laterali si distaccano dallo strato interno, il quale viene respinto dal sangue verso il canale respiratorio, che perciò comincia nuovamente a restringersi. In tal modo lo spazio lacunare superiore si riunisce a quello inferiore in tutti e due i lati, e si forma un tronco sanguigno per parte (Tav. V,ª fig. 53). Allora i due bottoni laterali restano attaccati allo strato esterno, e come sospesi o prominenti nel lume di ciascun canale sanguigno. Al contrario, i due bottoni blastodermici restano sempre aderenti a tutti e due gli strati. La ragione per la quale l'onda sanguigna, che arriva a staccare i bottoni laterali dallo strato interno, non produce un simile effetto per i bottoni blastodermici, sta nella forte aderenza, che questi hanno contratto, essendo già cominciato il loro periodico di evoluzione prima della penetrazione del sangue nelle lacune. Infatti in questo secondo stadio, quantunque la cavità germinativa dei bottoni blastodermici è ancora visibile, tuttavia i loro elementi cominciano a disporsi a strati (Tav. Vª, fig. 52, *bb*).

Molto più sensibile invece è la modificazione che in questo stadio presenta lo strato interno nella parte corrispondente ai bottoni blastodermici, avvegnachè mentre le cellule di questo strato restano piccole e poliedriche nelle parti corrispondenti ai canali sanguigni; nelle due parti, che stanno attaccate alla faccia interna dei due bottoni blastodermici invece esse si ingrandiscono enormemente e divengono cilindriche; perciò in queste parti lo strato interno si presenta molto spessito.

I due canali vascolari dello stolone appena formati mostrano avere una parete propria fatta da una membrana elastica, la quale si spessisce nei due lati, che corrispondono ai bottoni blastodermici (Tav. Vª, fig. 52). In principio la penetrazione del sangue avviene con maggiore libertà in uno dei due canali, anzichè in un altro; perciò il canale corrispondente al bottone dal quale più tardi si svilupperanno i due stoloblasti, si riempierà di sangue il primo e prontamente; mentre nel canale opposto il sangue penetrerà assai lentamente e più tardi. La ragione di questo fatto io non sono riuscito a trovarla, ma esso spiega il movimento di rotazione che fa sul proprio asse lo stolone prolifero; e questa rotazione nella S. pinnata si rende più sensibile nel

tubo germinativo, in modo che le quattro serie dei bottoni fanno un cammino spirale attorno l'asse del tubo. Ciò si può vedere guardando con un piccolo ingrandimento lo stolone in superficie anche nell'individuo vivente, ma ci si forma poi un idea più esatta allorchè si guardano al microscopio dei tagli trasversi, praticati in diversi punti del tubo germinativo. Infatti nella fig. 51 (Tav. V[a]) io rappresento la posizione dei bottoni del punto del tubo germinativo più lontano dalla catena embrionale, ossia vicino all'attacco colla nutrice, prima della formazione dei canali sanguigni. In questo punto i due bottoni blastodermici corrispondono alle due estremità dell'asse verticale del tubo germinativo, gli altri due bottoni invece alle due estremità dell'asse trasversale. Nella figura 53, che rappresenta un taglio fatto nel punto medio del tubo germinativo, i quattro bottoni si trovano all' estremità opposta dei due assi obliqui. Finalmente nella figura 55, presa da un taglio fatto in prossimità del passaggio del tubo germinativo nella catena embrionale, i due bottoni blastodermici occupano le due estremità dell'asse trasversale, e gli altri due bottoni l'estremità dell'asse verticale, precisamente all'opposto di come nella figura 51.

I due canali vascolari dello stolone prolifero si possono riconoscere facilmente sul vivente. Guardando infatti con un piccolo ingrandimento si vede la corrente sanguigna traversare lo stolone nella sua lunghezza, ora in un senso ed ora nel senso opposto, a secondo la direzione alternante delle contrazioni del cuore, come in tutti gli altri vasi dell'embrione: così in un momento un canale fa da vaso centrifugo e il canale opposto da vaso centripeto; in un altro momento quello che faceva da vaso centripeto fa l'ufficio di vaso centrifugo e viceversa. Negli animali appena morti, o conservati nelle varie soluzioni, questi tronchi non si rendono visibili se non sono stati precedentemente iniettati. È verissimo, che nei tagli dello stolone prolifero il lume di questi canali resta aperto, come rappresento nella fig. 52 e 59 (*tvs*, *tvi*); ma come esser sicuri in tal caso, che questi due grandi spazi vuoti stieno a rappresentare il lume di due canali sanguigni, quando prima ciò non è stato messo in evidenza per mezzo delle iniezioni? La loro ampiezza ci potrebbe indurre a credere invece alla presenza di due altri canali nello stolone tutt'altro che sanguigni; ed io credo che Kowalevsky, il quale sembra non avere iniettato questi vasi, li abbia definiti per due tubi cloacali, tanto più credo ciò, in quanto che egli non tiene nessuna parola dei vasi dello stolone.

Finalmente nella prima parte della catena embrionale (Tav. V[a], fig. 59) gli embrioni occupano la medesima posizione laterale, ma discendono sotto del tubo germinativo, che resta sopra, e quindi si veggono come appesi e pendenti dallo stesso. Nell'ultima parte della catena embrionale (Tav. III[a], fig. 30, *ca*), gli embrioni si riuniscono in molte paia per andare a formare le varie catene delle Salpe adulte (Tav. III[a], fig. 31).

L'iniezione dei vasi dell'embrione solitario e quindi dello stolone prolifero credo, che fino ad esso non sia stata praticata da altri; l'iniezione dei vasi delle Salpe adulte, specialmente nelle grandi specie (S. maxima), può ottenersi per mezzo di una punzione praticata nel cuore delle stesse mentre sono nello stato vivente, da ove introdotta la materia colorante si lascia al cuore l'ufficio di riempirne i vasi

nelle successive contrazioni. Ma l'iniezione degli embrioni della prole solitaria ha sfuggito per la loro estrema piccolezza a questo modo d'iniezione. Nè iniettando i vasi della madre, la materia colorante potrebbe passare in quelli dell'embrione per la via della placenta; avvegnachè la circolazione tra l'embrione e la madre non è mai diretta ma viceversa indiretta, come nei mammiferi, cioè, nella placenta non avviene mai il passaggio degli elementi del sangue della madre nei vasi dell'embrione, ma solamente accade uno scambio chimico fra il sangue dell'uno e quello dell'altra. D'altronde ho fatto notare innanzi che la circolazione placentale materna si obblitera troppo presto, quando ancora non sono sviluppati nell' embrione i vasi ed il cuore. Adunque per avere l'iniezione dei vasi dell'embrione e dello stolone prolifero annesso a questo, si debbono iniettare direttamente.

Io ho trovato, che ciò non è difficile sopra a tutto negli embrioni conservati nella soluzione satura d'acido pigrico, o in quella del $^1/_2$ % d'acido cromico, quando si sceglie l'organo placentale per fare una simile operazione. Ecco la maniera da me seguita a tale scopo.

Scelgo un embrione, il quale presenta lo stolone prolifero già alquanto sviluppato, e lo stacco dalla madre, con una certa delicatezza, nel punto in cui la placenta sta attaccata all'utero. Questa operazione riesce più facile nello stadio in cui l' embrione sta per staccarsi da se stesso dalla madre. Allora basta d' imprimere un leggero movimento di va e viene sull' embrione, perchè questo si stacchi insieme a tutta la placenta, senza prodursi lacerazione di sorta. D'altra parte questo stadio corrisponde allo sviluppo dei due canali sanguigni dello stolone, e quindi nel momento più utile per la nostra ricerca. Staccato in tal modo l'embrione, resta beante l'apertura della cavità dell'utero, la quale, ponendo l'embrione sopra una lastra nel decubito dorsale, si può vedere ad occhio nudo come un piccolo forellino. In questo forellino si può introdurre allora la punta molto assottigliata di una pipetta, riempita precedentemente della materia colorante, e tenuta fra l'indice e il medio della mano destra col pollice sopra l'apertura superiore del tubo, affinchè per la pressione atmosferica non esca la materia colorante dall' apertura dell' estremità inferiore appuntata, nell'atto della sua introduzione nella cavità della placenta, perchè ciò renderebbe difficile tale introduzione. Collocata in tal modo la pipetta, si toglie il pollice dall'estremità superiore, e con ogni diligenza vi si pone la bocca, per spingere col soffio il liquido colorante contenuto nella pipetta, nei vasi dell'embrione. Se nel collocar la pipetta non si siano prodotte lacerazioni, e se questa si è imboccata bene nella cavità della placenta, la materia colorante passa tutta a riempire i vasi dell'embrione, e si possono ottenere delle bellissime iniezioni dei vasi sanguigni dello stesso, nonchè di quelli dello stolone prolifero. L' operazione non presenta grandi difficoltà, anzi, quando si è presa una certa pratica, si può essere sicuri di riuscire in ogni caso. Si deve avere però la diligenza di usare pipette a lungo tubo, perchè ciò facilita l'applicazione della bocca per soffiarvi dentro, che costituisce uno dei movimenti più difficili di questa operazione.

Quando l' embrione si è staccato da se, quantunque conserva ancora il globo placentale, tuttavia riesce difficile di iniettarlo, perchè allora si è chiusa la apertura della placenta.

Fatta l'iniezione si conserva l'animale per alcuni giorni nell'alcool assoluto, e quindi si stacca il pezzo, che porta lo stolone prolifero insieme all'endostilo soprastante e per fare dei tagli si chiude nel sapone di glicerina, nella maniera indicata da Flemming [1]. Questa sostanza mi ha reso un grande servizio per i vari tagli che ho avuto bisogno di praticare durante tutto il corso di queste ricerche, a preferenza di qualunque altra sostanza che ho messo anche in uso.

In un grande taglio, il quale comprende contemporaneamente l'endostilo ed il tubo germinativo, come io rappresento nella fig. 53 (Tav. V[a]), si veggono molto bene iniettati dalla materia colorante, da un canto i due canali sanguigni del tubo germinativo, e dall'altro il seno ventrale e i vasi che dalle parti laterali di esso si partono in questo punto. Dalle parti laterali superiori del seno ventrale si partono due grossi tronchi che bentosto si biforcano per formare d'ambo i lati; un grosso vaso che si ripiega trasversalmente in fuori per decorrere nella parete del corpo; e un largo seno che ascende nella plica ventrale che fiancheggia l'endostilo, riunendosi alla sua origine con quello del lato opposto per un piccolo vaso trasverso che passa sotto la base dell'endostilo. Dalle parti laterali inferiori dello stesso vengono altri due vasi che si riuniscono in circolo nella spessezza della ripiegatura della pelle dell'embrione, che forma la vagina o l'astuccio di protezione al tubo germinativo dello stolone.

3° *Stadio.* Per il movimento di torsione che il tubo germinativo fa sul proprio asse, come innanzi abbiamo studiato, accade che nel terzo stadio, il quale corrisponde al punto di passaggio tra il tubo germinativo e la catena embrionale, le due parti contenenti i bottoni blastodermici si sono rivoltate dai due lati, e viceversa quelle contenenti gli altri due bottoni (laterali in origine), uno in alto e l'altro in basso.

In questo stadio dal bottone, che ora sta rivolto in alto, dal quale andrà forse a svilupparsi la prima materia nutritiva (Tav. V,[a] fig. 53, *by*), abbiamo la produzione di grandi cellule granulose, le quali mano mano che si formano si portano lungo la parete del canale sanguigno superiore; questa presenta una serie di solchi trasversali, destinati a loggiare le cellule che nascono da questo bottone (Tav. V.[a] fig. 54). Perciò Erschricht le aveva dato il nome di membrana striata. In questo stadio tale bottone presenta ancora la cavità germinativa, ma molto ristretta, ed esso stesso che nello stadio antecedente era il doppio del bottone opposto, è divenuto ora molto più piccolo.

Il bottone opposto a questo (Tav. V,[a] fig. 55, *bp*), che dividendosi andrà a formare più tardi ambedue gli organi stoloblastici, (cioè uno per ciascuno dei due embrioni) nel periodo antecedente era molto piccolo e ora comincia viceversa, il suo periodo di evoluzione. Infatti ora esso è aumentato più del doppio del suo volume; la sua cavità germinativa si è molto ingrandita, ed allungata nel senso trasverso a causa della pressione che fa sopra di lui il vaso sanguigno corrispondente; le sue cellule si sono moltiplicate e disposte in vari strati, quindi divenute al tempo stesso più piccole e cubiche.

[1] Flemming Archiv. für mikroskopische Anatomie von Max Schultze. Bd. IX Heft. 1. pag. 122.

In questo stadio però è molto interessante soprattutto lo sviluppo, che hanno raggiunto i due bottoni blastodermici, nei quali è sparita già la cavità germinativa. e, d'ambo i lati, ciascun bottone ha preso la forma di un corpo cellulare allungato e ricurvo su se stesso verso l'interno, coll'estremità superiore rigonfiata a clava, e l'estremità inferiore terminata a coda. A questo corpo cellulare allungato e ricurvo indentro si può dare ora il nome di blastoderma (Tav. V^a, fig. 55, *bb*).

Studiando il blastoderma ci possiamo convincere, che alla sua formazione non prendono parte, nè lo strato esterno, nè molto meno poi lo strato interno, ma che esso è formato esclusivamente dagli elementi del bottone blastodermico originato dagli elementi dello strato medio. Infatti la faccia esterna o convessa del blastoderma, che chiameremo dorsale, vien separata in massima parte dallo strato esterno per la presenza di un vaso (seno dorsale) che si è sviluppato in questo stadio, e che, portandosi a semicerchio, va dal canale sanguigno inferiore del tubo al canale sanguigno superiore. La faccia interna o concava limita uno spazio, il quale costituisce la cavità intestinale primitiva. Questo spazio o questa cavità trovasi già ripiena della sostanza nutritiva primitiva, analoga al vitello nutritivo, la quale, o si è formata dal disfacimento della parte esterna delle cellule cilindriche appartenenti alla porzione corrispondente dello strato interno, le quali subiscono una specie di degenerazione grassosa che li trasforma in materia nutritiva; ovvero proviene dalle grandi cellule granulose nate dal bottone che fa capo nel canale sanguigno superiore, come ho detto innanzi; o finalmente dalle due cose ad un tempo. Il certo si è che, nè lo strato esterno proveniente dalla pelle dell'embrione solitario, nè lo strato interno formato dall'estroflessione del sacco branchiale, prendono parte morfologica alla formazione dell'embrione della prole aggregata.

Le cellule che formano il blastoderma nella parte media si trovano disposte in due strati, quantunque ancora non nettamente delineati. Nell'estremità inferiore assottigliata, questi due strati si riuniscono in uno strato unicellulare, il quale si ricurva bruscamente indentro, chiudendo in tal modo la parte corrispondente della cavità intestinale primitiva. L'estremità superiore invece si ricurva in fuori, e nella figura 55 (Tav. V) si vede, nel blastoderma di un lato formarsi dalla parte dorsale, o dall' ectoderma, in prossimità di questa estremità, il solco dorsale; mentre nel blastoderma del lato opposto, nel quale il processo trovasi un poco più avanzato, il solco dorsale si è già chiuso e trasformato nella vescicola cerebrale.

Adunque nel primitivo blastoderma abbiamo: *a)* la distinzione del foglietto sterno o ectoderma, dal foglietto interno o entoderma; *b)* la riunione dei due foglietti ectoderma e entoderma, all'estremità, ossia la continuazione dell'uno nell'altro; quindi la formazione della cavità intestinale primitiva avviene alla stessa maniera di come avviene nei vertebrati superiori (Selacei, Pesci ossei, Rettili, Uccelli) cioè per l'incurvamento laterale di tutto il blastoderma verso un punto centrale, che viene a chiudere la cavità intestinale primitiva ripiena in origine dalla materia nutritiva, analoga al vitellus nutritivo. È importante inoltre di notare come la cavità intestinale primitiva, non ha in questo caso rapporto alcuno con la cavità germinativa o di segmentazione del bottone blastodermico, che sparisce molto tempo prima.

4. *Stadio.* Nell'origine della catena embrionale, che fa continuazione con il tubo germinativo, corrispondente alla parte estrema della terza sezione della catena embrionale della S. cordiformis secondo Erschricht, abbiamo il quarto stadio caratterizzato dalla trasformazione dei blastodermi in veri embrioni, dall'obbliterazione del seno dorsale, e successivamente dalle modificazioni dello strato esterno che va mano mano scomparendo (Tav. V,ª fig. 56).

Lo spazio fra i due blastodermi, occupato prima dal solo canale respiratorio viene ora ad essere in parte occupato dal canale sanguigno superiore, il quale prende in questo stadio uno sviluppo considerevole. Il bottone che faceva prominenza in questo canale è scomparso, e la parete striata del canale viene rivestita da uno strato di piccole cellule cubiche che fanno una membrana interna (intima o mucosa di Erschricht) unicellulare.

Il bottone opposto sottostante al canale sanguigno inferiore, si è diviso in due porzioni, ciascuna delle quali, formata di piccole cellule rotonde che hanno perduto il nucleo, si è riunita a forma di globo alla parte interna dell'estremità inferiore di ciascuno dei due blastodermi, per formare il rudimento del così detto stoloblasto.

I due blastoderma in questo stadio (Tav. Vª, fig. 36) presentano i tre foglietti, (ectoderma, mesoderma ed entoderma) nettamente delineati. In ciascun di loro si osserva la vescicola cerebrale, la quale presenta una cavità stretta ed allungata, e dal lato esterno la sua parete è fatta da lunghe cellule cilindriche.

L'ectoderma o il foglietto esterno è semplice come nei Selacci, nei Rettili e negli Uccelli; a differenza del blastoderma della prole solitaria, ove, come innanzi ho fatto notare, è formato di due strati (foglietto corneo e foglietto sensoriale di Stricker) come nei Batraci e nei Pesci ossei.

La cavità intestinale primitiva è ripiena ancora dalla materia nutritiva; e l'entoderma, verso l'estremità inferiore ove è formato da lunghe cellule cilindriche, presenta già un estroflessione digitiforme, che rappresenta il primo indizio della cavità dell'intestino (*in*) definitivo. La materia nutritiva che riempie la cavità intestinale primitiva, viene in contatto dal lato interno colla parete del canale sanguigno superiore, perciò non tarda a scavarsi in essa un seno che proviene dalla parte limitrofa del sudetto canale. Questo seno rappresenta il canale ombellicale, attorno del quale si chiude la cavità intestinale primitiva per il successivo incurvamento di tutto il blastoderma. Quando si è stabilito il canale ombellicale, la materia nutritiva primitiva si è già consumata, e nel foglietto medio in questo momento appariscono la vescicola cardiaca, e i rudimenti dell'ovaio e del testicolo. Poco dopo (Tav. V,ª fig. 57) l'estroflessione che va a formare l'intestino si allunga ed ingrandisce; così la cavità primitiva trovasi ora divisa in due cavità comunicanti fra loro, l'una delle quali rappresenta la cavità dell'intestino definitivo, e l'altra molto più considerevole la cavità respiratoria che viene traversata dal canale ombellicale. Questo partendosi dal foro ombellicale che trovasi nel lato interno va a riunirsi da un canto all'entoderma che riveste la faccia interna della vescicola cerebrale ove più tardi comunica coi vasi del mesoderma; e dall'altro all'estremità opposta in prossimità al luogo ove si è sviluppata la vescicola cardiaca. In questo luogo fanno prominenza in esso il rudimento del testicolo e quind' anco quello dell'ovaio. Ma la parete che limita il seno ombellicale da quali elementi viene for-

mata? Sono forse i nuclei che si trovano sparsi nella sostanza nutritiva che vanno a formare questa parete, o forse essa è formata da uno dei ripiegamenti che nell'estremità inferiore fa l'entoderma? Io sono rimasto nel dubbio, nè mi saprei decidere senza ulteriori ricerche.

5° *Stadio.* Il quinto stadio (Tav. V^a, fig. 58) è caratterizzato dall'obliterazione della circolazione ombellicale e quindi dalla trasformazione del canale in filetto branchiale, il quale resta attaccato alla parete, da un canto sotto la vescicola cerebrale, ove molto più tardi innanzi a lui si svilupperà la fossa ciliata, e dall'altro in prossimità del cuore. In questo stadio la cavità respiratoria si è chiusa completamente, e dalla parte inferiore del lato esterno appare la cloaca (*c*); mentre dalla parte superiore del lato interno la parete fa una protuberanza che rappresenta il rudimento dell' organo d'attacco, crista o pinna (*p*).

Al tempo stesso sulla superficie esterna dell'embrione appare la prima volta la membrana di cellulosa, nella quale verso il lato esterno si vedono una serie di piccole cellule provenienti o dall'ectoderma, o dalla emigrazione delle cellule che formano la membrana cellulare interna (intima) del canale sanguigno superiore. A causa dello sviluppo che prendono i due embrioni, il canale sanguigno inferiore ed il canale respiratorio restano compressi tra loro, mentre d' altro canto per il peso che gli embrioni vanno acquistando ne avviene che nel periodo successivo a questo tutto il tubo germinativo resta in alto e gli embrioni in basso come pendenti dallo stesso, e quindi questi due canali si sprigionano e restano liberi come il superiore.

6° *Stadio.* In questo stadio (Tav V^a, fig. 59) gli embrioni sono tanto cresciuti che restano pendenti in basso al tubo germinativo che sta in alto. Gli organi che dianzi abbiamo notato hanno raggiunto già un discreto grado di sviluppo. L'ovaio ha preso la forma di un follicolo chiuso (*fo*) e già in esso si vede formato l'uovo. Il testicolo però (che nel taglio che io rappresento non si vede, perchè situato dietro all'intestino) è rimasto sempre allo stesso grado di sviluppo dello stadio precedente e rimarrà tale fino all'età adulta della Salpa. La vescicola cerebrale (*gc*) ha preso già la sua definitiva posizione, e, quantunque molto ingrandita, conserva ancora la sua cavità e la forma embrionale dei suoi elementi. Nel foglietto medio si veggono una gran quantità d'elementi sanguigni piccoli e granulosi che già avevano cominciato a comparire fin dallo stadio precedente. Inoltre in questo stadio appariscono nel mesoderma le prime traccie (*fm*) dei fasci cellulari che più tardi si trasformano in fasci muscolari, e che segnano quindi i vari segmenti; nei quali questi fasci dividono tutto il corpo dell'animale. La vescicola cardiaca (*cu*) molto ingrandita si trova già introflessa per formare il cuore ed il pericardio nel modo che innanzi ho descritto. Lo stoloblasto (*sb*) trovasi ancora nel suo stadio rudimentale. Ciò che soprattutto ha preso ora un grande sviluppo è l'intestino, il quale in questo momento corrisponde all'estremità inferiore dell'embrione, ove fa una forte sporgenza all'esterno a forma di un capitello e presenta nel suo interno una cavità imbutiforme (*in*). Il filetto branchiale (*fb*) è come trovavasi nello stadio precedente, ma la cloaca (*c*) che gli sta accanto fa già prominenza al lato esterno, nel punto ove più tardi andrà a formarsi l'apertura di egestione, della quale ancora non esiste traccia alcuna. Viceversa si comincia a tracciare sulla parte superiore della cavità respiratoria l' apertura d' ingestione (*b*). Infatti all' estremità su-

periore dell'embrione l'entoderma si ripiega circolarmente in fuori per unirsi all'ectoderma e quando quest'unione sarà fatta nello stadio successivo, la porzione di questo, che resta separata, si riassorbe e va via; così si stabilisce la cavità d' ingestione. In questo stadio non si veggono ancora nè la fossa ciliata, nè l'entostilo, nè gli organi dei sensi, la formazione dei quali precede di poco l' apertura della cavità respiratoria. Intanto gli organi d'attacco, uno per ciascuno embrione, che abbiamo visto precedentemente cominciare a formarsi, ora si dispongono circolarmente intorno ad un asse (ombellico della catena staccata): così in questa specie si riuniscono in questo stadio più paia di embrioni, in modo tale che si costituiscono varie catene di Salpe, che, come si sa, nella S. pinnata prendono la forma circolare. Queste catene non si staccano dal soprastante tubo germinativo, se non quando sono giunti al periodo di maturità muliebre come Krohn ha fatto gia notare [1].

In questo stadio il tubo germinativo soprastante conserva ancora un mediocre sviluppo: trovasi ancora molto ingrandito il canale sanguigno superiore, dal quale si parte d'ambo i lati un vaso sanguigno, che portandosi sopra l' organo d'attacco si ripiega verso la faccia interna dell'embrione, ove va a comunicare coi vasi che si formano nel mesoderma; e così viene ad apportare la nutrizione dal lato esterno, invece di quella che veniva dal lato interno che si è obliterata coll' abolizione della circolazione ombellicale. Infine le cellule che circondavano la parete del vaso sanguigno superiore si sono estese ai lati del canale respiratorio ed anco del canale sanguigno inferiore e dei due vasi che vanno all'embrione. Si vede in questo stadio come, colla successiva moltiplicazione, questi elementi emigrano nella sostanza di cellulosa.

7° *Stadio.* Finalmente lo stadio ulteriore per il quale passano gli embrioni delle Salpe aggregate è caratterizzato dallo sviluppo dello stoloblasto, e quindi di una nuova circolazione che si fa per i nuovi vasi che si sviluppano in questo lato e che formano la circolazione stoloblastica, che io non ho potuto seguire nei dettagli. Durante la circolazione stoloblastica cominciano le pulsazioni del cuore e si sviluppano gli organi dei sensi, la fossa ciliata e l'endostilo, mentre d'altro canto l'intestino va a prendere il suo posto definitivo nella spessezza della parete ventrale, e si stabiliscono in fine l'apertura d' ingestione e quella di egestione. In quest' ultimo stadio le varie catene che mano mano si formano restano connesse col tubo germinativo solamente per mezzo della circolazione stoloblastica, distrutta la quale se ne staccano per rendersi indipendenti. Le catene staccate della S. pinnata non contano più di quindici individui (Tav. III[a], fig. 31).

(1) È uopo ricordare, che ogni individuo delle Salpe aggregate, quantunque abbia ovaio e testicolo, pure maturandosi a diverse epoche, l'ovaio prima e il testicolo dopo, avviene che è femmina nella sua gioventù, e maschio nell'età adulta. Non sarebbero quindi veri ermafroditi come Krohn (l. c.) ha già notato.

CONCLUSIONE

Sulla generazione e sviluppo delle Salpe vi sono state due teorie.

La prima teoria è di Chamisso così concepita: le specie delle Salpe si presentano sotto due forme, la prole solitaria e la prole aggregata, che si alternano sempre l'una nell'altra e sono l'una dall'altra dissimili, cosicchè non somigliano alla loro madre e figlia, ma sibbene alla loro nonna, alla loro nipote o alla loro sorella ([1]).

La seconda teoria contraria a quella di Chamisso, è di Erschicht espressa in questo modo: le Salpe partoriscono nella loro giovane età individui solitari, e nell'età matura individui catenati o aggregati; quindi nelle Salpe non vi è nessuna metamorfosi necessaria; i giovani solitari hanno preso nel corpo della madre in tutto la forma permanente, mentre i giovani aggregati hanno una forma leggermente variabile cagionata dallo stesso legame della catena, la quale più tardi passa nella forma permanente ([2]).

Primo ad accreditare la teoria di Chamisso, contradetta da quella di Erschricht, fu Steenstrup ([3]), e quindi Sars ([4]) che sorse ad oppugnare tutti gli argomenti posti in campo di Erschricht contro la teoria di Chamisso. Ma il merito, di aver messo fuori dubbio e dimostrata vera la teoria di Chamisso, è dovuto tutto a Krohn ([5]), il quale, con le sue interessanti scoperte sullo stato sessuale delle due prole, venne a troncare ogni discussione in proposito, e decise contro la teoria di Erschricht ed in favore di quella di Chamisso. Invero quando fu fatto conoscere da Krohn che gl'individui della prole aggregata sono i soli, che fossero provvisti di organi genitali e quindi dell'unico uovo che generalmente possiede ogni specie, mentre gl'individui della prole solitaria restano agami per tutta la loro esistenza, non fu più possibile ammettere la teoria di Erschricht la quale cadde perciò nell'oblìo.

Ma Erschricht aveva espresso un pensiero non lontano dal vero, che cioè nella generazione delle Salpe non è necessario la metamorfosi dell' una forma nell'altra, come avviene nelle infime classi animali. Infatti non è concepibile che animali di una organizzazione così elevata, abbiano poi un modo di originarsi tanto comune con gli animali molto inferiori. Il processo della generazione alternante delle Salpe, analogo

([1]) Chiamiaso l. c. p. 2.

([2]) Erschrischt l. c. pag. 383-384.

([3]) Steenstrup. Ueber Generationswechsel in den niedern Thierklassen 1842.

([4]) Sars l. c.

([5]) Krohn, Observations sur la géneration et le développement des Biphores (Salpa) Annal. des sc. nat. 1846 p. 110.

al processo di gemmazione degli altri tunicati, non si deve confondere colla gemmazione, che avviene nelle così dette infime classi, come la partenogenesi o pedogenesi degli insetti e dei crostacei. Da quanto ho comunicato in questo scritto mi sembra di aver provato, che allo sviluppo delle Salpe aggregate non occorrono, nè gli elementi dello strato interno, nè quelli dello strato esterno del tubo germinativo, derivati ambedue dal sacco branchiale e dalla pelle dell'embrione della prole solitaria; ma che invece esse si sviluppano dai bottoni che si formano dallo strato medio, il quale a sua volta è prodotto dal cumulo cellulare che si forma in origine fra la parte estroflessa del sacco branchiale e la pelle del primo embrione solitario. Ora questo cumulo di cellule non si può considerare come un vero ovaio; avvegnachè i suoi elementi presentano una differenza notevole con le uova, le quali non possono entrare mai in attività formativa se non subiscono prima l'atto della fecondazione, mentre le cellule di questo cumulo portano invece in potenza la facoltà di riprodurre le Salpe aggregate. E per tale proprietà si distinguono inoltre da tutti gli altri elementi dell'embrione solitario, nel quale trovano solamente una loggia d'incubazione necessaria al loro sviluppo. Come innanzi ho dimostrato le cellule di questo cumulo, e quelle che vi si aggiungono dopo per formare lo strato medio del tubo germinativo, nascono dalla ulteriore segmentazione dei germoblasti, provenienti dalla membrana germoblastica dell'uovo primitivo segmentato. Quindi gl'individui della prole aggregata non sono figli, ma fratelli cadetti della prole solitaria, che rappresenta il primogenito rimasto agamo, e destinato ad incubare ed allevare i suoi futuri fratelli. Il fenomeno della generazione alternante delle Salpe si deve per conseguenza riguardare come fenomeno dipendente dall' atto primo della generazione; cioè, dal commercio sessuale per il quale avviene la fecondazione dell' uovo, dal quale oltre l'embrione della prole solitaria, derivano in un secondo tempo gli embrioni della prole aggregata per mezzo di elementi che si partono dal luogo di origine per andare a svilupparsi nel tubo germinativo, portato dalla prima prole già cresciuta. In breve, il materiale formativo della prole aggregata è dato dai germoblasti provenienti dalla membrana germoblastica, che sorge sul cerchio germinativo dell'uovo; e quindi gli embrioni di questa prole non derivano dalla prole solitaria come fin qui si è ritenuto, ma derivano, ugualmente come questa, dall'uovo primitivo segmentato.

Questa conclusione alla quale mi hanno condotto le mie ricerche ha un importanza per la teoria del trasformismo. Infatti fra le varie obbiezioni fatte contro la teoria dello sviluppo ascidiano dei vertebrati si è detto, che la propagazione per gemme non si trova in nessuno di quegli animali che fin oggi si chiamano vertebrati, ma che invece essa costituisce una maniera di generazione propria delle infime classi animali, nei quali avvi una vera metamorfosi.

Dorhn [1] contrariamente a Kupffer sostiene infatti, che le Ascidie sono Pesci o Ciclostomi degenerati, e si poggia anch' esso principalmente sulla parentela trovata da Kowlevsky fra la larva delle Ascidie e lo sviluppo dell'Amphiosus, che a

[1] L. c. pag. 56.

sua volta insieme ai Ciclostomi sarebbe un Pesce degenerato. Invero non è possibile potersi spiegare con il trasformismo la formazione delle specie senza ammettere che per l'azione del mondo esterno e la reazione degli organismi non avvengano, sia rapporto allo sviluppo degli organi come rapporto allo sviluppo degli organismi interi o individui, da un canto fenomeni di perfezionamento e dall'altro fenomeni di degenerazione o di Atavismo. Perciò non sarà difficile supporre che le Ascidie, le quali, liberi allo stato di larva, incontriamo dopo attaccate come piante alle roccie delle nostre coste, possano rappresentare animali degenerati. Però è più facile ammettere di essere Salpe degenerate anzichè Pesci o Ciclostomi; dapoichè in tal caso sarebbero, secondo lo stesso Dorhn, degenerati di altri esseri degenerati; oltre che contro una tale opinione starebbero molti fatti che lo stesso Dorhn in parte non si dissimula.

Ma Dorhn crede che tutta la classe dei tunicanti si sia formata per Atavismo dai Ciclostomi e quindi oltre le Ascidie, e le Appendicularie sarebbero tali anco le Salpe, per le quali da quanto ho comunicato in questa memoria si deve argomentare invece il contrario. Infatti noi abbiamo.

1° Che nelle Salpe la generazione avviene per commercio sessuale fra individui diversi (maschio e femina); dapoichè quantunque nello stesso individuo si trovano riuniti l'uovo ed il testicolo, pure è stato riconosciuto che l'uovo di un individuo viene fecondato dal liquido spermatico di un altro individuo.

2° Che dopo la segmentazione gli elementi dell'uovo si dividono in due parti, separati dalla presenza del cerchio blastodermico; da una parte si sviluppa immediatamente la prole solitaria, nel luogo stesso (utero) ove l'uovo ha preso sua stabile dimora; gli elementi dell' altra parte invece emigrano e vanno più tardi o in un secondo tempo a sviluppare in luogo lontano (nello stolone prolifero) gli individui della prole aggregata.

3° Che tanto nella prole aggregata prima dello sviluppo degli organi si formano due foglietti embrionali, l' ectederma e l' entoderma, e quindi in mezzo a loro si sviluppa un terzo foglietto il mesoderma, il quale si fende per formare una fessura che rappresenta la cavità generale del corpo, d'onde prende origine l' emolinfa che viene segregata dagli stessi elementi del mesoderma.

4° Che il foglietto esterno o l'ectoderma, nella prole solitaria è formato da due strati, e nella prole aggregata da un solo.

5° Che la cavità intestinale primitiva nella prole solitaria si forma per entroflessione del foglietto esterno e nella prole aggregata per il ripiegamento laterale di tutto il blastoderma verso il centro inferiore, dopo che alla parte marginale il foglietto esterno si è riunito e si continua con l'interno.

6° Che il sistema centrale nervoso si sviluppa in tutte e due le prole del foglietto esterno.

7° Che nella prole solitaria fra il foglietto esterno ed il foglietto interno, cioè fra il rudimento del sistema centrale nervoso e la cavità intestinale primitiva, si sviluppa il disco dorsale analogo alla corda dorsale dei vertebrati.

8° Che come i rettili, gli uccelli ed i mammiferi, l'embrione della prole solitaria è amniotico.

9° Che l'embrione di questa stessa prole possiede una placenta che in principi fa la stessa funzione della placenta dei mammiferi, e che nella prole aggregata quantunque manchi la forma della placenta esiste sempre una circolazione ombellicale e stoloblastica.

10° Che il mantello di cellulosa si deve ritenere per una formazione epidermoidale originata e dipendente dall'ectoderma.

11° Finalmente i fasci muscolari che si sviluppano dal mesoderma riunendosi circolarmente dividono il corpo dell'animale in varî segmenti.

Mi sia dunque concesso di concludere che le Salpe si sviluppano secondo il tipo dei vertebrati: cioè in parte come l'Amphiosus, i Ciclostomi, gli Storioni ed i Batraci, in parte come i Selaci, i Pesci ossei, i Rettili e gli Uccelli, ed in parte come i Mammiferi; quindi non possono rappresentare esseri degenerati, ma ammessa la teoria del trasformismo le Salpe rappresenterebbero il tronco del grande albero geneologico dei vertebrati.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

tagli rappresentati in queste figure ad eccezione delle figure 23 e 24 della Tav. III^a, sono state fatte nella S. pinnata. — Nelle fig. 1^a, 3^a e 4^a gli organi si trovano situati quali s'incontrano nell'animale; in tutte le altre figure son poste al contrario affine di presentare in alto il dorso dell' embrione.

—

Tavola I^a

Fig. 1. — Testicolo della prole aggregata della S. pinnata. Preparato nella soluzione d' acido cromico ($^1/_2$ %). Ingrandimento debole.

Fig. 2. — Zoospermi a doppia coda della prole aggregata della S. pinnata. Osservati allo stato fresco. Ingrandimento $^{750}/_1$.

Fig. 3. — Organi genitali muliebri della prole aggregata della S. pinnata nell'età giovane appena staccata la catena dallo stolone prolifero. Preparato nell'acido osmico. Ingrandimento debole, — *u*) utero; *l*) legamento uterino; *c*) collo e bocca dell'utero; *d*) ovidutto; *v*) ovajo; *o*) uovo contenuto nell' ovajo.

Fig. 4. — Utero veduto con ingrandimento più forte — *u)* corpo dell' utero; *l)* legalmenti; *c)* collo; *b)* bocca dell' utero; *d*) ovidutto. Colorito coll' acido osmico. Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 5. — Follicolo ovarico della prole aggregata della S. pinnata che non ha raggiunto ancora il suo grado di maturità — *ov)* capsula ovarica; *t)* torlo o vitellus; *g)* vescicola germinativa. Conservato nella soluzione di acido cromico $^1/_2$ $^0/_0$ e colorito col picro-carminato d' ammoniaca. Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 6. — Lo stesso giunto al suo grado di maturità nel quale la cavità del follicolo si è molto ingrandita e per conseguenza l' uovo si è staccato e posto nel fondo. Nella vescicola germinativa si sono sviluppati dei vacuoli. Le lettere come nella fig.^a precedente. Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 7. — Segmentazione dell' uovo contenuto ancora nel follicolo. Si vede l'ovidutto percorso da un canale che comunica colla cavità del follicolo. L' uovo conserva ancora la primitiva posizione. Soluzione d' acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 8. — Primo accenno della cavità di segmentazione. Il grand' asse dell' uovo da verticale diviene trasverso — *m)* uovo segmentato; *ov)* capsula ovarica; *cov)* cavità del follicolo. Soluzione d' acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 9. — Lo stesso in uno stato più avanzato di sviluppo — *m)* massa germinativa; *b)* membrana blastodermica; *cs*) cavità di segmentazione; *cov)* cavità del follicolo. Colorito coll' acido osmico. Ingrandimento $^{300}/_1$.

Fig. 10. — Taglio dell' utero contenente l' uovo in un grado più avanzato di sviluppo — *p)* peduncolo dell' utero; *c)* collo e bocca dell' utero chiusa; *mb)* membrana blastodermica; *m)* massa germinativa centrale; *cs)* cavità di segmentazione; *cpl)* cavità placentale; *ca)* cavità dell' amnios; *cb)* cerchio blastodermico; *me)* membrana germoblastica; *ma)* membrana amniotica; *d)* solco dorsale. Conservato nel liquido di Müller. Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 11. — Lo stesso taglio in uno stadio più avanzato ancora — *cv)* cavità intestinale primitiva; *cp)* collo d' invaginazione; *bo)* bottone vitellino: *be*) bottone ematogene; le altre lettere come nella figura precedente. Conservato nel liquido di Müller. Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 12. — Lo stesso taglio nello stadio più avanzato del precedente — *cs)* cavità di segmentazione; *cv)* cavità intestinale primitiva; *p)* cavità placentale; *a)* cavità dell' amnios; *be)* bottone ematogene; *cp)* collo d' invaginazione; *x)* disco dorsale; *gc)* rudimento del ganglio cerebrale. Conservato nel liquido di Hoyer. Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 13. — Lo stesso taglio in uno stadio poco più avanzato del precedente — *cs)* cavità di segmentazione; *cp)* cavità placentale; *v)* cavità intestinale primitiva; *be)* bottone ematogene; *bo)* bottone vitellino; *x)* disco dorsale; *gc)* rudimento del ganglio cerebrale; *si-se)* strato interno e strato esterno dell'ectoderma; *ma)* membrana dell'amnios; *u)* utero. Liquido d'Hoyer. Ingrandimento $^{240}/_{1}$.

Fig. 14. — Taglio rappresentante un grado più avanzato ancora di sviluppo, tolto via l'utero — *cs)* cavità di segmentazione; *cv)* cavità intestinale primitiva nella quale cominciano ad apparire gli elementi del torlo nutritivo provenienti dal bottone vitellino; *p)* cavità placentale; *a)* amnios; *be)* bottone ematogene; *bo)* bottone vitellino; *gc*) rudimento del ganglio cerebrale; *ec)* ectoderma; *en)* entoderma; *em)* foglietto muscolare cutaneo del mesoderma; *ce*) *coelum* o cavità generale del corpo; *me)* membrana germoblastica. Conservato nel liquido di Müller. Ingrandimento $^{240}/_{1}$.

Tavola IIª

Fig. 15. — Lo stesso taglio caduto in fuori del ganglio cerebrale parallelo però come il primo all'asse verticale; si vede che ai lati è sparita la cavità di segmentazione — *cv)* cavità intestinale primitiva; *ce) coelum* o cavità generale del corpo; *bo)* bottone vitellino; *r)* plica verticale dell'entoderma; *fm)* foglietto muscolare cutaneo del mesoderma; *si-se)* strato interno e strato esterno dell'ectoderma; *mc)* mantello di cellulosa; *mo)* membrana germoblastica; *ma)* membrana amniotica; *cg)* corpi gialli; *sm)* strato muscolare dell'utero; *u)* strato congiuntivo o vascolare dell'utero. Soluzione di acido osmico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{300}/_{1}$.

Fig. 16. — Taglio rappresentante uno stadio di sviluppo maggiore di quello rappresentato dalle due figure precedenti, nel quale è stato tolto via l'utero — *am*) amnios; *be*) bottone ematogene; *mo)* membrana germoblastica; *cg)* corpi gialli; *bo)* bottone vitellino; *mn)* sostanza nutritiva della cavità intestinale primitiva; *en)* entoderma; *me)* mesoderma; *ce) Coelum*; *ect)* ectoderma; *gc)* rudimento del ganglio cerebrale; *mc)* mantello di cellulosa; *ma)* membrana dell'amnios. Soluzione satura di acido picrigo. Ingrandimento $^{240}/_{1}$.

Fig. 17. — Grado maggiore di sviluppo — *p)* peduncolo dell'utero; *am)* cavità dell'amnios; *cp*) cavità placentale; *cv)* cavità intestinale primitiva; *ce)* cavità generale del corpo; *be)* bottone ematogene; *mg)* materia granulosa dalla quale nascono i corpi gialli; *sc)* sostanza omogenea e trasparente segregata dai corpi gialli della cavità placentale; *cg)* corpi gialli; *mo)* membrana germoblastica; *ma)* membrana dell'amnios; *si-se)* strato interno ed esterno dell'ectoderma; *gc)* ganglio cerebrale; *lme)* lamina muscolare esterna; *lmi)* lamina musculare interna; *c)* cellule congiuntive del mesoderma. Soluzione di acido cromico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{140}/_{1}$.

Fig. 18. — Taglio nel quale si vede lo sviluppo molto più avanzato — *be)* bottone ematogene; *mo)* membrana germoblastica; *ma)* membrana dell'amnios; *cr)* cavità respiratoria; *in)* cavità dell'intestino definitivo; *c)* cloaca; *fb)* rudimento del filetto branchiale; *gc)* rudimento del ganglio cerebrale; *ect)* ectoderma; *me)* mesoderma; *en)* entoderma. Soluzione di acido cromico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{140}/_{1}$.

Fig. 19. — Taglio trasverso rappresentante un grado anche maggiore di sviluppo — *cr)* cavità respiratoria; *gc)* vescicola cerebrale; *en)* entoderma; *me)* mesoderma; *ect)* ectoderma; *mc)* mantello di cellulosa; *ma)* membrana dell'amnios. Soluzione di acido cromico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{140}/_{1}$.

Fig. 20. — Taglio verticale della placenta di un giovane embrione della prole solitaria un momento prima di staccarsi dalla madre — *cs)* cellule sanguigne o ematoblasti, le quali riempiono tutta la cavità placentale; *co)* corpi oviformi o germoblasti i quali fanno ancora uno strato esterno alla cavità placentale; *ap)* apertura di questa cavità. Soluzione di acido cromico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{240}/_{1}$.

Tavola IIIª

Fig. 21. — Taglio rappresentante una porzione della membrana germoblastica nel periodo in cui si formano i germoblasti — *fo)* specie di follicolo nel quale nasce uno dei primi germoblasti. Soluzione di acido cromico ($^{1}/_{2}$ %). Ingrandimento $^{450}/_{1}$.

Fig. 22. — Taglio verticale di un embrione solitario della S. pinnata dopo che l'utero si è aperto, e ritirato verso la placenta — *p)* peduncolo dell'utero; *ma)* membrana amniotica; *be)* bottone

placentale; *mo)* membrana germoblastica; *gg)* glandola germinativa; *pe)* pericardio; *cu)* cuore; *mc)* mantello di cellulosa; *a)* punto ove va a formarsi l' ano respiratorio o apertura di egestione; *b)* punto ove andrà a formarsi la bocca respiratoria o apertura d' ingestione; *cr)* cavità respiratoria; *c)* cloaca; *fb)* filetto branchiale; *in)* intestino; *fc)* rudimento della fossa ciliata; *end)* endostilo; *gc)* vescicola cerebrale. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debole.

Fig. 23. — Taglio verticale dell' embrione della S. democratica; *u)* utero; *ma)* membrana dell' amnios; *mo)* membrana germoblastica; *mc)* mantello di cellulosa; *ect)* ectoderma; *me)* mesoderma; *en)* entoderma; *c)* cavità intestinale primitiva; *bo)* bottone vitellino; *gc)* rudimento del ganglio cerebrale. Soluzione satura d'acido picrigo. Ingrandimento $^{140}/_1$.

Fig. 24. — Taglio verticale dell'embrione della S. runcinata spoglia dell' utero — *mo)* membrana germoblastica a cui fa seguito la membrana dell' amnios che incassula l' embrione; *gg)* glandola germinativa; *cu)* spazio ove si origina il cuore; *in)* cavità dell' intestino definitivo; *cr)* cavità respiratoria; *b)* punto ove va a formarsi l' apertura d' ingestione; *a)* ove va a formarsi l'apertura di egestione che fa seguito alla cloaca; *fb)* filetto branchiale; *m)* rudimenti muscolari che prendono origine nel mesoderma; *gc)* vescicola cerebrale. Soluzione satura di acido picrigo. Ingrandimento $^{140}/_1$.

Fig. 25. — Utero gravido dell' embrione; *p)* peduncolo dell' utero; *u)* utero; *ma)* vescicola estroflessa dalla membrana dell' amnios attraverso l' apertura dell' utero che comincia ad aprirsi. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debolissimo.

Fig. 26. — Utero in cui è avvenuta la rottura della vescicola amniotica — *p)* peduncolo; *u)* corpo dell' utero; *em)* embrione. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debolissimo.

Fig. 27. — Embrione solitario della S. pinnata enucleato dall' utero — *u)* utero ridotto a mo' di cupola sulla placenta; *pl)* placenta; *cp)* cordone placentale; *gg)* glandola germinativa; *cu)* cuore; *in)* intestino; *fb)* filetto branchiale; *end)* endostilo; *fc)* fossa ciliata; *ge)* vescicola cerebrale; *b)* luogo ove va a formarsi l' apertura di egestione; *a)* luogo ove si formerà l'apertura di egestione. Liquido di Hoyer. Ingrandimento debole.

Fig. 28. — Embrione della S. scutigera — *ps)* prolungamento spiniforme della parete del corpo della madre (S. confoederata) percorso da due canali sanguigni che stanno in comunicazione colla placenta; *pl)* placenta la quale presenta la forma del cuore di una carta da giuoco; *cp)* cordone placentale; *gg)* glandola germinativa; *cu)* cuore; *in)* intestino; *fb)* filetto branchiale; *end)* endostilo; *fm)* fascio muscolare; *gc)* ganglio cerebrale, *b)* apertura d' ingestione; *a)* apertura di egestione. Liquido di Hoyer. Ingrandimento debole.

Fig. 29. — Embrione della prole solitaria della S. pinnata un momento prima di staccarsi madre — *p)* peduncolo dell' utero; *u)* cupola formata dall' utero sopra la placenta; *p)* placenta; *cp)* cordone placentale; *gg)* glandola germinativa; *st)* stolone prolifero; *cu)* cuore; *ol)* glandole sanguigne laterali. Tutte le altre lettere come nella figura 27. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debole.

Fig. 30. — Prole solitaria adulta e notante liberamente nell' acqua *ca)* catena di embrioni della prole aggregata un momento prima di staccarsi; *v)* valvola inferiore della bocca respiratoria. Tutte le altre lettere come nella figura 28-29. Disegno preso dall'animale vivente. Grandezza naturale.

Fig. 31. — Piccola catena della S. pinnata formata da quindici individui poco dopo d'essersi staccata dallo stolone prolifero. Disegno preso dal vivente. Grandezza naturale.

Fig. 32. — Individuo tolto da una catena adulta della S. pinnata il quale porta pendente nella cavità respiratoria l'embrione della prole solitaria — *c)* organo d' attacco, crista o pinna. Tutte le altre lettere come nella figura 30.

Tavola IV^a

Fig. 33. — Taglio perpendicolare della glandola germinativa e del cuore dell'embrione solitario della S. pinnata — *p)* pericardio; *ct)* centro tendineo della rete tendinea del cuore; *rt)* rete tendinea; *co)* corpi oviformi o germoblasti; *tg)* canale reticolare della glandola germinativa; *cg)* cellule germinali. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 34. — Taglio della porzione periferica della glandola germinativa. Da un lato si veggono i germoblasti, dall'altro le cellule germinali, e nel mezzo i canali reticolati. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{600}/_1$.

Fig. 35. — Rappresentante i varii stadii pei quali passa lo sviluppo degli elementi ematoblastici del sangue della S. pinnata. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{750}/_1$.

Fig. 36. — Porzione della parete del corpo di un giovane individuo della prole aggregata della S. pinnata traversata da una fibra nervosa periferica che si biforca, e dimostrante la formazione dagli ematoblasti dei corpuscoli sanguigni che penetrano nel sistema lacunare linfatico. Preparato coll'acido osmico. Ingrandimento $^{600}/_1$.

Fig. 37. — Cervello di individuo adulto della prole aggregata della S. pinnata, nel quale sono rappresentati per metà i nervi che vi si partono — *gn)* ganglio nervoso del pajo di nervi che va alla parte anteriore del filetto branchiale; *oc)* organo oculiforme; *ol)* organo olfativo; *vu)* vescicola uditiva; *tu)* condotto o tubo uditivo. Colorito con l'acido osmico. Ingrandimento debole.

Fig. 38. — Taglio trasverso del ganglio cerebrale — *sm)* sostanza granulosa centrale; *sc)* sostanza nervosa corticale. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debole.

Fig. 39. — Sostanza granulosa centrale o sostanza porosa del ganglio cerebrale. Ingrandimento $^{600}/_1$.

Fig. 40. — Cellule nervose dello strato corticale del ganglio cerebrale e riunione in fasci nervosi nei loro prolungamenti. Ingrandimento $^{400}/_1$.

Fig. 41. — Struttura del ganglio nervoso del nervo del filetto branchiale. Colorito con l'acido osmico. Ingrandimento $^{400}/_1$.

Fig. 42. — Struttura di un fascio o tronco nervoso della S. maxima esaminato allo stato fresco. Ingrandimento $^{600}/_1$.

Fig. 43. — Organo oculiforme — *sb)* strato dei bastoncelli; *t)* tapetum. Colorito con l'acido osmico. Ingrandimento $^{340}/_1$.

Fig. 44. Taglio della vescicola uditiva — *ca)* crista uditiva; — *tu)* tubo uditivo. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{600}/_1$.

Tavola V^a

Fig. 45, 46, 47, 48. — Vari gradi del rudimento che va a formare lo stolone prolifero tagliati nel senso verticale dell'embrione solitario della S. pinnata — porzione estroflessa della cavità respiratoria; fra l'estremità posteriore dell'endostilo ed il cuore; *co)* corpo oviforme o germoblasto; *cs)* cumulo cellulare; soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$. Ingrandimento $^{240}/_1$ nelle figure 45, 46, 47, 48.

Fig. 49. — Tubo germinativo nella sua primitiva formazione, contenuto nella vagina che gli forma la ripiegatura della pelle dell'embrione — *s)* estremità libera uscita fuori della vagina da cui si cominciano a formare gli strozzamenti; *vs)* vasi sanguigni dell'estremità aderente; *cs)* canale respiratorio; *end)* endostilo.

Fig. 50. — Taglio trasverso del tubo germinativo nella sua primitiva formazione — *si)* strato interno; *sm)* strato medio; *se)* strato esterno; *bo)* cumuli cellulari dello strato medio dai quali si originano i bottoni. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 51. — Taglio del tubo germinativo nel primo stadio dei bottoni — *se)* strato esterno; *si)* strato interno; *bb)* bottoni blastodermici; *by)* bottone laterale che dà la materia nutritiva(?); *bp)* bottone laterale originario dello stoloblasto. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{340}/_1$

Fig. 52. — Taglio trasverso che rappresenta il secondo stadio dei bottoni — *tsv)* tronco o canale vascolare superiore; *tvi)* tronco o canale vascolare inferiore; *cs)* canale respiratorio. Le altre lettere come nella fig. 51. Ingrandimento $^{240}/_1$.

Fig. 53. — Taglio dell'endostilo del tubo germinativo del terzo stadio dei bottoni — *sv)* seno sanguigno ventrale; *pv)* pliche ventrali; *lg)* lamina glandolare dell'endostilo; *le)* lamina epiteliale vibratile; *gg)* glandole. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{220}/_1$.

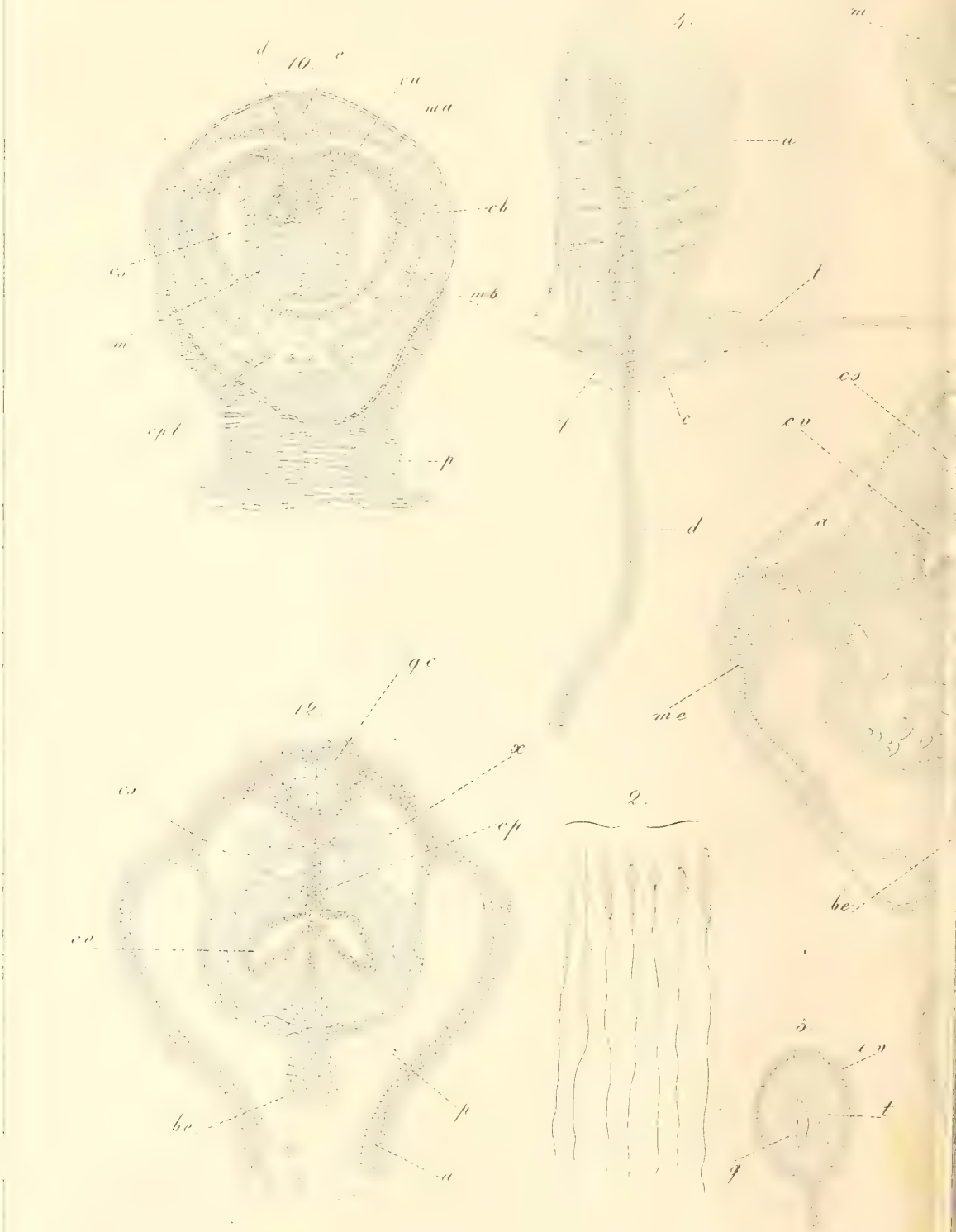
Fig. 54. — Parete striata del canale sanguigno superiore del tubo germinativo. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento debolissimo.

Fig. 55. — Taglio del tubo corrispondente al terzo stadio dei bottoni — *bl)* blastoderma ; *va)* vaso o seno dorsale. Tutte le altre lettere come nella figura 52. Soluzione d'acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{640}/_1$.

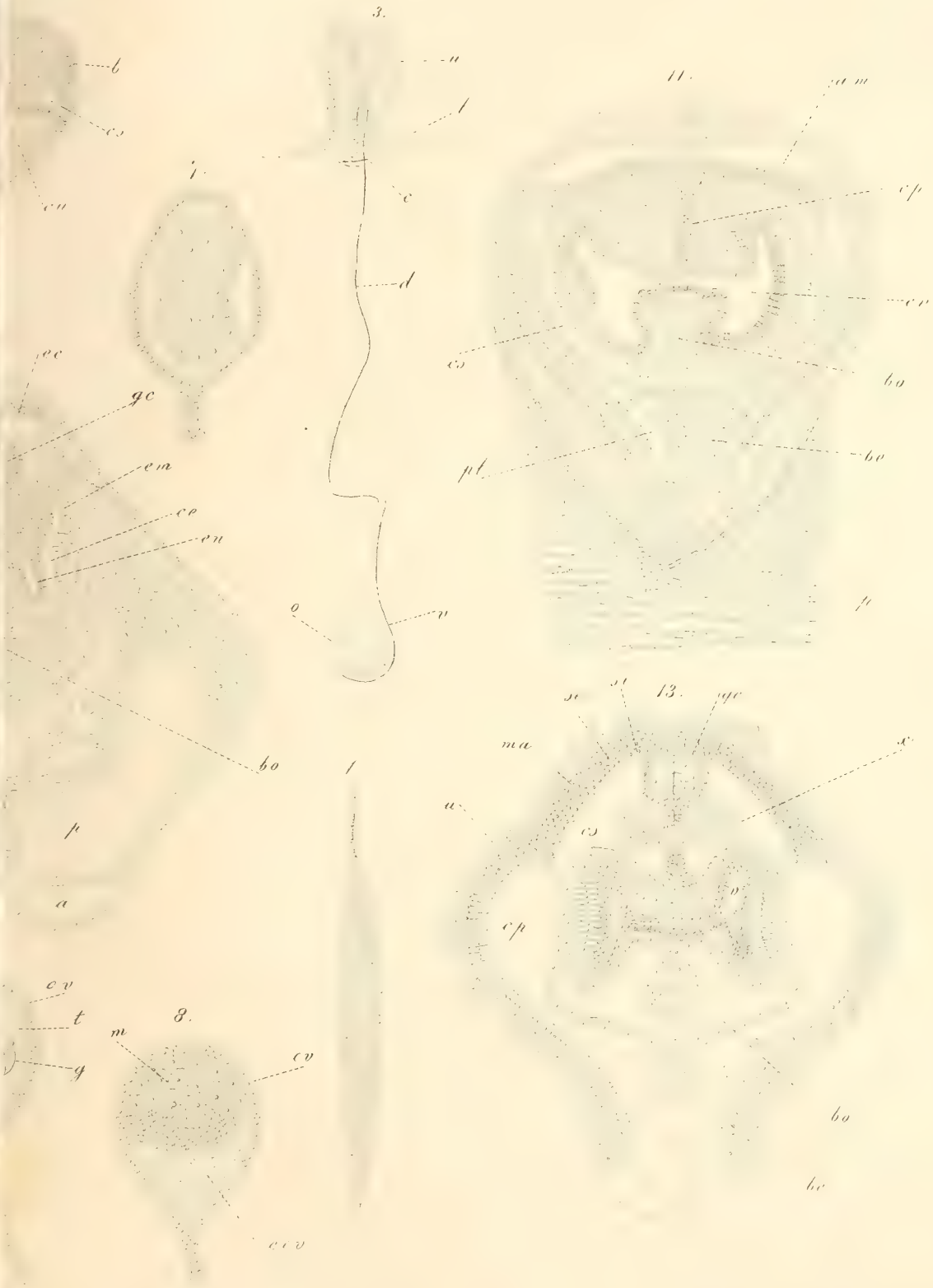
Fig. 56. — Embrione corrispondente al quarto stadio — *en)* entoderma; *mm)* mesoderma; *ect)* ectoderma; *gc)* vescicola cerebrale; *in)* origine dell'intestino; *se)* strato esterno del tubo germinativo. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{220}/_1$.

Fig. 57, 58. — Embrioni corrispondenti al quinto stadio — *y)* stoloblasto: *cu)* vescicola cardiaca; *t)* rudimento del testicolo; *ov)* rudimento dell'ovajo; *in)* intestino ; *cr)* cavità respiratoria ; *c)* cloaca; *fb)* filetto respiratorio; *gc)* vescicola cerebrale. Soluzione d'acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{220}/_1$.

Fig. 59. — Tagli di due embrioni dell'origine della catena embrionale corrispondente al sesto stadio — *p*, *p*, *p)* organi d'attacco o creste; *fm)* rudimento dei fasci muscolari; *fo)* follicolo ovarico; *b)* luogo ove va a svilupparsi l'apertura d'ingestione. Tutte le altre lettere come nella figura 52 e 58. Soluzione di acido cromico ($^1/_2$ $^0/_0$). Ingrandimento $^{220}/_1$.

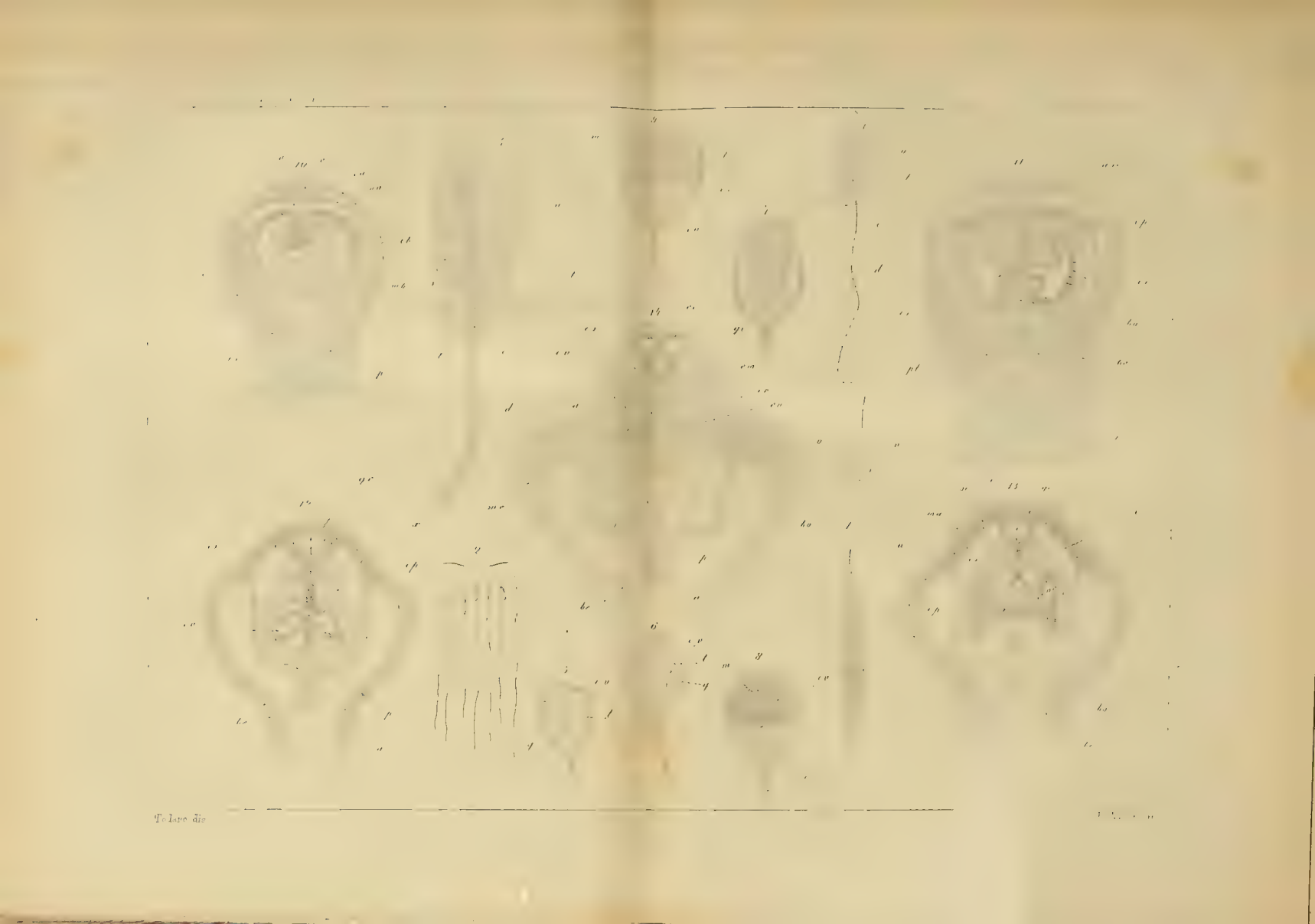

10.
d
e
ca
ma
cb
cs
mb
m
cpl
p
4.
m
a
l
cs
c
cv
d
x
me
12.
qc
x
cs
cp
ca
be
p
a
2.
be
5.
cv
t
q

Tedaro dis.

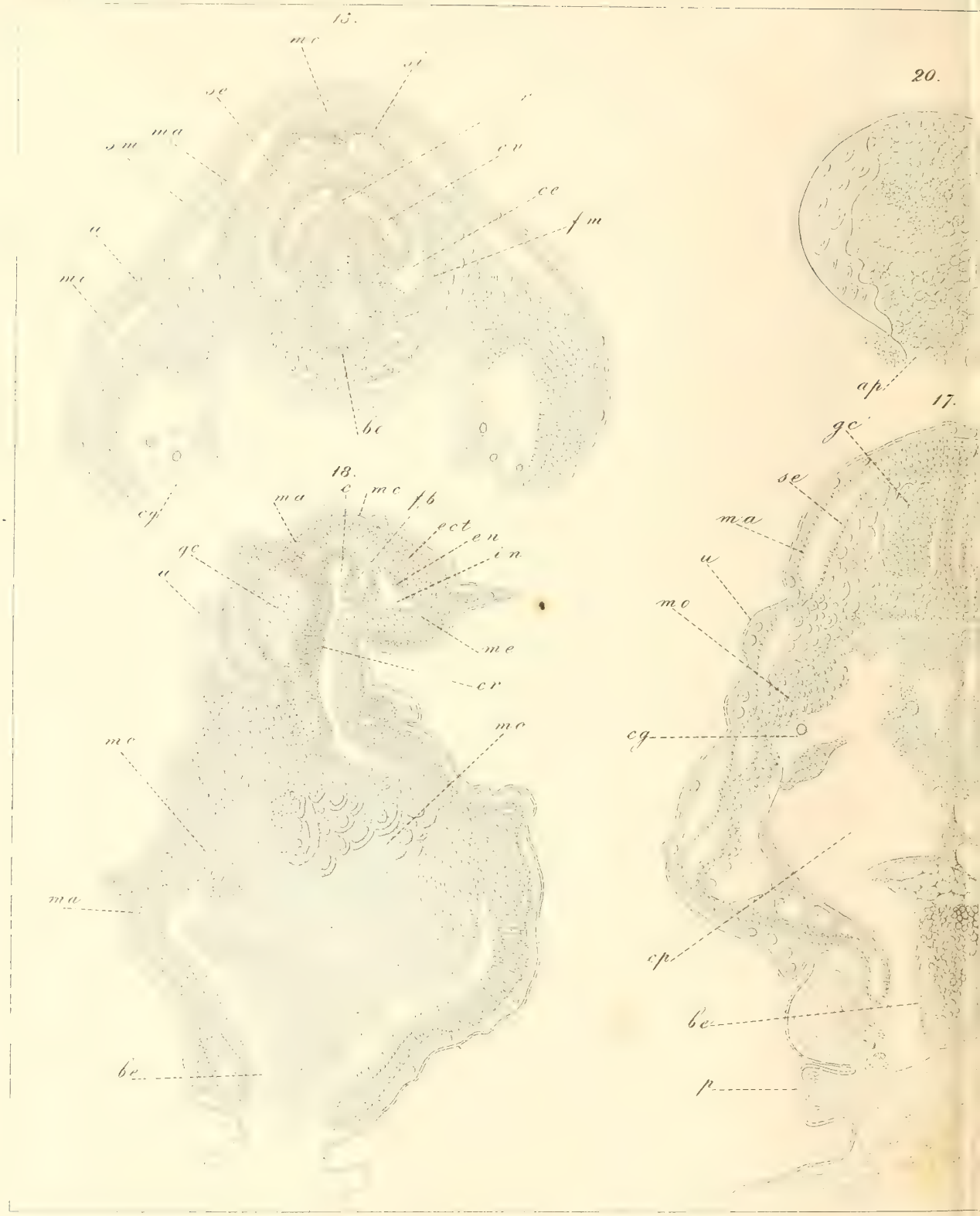


Indi ...ra

U. Colonna inc

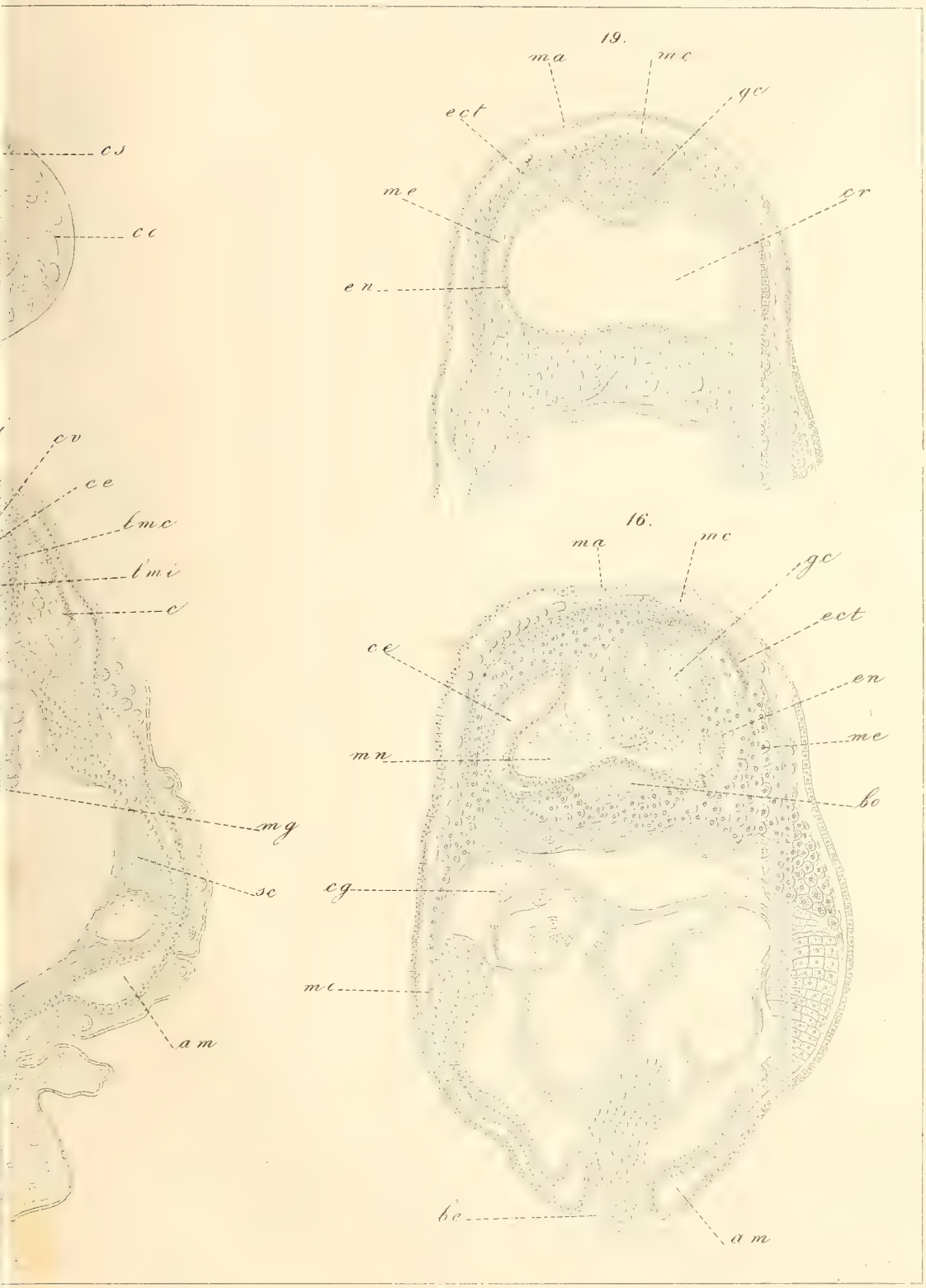


Tolare dic



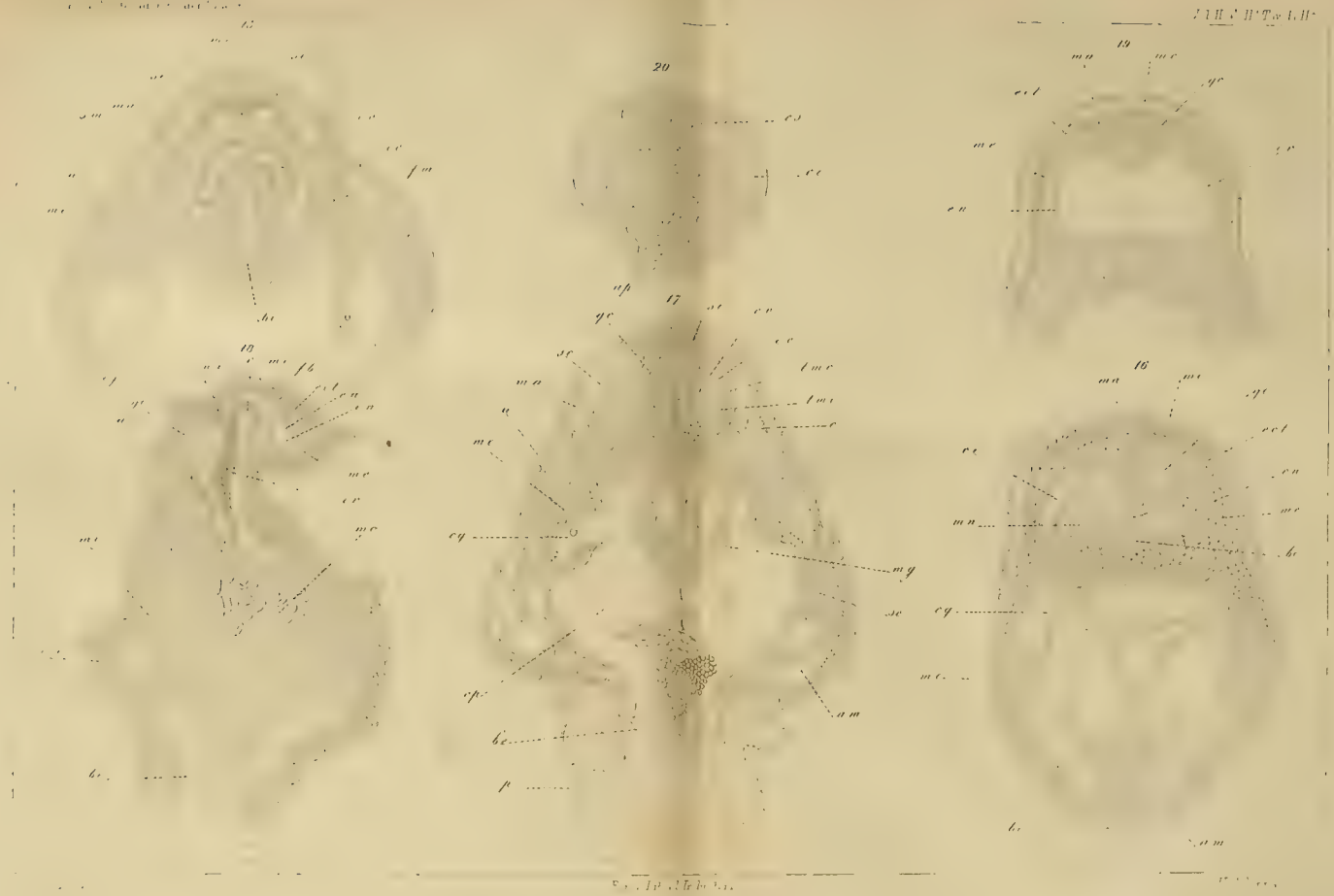
Todaro dis.

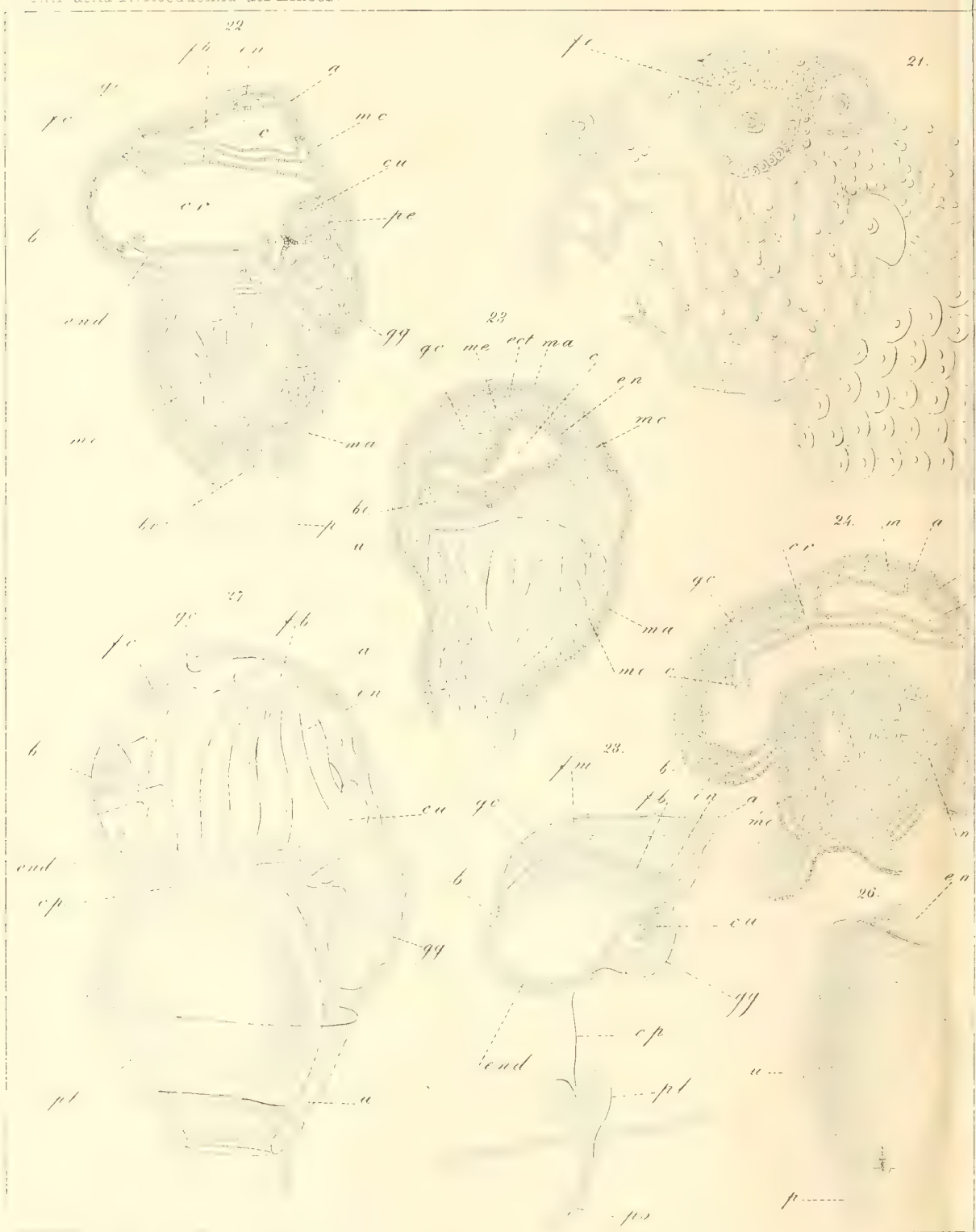
Roma. Lit. all'Ac.

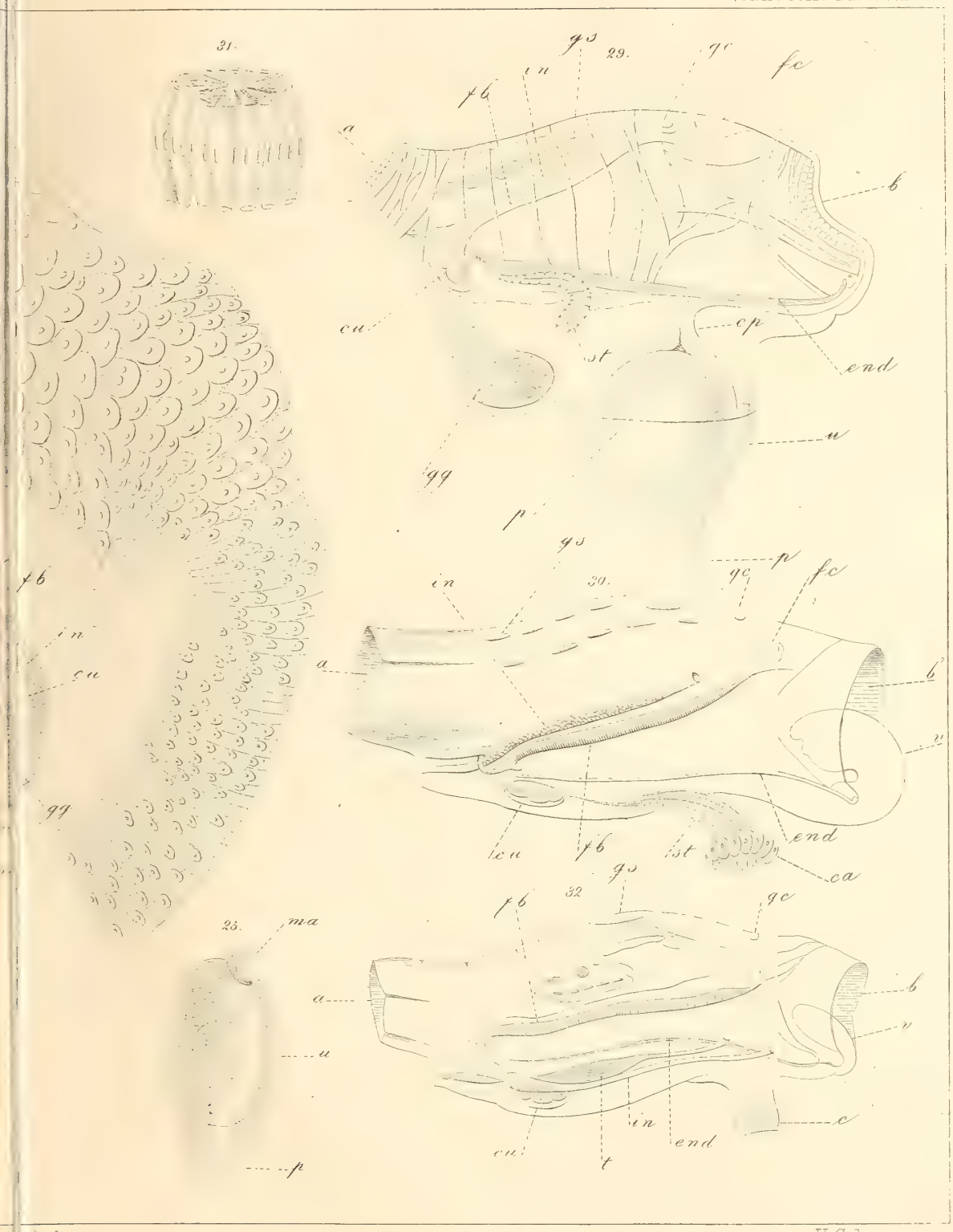


ria.

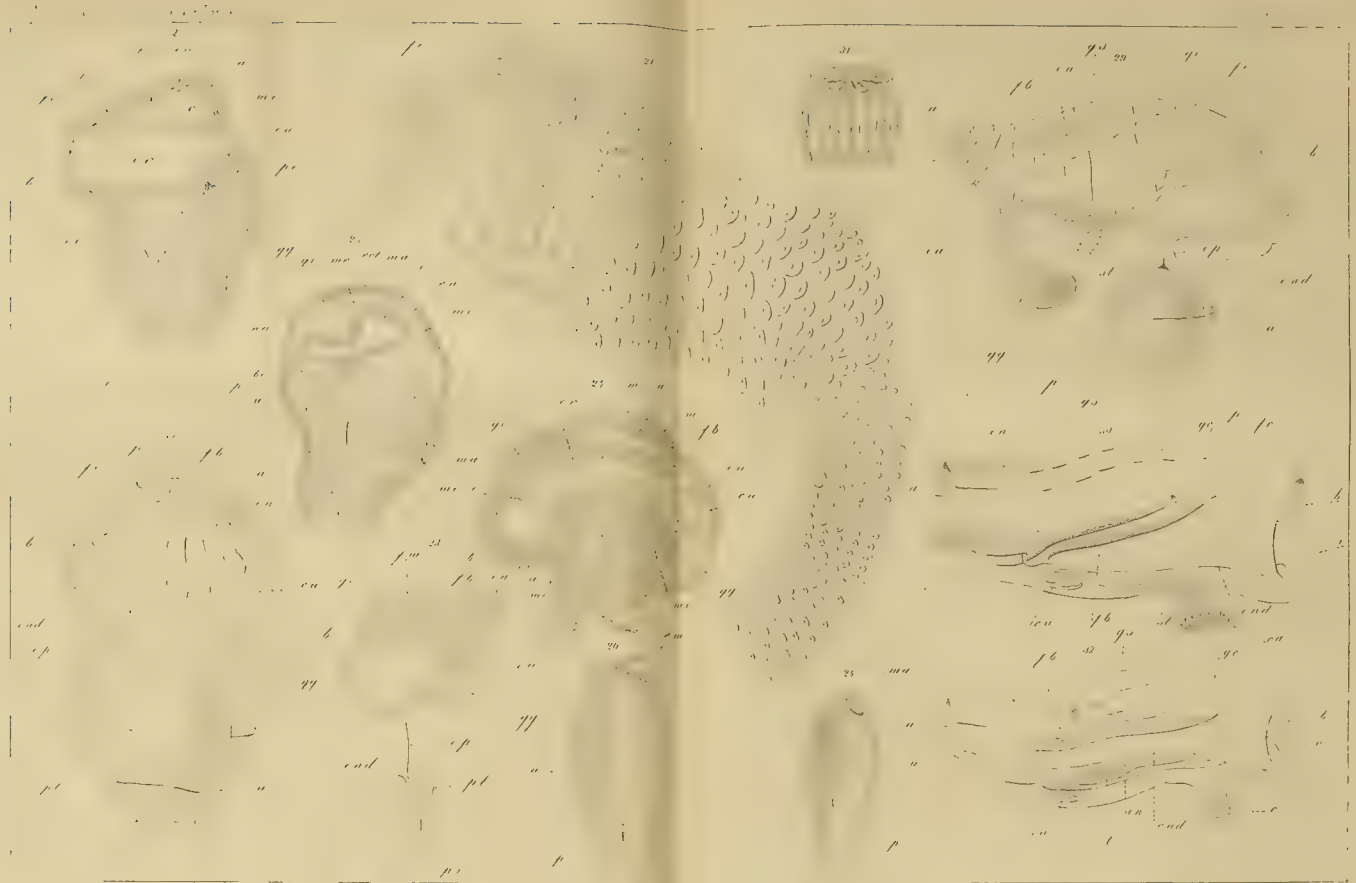
U. Colonna inc.




22
21.
23
24.
27
23.
26.
a
mc
cu
pe
b
end
gg
qc
me
ect
ma
en
bc
p
u
cr
fb
fc
cp
pl
fm
ps

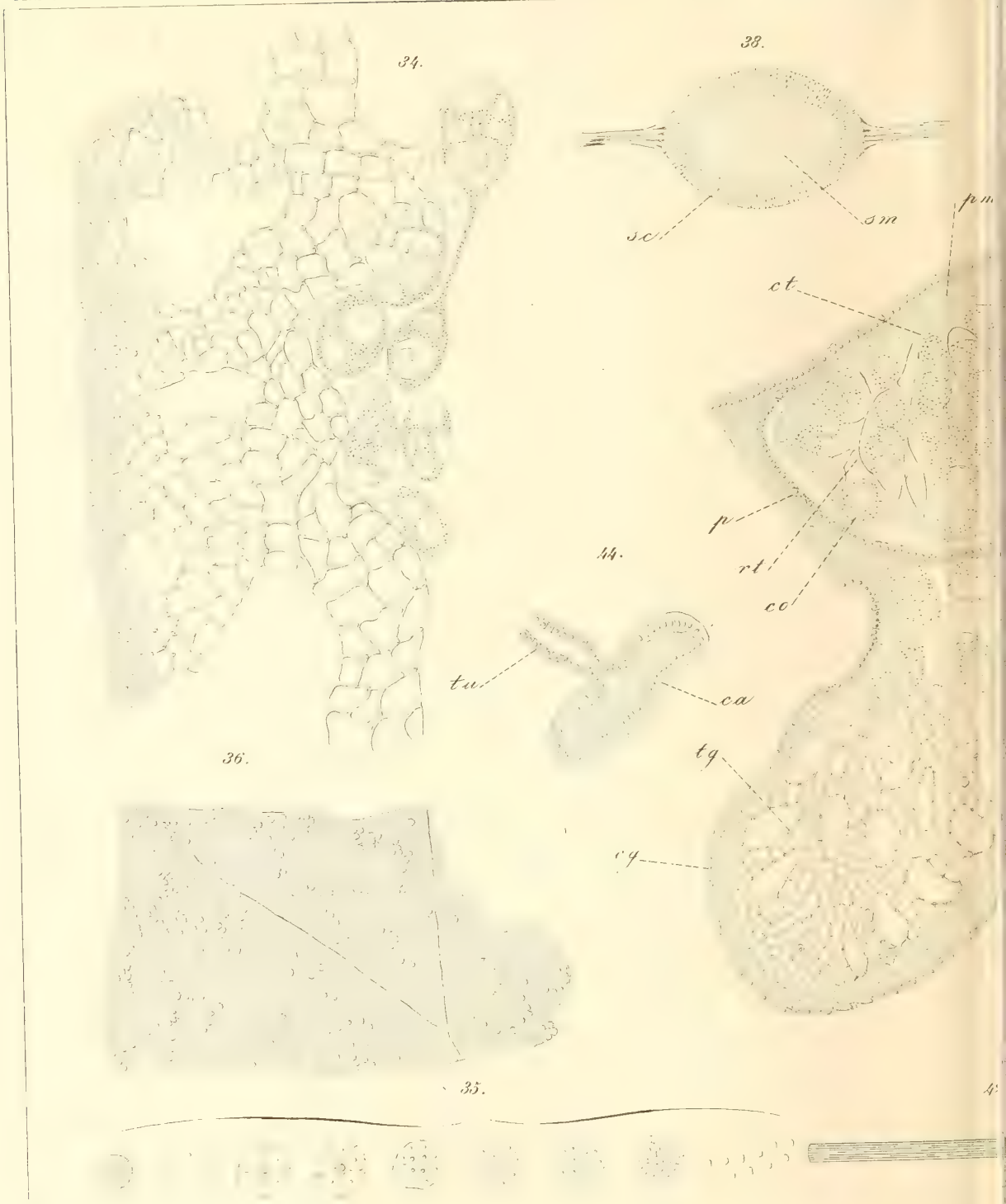


U. Colonna in.



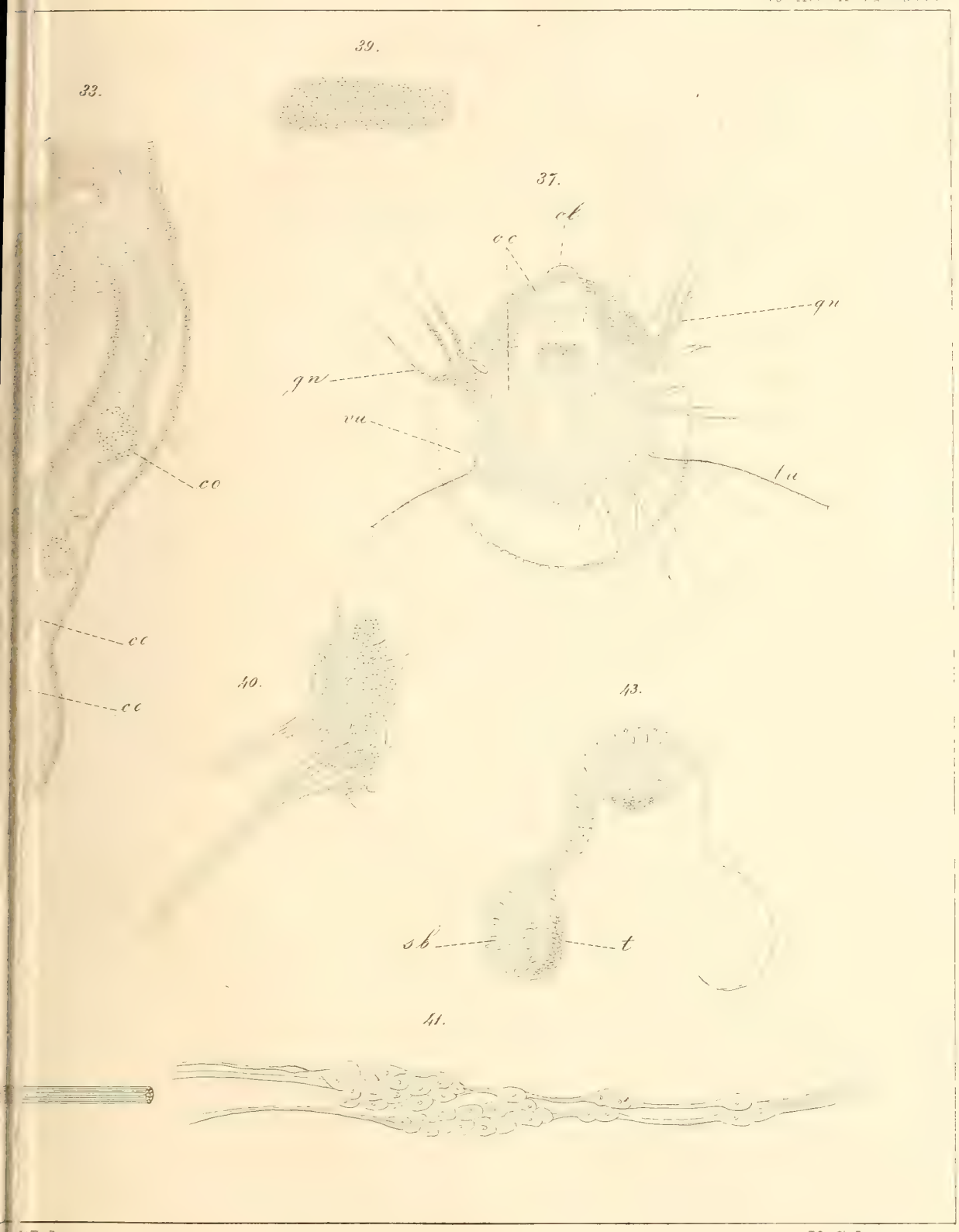
Z. . . sll'Industria

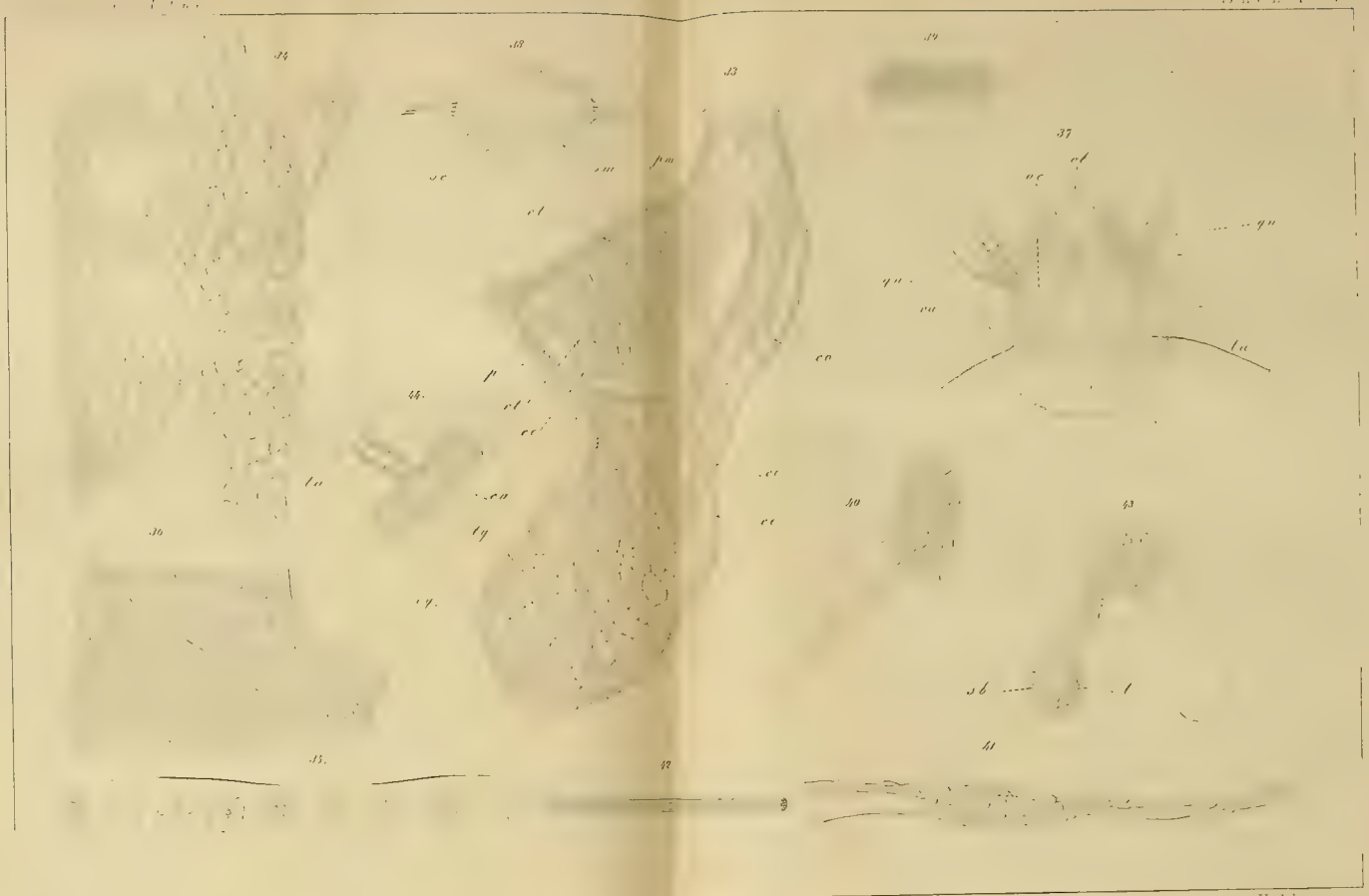
U. Colonna sc.



Todaro dis.

Roma.

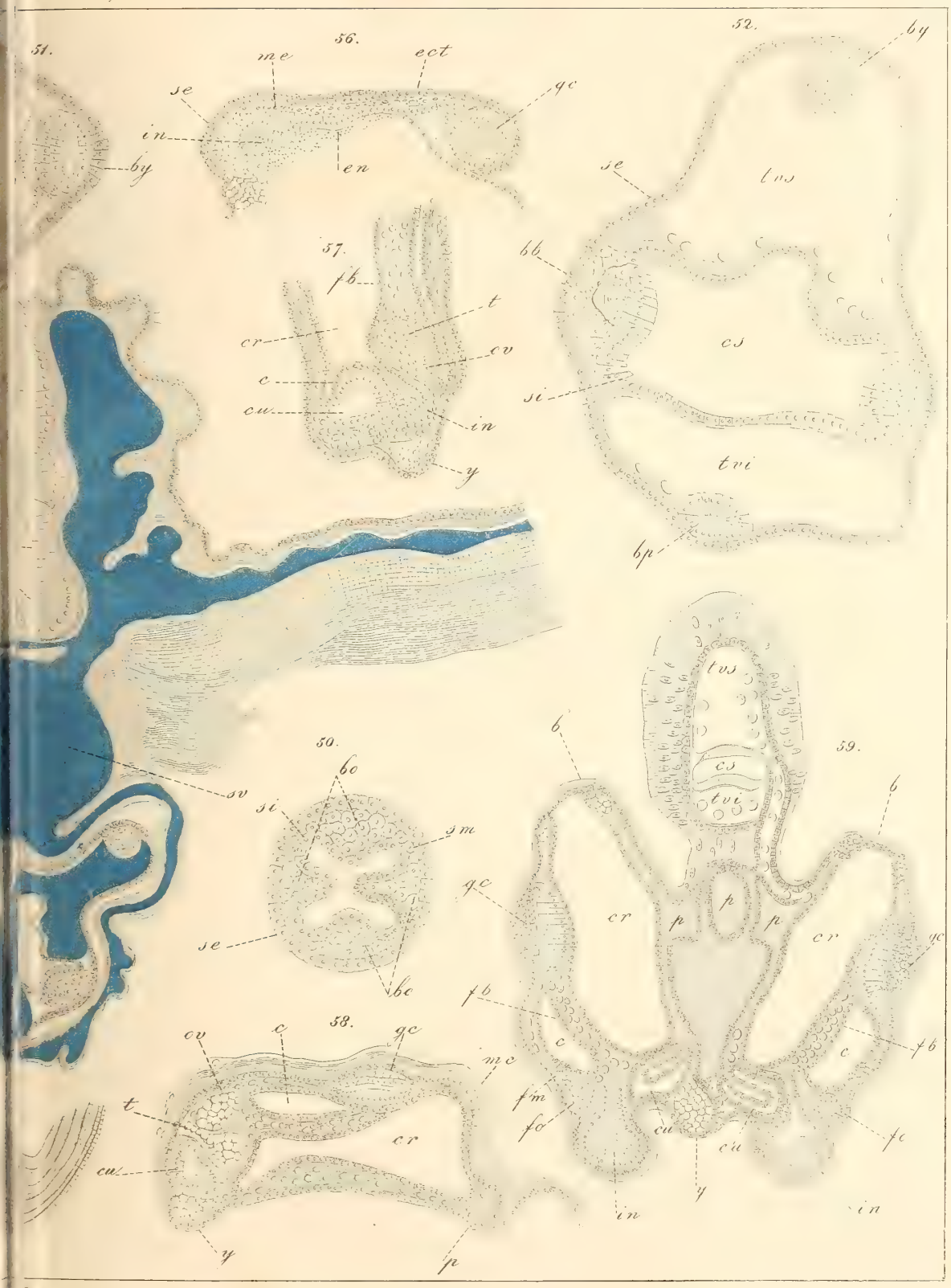

39.
33.
37.
cl
cc
qn
qn
vu
co
lu
cc
cc
40.
43.
sb
t
41.



Roma Lith. A. E. Bertini

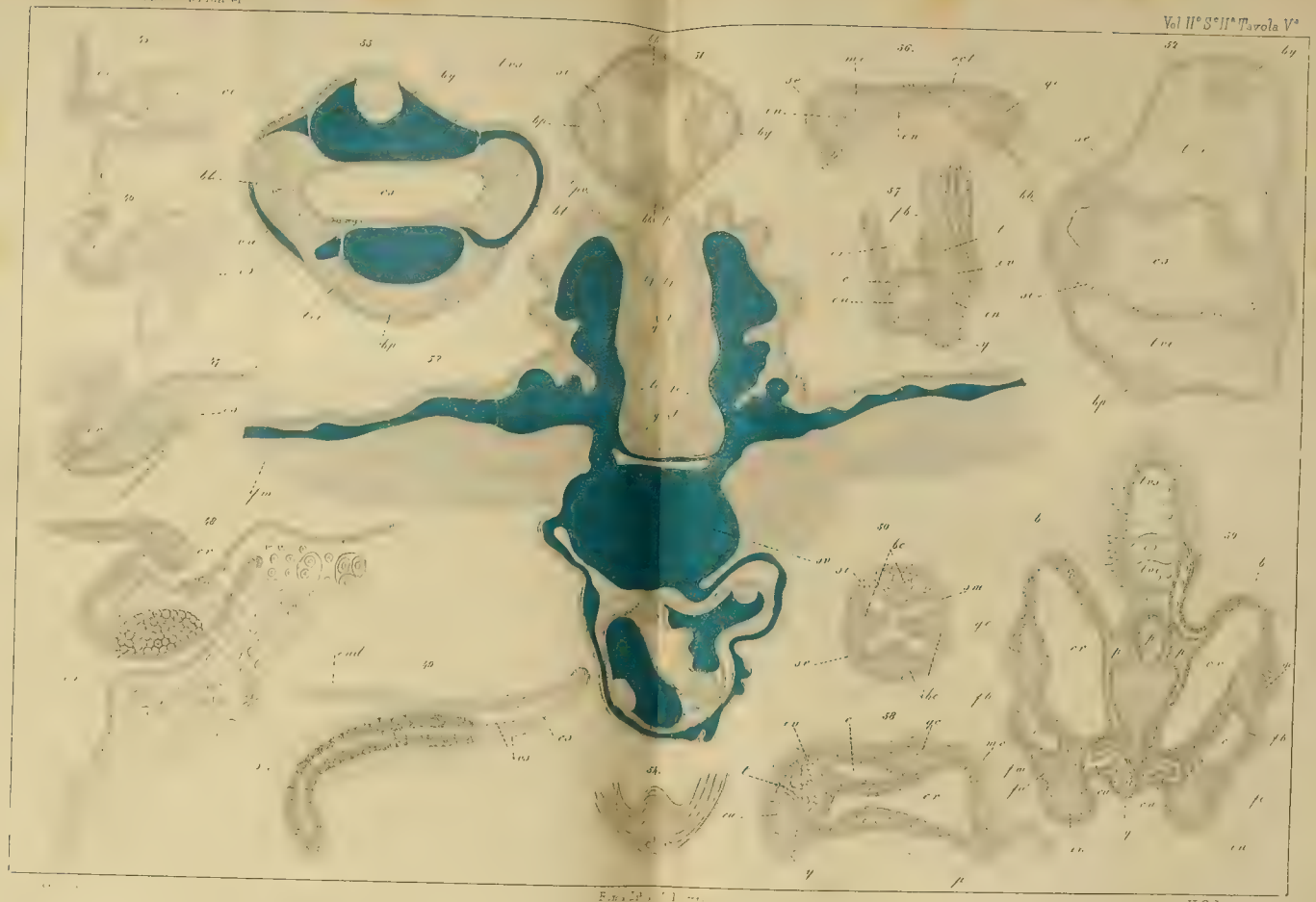
U. Lion. n.

45.
55.
46.
47.
48.
49.
53.
cr
cc
cs
bl
bp
lpv
bg
se
pv
vu
tvi
fm
end
s



Litria.

U Colonna inc.



U Colonna in.

Morfologia delle appendici piloriche dei pesci ossei.

Memoria del socio DE-SANCTIS

letta nella sessione del 2 maggio 1875.

---

1. *Introduzione* — Riguardo alle appendici piloriche dei pesci ossei esiste un gran numero di fatti, i quali si rilevano dalle particolari descrizioni date di una moltitudine di specie, di cui, unitamente agli altri visceri, si trovano anche notizie relative alle appendici piloriche, che sono indicate, ora col loro numero, ora con le modificazioni della loro forma. Da questi dati, raccolti alla spicciolata, riesce impossibile di potere scorgere un qualche ordine, secondo cui esse sono distribuite nelle diverse specie di pesci. I varii trattati generali di anatomia comparata, pubblicati in diversi tempi, hanno raccolto questi materiali sparsi, e han cercato di ordinare in qualche modo i fatti relativi a questo argomento. Ma siccome essi erano molto numerosi, svariati, e senza alcun legame fisso con le differenti specie di pesci, gli autori sono riusciti solo a fare delle enumerazioni più o meno estese, in cui le differenze di numero e di forma sono siffattamente mescolate fra loro, che anche dopo un lungo studio, non si è al caso di trarne una chiara idea; e la memoria resta sopraffatta da un grandissimo numero di varietà, senza trovare alcun sussidio in qualche principio generale, che permetta di raggruppare molti particolari simili tra loro.

Vi sono state ancora delle monografie speciali sopra le appendici piloriche; ma queste anche esse, o per un materiale inferiore al bisogno, o perchè non hanno avuto di mira il raggruppamento di forme secondarie ad alcuni tipi primarii e fondamentali, non hanno potuto dare una regolare classificazione.

In vista delle dette difficoltà incontrate nello studio di questo argomento, fatto sopra i lavori precedentemente pubblicati, ho sentito il bisogno di chiarire a me stesso molte quistioni che mano mano si presentavano, e per trovare una via più sicura, per riuscire nel mio assunto, mi sono rivolto alla diretta osservazione dei fatti, esaminando circa cento specie di pesci ossei, che vivono nel Mediterraneo, e ripetendo le osservazioni in parecchi esemplari della stessa specie. Durante queste ricerche si disegnavano le forme più importanti, o pel numero delle loro appendici, o pel particolare modo di aggruppamento e disposizione delle medesime. Perchè i disegni riuscissero evidenti, ed esatti nel medesimo tempo, si aveva cura di isolare con la maggiore diligenza e precisione il preparato, e di dare allo stesso la posizione più conveniente, perchè potesse rappresentare il maggior numero dei rapporti, allontanandosi il meno possibile dalla disposizione, che gli organi stessi avevano nello stato normale. Il metodo migliore, per dare al preparato la disposizione

più opportuna per trarne il disegno, è stato il tenerlo immerso in acqua in una bacinetta, in cui vi fosse una lastra turchina di vetro nel fondo, e con una altezza del liquido proporzionata al volume del preparato stesso. Ed in tal maniera, com'è chiaro il supporre, l'acqua tenendo sospese le diverse parti, queste potevano facilmente prendere le curve le più naturali, e conservare la rotondità nel loro diametro; che altrimenti pel loro proprio peso si sarebbero appiattite, e sovrapposte tra di loro, senza potere neppur serbare quei rapporti di distanza, a diversa altezza, che solo possono dare una idea esatta della loro naturale posizione. Come pure è necessario avvertire, che parecchie forme di appendici piloriche, richiedendo una grande delicatezza nella preparazione, ed essendo facilmente alterabili anche conservate nello spirito, non si potevano disegnare che immediatamente a fresco; perchè solo in questa maniera esse conservavano la loro apparenza più naturale, anche nelle minime particolarità. In siffatto modo si ottenne un abbondante numero di disegni, i quali, messi in confronto, potevano meglio che i preparati stessi alterabili mostrare a tutta prima le somiglianze e le differenze, e con ciò era facile venire a capo di un possibile e naturale ordinamento. Così per le tavole ho prescelte quelle figure le quali erano utili, o a mostrare la serie graduale del loro sviluppo, o quei particolari che potessero essere vantaggiosi per la quistione in generale. E d'altra parte per colmare alcuni vuoti nella serie, ho creduto di potere giovarmi di alcune delle migliori figure già pubblicate, che potevano corrispondere al mio scopo; e ciò o perchè non erano a mia disposizione quelle date specie, o perchè ad onta che comuni, pure era più spedito il ritrarre da figura; ed oltre a ciò, essendovi già una figura nota, era meglio riferirsi a quella che ne aveva fissato il tipo, anzichè ritrarla dal vero; in cui la sola variata posizione avrebbe potuto dare apparenze molto differenti, e da mettere quasi in dubbio se si trattasse della stessa specie.

Tutte le figure delle cinque tavole ascendono a 33, di cui, all'infuori di 12 prese da diversi autori, le altre sono state disegnate direttamente dal vero, e nella spiegazione delle tavole saranno tutte specialmente indicate. In questo ordinamento si è proceduto dal più semplice, al più complesso, e si son poste accanto quelle forme più affini tra di loro. Inoltre aggiungo la serie delle opere da me consultate, per conoscere il vero stato della quistione, per riassumere, per così dire, sotto alcuni punti fondamentali tutto il passato della storia di questo argomento, e quindi procedere oltre nel presente lavoro ad una cognizione più estesa, e più ordinata, fornita dalla diretta e paziente osservazione di un gran numero di fatti.

Bibliografia. — *Steller.* Observationes generales universam historiam piscium concernentes. Comment. Petropol. T. III - 1753.

Rathke. Ueber den Darmkanal d. Fische. Beiträge zur Geschichte der Thierwelt. 1. Abtheilung. 1824.

Weber E. H. Meckel's. Archiv. der Anat. und Physiol. II Heft. Jahrgang. 1827.

Cuvier et Valenciennes. Histoire naturelle des poissons. T. I. 1828.

Rudolphi. Grundriss d. Physiol. Band II, Abtheil II. Berlin. 1828.

Meckel. System d. vergleichend. Anat. Theil IV - 1829.

Müller. J. De glandularum secernentium structura penitiori. 1830.

Brandt. und Ratzeburg. Medicinische Zoologie. Berlin. 1829-1833.

Carus. Anatomia comparata. Napoli 1841.

Wagner. Lehrbuch d. vergleich. Anatomie. 1834.

Alessandrini Antonio. Descriptio veri pancreatis (Novi Commentarii Acad. Scien. Inst. Bonon. L. II. 1835.

Cuvier. Leçons d' anat. comparée. Paris. 1835-46.

Stannius. Simbolae ad Anatom. piscium. 1839.

Müller J. Archiv für Anatom. und Physiologie. Jahrgang. 1840.

Grant Robert. Outline of comparative Anatomy. 1841.

Wagner R. Icones zootomicae. Handatlas zur vergleich. Anat. Leipzig. 1841.

Brockmann. De pancreate Piscium, dissertatio inauguralis. Rostock. 1846.

Owen. Lectures of comp. Anat. and Physiol. of the Vertebrate Anim. London. 1846.

Siebold et Stannius. Anatomie comparée. 1849.

Hyrtl Ioseph. Ueber die Accessorischen Kimenorgane der Clupeaceen nebst Bemerkungen ueber den Darmcanal derselben. Mit. 3. Tafeln: Vedi. Denkschriften der kaiserlichen Academie der Wissenschaften Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Zehnter Band. Wien. 20. December. 1855.

Todd. Cyclopaedia of Anatomy and Physiol. 5 vol. 1835-59.

Edwards. H. M. Leçons sur la Physiol. et l'Anat. comparée. Tom. VI Paris. 1861.

Gunther Albert. Catalogue of the Acantoperygian Fishes in the Collection of the British Museum. London. 1959-1868.

Rymer Jones. General outline of the animal Kingdom. London. 1871.

2. *Conformazione generale dell'esofago, stomaco, tratto pilorico, duodeno, ed appendici piloriche dei pesci ossei.*

Prima di entrare a parlare delle proprietà spettanti alle appendici piloriche, credo utile trattare delle modificazioni di conformazione nel tratto *gastro-esofageo, gastro-pilorico,* e nel *duodeno,* per potere meglio vedere i rapporti di queste singole parti fra loro, e dal cui assieme ne risulta come una fisonomia particolare, utile per riconoscere e stabilire le somiglianze e le differenze. In generale nei pesci ossei l'esofago e lo stomaco formano un solo tubo di comunicazione, il quale per calibro, per spessezza nelle pareti, ed anche per l' aspetto della superficie mucosa, vista ad occhio nudo, non presenta alcuna distinzione (fig. 8, 9, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 29, 31, 32). Nelle citate figure si può notare, ora uno slargamento al cominciare dell'esofago, che va gradatamente a finire a cono nel fondo gastrico, ora uno stringimento nella porzione superiore, che poi si slarga inferiormente, ovvero una dilatazione o un restringimento intermedio. Con tutto ciò queste modificazioni esterne non sono il limite di divisione di una porzione rispetto all'altra. La lunghezza del tubo gastro esofageo ora è massima (fig. 9, 15, 17, 20, 22, 24, 25, 27, 29, 31, 32), ora è media (fig. 4, 14, 21, 23), ora è minima (fig. 3, 5, 6, 7, 8, 10, 16); ed il suo calibro non è in un rapporto costante con la lunghezza, potendovene essere dei lunghi ed ampii (fig. 22, 29, 31, 32), come dei lunghi e stretti (fig. 9, 15, 17, 20, 24, 25, 27), e trovarsi dei corti ed amplissimi (fig. 8, 16). Il fondo gastrico può essere perfettamente a cono (fig. 7, 9. 11, 15, 17, 20, 25), ovvero arrotondito (fig. 8, 14, 16, 22), ed aversi anche tutte le gradazioni intermedie. Giova notare che non sempre il tubogastro-eso fageo è in continuazione, ma vi è anche il caso, che un primo tratto,

di lunghezza e calibro uguale o differente, si unisca al secondo, sotto un angolo più o meno acuto, da ricordare la figura di un Y o di pipa (fig. 11, 12), ed allora si ha un altro tratto pilorico, che si continua con lo stomaco, nello stesso modo che si è detto innanzi per l'esofago, ed in tal maniera si costituisce un tubo retto gastro-pilorico, come si vede con molta evidenza nella fig. 12. Ad onta che il tratto pilorico fosse una parte dello stomaco stesso e di uguale struttura istologica nella mucosa, pure dal punto di vista del modo di continuazione con la porzione gastrica principale, e della struttura delle sue pareti, più abbondanti di elementi muscolari, a cui deve maggiore spessezza, presenta molte differenze dippiù che non se ne vedono fra i due tratti gastrico ed esofageo. Infatti incominciando dal caso in cui lo esofago, lo stomaco, ed il tratto pilorico si trovano sulla stessa linea in continuazione (fig. 18, 19), si passa all'altro in cui lo stomaco si piega come un tubo ad U, ed allora la parte che precede la curvatura rappresenta il tratto gastro-esofageo, e quella che segue, il tratto pilorico (fig. 14, 23, 24).

Inoltre anche il tratto pilorico può trovarsi ad angolo, molto variabile dall'acuto al retto, col tratto gastro-esofageo, ed anche a diversa distanza dal fondo gastrico. Così è vicinissimo (fig. 3, 5, 21, 22), o ad una distanza presso alla metà gastro-esofagea (fig. 4, 6, 7, 10, 17, 25), ovvero è al massimo di allontanamento dal fondo gastrico, al punto da potersi dire in corrispondenza del faringe (fig. 8, 9, 15, 16, 20, 27, 29, 31, 32). Per tale conformazione lo stomaco è rassomigliabile anche quì alla figura di Y o di pipa precedentemente detta, con la differenza però, che in questo ultimo caso, il corpo della pipa è fatto dal tratto gastro-esofageo, e la parte ristretta, per la inserzione della cannula di aspirazione, dal tratto pilorico; il che vuol dire che la comunicazione gastro-pilorica in questo caso è molto ristretta, e perciò il passaggio del chimo si farà più lentamente e la deglutizione più facilmente, ciò che può favorire la voracità; ed il caso inverso sarebbe più facile al passaggio del chimo, e meno alla deglutizione, specialmente dei grossi boli. Or vedendo frequentissima la continuità gastro-esofagea, rispetto alla gastro-pilorica, si potrebbe avere da questo solo carattere un indizio della notevole voracità dei pesci.

Oltre della inserzione è d'uopo considerare nel tratto pilorico, la lunghezza, il suo diametro, e la spessezza delle sue pareti.

Il tratto pilorico è molto breve in alcuni (fig. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 21, 27, 29, 31), in altri è molto lungo (fig. 11, 12, 14, 17, 22, 23, 25, 24, 32), e tra questi estremi vi sono gradi intermedii. Il diametro pilorico ordinariamente ha il calibro dell'intestino che segue, spesso senza un esterno limite di divisione (fig. 22, 31), ovvero se ne distingue con un forte restringimento da conformarlo a cono (fig. 17, 32), ed in quei casi di stomaco intestiniforme può avere il calibro del tratto gastro-esofageo (fig. 14, 23, 24), o anche superarlo di molto (fig. 12, 26). Ordinariamente vi è una differenza nella spessezza delle pareti del tratto pilorico, e ciò è dovuto specialmente agli elementi muscolari, che danno al tratto pilorico una specie di resistenza e solidità, che può essere di vantaggio nel sostenere la massa delle appendici piloriche. La spessezza delle pareti del tratto pilorico, in alcuni casi, assume delle considerevoli proporzioni, come si vede in alcuni pesci, in forma di un grosso bulbo da emulare in grossezza delle pareti il ventriglio muscolare degli uccelli, come si nota nelle figure (12, 13, 26), e nel cefalo vi

esiste anche una spessa cuticola cornea, da ricordare quella del ventriglio muscolare dei gallinacei. Alla fine del tratto pilorico si trova una valvola con cercine più o meno spesso, che è il limite di separazione fra la porzione precedente gastro-esofagea, e la seguente o la duodenale.

Tutte queste distinzioni e modificazioni ricordate non sono comuni a tutti i pesci ossei, giacchè ve ne sono parecchi, in cui tutto l'apparato digerente è rappresentato da un tubo equidiametro, ora retto dalla bocca all'ano, e perciò brevissimo, ed ora di maggior lunghezza, in cui però non si può fare alcuna distinzione di parti; ed è degno di nota, che con tali forme semplici coincide anche la mancanza di appendici piloriche.

Di tal che riassumendo i tipi principali gastrici dei pesci ossei si ha; 1.° Apparato digerente intestiniforme, cioè senza distinzione dello stomaco dall'intestino; 2.° Stomaco intestiniforme, cioè fatto di un tubo uniforme dalla faringe al piloro, in cui vi è una piegatura ad U, di cui la porzione discendente rappresenta il tratto gastro-esofageo, e l'altra ascendente il tratto pilorico; 3.° Stomaco a pipa o ad Y, quando il tratto discendente riceve, a diversa altezza e ad angolo, il tratto pilorico, come avviene ordinariamente; ovvero quando il tratto ascendente, essendo costituito dal tubo gastro-pilorico, questo riceve ad angolo l'esofago.

Al piloro segue il duodeno, il quale per la presenza della valvola pilorica, e del restringimento in corrispondenza di questo punto, è una parte più manifestamente distinta dalle altre. A ciò fa eccezione l'apparato digerente intestiniforme, come si osserva in molti pesci erbivori, ed in questo caso vi manca tanto il restringimento, quanto la valvola pilorica; ma però resta spesso un carattere di distinzione tra il duodeno e la porzione precedente, e ciò è dimostrato dalla differenza della superficie mucosa dei due tratti. Così ad esempio quando la mucosa gastrica è liscia, la duodenale col rimanente dell'intestino è fornita di pieghe, di villi, di reticolazioni, ed altro. La mancanza di appendici piloriche in questi casi rende ancora più difficile il poter determinare all'esterno con precisione quale sia il tratto corrispondente al duodeno. Dopo il piloro, in quei pesci forniti di stomaco distinto, comincia il duodeno, la cui lunghezza può essere determinata dalla estensione che occupano le appendici piloriche; o per meglio dire, essendo per ora utile stabilire l'estensione che occupano le appendici piloriche su questo tratto, chiamerò duodeno cecale il tratto occupato dai tubi ciechi, ossia dalle appendici piloriche.

Da questa determinazione si stabilisce in prima, che le così dette appendici piloriche non sono propriamente sul piloro, ma al di là, e ad una distanza diversa secondo i casi, quindi con più esattezza dovrebbero dirsi appendici duodenali. Ma dopo aver dato questo schiarimento adopererò indifferentemente la denominazione di appendici piloriche conservata dall'uso, ovvero di tubi ciechi pilorici, o più brevemente anche di *ciechi,* e credo solo utile introdurre la denominazione di *duodeno cecale,* nel senso sopra indicato.

La lunghezza del duodeno cecale è in stretto rapporto col numero, e più specialmente col modo di disposizione dei ciechi sul duodeno. Ordinariamente, quando vi è un piccolo numero di appendici, il duodeno cecale è breve (fig. 3, 4, 5, 6, 7), ed è anche breve, quando vi sia un gran numero di ciechi, purchè siano disposti a ver-

ticillo (fig. 8, 9, 12, 14, 16, 17), o quando un gran numero di ciechi confluisce in pochi tronchi, che sboccano nel duodeno (fig. 18, 29, 31). Al contrario il duodeno cecale è lungo, quando i ciechi semplici sono disposti secondo l'asse del medesimo (fig. 20, 22, 23, 24, 25), o quando vi siano numerosi tronchi confluenti (fig. 26, 33).

Il calibro del duodeno cecale, messo in confronto con quello del tratto esofageo, gastrico, pilorico, ed anche con quello dei ciechi, è uguale all'esofago (fig. 5, 11, 12), ed in moltissimi altri casi è minore; è quasi sempre minore del calibro gastrico; è quasi sempre uguale al calibro pilorico prima del restringimento; è quasi sempre superiore al calibro dei ciechi, meno in pochi casi in cui si eguagliano (fig. 4, 5, 6), e raramente il medesimo supera tutti i tratti precedenti (fig. 7).

3. *Mancanza delle appendici piloriche.* Prima di parlare delle appendici piloriche nella numerosa serie dei pesci ossei, credo utile determinare in quali gruppi è stata osservata la loro mancanza. I generi di pesci mancanti di appendici, che io ho potuto raccogliere dagli autori, specialmente Cuvier e Gunther e confermati da altri, sono 24, di cui 9 appartengono agli Acantotterigii, 5 ai Malacotterigii addominali, 4 ai Malacotterigii subbrachiati, 5 ai Malacotterigii apodi, ed 1 ai Lofobranchi. Però bisogna notare che il genere, ora contiene una sola specie, ora tutte le specie, ora è preso come rappresentante di una intera famiglia, ed anche come rappresentante di un intero ordine. Così dei 9 generi degli Acantottergii, quattro generi diversi contengono ciascuno una specie, ed appartenenti a quattro distinte famiglie; due sono rappresentanti di due famiglie, e tre appartengono ad una sola famiglia. Dei 5 generi appartenenti ai Malacotterigii, tre generi rappresentano tre famiglie differenti, e gli altri due specie di una sola famiglia. Dei 4 generi dei Malacotterigii subbrachiati, tre specie di tre generi diversi appartengono ad una sola famiglia, ed una sola specie ad una famiglia. Dei 5 generi dei Malacotterigii apodi, quattro generi, ciascuno con una specie, appartengono ad una sola famiglia, ed uno è rappresentante di una sola famiglia. Di talchè riassumendo, dei 24 generi, 1 è rappresentante di ordine, Lofobranchi, tutti mancanti di ciechi come i Plettognati, 5 di famiglie, Gobioidi, e Labroidi, fra gli Acantotterigii; Ciprinoidi, Esocidi e Siluroidi, fra i Malacotterigii addominali; 3 generi interi, *Chironectes*, *Malthaea*, *Batrachus*, della famiglia dei Pediculati, fra gli Acantotterigii; 10 con altrettanti specie appartenenti a tre famiglie differenti, Clupeidi, Pleuronettidi e Murenoidi dei tre ordini dei Malacotterigii, addominali, subbrachiati ed apodi; e 6 a sei famiglie diverse, cioè; Percoidi, Trigloidi, Sparoidi, Mugiloidi, Discoboli, e Leptocefalidi. Da tutto ciò si rileva anche che il numero delle specie non è di 24 solamente, ma tanto quanto è quello contenuto nei diversi generi, famiglie, ordini. In gran parte i generi suddetti comprendono specie erbivore, meno alcune carnivore, come le anguille, murene ecc. Vedi 3° Elenco a *O*, dove sono indicate distintamente i generi, le specie, con le relative famiglie, ed ordini.

Avendo esposto tutto ciò, che può riguardare la indicazione dei pesci ossei da me notati come mancanti di appendici piloriche, vengo a trattare ora la quistione molto più complessa della esistenza delle medesime, e che si nota in un numero di specie relativamente di gran lunga maggiore. Oltre a ciò essendo svariatissime tutte le modificazioni riguardanti le medesime, bisogna venirle esponendo successivamente, perchè se ne possa ritrarre una sufficiente cognizione.

4.° *Direzione delle appendici piloriche.* Già è stato detto che le appendici piloriche sboccano nel duodeno al di là della valvola pilorica. La loro direzione è quasi sempre costante pel fatto, che i fondi ciechi delle appendici sono rivolti nella stessa direzione del fondo gastrico, e lo sbocco è in senso contrario; ora siccome il tratto gastro-esofageo è discendente, ed il tratto pilorico è ascendente, così ne segue che le appendici piloriche, specialmente quando sono disposte a verticillo, si accollino al tratto pilorico a pareti resistenti, come ad un asse di sostegno, ad un dipresso nel modo che le stecche radiali esterne di un ombrella chiusa, si addossano al bastone centrale e lo circondano. Per modo che, qualunque sia il numero e la disposizione delle appendici, sia a verticillo, o in serie longitudinale, la direzione è sempre la stessa. Il che è molto importante a rilevare, perchè in tal maniera, ancorchè i ciechi non abbiano nel loro sbocco una valvola di separazione dal duodeno, pur non dimeno nel passaggio del chimo dallo stomaco pel tubo pilorico nel duodeno, essi non sono riempiti dal materiale alimentare; cosa che avverrebbe facilmente, se gli stessi avessero una direzione contraria, cioè con le aperture opposte alla corrente del chimo.

Inoltre le aperture sono quasi chiuse per l'addossamento al tubo pilorico. Per conseguenza le appendici piloriche restano come isolate e segregate dal contatto delle sostanze alimentari, e possono provvedere esclusivamente ad accumulare nella loro cavità il prodotto di secrezione delle loro pareti secernenti, di cui se ne riempiono, e poi lo versano nella cavità duodenale. Non essendo esse ingombrate da sostanze alimentari, il prodotto è non solo più abbondante, ma anche più concentrato di quello che potrebbe fornire un uguale estensione di mucosa duodenale, che è sempre dilavata e sfregata da materie eterogenee. Onde risulta che le appendici piloriche non sono a ritenersi come serbatoi alimentari, per aumentare la capacità intestinale, ma come insaccamenti enterici per fornire un prodotto di secrezione più abbondante e più energico. E per prova, in tutte le numerose osservazioni da me fatte sulle appendici piloriche, non vi ho trovato mai sostanze alimentari, mentre il tratto duodenale ne conteneva, ed esse erano o piene del tutto di una secrezione della qualità del muco molto denso e vischioso, ovvero erano vuote con una semplice patina di muco aderente alle loro pareti. Alcuni ammettono che i ciechi si riempiano di chilo, ma io credo che ciò non sia un fatto normale.

Le appendici piloriche, avendo tutte una medesima direzione possono perciò occupare il minore spazio possibile, ed anche quando esse sono numerosissime non arrecano alcuno ingombro agli altri visceri addominali, essendo da vasi, da tessuto connettivo con adipe, più o meno strettamente unite tra loro, ed accollate al tratto pilorico e agli organi ad esse contigui. Ordinariamente tra un appendice ed un altra vicina s'interpone una duplicatura mesenterica, la quale le congiunge assieme, specialmente quando sono disposte a verticillo intorno al tratto pilorico, in maniera da comportarsi come la stoffa interposta tra le diverse stecche di un ombrella. Secondo che le appendici sono molto lunghe ed in numero ristretto, la estensione della membrana mesenterica intercecale è piuttosto grande; ma quando esse sono corte, e numerosissime, allora le appendici sono talmente addossate, che riesce difficile il vedere la membrana unitiva interposta, particolarmente se in quella specie di solco, che si forma tra un cieco ed un altro, s'interponga un tessuto connettivo con abbon-

dante materia adiposa. In tal caso, di tutte le appendici se ne forma come una massa sola compatta, e soltanto con diligente lavoro anatomico si possono isolare, per mettere in evidenza il numero, la estensione, la forma ed il loro modo di sbocco nell'intestino. Nella stessa maniera che il mesenterio porta tutti i vasi sanguigni, che servono alla circolazione intestinale, anche quì sulla membrana intercecale si trovano i vasi con la seguente disposizione. Un vase sanguigno scorre sulla linea mediana, e da esso si dipartono in forma pennata i rami secondarii, che raggiungono le appendici; e per le ramificazioni nella mucosa interna, le osservazioni microscopiche, fatte dal russo Melnikow sulla *lota vulgaris,* han dato per risultato che le prominenze dentate, e le glandole, offrono una completa identità con quelle dell'intestino tenue.

5. *Sbocco delle appendici piloriche.* Quando i tubi si trovano strettamente serrati tra loro, e come cementati da materia adiposa, se sono in gran numero, riesce impossibile di potere determinare il modo come essi sboccano nel duodeno. Solo dopo un accurato isolamento dei singoli ciechi, fino al punto di continuazione col duodeno, si può vedere se essi vi arrivano isolati; il che vuol dire, che sulla mucosa duodenale si notano tanti orifizii quanti sono i ciechi, ovvero se i ciechi sono biforcati, o multiforcati, gli orifizii saranno tanto minori, per quanto maggiori saranno le ramificazioni; ed infine ve ne possono essere moltissimi, e gli orifizii di sbocco al contrario pochissimi, quando alcuni tronchi principali portano a ciuffo tutti i numerosi ciechi.

I ciechi sboccano isolatamente, quando sono da uno fino ad una quindicina; vi possono essere dei casi di un numero maggiore ed essere anche isolati (fig. 14, 20), ed anche in alcuni, specialmente tra i salmonidi (fig. 24), in cui possono essere isolati, ad onta che siano in gran numero, perchè occupano una grande estensione duodenale; si ha anche il caso che possano essere in un discreto numero, e ciascun ramo avere due, tre o quattro fondi ciechi (fig. 16); come anche in un numero ristretto, o grande, vi possano essere sbocchi di ciechi isolati, o di confluenti di parecchi, come si osserva nei clupeidi (fig. 11).

Nel *cyclopterus lumpus*, nel *gymnotus electricus* e nei gadoidi si ha una rassomiglianza nel modo di sboccare nel duodeno. In quanto che nel *cyclopterus* vi sono sei orifizii di sei tronchi, in ciascuno dei quali confluiscono parecchi ciechi; nel *gymnotus* 12 tubi principali, di cui ciascuno ne porta parecchi a sua volta; ed infine nei gadoidi vi può essere il caso di pochi orifizii con un grandissimo numero di ciechi; ovvero questi essere in altre specie della stessa famiglia in pochi, e gli orifizii essere in maggior numero che in altri relativamente, perchè il loro modo di aggruppamento è variabile. Per i gadoidi vedi le figure (17, 18, 19).

Un tipo alquanto vicino ai precedenti, per la confluenza di più ciechi in uno, ce l'offre la *sphiraena spet* (fig. 15). In ultimo riguardo agli sbocchi dei ciechi è degno di grande considerazione ciò che si osserva nella famiglia degli scomberoidi, in alcuni dei quali vi è il massimo numero dei ciechi; eppure gli sbocchi sono pochissimi, per esempio, cinque nel *thynnus tunnina* (fig. 31), e persino uno solo nel pesce spada (fig. 24), e d'altra parte ad un numero grandissimo di ciechi corrisponde anche un numero relativamente grande di sbocchi, come in quel singolare tipo figurato per la prima volta della *coriphaena hippurus* (fig. 33).

6. *Ramificazioni, lunghezza, grossezza e forma delle appendici piloriche.* Alla determinazione dello sbocco dei tubi ciechi segue per ordine il definire quando i ciechi sono semplici, e quando ramificati, ed in che modo. I ciechi sono isolati, o semplici, quando si tratta di un numero al disotto della ventina; ovvero composti e ramificati, quando si tratta di un numero maggiore; però tanto il primo che il secondo caso offrono eccezioni, in quanto che ve ne possono essere pochi e ramificati, come nella *cernia gigas* (fig. 16), ovvero moltissimi e semplici, come nei salmonidi (fig. 24). Ordinariamente i ciechi sono, o tutti semplici, o tutti ramificati; ma anche quì vi sono dell'eccezioni ed in diverso grado, potendovi essere nello stesso individuo, ciechi semplici e ramificati, e questi superare quelli in numero, e viceversa. Nelle ramificazioni bisogna notare il tipo generale; ora sono semplici biforcazioni terminali verso un quarto o un quinto della lunghezza di un tubo, che non dà altre divisioni; ovvero di tratto in tratto dà divisioni dicotomiche che possono avere 4 o 6 fondi ciechi riuniti in uno (fig. 16). Altri casi offrono a poca distanza dallo sbocco del tronco principale, immediatamente e quasi tutti sulla stessa altezza, un ciuffo di ciechi di eguale lunghezza (fig. 15, 26). Quando un tronco dà molte ramificazioni, queste sorgono irregolarmente a diverse altezze dallo sbocco del medesimo; ma con tutto ciò, riunendo assieme i diversi tronchi, si ha una massa di forma regolare (come per esempio la determinata forma di un pino, che risulta dalla ineguaglianza di lunghezza e disposizione dei rami), e quella forma può variare ed essere ora sferoidale, ora ovale, ora conica e così via dicendo (fig. 17, 18, 19, 26). Ramificazioni molto singolari sono quelle degli scomberoidi, in cui vi possono essere sopra un solo tronco numerosi tubi capillari di lunghezza notevole, e disuguali tra di loro, come nel *thynnus tunnina* (fig. 31); oppure tubi terminali, sottili, corti, eguali in lunghezza e presso a poco in numero per ogni tronco, come nel pesce spada, e nella corifena (fig. 29, 33). Avendo fatto rilevare la semplicità delle appendici piloriche, o le loro ramificazioni ed il vario modo, bisogna dire qualche cosa sulla lunghezza e grossezza delle medesime, e sul rapporto di queste dimensioni. In prima, considerando lo sviluppo della massa delle appendici in rapporto con la lunghezza ed ampiezza dello intestino, si può stabilire che vi sia un antagonismo. Come nella completa mancanza delle appendici, nel caso dei ciprini, si nota la proprietà della massima lunghezza intestinale; così nei pesci carnivori molto voraci, un considerevole sviluppo delle medesime coesiste con un intestino brevissimo, di che ne offre un esempio evidentissimo il pesce spada (fig. 29), in cui è stato disegnato l'intestino per intero, per mostrare questo rapporto. Oltre a ciò, prendendo in considerazione la lunghezza e l'ampiezza delle appendici per sè stesse, si ha grande varietà, e non sempre si trova uno stretto rapporto tra queste due dimensioni ed il loro numero. Il più delle volte avviene di trovarle brevi, quando sono in piccolo numero (fig. 3, 4, 6, 7, 10, 12); ma ve ne sono anche di corte, ad onta che siano in molte (fig. 19, 25, 26), e persino sono cortissime in casi in cui sono innumerevoli (fig. 29, 33). Raramente sono lunghe quando sono poche (fig. 5), e più frequentemente hanno una sufficiente lunghezza, quando sono in discreto numero (fig. 14, 20, 22, 24), e nei tonni sono lunghissime e numerosissime. Per la grossezza si ha che, quando sono poche e corte sono grosse o ampie, ad eccezione del mormiro, in cui sono due molto lunghe e molto ampie. Sono di mediocre grossezza, con tutto che abbastanza numerose, nei sal-

monidi; e sono esilissime quando sono in gran numero, siano lunghe o brevi, come nelle figure (29, 31, 33). Per la forma, le corte sono coniche; quando hanno una certa lunghezza sono preferibilmente cilindriche, e cilindriche sono sempre, quando sono capillari (scomberoidi).

7.° *Tipi di disposizione nelle appendici piloriche.* Non è facile, passando in rassegna le numerose maniere di aggruppamento delle appendici piloriche, di potere cogliere quale sia la fisonomia generale, e se vi sia un solo tipo dominante, o parecchi, e quali questi siano, e come definirli. Per potersi avere un determinato tipo di disposizione, bisogna che esse abbiano un certo numero, e che tutte siano messe assieme, secondo un disegno per così dire; e che queste date forme non siano esclusive di una data specie, ma comuni a parecchie di esse, le quali possono essere dello stesso genere e della stessa famiglia, come pure di genere, di famiglia ed anche di ordine differente. E non si saprebbe dire se ciò possa dipendere dalla poca importanza di alcuni caratteri adoperati come base della classificazione zoologica dei teleostei; ovvero se vi possa essere in ogni famiglia un graduale sviluppo, di modo che le forme più semplici di diverse famiglie si rassomiglino più, che le semplici e le complesse di una medesima famiglia. E così anche, che vi siano famiglie diverse che abbiano delle forme complesse che si rassomiglino; e che oltre a ciò vi siano alcune di queste, le quali superino in complicata struttura le altre, e che tra queste vi siano ancora alcuni tipi, che eccezionalmente superino tutti gli altri in complicazione, al punto da mostrare il massimo grado di sviluppo a cui possa giungere questo dato organo; ovvero l'ultima fase, che sia come l'anello di transizione ad una formazione più elevata glandolare; la quale ancor essa a sua volta progredisca per gradi a segno, che difficilmente lascia scorgere la parentela tra questa ultima fase della seconda forma, e l'ultima della prima, che n' è stata una preformazione. Tale difficoltà s'incontrerebbe ancora quando si volesse stabilire la identità organica tra la sola appendice pilorica dell' ammodite e le migliaia, e disposte secondo un dato tipo, delle appendici piloriche della corifena, senza l'aiuto delle svariate forme di graduale sviluppo della serie intermedia. I gradi di transizione tra la forma tubolare o propriamente delle appendici piloriche, e la forma glandolare, o propriamente pancreatica o epatica, cercherò di dimostrarla in seguito; per ora voglio cercare di definire i tipi principali, che presentano le appendici piloriche dei teleostei.

Quando le appendici piloriche sono in un certo numero, per occupare il minore spazio possibile si dispongono sul duodeno; ora circolarmente, in una o più serie; ora longitudinalmente, in una o più serie parallele all'asse intestinale; ovvero entrambe le disposizioni coesistono.

Il primo caso presenta il, *tipo a verticillo*, che può essere, *completo*, (fig. 7, 9, 12, 14, 16, 17.), quando i ciechi circondano tutta la circonferenza del tubo intestinale, ovvero in gran parte, ma in cui essi sono disposti simmetricamente, ed a regolare distanza tra di loro; o *incompleto* (fig. 6. 8.), quando si dispongono a semicerchio più o meno esteso, mancando però parecchi tubi sul lato corrispondente allo stomaco, su cui si adagia il tratto pilorico, ed anche essi sono disposti a regolare distanza tra di loro. Tanto il verticillo completo quanto lo incompleto può essere semplice, se vi è un solo cerchio o semicerchio, come nelle ricordate figure, ov-

vero composto quando vi sono più cerchi o semicerchi di appendici sul duodeno (fig. 18 e 19).

Il secondo caso cioè, seguendo la disposizione longitudinale, presenta il, *tipo a criniera,* che può essere, *semplice*, come nella (fig. 11), o *composta*, se risulta di due tre o più serie (fig. 22, 23 e 24), od anche, *continuà* (fig. 25), o *interrotta*, in ciuffi separati (fig. 26).

Se due serie longitudinali sono opposte tra di loro si ha un altro, *tipo-distico*, o *pennato*, (fig. 10, 20 e 21), ed anche le figure (3 e 4) accennano ad una prima comparsa o abbozzo di questo tipo.

In fine quando coesistono le due disposizioni, circolare e longitudinale, e che il numero delle appendici non è più definito, ma illimitato, si ha l' apparenza di ciuffi o fiocchi più o meno vistosi, i quali possono anch'essi rapportarsi a tipi determinati. Così si può dire, *tipo pulvinato*, *capitato* o a *cavolfiore*, come si osserva nel pesce spada (fig. 29), in cui vi è il massimo aggruppamento di ciechi cortissimi, e di un numero illimitato sopra un solo tronco, e che in un grosso individuo ha un volume ed un peso considerevoli. Vicino al precedente è il, *tipo dendroide*, (fig. 31 e 33), quando vi sono molti rami che portano ciuffi di appendici numerosissime e sottilissime, e che possono essere o cortissime, come nella corifena, in ciò simili a quelle del pesce spada, o lunghissime come nei tonni. Il tipo dendroide può essere aggruppato , come nei tonni , o disgregato come nelle corifene, in cui quell'elegante disposizione ricorda ad un tempo il tipo pennato della (fig. 20), e quello a criniera interrotta della (fig. 26), con la differenza però, che nella corifena non sono semplici tronchi o semplici tubi; ma tronchi molto ramificati e con ciuffetto di appendici terminali.

8. *Numero delle appendici piloriche.* Il numero delle appendici piloriche è molto variabile , sia nei diversi generi della stessa famiglia , sia nelle diverse specie dello stesso genere, e persino, non mancano esempii di varietà, nei diversi individui della stessa specie, e ciò quando il numero di appendici è molto grande, come nel caso dei salmonidi ([1]).

([1])Nota di specie di salmonidi con appendice variabili in numeri.
Queste specie sono prese dal Gunther ed ordinate in serie.

1. 24	Salmo	lossos	21. 43-52	Salmo	mistops
2. 26	»	lordii	22. 44	»	gallivensis
3. 28-31	»	maerostigma	23. 44	»	stomachicus
4. 32-44	»	Willughbii	24. 44-49	»	ferox
5. 33	»	stellatus	25. 44-52	»	killinensis
6. 33-46	»	fario-gaimardi	26. 45-47	»	brachipoma
7. 34	»	fontinalis	27. 45-52	»	lemanus
8. 36	»	perisii	28. 48-54	»	rappii
9. 36	»	salvelinus	29. 49-61	»	trutta
10. 36	»	mubla	30. 50	»	orcadensis
11. 36-42	«	alpinus	31. 59-62	»	venernensis
12. 47	»	fario-ausonii	32. 60-74	»	lacustris
13. 39-47	»	cambricus	33. 60-80	»	levenensis
14. 40	»	polyosteus	34. 61-67	»	argenteus
15. 40	»	purpuratus	35. 70	»	lepechini
17. 40-42	»	nigripinnis	36. 72	»	microlepis
18. 40-50	»	carpio	37. 90-100	»	marsilii
19. 41	»	nivalis	38. 200	»	hucho
20. 42	»	colii			

In essi si è notata una varietà di 30 a 50, e ciò è dipendente o dalla divisione di un certo numero di ciechi, o dalla loro confluenza. Si è anche notato un certo antagonismo tra l'ampiezza ed il numero ; quando i ciechi sono di una straordinaria ampiezza, il numero normale si vede ridotto, come anche si vede aumentato quando essi sono più piccoli del solito. In generale, quando sono pochi, le anomalie di numero sono più rare. Con tutto che nel numero delle appendici piloriche non vi sia un'assoluta costanza, pure il Gunther col suo autorevole giudizio dichiara, che il carattere fondato sulle appendici piloriche può essere materialmente preso in considerazione nella determinazione delle specie; ed egli stesso ne dà l'esempio indicando il numero delle appendici piloriche in quelle specie in cui è stato studiato; quantunque bisogna convenire che le specie note sotto questo punto di vista sono molto ristrette, relativamente al considerevole numero delle stesse dell'ordine dei teleostei. È da sperare, che una volta preso in considerazione questo carattere del numero delle appendici piloriche, un tale studio sia seguìto in tutte quelle specie indigene ed esotiche, che l'opportunità offrirà all' osservazione dei zoologi. Forse in allora sarà possibile trovare maggiori correlazioni in questo complicato argomento, e si potrà stabilire una serie graduale e non interrotta dal minimo al massimo numero. Per ora volendo ordinare tutto il materiale che al presente è a mia cognizione, bisogna stabilire i termini estremi entro i quali si trovano compresi i diversi numeri delle appendici.

Questi estremi sono, da una parte la mancanza, e dall'altro un numero illimitato di appendici. Quest'ultimo termine non è tanto facile a stabilire, in quanto che, anche nei casi in cui sono di un numero prodigioso, non sarebbe impossibile con un paziente esame il numerarle , ma in tal caso il vantaggio non sarebbe di pratica utilità , e quì più che il numero può essere profittevole il modo , il tipo di loro disposizione. Mentre invece quando dette appendici sono di un numero limitato, allora l'osservazione riesce più facile, più attuabile , e meno possibili le discordanze tra i diversi osservatori. Inoltre è da avvertire che se non vi è un'assoluta costanza quando le appendici sono in numero ristretto, tanto meno tale costanza si verifica in un numero elevato.

Per tutte queste ragioni, io credo, che convenzionalmente si potrebbe stabilire, che il numero si dovrebbe ritenere come illimitato quando superi la trentina , e limitato o definito, quando si trovi tra zero e i 30. Da quanto ho potuto rilevare dalle mie dirette osservazioni e dai dati raccolti, si può stabilire una serie continua da 1 a 24 nel numero definito delle appendici, ed a ciascuno di questi numeri vi corrispondono più specie della stessa famiglia, o di famiglie differenti. Per esprimere brevemente in un modo convenzionale nel senso che or ora è stato dichiarato io pongo accanto alle specie con numero illimitato di appendici, il segno adoperato dai matematici per indicare l'infinito, cioè un otto rovesciato ∞. Avverto però che avendo trovato delle specie in cui è indicato il numero delle appendici, quantunque ascenda ad una cifra molto alta io l'ho riferita.

Per trattare in un modo praticamente utile tale quistione io ho sentito il bisogno di riunire in tre elenchi le specie in cui si sono osservate le appendici piloriche.

In un primo elenco (vedi pag. 814), seguendo la classificazione di Cuvier del *Règne animal*, come la più semplice pel caso presente, ho disposto le singole specie, con l'indicazione del relativo numero delle appendici piloriche, secondo gli ordini, le famiglie, ed i generi della classificazione precedente , e nel caso di qualche genere nuovo l'ho collocato accanto ai generi affini della classificazione cuvieriana. Questo primo elenco è utile quando si voglia ricercare il numero delle appendici piloriche di una data specie giovandosi dell' ordinamento zoologico. Come si potrà vedere, se in questo primo elenco vi è l'ordine zoologico, d'altra parte vi è il massimo disordine nei numeri delle appendici, in quantochè nelle specie anche vicine vi sarà una grande variazione in più e in meno, da rendere impossibile di coglierne qualche generale relazione.

In un secondo elenco (vedi pag. 818), seguendo l'istesso ordine delle famiglie, dispongo in serie graduale tutte quelle specie della stessa famiglia le quali hanno gli stessi numeri , e così si comincia da quelle specie che mancano e si va poi a quelle ad una a due e fino al massimo delle appendici. In questo secondo elenco si potrà vedere la proporzione relativa delle specie di ciascuna famiglia, secondo i diversi numeri delle appendici , e vedere se la serie è continua o interrotta ed in che modo.

In fine in un terzo elenco (vedi pag. 823), prendendo come base di classificazione il numero delle appendici, e secondo il medesimo raggruppando le specie di diverse famiglie, rispetto al loro ordine, si ha un' idea più complessiva del numero delle specie secondo quello delle appendici , e nel medesimo tempo si può vedere la proporzione con cui concorrono ad una data cifra le diverse famiglie, ed anche la proporzione delle specie comprese sotto un dato numero di appendici , rispetto ad altre con altro numero. In ultimo risulta, se la serie è continua o è interrotta, ed anche si vede quali sono i numeri che riuniscono una gran quantità di specie, e quali quelli che hanno scarsi rappresentanti.

Tutto il precedente processo è servito di base con i suoi risultati alla compilazione di una tabella complessiva (vedi pag. 828), in cui superiormente si trova tutta la serie delle famiglie da 1 a 25, con i numeri romani ad un lato, per indicare gli ordini a cui appartengono secondo Cuvier; e sono: I. *Acantotterigii*. II. *Malacotterigii addominali*. III. *Malacotterigii subbrachiati*. IV. *Malacotterigii apodi* e V. *Lofobranchi*. All'altro lato della colonna delle famiglie vi è il numero delle specie per ciascuna famiglia, di cui si sono contate le appendici piloriche.

Al disotto della colonna delle 25 famiglie vi sono in senso verticale altrettante colonne corrispondenti a ciascuna famiglia ; ognuna di queste colonne indica il numero delle specie di una stessa famiglia , le quali sono fornite dello stesso numero delle appendici piloriche. La serie graduale dei numeri delle appendici piloriche da 0-24 forma la prima colonna a sinistra delle precedenti. Il zero posto accanto alla famiglia, invece dell'indicazione di una o più specie, indica la mancanza totale in quella famiglia delle appendici piloriche. In fine nell'ultima colonna a destra sono le cifre totali di tutte le specie di differenti famiglie, le quali hanno lo stesso numero di appendici, ovvero sono mancanti.

In conclusione riassumendo e formulando i dati risultanti dalla indicata ta-

bella, si ha che delle 141 specie di teleostei presi in disamina; 103 appartengono agli Acantotterigii; 12 ai Malacotterigii addominali; 18 ai Malacotterigii subbrachiati; ed 8 ai Malacotterigii apodi.

Dalle suddette 141 specie bisogna sottrarre quelle mancanti di ciechi che sono 18, così ripartite; 7 Acantotterigii; 2 Malacotterigii addominali; 4 Malacotterigii subbrachiati; 5 Malacotterigii apodi. Tra quelle mancanti di ciechi bisogna aggiungere anche le famiglie intere che sono: Gobioidi e Labroidi tra gli Acantotterigii; Ciprinoidi, Esocidi e Siluroidi tra i Malacotterrgii addominali; ed anche l'intero ordine dei Lofobranchi, posto come un limite di confine della serie dei Teleostei.

Le 123 specie fornite di appendici, ripartite secondo le famiglie in ordine decrescente, ci dà - *Percoidi* specie 46; *Trigloidi* 19; *Pleuronettidi* 12; *Sparoidi* 11; *Clupeidi* 9; *Salmonidi* 8; *Labirintici* 7; *Murenoidi* 6; *Scienoidi Squamipenni* e *Pediculati* 4; *Menidi, Mugiloidi* e *Gadoidi* 3; *Discoboli, Leptocefalidi* 2; Teutidi, Echeneidi 1.

Le suddette 123 specie ripartite secondo il numero eguale di appendici piloriche e poste in ordine decrescente ci dà; 22 specie a 4 ciechi; 18 a (0); 15 a (2); 13 a (6); 12 a (5); 11 a (8); 8 a (3); 7 a (7); 4 a (1, 9, 10); 3 a (12, 14, 20, 22); 2 a (17, 18, 21, 24); 1 a (11, 13, 15, 16, 19).

Dall'assieme di questi dati si rileva come sia malagevole acquistare una cognizione del modo come sono ripartite le specie, secondo il numero delle appendici piloriche, e se con tutte queste semplificazioni, per la natura stessa delle cose, non si può stabilire una formola che le abbracci tutte, pure con queste molteplici osservazioni, e con tante altre che ciascuno vi potrà far sopra, si ha il vantaggio di potersi giovare di tutti questi numerosi fatti raccolti ed ordinati nel miglior modo possibile.

9. *Significato delle appendici piloriche.* Per quanto chiara ed evidente sia la dimostrazione anatomica delle appendici piloriche; altrettanto riesce difficile il determinare il vero significato delle medesime, e di ciò ne sia prova le varie opinioni emesse in proposito da autori di diversi tempi, che si sono occupati di questo argomento, e che io credo utile di quì riferire per dare un maggiore sviluppo alla presente quistione.

Lo Steller di Pietroburgo tra i primi indagando la natura di questi organi, ed il loro ufficio, li giudicò serbatoi del chilo, il quale vi si accumulerebbe per servire di nutrimento nel tempo in cui la fame si farebbe sentire. Gli argomenti a cui egli si appoggiava erano; la coesistenza col pancreas in molti pesci, e ciò indicava che non erano rappresentanti di questo ultimo; ed il trovarsi le appendici piloriche in maggior numero ed in masse più voluminose in grandi pesci, che hanno un rapido accrescimento nella grossezza del loro corpo, e che possono tollerare la fame per lungo tempo.

Lo Schellhammer, nel trattare l'anatomia del pesce spada, ed il Collins, nel suo *System of Anatomy*, considerarono le appendici piloriche come amplificazioni dell'intestino, e destinate alla preparazione del chilo, che secondo il primo vi s'internerebbe e poi passerebbe per assorbimento nel sistema circolatorio. Giova ricordare

che tale supposizione non è avvalorata dai fatti, perchè le appendici piloriche non contengono chilo, ma sono sempre ripiene di una materia di apparenza mucosa e vischiosa, prodotto di loro secrezione, che impedisce la penetrazione ad altre sostanze.

L'Oken emise una opinione in proposito, che non trovò alcuna favorevole accoglienza. Egli non considerava le appendici come analoghe del pancreas, ma come un residuo del condotto vitello-intestinale, e si fondava sull'unico cieco che si osserva nei plagiostomi, e che egli credeva che occupasse lo stesso posto del condotto vitello-intestinale, e che contenesse il vitello. Come si vede l'unico cieco dei plagiostomi è molto lontano dal punto di sbocco del primitivo condotto vitello-intestinale, trovandosi quello in vicinanza dell'ano; inoltre la mancanza in esso di materia vitellina, il non trovarsi traccia di tale organo nei pesci ossei, e la varietà di forma e di sviluppo delle appendici piloriche con molteplici sbocchi intestinali, mentre è sempre unico nel dotto vitello-intestinale, non può giustificare un tale ravvicinamento.

Il Rathke per l'intimo aggruppamento che le appendici piloriche presentano, specialmente nello sturione, in cui si mostrano in forma di una fitta massa, egli le credè analoghe del pancreas. Aggiungeva anche lo sbocco delle stesse nella regione del duodeno e così le riteneva come i predecessori della glandola pancreatica di altri vertebrati, o come formazioni di transizione a questa glandola. Lo stesso dubitava dell'esattezza dell'osservazione dell'Alessandrini della coesistenza nello sturione del pancreas e delle appendici piloriche, ed anche volendo egli ritenere come esatta tale osservazione, dichiarò che bisognava ammettere una duplice formazione della glandola pancreatica; l'una inferiore più semplice, come nelle appendici piloriche; l'altra superiore e più complicata, come nel pancreas; e che entrambe solo in alcuni casi possano coesistere.

Il Meckel osservando la mucosa delle appendici piloriche essere uniforme a quella dell'intestino corrispondente nelle sue pliche, nelle sue maglie e nei suoi villi, trovava che esse si distinguono meno dall'intestino stesso, in confronto di altri organi glandolari annessi, e che perciò, per la loro forma e composizione, uniforme alla intestinale, le appendici piloriche erano meno che un vero organo proprio. Altrove lo stesso autore afferma, che la digestione si opera in queste stesse appendici, e che le materie contenute nell' intestino vi penetrano, e che esse non si limitano solo a segregare ed a versare nel canale intestinale un liquido che faciliti la chilificazione. Aggiunge inoltre che il loro grande volume, la loro larghezza, il grande diametro dei loro orifizii, la concordanza della loro struttura con quella dell'intestino, e l'identità della materia che esse contengono, sono tante prove che mettono questo uso fuori di dubbio. Infine lo stesso dice, si vede dopo queste considerazioni, che esse si comportano assolutamente come il fegato nel suo stato il più semplice di organizzazione.

Il Cuvier, che più estesamente ha trattato l'argomento delle appendici piloriche nelle loro diverse forme e nelle varietà di numero, riassume la sua opinione sul significato di questi organi nei seguenti termini.

Egli è difficile di comprendere la legge della esistenza delle appendici piloriche; si può dire però, che la maggior parte dei pesci, che si nutrono di sostanze

vegetali ne mancano; quantunque si trovino dei pesci molto carnivori e voracissimi tra quelli che sono nel medesimo caso, quali sono la maggior parte degli *apodi*.

Il loro sviluppo e la loro grandezza relativa, il loro numero e la loro complicazione potrebbero bene essere in rapporto con l'attività della digestione e la prontezza dello accrescimento. I Salmonidi, i Clupeidi e gli Scomberoidi sembrano indicarlo. I ciechi pilorici hanno in questi ultimi una complicazione notevole. Quanto alla loro struttura, essa è essenzialmente la stessa che quella del canale intestinale, e particolarmente della parte di questo canale dove hanno il loro sbocco, cioè nel loro cominciamento.

La membrana interna soprattutto vi presenta un aspetto analogo, delle pieghe longitudinali, a zig-zag, o delle papille semplici frastagliate, o una rete secondo la struttura che essa ha nell'intestino. Egli è evidente che la presenza dei ciechi, di cui la cavità dà rarissimo accesso alle sostanze alimentari, ha per scopo essenziale di moltiplicare la secrezione dei succhi digestivi, che la mucosa intestinale separa da se sola, quando essi mancano. Essi ne forniscono un supplemento più o meno abbondante, ma di cui un gran numero di pesci possono farne a meno; sia perchè la secrezione della mucosa intestinale è molto abbondante, sia perchè gli animali aquatici hanno meno bisogno di umettare i loro alimenti per digerirli, e che le glandole salivari, boccali o addominali, loro sono meno necessarie. Un' ultima riflessione che conferma l'analogia che noi (Cuvier) crediamo avere dimostrata tra i ciechi pilorici ed il pancreas, è il rapporto che noi abbiamo di già segnalato, tra i ciechi ed il canale cistico, di cui lo sbocco generalmente è alla base di uno di essi. È il medesimo rapporto che quello tra il canale coledoco ed il canale pancreatico degli animali superiori.

L'Owen trovò un rapporto tra le appendici piloriche e la valvola spirale. Il *Polypterus* che ha una valvola spirale, non ha che un solo cieco pilorico; mentre che il *Lepidosteus*, che manca di valvola spirale, ha un gruppo compatto di circa un centinaio di piccoli ciechi, che uniti e riuniti comunicano per poche aperture col principio del duodeno.

Il Salter, nella Todd's *Cyclopedy of Anatomy*, dà i seguenti risultati. Le appendici piloriche sono gemmazioni della parete intestinale, e non differiscono nella struttura medesima. Gli sembra ardita la rassomiglianza col pancreas e crede che nelle forme più complicate siano da ritenere come una glandola conglomerata speciale, e sotto un certo riguardo da considerare come una speciale glandola appendicolare dell'apparato digerente. Se fossero semplici diverticoli intestinali dovrebbero contenere le sostanze alimentari, ma ciò non si osserva, non trovandosene traccia neppure nei tubi più grandi, perciò esse debbono fornire qualche speciale secrezione.

Inoltre ad accrescere la superficie si avrebbe potuto ricorrere ai villi, alle pieghe ed alle cripte, che sono espansioni della sola mucosa, e non vi avrebbe preso parte, nè lo strato sottomucoso, nè il muscolare, come nel caso delle appendici.

La mancanza delle appendici piloriche può intendersi, o per la presenza di una mucosa più sviluppata intestinale, o gastrica *(Anarrichas)*, o per la presenza di un palato glandolare nei ciprini, o per la lunghezza intestinale, o per la semplicità generale di tutto l'apparato, come nel *Dermopterus*, o perchè nell'anguilla,

in cui mancano i ciechi, la mucosa si fa più spessa, spongiosa e vascolare, e dà un abbondante secrezione attraverso le sue pareti, simile a quella dei pesci forniti di ciechi pilorici.

L'Edwards, nelle sue lezioni di Fisiologia e di Anatomia comparata, si dichiara in questi termini. In molti pesci esiste in vicinanza del piloro un certo numero di organi secretori, che pel loro modo di struttura, hanno molta analogia con i tubi del Lieberkühn, ma che in luogo di essere microscopici, ed allogati nella spessezza delle pareti dell'intestino, sono di un volume considerevole, e fanno sporgenza al di fuori, in modo da costituire delle appendici più o meno intestiniformi. Le pareti di questi prolungamenti cilindrici e cavi sono composti delle medesime tuniche che quelle dell'intestino da cui dipendono, e la membrana mucosa che le tapezza non offre nulla di particolare, se non che la sua superficie è molto reticolata, e che segrega molto muco.

Il Legouis, in una memoria pubblicata negli *Ann. des sciences nat.* nel 1872-73 si occupa a dimostrare l'esistenza di un vero pancreas nei pesci ossei, indipendentemente dall'esistenza delle appendici piloriche, le quali non dovrebbero più considerarsi come rappresentanti del pancreas, secondo l'opinione emessa da alcuni zootomisti. Il riassunto che egli stesso dà dei suoi risultati è il seguente. L'idea generale la più completa e la più esatta che si possa fare del tipo di un pancreas dei pesci ossei sarebbe di un tovagliolo (nappe) lamellare, che invia delle espansioni in gran numero nelle ripiegature peritoneali (*forma diffusa*). Il parenchima di questo tovagliolo costituito nella maggior parte di acini microscopici, più o meno agglomerati, si condensa inoltre in glandole, le quali son legate qualche volta tra di loro da porzioni assottigliate al punto da divenire lineari (*forma disseminata*). In fine in certe regioni privilegiate il medesimo tovagliolo membranoso s'inspessisce fino a prendere qualche cosa del volume abituale e della fisonomia di glandola. In seguito di ciò giunge alla conclusione che: I pesci ossei, come tutti i vertebrati, hanno un pancreas in rapporto col loro modo di organizzazione.

Tutte le osservazioni, opinioni e definizioni precedentemente esposte, ponderate e messe a confronto, nel loro assieme forniscono un concetto generale, che può essere più completo di ciascuno dei precedenti isolatamente preso; e che mentre s' intravede, d' altra parte è difficile di formularlo in maniera, che riassuma tutto il contenuto del presente argomento; e che dia un idea precisa, circoscritta, isolata delle appendici piloriche da una parte; e dall' altra che mostri le connessioni più o meno intime, geneticamente, morfologicamente e funzionalmente con gli altri organi vicini, la cui parentela è così stretta, che spesso si sono scambiate le une con gli altri.

Io credo che si potrebbe arrecare un qualche schiarimento in proposito adottando un linguaggio più preciso, o in altri termini guardando la quistione sotto i diversi lati che essa presenta, e non confondere o trascurare l'uno o l'altro di essi, perchè altrimenti qualsiasi distinzione riesce impossibile.

Per poter sviluppare convenientemente questo concetto, sarebbe d'uopo di estendere il campo d'investigazione, ed entrare nella vasta messe delle appendici intestinali in generale, per trarne quei fatti i quali più specialmente potrebbero fornire

una maggior luce al caso presente. Ma tutto ciò porterebbe ad estendere di molto i confini del presente lavoro, e mi è solo possibile di riassumere in breve quello, che può essere più direttamente confacente con la presente quistione.

Le appendici piloriche dei pesci sono geneticamente gemmazioni dell'intestino, nello stesso modo che il fegato, con la cistifellea, ed il pancreas.

Nei primordii della loro comparsa queste tre formazioni si rassomigliano, poi in prosieguo le appendici piloriche restano semplici diverticoli con la stessa struttura della mucosa intestinale, e le altre due formazioni invece si mostrano con due parti differenti; l'una che forma tutto il sistema dei dotti biliari e pancreatici, che resta molto somigliante alla struttura della mucosa intestinale e quindi alle appendici piloriche; e l'altra al di là di questo sistema che si specializza in particolari formazioni glandolari epatiche e pancreatiche.

Queste due formazioni si possono fondere in una, ed allora lo stesso diverticolo intestinale a fondo cieco, assumendo una rivestitura di speciali cellule epatiche, si comporta e come cieco e come fegato (Branchiostoma). Altri casi di questa fusione si può avere nei tubi flebenterici di alcuni molluschi (Eolidie). Anche questi ciechi possono scomparire, ed allora una sola rivestitura della superficie intestinale, fatta da cellule epatiche, rappresenta il fegato; ed infine persino questa rudimentale condizione può mancare, e tutto l'apparato digerente ridursi ad un semplice fondo cieco (idra), senza diverticoli e senza propaggini glandolari. In tal modo, tanto dal lato dello sviluppo embrionale in un solo animale, come dell'adulto nella serie zoologica, si trovano dei punti comuni di partenza, da cui differenziandosi sempre più le speciali formazioni si arriva al punto che non è più possibile scorgere tra loro alcuna correlazione, se non si seguono le graduali fasi di evoluzione. Tutto ciò non è un fatto particolare, ma si può dire altrettanto di ciascun organo per sè stesso, il quale confrontato negli estremi sia nella serie embrionale, sia nella serie zoologica, esso si presenta tanto dissimile da sembrare tutt' altra cosa. Ora se ciò avviene nello stesso organo, perchè non sarà ammissibile in organi affini di comune origine? Adunque, come è noto, nella serie animale si comincia con un'apparato digerente semplicissimo, in cui non vi è alcuna distinzione glandolare; in seguito si va manifestando uno strato epiteliale epatico, e poi un fegato veramente distinto; il che mostra che di tale formazione se ne sente tardi il bisogno; ma però prima del pancreas, il quale compare molto rudimentale e solo nella classe più elevata degli invertebrati (cefalopodi), e pare che l'intestino dapprima, e, più innanzi nella serie, anche le glandole salivari ne facciano le veci. Si potrebbe dire che come l'intestino primordiale si distingue poscia in diversi tratti con speciale struttura e funzione; così anche le gemmazioni intestinali da semplici infossamenti, da semplici glandole unicellulari costituiscano in prima uno o più diverticoli (sanguisughe), che non si diversificano che per la sola forma dal rimanente, e poi a questi diverticoli si associano elementi glandolari epatici (afrodite), e poi più in là nella serie anche un elemento glandolare pancreatico (cefalopodi). Queste trasformazioni o adattamenti ai bisogni funzionali possono avvenire in tutti i diverticoli nella stessa maniera (Eolidie), cioè con soli elementi epatici, ed allora si avrà l'esistenza del fegato, e la mancanza di semplici appendici enteriche; ovvero in due maniere differenti (anguilla), in cui vi sono due

formazioni, fegato e pancreas; ed infine può aversi che una parte dia luogo alla formazione epatica; un'altra alla formazione pancreatica; e il rimanente si conservi nel suo stato primordiale di semplici diverticoli, o ciechi pilorici (sturione). In tale maniera si può intendere la mancanza di una di queste forme, o la coesistenza di tutte. Come le formazioni epatiche e pancreatiche cominciano rudimentali, e si vanno sempre più complicando; così anche i semplici diverticoli intestinali possono moltiplicarsi in numero, ramificarsi ed aggruppare un maggior numero di elementi secretori, al punto da divenire qualche cosa di più elevato della semplice mucosa enterica, e pur nondimeno restare inferiori alle formazioni glandolari specifiche (fegato e pancreas); in altri termini essere intermedie per grado tra queste e quella.

Indicata la parentela genetica bisogna considerare l'analogia morfologica; cioè una volta costituiti questi organi quali lati di confronto presentano tra loro? Le appendici piloriche che sono semplici o ramose hanno anche le loro rassomiglianze con le appendici epatiche, tubolari semplici e ramose, come sono quelle dei crostacei e delle eolidie. Tali riscontri si notano non solo nelle forme inferiori, ma anche negli organismi superiori. Così nell' *ammodytes tobianus* si trovano moltissimi lobulini riuniti insieme, come un grappolo, per i canali biliari. Il pancreas è generalmente ramoso nelle divisioni de'suoi condotti, e ciò potrebbe paragonarsi alle appendici anche ramose dei scomberoidi; ma oltre a ciò vi esiste un caso notato dal Duvernoy nel *python*, in cui i lobulini pancreatici sono all'estremità di canali escretori disposti a fasci, di una lunghezza considerevole, i quali non si uniscono tra loro, che molto presso all'intestino.

Esempii di maggior somiglianza di forma e di modo di essere si ha nel confronto con la cistifellea, la quale è molto simile ad un' appendice pilorica. Essa può mancare, e specialmente negli erbivori, come le appendici piloriche; può essere biforcata, biloba, o intestiniforme, come in molti pesci; essere completamente separata dal fegato (serpenti), ed avere un lunghissimo dotto cistico, che si riunisce solo in vicinanza dell'intestino col dotto epatico, a sua volta pure lunghissimo, da sembrare anch'esso un altro tubo pilorico al cui estremo si trovi la massa epatica. Come vi sono dei ciechi ramificati, così pure la cistifellea si mostra ramificata nei casi, in cui al suo fondo arrivano dei condotti epato-cistici, fatto che si osserva in diverse specie delle varie classi di vertebrati, e più specialmente nei ciprinoidi. Inoltre la cistifellea non è solo un serbatoio, ma un diverticolo a pareti glandolose, come del resto più o meno tutti i condotti biliari e pancreatici. Questo carattere ordinariamente non è manifesto, ma in alcuni casi (*Didelphis, Phalangista*) è così pronunziato, che pel gran numero di elementi glandolari si forma nel dotto cistico, presso al suo sbocco duodenale, un considerevole inspessimento nelle sue pareti.

Un organo che in sè solo riassume, per così dire, diverse condizioni di fatto nella presente quistione, è il cieco spirale dei cefalopodi. Dopo lo stomaco muscolare di questi molluschi, che, insieme col ventriglio muscolare degli uccelli, può paragonarsi al tratto pilorico del cefalo e del *chatöessus*, si trova il cieco spirale che ha richiamata l'attenzione dei naturalisti da molto tempo; incominciando da Aristotile, che per la forma lo rassomigliò ad una conchiglia di lumaca, fino al presente, ha ricevuto moltissime interpretazioni. Molti lo chiamano cieco spirale

per la forma, altri cieco pilorico per la regione in cui si trova. Alcuni l' hanno considerato come un pancreas (Owen) , altri come una cistifellea (Duvernoy), ed io credo si potrebbe anche paragonarlo ad un ampolla di Vater, essendo il confluente dei dotti epatici e pancreatici. Ad ogni caso, il presentarsi come un tubo a fondo cieco di diversa lunghezza, con la spira più o meno manifesta nei comuni cefalopodi; l'avere una forma sferoidale, con larghe lamine parallele, increspate internamente, con follicoli glandolari nel nautilo; e d'altra parte l'essere rivestito internamente da epitelio ciliare, come le pareti intestinali; son tante gradazioni che accennano, nel senso precedentemente indicato, alla unificazione delle tre formazioni, che sono per così dire come tre ramificazioni di un solo tronco.

Ad ogni modo, per formarsi un adeguato concetto delle appendici piloriche, bisogna non solo confrontarle con le forme analoghe dell'intestino nelle diverse specie animali, ma anche con le altre formazioni congeneri che si trovano nell' intestino stesso. In tal maniera, considerando le diverse accidentalità che presentano gli apparati digerenti di diversi animali, si hanno; villosità , pliche (considerevoli quelle del foglietto dei ruminanti), cripte, valvole conniventi, valvole spirali, ciechi rettali, ciechi crassi, ciechi pilorici, ingluvie (e di questo genere anche i primi stomachi dei ruminanti e dei cetacei) e le borse boccali; le quali forme sono tutte amplificazioni del tubo digerente, con speciali modificazioni, secondo le regioni in cui si trovano; ed a cui bisognerebbe aggiungere anche le propaggini glandolari, come le salivari, pancreatiche, epatiche , pepsiniche, Bruneriane, Lieberkühnniane , mucose, i tubi epatici dei crostacei, Malpighiani degli insetti , fletenterici dei molluschi, gastro-vascolari dei celenterati. Tutte queste modificazioni possono o estendere la superficie mucosa nel caso delle pliche, o ampliare la capacità nel caso delle borse, ovvero aumentare il prodotto dei succhi digestivi, concentrando un numero più o meno grande di glandole della stessa specie o differenti. L' aumento della capacità da una parte, e del prodotto glandolare dall'altro, non sono in rapporto; giacchè si può avere un massimo concentramento ed un maggiore sviluppo degli elementi secretori in un tubo digerente breve, come nei carnivori ; e non uno sviluppo degli elementi secretori, proporzionati al considerevole aumento della capacità digerente, negli erbivori; in cui per esempio generalmente il fegato è meno sviluppato, e, dei quattro stomachi dei ruminanti, l'ultimo solo è provvisto di glandole pepsiniche.

Ora le appendici piloriche non aumentano la capacità digerente ; perchè non contengono sostanze alimentari ; ma invece aumentano la secrezione del succo enterico; e ciò potrebbe essere la ragione perchè esse si trovino nei carnivori, e manchino negli arbivori. Nel caso della loro mancanza, nelle voraci anguille, potrebbe ciò essere compensato dalla straordinaria secrezione della stessa mucosa intestinale.

Infine, venendo al fatto funzionale, mancano le osservazioni dirette sulla classe dei pesci, e solo col criterio di analogia si può applicare ad essi i risultati sperimentali ottenuti specialmente nei mammiferi, isolando nel vivente con legature delle anse intestinali, le quali in tali condizioni permettevano di esaminare la diretta ed esclusiva azione del succo enterico sopra le differenti sostanze alimentari introdottevi. Con tale processo i fisiologi son giunti a dimostrare, che l'azione del succo enterico è capace di digerire le sostanze albuminoidi, di trasformare l'amido in

zucchero , e di emulsionare i grassi. Ora queste proprietà permetterebbero al solo succo enterico la digestione delle sostanze alimentari ; quindi è evidente che il succo enterico nelle condizioni normali coadiuva efficacemente l'azione del succo gastrico , del pancreatico e della bile, e s' intenderà anche come in mancanza di uno dei detti prodotti, esso stesso possa farne le veci.

In guisa che le appendici piloriche sono tubi ciechi enterici semplici o ramosi che segregano e contengono succo enterico più abbondante e più puro di quello della mucosa intestinale dilavata dai diversi liquidi che l'attraversano; ed esse sono al principio dell'intestino come il proventricolo glandolare, che precede la porzione gastrica, la quale accoglie gli alimenti, e con essi il succo gastrico che geme dai pori glandolari del proventricolo; ed io credo che si potrebbe anche dare la denominazione di *ciechi proenterici,* o *prointestinali,* in base di tale confronto. Giova anche avvertire che come possono mancare i cieci proenterici, può anche mancare il proventicolo; con la differenza che questo manca negli uccelli carnivori, e quelli invece mancano nei pesci erbivori. Inoltre dalle condizioni in cui si trovano le appendici piloriche può aversi una pratica utilità ; che mentre per isolare il succo enterico dagli altri che vi si mescolano, bisogna in altri animali ricorrere a speciali processi, nel caso delle appendici piloriche, specialmente quando sono in grandi masse e riunite tutte in uno o pochi tronchi, come negli scomberoidi, si può avere una considerevole quantità di succo enterico isolato, e ciò può essere utile nelle ricerche di chimica fisiologica, ed anche nelle sperimentazioni fisiologiche. Infine , ora che il nuovo indirizzo Darwiniano va sempre più estendendo il suo campo , cercando prove in tutte le direzioni degli studii naturali, può anche, in questo esteso studio di un organo particolare in un ordine numeroso di pesci, avere una tale gradazione da sembrare una serie successiva e graduale di modificazioni, analoghe a quelle di uno sviluppo embrionale di un organo in un solo individuo.

---

10. I. Enumerazione delle specie secondo le famiglie col numero delle appendici piloriche.

I. Acantotterigii.

1.° Percoidi (Specie 43)

1	Perca	*fluviatilis*	3
2	Labrax	*lupus*	5
3	Centropomus	*undecimalis*	4
4	Lucioperca	*sandra*	4-7
5	Diploprion	*bifasciatum*	3
6	Apogon	*rex mullorum*	4
7	Ambassis	*Commersonii*	0
8	Aspro	*zingel*	3
9	Serranus	*scriba*	7
10	»	*hepatus*	5
11	Plectropoma	*nigrorubrum*	8
12	»	*dentex*	7
13	»	*serratum*	8
14	»	*brasiliensis*	9
15	»	*chloropterum*	8
16	»	*hispanum*	8
17	»	*puella*	5
18	»	*bovinum*	6
19	»	*chlorurum*	4
20	Diacope	*Sebae*	5
21	»	*macolor*	4
22	Acerina	*Schraitzer*	3
23	»	*vulgaris*	3
24	»	*rossica*	3
25	Polyprion	*cernium*	2
26	Grystes	*salmonoides*	14
27	Aphredoderus	*sayanus*	12
28	Rypticus	*arenatus*	6-7
29	Cirrhites	*pantherinus*	4
30	Priacanthus	*macrophtalmus*	5
31	Myripristis	*Jacobus*	9
32	Holocentrum	*sogho*	20
33	»	*orientale*	21
34	»	*hastatum*	16
35	Trachinus	*draco*	6-8
36	Percis	*nebulosa*	4
37	Uranoscopus	*scaber*	11-13

38	Sphyraena	*vulgaris*	∞
39	Sillago	*acuta*	2
40	»	*domina*	4
41	Mullus	*surmuletus*	22
42	Mulloides	*flavovittatus*	10-18
43	»	*flavolineatus*	18
	2.° Trigloidi (Specie 20)		
44	Trigla	*pini*	10
45	»	*lineata*	10
46	»	*hirundo*	8
47	»	*gurnardus*	7
48	»	*cuculus*	5
49	»	*lyra*	6
50	»	*Kumu*	6
51	»	*polyommata*	8
52	»	*obscura*	8
53	»	*punctata*	6
54	Peristedion	*cataphractum*	6
55	Dactylopterus	*volitans*	30
56	Cottus	*gobio*	4
57	»	*quadricornis*	6
58	Scorpaena	*porcus*	8
59	»	*scrofa*	8
60	Sebastes	*dactylopterus*	5
61	Pterois	*volitans*	3
62	Agriopus	*verrucosus*	0
63	Gasterosteus	*aculeatus*	4
	3.° Scienoidi (Specie 4)		
64	Sciaena	*aquila*	10
65	Otolithus	*regalis*	4
66	Corvina	*nigra*	8
67	Umbrina	*cirrhosa*	10
	4.° Sparoidi (Specie 11)		
68	Sargus	*vulgaris*	4
69	»	*Rondeletii*	5
70	»	*noct*	5
71	»	*annularis*	4
72	Charax	*puntazzo*	7
73	Pagrus	*spinifer*	0
74	Pagellus	*erythrinus*	4
75	Dentex	*vulgaris*	5
76	Cantharus	*vulgaris*	4
77	Box	*salpa*	4
78	Oblada	*melanura*	6

	5.° Menidi (Specie 3)		
79	Maena	*vulgaris*	4
80	Smaris	*vulgaris*	4
81	Caesio	*tile*	5
	6.° Squamipenni (Specie 5)		
82	Zanclus	*cornutus*	14
83	Scatophagus	*argus*	20
84	Pomacanthus	*arquatus*	30
85	Brama	*Raii*	5
86	Toxotes	*jaculator*	9
	7.° Scomberoidi		∞
	8.° Teutidi (Specie 1)		
87	Teuthis	*hepatus*	4
	9.° Labirintici (Specie 8)		
88	Anabas	*scandens*	3
89	Helostoma	*Temminckii*	2
90	Polyacanthus	*Hasseltii*	2
91	Macropus	*viridi-auratus*	2
92	Osphromenus	*olfax*	2
93	Spirobranchus	*capensis*	2
94	Ctenopoma	*multispine*	1
95	Ophiocephalus	*punctatus*	2
	10.° Mugiloidi (Specie 3)		
96	Mugil	*cephalus*	6
97	»	*albula*	1
98	Atherina	*hepsetus*	0
	11.° Gobioidi		0
	12.° Pediculati (Specie 4)		
99	Lophius	*piscatorius*	2
100	Chironectes		0
101	Malthaea		0
102	Batrachus		0
	13.° Labroidi		0

II. Malacotterigii addominali.

	1.° Ciprinoidi		0
	2.° Esocidi		0
	3.° Siluroidi		0
	4.° Salmonidi (Specie 10)		
103	Coregonus	*signifer*	∞
104	Osmerus	*eperlanus*	6
105	Salmo	*maraena*	150
106	»	*salar*	60

107	Thymallus	*vulgaris*	22
108	»	*gymnogaster*	17
109	»	*tricolor*	22
110	»	*signifer*	18
111	Argentina	*sphyraena*	12
112	»	*hebridica*	14-20
	5.° Clupeidi (Specie 9)		
113	Engraulis	*vulgaris*	18-23
114	Clupea	*harengus*	24
115	Alosa	*vulgaris*	80
116	Elops	*saurus*	∞
117	Butirinus	*glossodontus*	∞
118	Chirocentrus	*dorab*	0
119	Erythrinus	*unitaeniatus*	∞
120	Amia	*calva*	0
121	Lepidosteus	*osseus*	∞

III. Malacotterigii subbrachiati.

	1.° Gadoidi (Specie 3)		
122	Gadus	*merluccius*	1
123	»	*lota*	24
124	Motella	*fusca*	9
	2.° Pleuronettidi (Specie 12)		
125	Pleuronectes	*platessa*	2
126	»	*flesus*	2
127	»	*pseudo-flesus*	4
128	»	*limanda*	2
129	»	*rhombus*	2
130	»	*microcephalus*	4
131	»	*cynoglossus*	7
132	Rhombus	*maximus*	2
133	»	*punctatus*	0
134	Hippoglossus	*vulgaris*	4
135	Achirus	*fasciatus*	0
136	Solea	*vulgaris*	0
	3.° Discoboli (Specie 2)		
137	Lepadogaster	*Gouanii*	0
138	Cyclopterus	*lumpus*	∞
	4.° Echeneidi (Specie 1)		
139	Echeneis	*remora*	6

IV. Malacotterigii apodi.

	1.° Murenoidi (Specie 8)		
140	Anguilla	*vulgaris*	0

141	Conger	*vulgaris*	0
142	Ophisurus	*serpens*	0
143	Muraena	*helena*	0
144	Gymnotus	*carapus*	2
145	»	*electricus*	12
146	Ophidium	*barbatum*	0
147	Ammodytes	*tobianus*	1

V. Lofobranchi. 0

---

11. **II.** Enumerazione delle specie secondo le famiglie in serie progressiva del numero delle appendici piloriche.

I. Acantotterigii.

1.° Percoidi

a	**0**	1	Ambassis	*Commersonii*	
a	**2**	2	Polyprion	*cernium*	
		3	Sillago	*acuta*	
a	**3**	4	Perca	*fluviatilis*	
		5	Diploprion	*bifasciatum*	
		6	Aspro	*zingel*	
		7	Acerina	*Schraitzer*	
		8	»	*vulgaris*	
		9	»	*rossica*.	
a	**4**	10	Centropomus	*undecimalis*	
		11	Lucioperca	*sandra*	(4-7)
		12	Apogon	*rex mullorum*	
		13	Plectropoma	*chlorurum*	
		14	Diacope	*macolor*	
		15	Cirrhites	*pantherinus*	
		16	Percis	*nebulosa*	
		17	Sillago	*domina*	
a	**5**	18	Labrax	*lupus*	
		19	Serranus	*hepatus*	
		20	Plectropoma	*puella*	
		21	Diacope	*Sebae*	
		22	Priacanthus	*macrophtalmus*	
a	**6**	23	Plectropoma	*bovinum*	
		24	Rypticus	*arenatus*	(6-7)

	25	Trachinus	*draco*	(6-8)
a **7**	26	Lucioperca	*sandra*	(4-7)
	27	Serranus	*scriba*	
	28	Plectropoma	*dentex*	
	29	Rypticus	*arenatus*	(6 7)
a **8**	30	Plectropoma	*nigrorubrum*	
	31	»	*serratum*	
	32	»	*chloropterum*	
	33	»	*hispanum*	
	34	Trachinus	*draco*	(6-8)
a **9**	35	Plectropoma	*brasiliensis*	
	36	Myripristis	*Jacobus*	
a **11**	37	Uranoscopus	*scaber*	(11-13)
a **12**	38	Aphredoderus	*sayanus*	
a **13**	39	Uranoscopus	*scaber*	
a **14**	40	Grystes	*salmonoides*	
a **16**	41	Holocentrum	*hastatum*	
a **17**	42	Mulloides	*flavovittatus*	(10-18)
a **18**	43	Mulloides	*flavolineatus*	
a **20**	44	Holocentrum	*sogho*	
a **21**	45	Holocentrum	*orientale*	
a **22**	46	Mullus	*surmuletus*	
a **0**	47	Sphyraena	*vulgaris*	
		2.° Trigloidi		
a **0**	48	Agriopus	*verrucosus*	
a **3**	49	Pterois	*volitans*	
a **4**	50	Cottus	*gobio*	
	51	Gasterosteus	*aculeatus*	
a **5**	52	Trigla	*cuculus*	
	53	Sebastes	*dactylopterus*	
a **6**	54	Trigla	*lyra*	
	55	»	*kumu*	
	56	»	*punctata*	
	57	Peristedion	*cataphractum*	
	58	Cottus	*quadricornis*	
a **7**	59	Trigla	*gurnardus*	
a **8**	60	Trigla	*hirundo*	
	61	»	*polyommata*	
	62	»	*obscura*	
	63	Scorpaena	*porcus*	
	64	»	*scrofa*	
a **10**	65	Trigla	*pini*	
	66	»	*lineata*	
a **30**	67	Dactylopterus	*volitans*	

3.° Scienoidi

a 4	68	Otolithus	*regalis*
a 8	69	Corvina	*nigra*
a 10	70	Sciaena	*aquila*
	71	Umbrina	*cirrhosa*

4.° Sparoidi

a 0	72	Pagrus	*spinifer*
a 4	73	Sargus	*vulgaris*
	74	»	*anularis*
	75	Pagellus	*erythrinus*
	76	Cantharus	*vulgaris*
	77	Box	*salpa*
a 5	78	Sargus	*Rondeletii*
	79	»	*noct.*
	80	Dentex	*vulgaris*
a 6	81	Oblada	*melanura*
a 7	82	Charax	*puntazzo*

5.° Menidi

a 4	83	Maena	*vulgaris*
	84	Smaris	*vulgaris*
a 5	85	Caesio	*tile*

6.° Squamipenni

a 5	86	Brama	*Raii*
a 9	87	Toxotes	*jaculator*
a 14	88	Zanclus	*cornutus*
a 20	89	Scatophagus	*argus*
a 30	90	Pomacanthus	*arquatus*

7.° Scomberoidi (a ∞)

8.° Teutidi

a 4	91	Teuthis	*hepatus*

9.° Labirintici

a 1	92	Ctenopoma	*multispine*
a 2	93	Helostoma	*Temminckii*
	94	Polyacanthus	*Hasseltii*
	95	Macropus	*viridi-auratus*
	96	Osphromenus	*olfax*
	97	Spirobranchus	*capensis*
	98	Ophiocephalus	*punctatus*
a 3	99	Anabas	*scandens*

10.° Mugiloidi

a 0	100	Atherina	*hepsetus*
a 1	101	Mugil	*albula*
a 6	102	Mugil	*cephalus*

11.° Gobioidi (a 0)

			12.° Pediculati	(a 0)
a	0	103	Chironectes	
		104	Malthaea	
		105	Batrachus	
a	2	106	Lophius	*piscatorius*
			13.° Labroidi	(a 0)

II. Malacotterigii addominali.

			1.° Ciprinoidi	(a 0)
			2.° Esocidi	(a 0)
			3.° Siluroidi	(a 0)
			4.° Salmonidi	
a	6	107	Osmerus	*eperlanus*
a	12	108	Argentina	*sphiraena*
a	14-20	109	Argentina	*hebridica*
a	17	110	Thymallus	*gymnogaster*
		111	Argentina	*hebridica*
a	22	112	Thymallus	*vulgaris*
		113	»	*tricolor*
a	60	114	Salmo	*salar*
a	150	115	Salmo	*moraena*
a	[illegible]	116	Corregonus	*signifer*
			5.° Clupeidi	
a	0	117	Chirocentrus	*dorab*
		118	Amia	*calva*
a	18-23	119	Engraulis	*vulgaris*
a	24	120	Clupea	*harengus*
a	80	121	Alosa	*vulgaris*
a	[illegible]	122	Elops	*saurus*
		123	Butirinus	*glossodontus*
		124	Erythrinus	*unitaeniatus*
		125	Lepidosteus	*osseus*

III. Malacotterigii subbrachiati.

			1.° Gadoidi	
a	1	126	Gadus	*merluccius*
a	8-9	127	Motella	*fusca*
a	24	128	Gadus	*lota*
			2.° Pleuronettidi	
a	0	129	Rhombus	*punctatus*
		130	Achirus	*fasciatus*
		131	Solea	*vulgaris*

a	2	132	Pleuronectes	*flesus*
		133	»	*rhombus*
		134	Rhombus	*maximus*
		135	Pleuronectes	*platessa*
		136	»	*limanda*
a	4	137	Pleuronectes	*pseudo-flesus*
		138	»	*microcephalus*
		139	Hippoglossus	*vulgaris*
a	7	140	Pleuronectes	*cynoglossus*
			3.° Discoboli	
a	0	141	Lepadogaster	*Gouanii*
a	6	142	Cyclopterus	*lumpus*
			4.° Echeneidi	
a	6	143	Echeneis	*remora*

IV. Malacotterigii apodi.

			1.° Murenoidi	
a	0	144	Anguilla	*vulgaris*
		145	Conger	*vulgaris*
		146	Ophisurus	*serpens*
		147	Muraena	*helena*
			2.° Gimnotidi	
a	2	148	Gymnotus	*carapus*
a	12	149	Gymnotus	*electricus*
			3.° Leptocefalidi	
a	0	150	Ophidium	*barbatum*
a	1	151	Ammodytes	*tobianus*

V. Lofobranchi.

12. **III.** Enumerazione delle specie rapportate alle famiglie ed agli ordini rispettivi, ed ordinate secondo la serie progressiva del numero delle appendici piloriche.

---

a (0) Specie 24

1	Ambassis	*Commersonii*	I. Acantotterigii.	1.°	Percoidi
2	Agriopus	*verrucosus*	»	2.°	Trigloidi
3	Pagrus	*spinifer*	»	4.°	Sparoidi
4	Atherina	*hepsetus*	»	10.°	Mugiloidi
5	Gobius	*(tutti)*	»	11.°	Gobioidi
6	Chironectes	*(tutti)*	»	12.°	Pediculati
7	Malthaea	*(tutti)*	»	»	
8	Batrachus	*(tutti)*	»	»	
9	Labrus	*(tutti)*	»	13.°	Labroidi
10	Cyprinus	*(tutti)*	II. Malacott. add.	1.°	Ciprinoidi
11	Esox	*(tutti)*	»	2.°	Esocidi
12	Silurus	*(tutti)*	»	3.°	Siluroidi
13	Chirocentrus	*dorab*	»	5.°	Clupeidi
14	Amia	*calva*	»	»	
15	Rhombus	*punctatus*	III. Malacott. subb.	2.°	Pleuronettidi
16	Achirus	*fasciatus*	»	»	
17	Solea	*vulgaris*	»	»	
18	Lepadogaster	*Gouanii*	»	3.°	Discoboli
19	Anguilla	*vulgaris*	IV. Malacott. apodi.	1.°	Murenoidi
20	Conger	*vulgaris*	»	»	
21	Ophisurus	*serpens*	»	»	
22	Muraena	*helena*	»	»	
23	Ophidium	*barbatum*	»	3.°	Leptocefalidi
24	Sygnatus	*(tutti)*	V. Lofobranchi.	»	

a 1, Specie 4

25	Ctenopoma	*multispine*	I. Acantotterigii.	9.°	Labirintici
26	Mugil	*albula*	I. Acantotterigii.	10.°	Mugiloidi
27	Gadus	*merluccius*	III. Malacott. subb.	1.°	Gadoidi
28	Ammodytes	*tobianus*	IV. Malacott. apodi.	3.°	Leptocefalidi

a 2, Specie 15

29	Poliprion	*cernium*	I. Acantotterigii.	1.°	Percoidi
30	Sillago	*acuta*	»	»	
31	Helostoma	*Temminckii*	»	9.°	Labirintici
32	Poliacanthus	*Hasseltii*	»	»	
33	Macropus	*viridi-auratus*	»	»	
34	Osphromenus	*olfax*	»	»	
35	Spirobranchus	*capensis*	»	»	

36	Ophiocephalus . . .	*punctatus* . . .	I. Acantotterigii.	9.° Labirintici
37	Lophius	*piscatorius* . . .	»	2.° Pediculati
38	Pleuronectes . . .	*flesus*.	III. Malacott. subb.	2.° Pleuronettidi
39	»	*rhombus*. . . .	»	»
40	Rhombus	*maximus* . . .	»	»
41	Pleuronectes . . .	*platessa*	»	»
42	»	*limanda*. . . .	»	»
43	Gymnotus	*carapus*. . . .	IV. Malacott. apodi.	2.° Gymnotidi
	a 3, Specie 8			
44	Perca	*fluviatilis* . . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
45	Diploprion	*bifasciatum*. . .	»	»
46	Aspro	*zingel*	»	»
47	Acerina	*Schraitzer* . . .	»	»
48	»	*vulgaris*. . . .	»	»
49	»	*rossica*	»	»
50	Pterois	*volitans*. . . .	»	2.° Trigloidi
51	Anabas	*scandens* . . .	»	9.° Labirintici
	a 4, Specie 22			
52	Centropomus . . .	*undecimalis* . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
53	Lucioperca	*sandra*	»	»
54	Apogon	*rex mullorum*. .	»	»
55	Plectropoma . . .	*chlorurum* . . .	»	»
56	Diacope	*macolor*. . . .	»	»
57	Cirrhytes.	*pantherinus* . .	»	»
58	Percis.	*nebulosa* . . .	»	»
59	Sillago	*domina*	»	»
60	Cottus	*gobio*.	»	2.° Trigloidi
61	Gasterosteus . . .	*aculeatus* . . .	»	»
62	Otolithus.	*regalis*	»	3.° Scienoidi
63	Sargus	*vulgaris*. . . .	»	4.° Sparoidi
64	»	*annularis* . . .	»	»
65	Pagellus	*erythrinus* . . .	»	»
66	Cantharus	*vulgaris*. . . .	»	»
67	Box	*salpa*	»	»
68	Maena	*vulgaris*. . . .	»	5.° Menidi
69	Smaris	*vulgaris*. . . .	»	»
70	Teuthis	*hepatus*	»	8.° Teutidi
71	Pleuronectes . . .	*pseudo-flesus* . .	III. Malacott. subb.	2.° Pleuronettidi
72	»	*microcephalus*. .	»	»
73	Hippoglossus . . .	*vulgaris*. . . .	»	»
	a 5, Specie 12			
74	Labrax	*lupus*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
75	Serranus	*hepatus*	»	»
76	Plectropoma . . .	*puella*	»	»

77	Diacope	*Sebae*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
78	Priacanthus	*macrophtalmus*	»	»
79	Trigla	*cuculus*	»	2.° Trigloidi
80	Sebastes	*dactylopterus*	»	»
81	Sargus	*Rondeletii*	»	4.° Sparoidi
82	»	*noct*	»	»
83	Dentex	*vulgaris*	»	»
84	Caesio	*tile*	»	5.° Menidi
85	Brama	*Raii*	»	6.° Squamipenni
	a 6, Specie 13			
86	Plectropoma	*bovinum*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
87	Rypticus	*arenatus*	»	»
88	Trachinus	*draco*	»	»
89	Trigla	*lyra*	»	2.° Trigloidi
90	»	*kumu*	»	»
91	»	*punctata*	»	»
92	Peristedion	*cataphractum*	»	»
93	Cottus	*quadricornis*	»	»
94	Oblada	*melanura*	»	4.° Sparoidi
95	Mugil	*cephalus*	»	10.° Mugiloidi
96	Osmerus	*eperlanus*	II. Malacott. adi.	4.° Salmonidi
97	Cyclopterus	*lumpus*	III. Malacott. subb.	3.° Discoboli
98	Echeneis	*remora*	»	4.° Echeneidi
	a 7, Specie 7			
99	Lucioperca	*sandra*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
100	Serranus	*scriba*	»	»
101	Pectropoma	*dentex*	»	»
102	Rypticus	*arenatus*	»	»
103	Trigla	*gurnardus*	»	2.° Trigloidi
104	Charax	*puntazzo*	»	4.° Sparoidi
105	Pleuronectes	*cynoglossus*	III. Malacott. subb.	2.° Pleuronettidi
	a 8, Specie 12			
106	Plectropoma	*nigrorubrum*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
107	»	*serratum*	»	»
108	»	*chloropterum*	»	»
109	»	*hispanum*	»	»
110	Trachinus	*draco*	»	»
111	Trigla	*hirundo*	»	2.° Trigloidi
112	»	*polyommata*	»	»
113	»	*obscura*	»	»
114	Scorpaena	*porcus*	»	»
115	»	*scrofa*	»	»
116	Corvina	*nigra*	»	3.° Scienoidi
117	Motella	*fusca*	III. Malacott. subb.	1.° Gadoidi

	a 9, Specie 4			
118	Plectropoma . . .	*brasiliensis* . . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
119	Myripristis . . .	*Jacobus*	»	»
120	Toxotes	*jaculator* . . .	»	6.° Squamipenni
121	Motella	*fusca*	III. Malacott. subb.	1.° Gadoidi
	a 10, Specie 4			
122	Trigla	*pini*	I. Acantotterigii.	2.° Trigloidi
123	»	*lineata*	»	»
124	Sciaena	*aquila*	»	3.° Scienoidi
125	Umbrina	*cirrhosa*	»	»
	a 11			
126	Uranoscopus . . .	*scaber*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
	a 12, Specie 3			
127	Aphredoderus . . .	*sayanus*	»	1.° Percoidi
128	Argentina	*sphiraena* . . .	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi
129	Gymnotus	*electricus* . . .	IV. Malacott. apodi.	2.° Gymnotidi
	a 13			
130	Uranoscopus . . .	*scaber*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
	a 14, Specie 3			
131	Grystes	*salmonoides* . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
132	Zanclus	*cornutus* . . .		6.° Squamipenni
133	Argentina	*hebridica* . . .	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi
	a 15			
134	Argentina	*hebridica* . . .	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi
	a 16			
135	Holocentrum . . .	*hastatum* . . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
	a 17, Specie 2			
136	Mulloides	*flavovittatus* . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
137	Thymallus	*gymnogaster* . .	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi
	a 18, Specie 2			
138	Mulloides	*flavolineatus* . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
139	Engraulis	*vulgaris*	II. Malacott. add.	5.° Clupeidi
	a 19			
140	Engraulis	*vulgaris*	II. Malacott. add.	5.° Clupeidi
	a 20, Specie 3			
141	Holocentrum . . .	*sogho*	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
142	Scatophagus . . .	*argus*	»	5.° Squamipenni
143	Argentina	*hebridica* . . .	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi
	a 21, Specie 2			
144	Holocentrum . . .	*orientale* . . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
145	Engraulis	*vulgaris*	II. Malacott. add.	5.° Clupeidi
	a 22, Specie 3			
146	Mullus	*surmuletus* . . .	I. Acantotterigii.	1.° Percoidi
147	Thymallus	*vulgaris*	II. Malacott. add.	4.° Salmonidi

148	Thymallus	*tricolor*	II. Malacott. add.	4.° SALMONIDI
	a 23			
149	Engraulis	*vulgaris*	II. Malacott. add.	5.° CLUPEIDI
	a 24, Specie 2			
150	Clupea	*harengus* . . .	II. Malacott. add.	5.° CLUPEIDI
151	Gadus	*lota*	III. Malacott. subb.	1.° GADOIDI
	a 30, Specie 2			
152	Dactylopterus . . .	*volitans*	I. Acantotterigii.	2.° TRIGLOIDI
153	Pomacanthus . . .	*arquatus* . . .	»	6.° SQUAMIPENNI
	a 60			
154	Salmo	*salar*	»	
	a 80			
155	Alosa	*vulgaris*	»	
	a 150			
156	Salmo	*maraena* . . .	»	
	a ∞			
157	Sphiraena	*vulgaris*	I. Acantotterigii.	1.° PERCOIDI
158	Elops	*saurus*	»	5.° CLUPEIDI
159	Butirinus	*glossodontus* . .	»	»
160	Erythrinus	*unitaeniatus* . .	»	»
161	Lepidosteus . . .	*osseus*	»	»
162	Coriphaena . . .	*hippurus* . . .	»	7.° SCOMBEROIDI

13. TABELLA

dei numeri progressivi delle appendici piloriche

N.° delle appendici piloriche	I. 1. Percoidi 46.	» 2. Trigloidi 19.	» 3. Scienoidi 4.	» 4. Sparoidi 11.	» 5. Menidi 3.	» 6. Squamipenni 4.	» 7. Scomberoidi 8	» 8. Teutidi 1.	» 9. Labirintici 8.	» 10. Mugiloidi 3.	» 11. Gobioidi 0.	» 12. Pediculati 4.	» 13. Labroidi 0.	II. 14. Ciprinoidi 0.	» 15. Esocidi 0.	» 16. Siluroidi 0.	» 17. Salmonidi 8.	» 18. Clupeidi 4.	III. 19. Gadoidi 3.	» 20. Pleuronettidi 12.	» 21. Discoboli 2.	» 22. Echeneidi 1.	IV. 23. Murenoidi 6.	» 24. Leptocefalidi 2.	V. 25. Lofobranchi 0.	Totale delle Specie
0	1	1	»	1	»	»	»	»	»	1	»	3	»	»	»	»	»	2	»	3	1	»	4	1	»	18
1	»	»	»	»	»	»	»	»	1	1	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	1	»	4
2	2	»	»	»	»	»	»	»	6	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	5	»	»	1	»	»	15
3	6	1	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	8
4	8	2	1	5	2	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	3	»	»	»	»	»	22
5	5	2	»	3	1	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	12
6	3	5	»	1	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	1	1	»	»	»	13
7	4	1	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	7
8	5	5	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	11
9	2	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	4
10	»	2	2	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	4
11	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1
12	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	1	»	»	3
13	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1
14	1	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	3
15	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	1
16	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1
17	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	2
18	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	2
19	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
20	1	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	3
21	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1
22	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	2	»	»	»	»	»	»	»	»	3
23	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	1	»	»	»	»	»	»	2

14. SPIEGAZIONE E DESCRIZIONE DELLE FIGURE

Tavola I^a

Fig. 1. *Gasterosteus spinachia.* Questa figura è stata presa dal Wagner, *Icones Zootomicae* op. cit. tav. 21,come un esempio di apparato digerente semplicissimo intestiniforme,cioè senza alcuna distinzione nei diversi tratti di tale apparato;e con questa semplicità di forme e mancanza di divisioni si associa anche la mancanza dei ciechi. La stessa conformazione ad un dipresso si osserva anche nelle altre specie mancanti di ciechi pilorici, e vi è differenza solo nella maggiore o minore lunghezza, e quindi nel vario numero di circonvoluzioni e nel modo di disposizione delle medesime, ed anche per riguardo al rapporto del diametro alla lunghezza.

Fig. 2. *Ammodytes tobianus.* Questa figura, egualmente tolta dal Wagner, op. cit. Tav. 21, è stata riferita come uno dei pochi casi, in cui il cieco è unico. Esso si trova in un apparato digerente il cui tratto gastrico è molto sviluppato, da cui molto in alto si prolunga il tratto pilorico, che sostiene l'unico cieco di un diametro quasi eguale a quello dello intestino, molto allungato, in gran parte cilindrico, e terminato a punta, diritto, quasi parallelo al tratto gastro-esofageo, e col suo fondo opposto al fondo gastrico, e disposto ad angolo sul duodeno, in modo che nella direzione della corrente delle materie alimentari queste possono passare oltre senza internarvisi.

Fig. 3. *Blennius viviparus*, dal Wagner op. cit. Tav. 21. Tipo gastrico semplice con un restringimento superiore, che accennerebbe ad una distinzione dell'esofago, molto corto, dallo stomaco anche corto e rigonfio alquanto, e con un restringimento inferiore, che accennerebbe al principio del tratto pilorico, che va sempre più diminuendo nel diametro, ch' è inferiore a quello del duodeno, e dei ciechi ampii, corti, conici, impari, perchè il superiore è più grande dell'inferiore, opposti e diretti col fondo verso lo stomaco. L' intestino anche rappresentato nella figura forma un ansa che si ravvolge a spira; la sua lunghezza e il suo diametro è relativamente sviluppato in rapporto con l'apparato pilorico rudimentale.

Fig. 4. *Pleuronectes maximus.* Questa figura è tratta dalla enciclopedia anatomica di Todd e Bowman. Essa mostra una maggiore distinzione nelle parti; il tratto gastro-esofageo è in continuazione con un rigonfiamento arrotondito nel fondo gastrico; tratto pilorico distinto, disposto ad angolo, molto slargato in principio, ristretto in fine, di discreta lunghezza, e di diametro minore del duodeno e di uno dei ciechi, eguale all' altro. Ciechi opposti, d' impari lunghezza e grossezza, appuntati alla fine, rivolti allo stomaco. È da avvertire, che quì la figura mostra il preparato spiegato nelle sue curve, e così la direzione dei tratti pilorico-duodenali non è nello stesso senso, come quando le curve fossero naturali ed i fondi cecali fossero ravvicinati tra loro ed al tratto pilorico per le pliche mesenteriche.

Fig. 5. *Mormyrus oxyrhynchus.* Questa figura è disegnata da una mia preparazione, ed è di un tipo importante, tra quelli a due ciechi, per la considerevole lunghezza dei medesimi. Il primo tratto, che rappresenta l'esofago, è di un diametro

relativamente ristretto rispetto allo stomaco, il quale si slarga ad ampolla e poi in corrispondenza del piloro si restringe, e non si continua in un tratto pilorico come avviene d'ordinario, ma finisce a fondo chiuso; ed a poca distanza ed in alto incomincia il duodeno immediatamente, senza che sia diviso dallo stomaco per l'intermedio del tratto pilorico. Al principio del duodeno si trovano i due ciechi intestiniformi, cioè molto lunghi, di un diametro uguale tra loro e con l'intestino, fusiformi, cioè con lieve restringimento terminale ed a principio; anche essi nella figura sono un pò spostati nei loro rapporti, ma quando il duodeno si accostasse allo stomaco, come avviene normalmente, la direzione dei ciechi è anche quì secondo la corrente alimentare.

Fig. 6. *Cobitis barbatula*, da Wagner op. cit. Il tratto gastro-esofageo forma un ampolla ovoidale, molto regolare e piccola, lateralmente quasi alla metà di sua altezza sorge il tratto pilorico, molto corto e su cui si trovano tre ciechi, con un diametro eguale tra loro e con l'intestino, di forma cilindrica, di lunghezza differente, i due superiori uguali, e l'inferiore più lungo.

Fig. 7. *Chrysophris aurata*, disegnata da una mia preparazione. Quì si vede l'apparato gastrico molto piccolo e con una sufficiente distinzione nei suoi tre tratti, esofageo, gastrico, e pilorico, che quasi si eguagliano in lunghezza ed ampiezza. L'esofago cilindrico, alquanto incurvato, a cui segue la dilatazione gastrica, che nel suo fondo si ristringe a punta e s'incurva in senso opposto all'altra curva. Lateralmente, a metà della lunghezza gastro-esofagea, quasi sul punto di divisione delle due parti, sorge il tratto pilorico, che, contrariamente agli altri casi, è più ristretto nel suo principio gastrico, che nella sua fine duodenale, e ciò è in rapporto col considerevole sviluppo che presenta nel suo diametro il duodeno, ch'è quasi il doppio dei tratti precedenti. Immediatamente sul finire del piloro e cominciare del duodeno si trovano i quattro ciechi disposti a paia, due superiori e due inferiori, formano paia perchè sono più ravvicinati quelli dello stesso paio rispetto agli altri due dell'altro paio, e sono pure alquanto differenti nella loro lunghezza e grossezza, e nella fine, più o meno appuntata, essi sono incurvati. Questo tipo mostra molto chiaramente la direzione dei ciechi dal fondo all'apertura ch'è secondo la corrente delle materie alimentari.

Fig. 8. *Trachinus araneus*. Disegnata da una mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico è anche importante per la straordinaria ampiezza del tratto gastro-esofageo, molto corto relativamente, in perfetta continuazione e con un fondo gastrico arrotondito. Il tratto pilorico, che sorge lateralmente verso il primo quarto presso la faringe, è di mediocre lunghezza e grossezza, e porta otto ciechi, conici i quali sono differenti specialmente per la lunghezza, in quanto che il secondo ed il quarto sono più corti, il sesto e settimo più lunghi, e gli altri quattro sono quasi eguali; il loro diametro è inferiore all'intestinale, con direzione secondo il corso intestinale, e disposti in maniera di semicerchio sul duodeno e non sullo stesso piano; lo sbocco degli estremi ciechi superiore ed inferiore sono i più lontani dall'origine del tratto pilorico ed i medii più vicini. Questo tipo gastro-pilorico si potrebbe dire a pipa.

Fig. 9. *Sciaena umbra*, da una mia preparazione. Tratto gastro-esofageo dritto, in continuazione, regolarmente conico, con la base in corrispondenza della faringe e l'apice del fondo gastrico. Tratto pilorico laterale verso il quarto superiore, corto,

cilindrico, di un diametro subeguale ai ciechi ed all' intestino. I ciechi sono 9, conici, grossi e alquanto disuguali in lunghezza, cioè sei più lunghi degli altri tre. L'estremità dei ciechi nella loro posizione naturale sono rivolte verso il fondo gastrico, e sono stati rilevati nella figura per metterli tutti in evidenza.

Fig. 10. *Uranoscopus scaber,* da mia preparazione. Tutto l'apparato gastro-enterico, per mostrare la forma e le proporzioni delle relative parti. Le tre porzioni dell' apparato gastrico sono tra loro uguali in lunghezza, ma differenti in grossezza e forma. L' esofago è dritto, cilindrico, forma un leggiero angolo con lo stomaco, dapprima rigonfio, poi ristretto, e nel suo fondo smussato; il tratto pilorico sorge lateralmente ad angolo , nell' apparente limite di divisione dei due precedenti , molto ristretto nel suo diametro. Esso porta 9 ciechi presso che uguali per forma, grossezza, lunghezza, e disposti a tipo pennato, cinque in alto e quattro in basso. Vicino ad essi allo stesso modo si prolunga la cistifellea, di cui la figura mostra la forma ed i rapporti. Segue l' intestino, che per una metà è di un calibro maggiore e poi si restringe, ed in ultimo si slarga in un ampolla rettale.

Tavola IIª

Fig. 11. *Clupea sprattus,* da Todd e Bowman. I tratti esofageo e pilorico uguali in lunghezza e diametro, sembrano come una biforcazione del gastrico, il quale è di un diametro alquanto più grosso, rigonfiato nella sua parte media, e poi nel fondo appuntato. Il duodeno, di calibro quasi uguale al tratto pilorico, presenta sul lato superiore in linea retta 9 ciechi, gracili, cilindrici, quasi tutti differenti per lunghezza, e di cui i primi tre sboccano con un tronco comune, e gli altri sei seguenti sboccano isolatamente.

Fig. 12. *Mugil cephalus,* da mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico è molto caratteristico. I tre tratti sono ben distinti fra loro. L' esofago dritto, cilindrico, di un calibro minore degli altri due, s' inserisce ad angolo acuto sullo stomaco, il quale invece di formare un tubo di continuazione con l' esofago, come d'ordinario, lo fa col tratto pilorico, con cui si trova sulla stessa linea; lo stomaco finisce a cono nel fondo gastrico, ed in alto si va sempre più slargando fino al rigonfiamento a cipolla, in corrispondenza del livello d'inserzione esofagea, e questo singolare rigonfiamento corrisponde al tratto pilorico, che alla sua estremità porta i ciechi, i quali, disposti a verticillo sul duodeno, si adagiano coi loro lati di contatto sulla superficie pilorica. I ciechi al numero di 6 sono grossi, corti ed incurvati ad uncino, e di eguale lunghezza. Il duodeno cecale ha la lunghezza del diametro di un cieco. Poi segue l'intestino equidiametro.

Fig. 13. *Mugil cephalus,* da mia preparazione. Spaccato longitudinale dei tratti pilorico-duodenale, per mostrare la lunghezza, la grossezza e la forma delle robustissime pareti muscolari del tratto pilorico, nel cui interno la superficie mucosa è rivestita da una cuticola cornea, analoga a quella che ricopre la mucosa interna del ventriglio muscolare dei gallinacei. Inferiormente alla parte muscolare a pareti grossissime si trova il limite di confine tra il tratto pilorico ed il duodenale, in cui si vedono le aperture di sbocco dei ciechi, per dare un esempio di questo fatto.

Fig. 14. *Dactylopterus volitans*, da mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico presenta il primo esempio di stomaco intestiniforme, in quanto che si tratta di un semplice tubo senza distinzione di parti, che comincia dalla faringe, e si piega ad U, e finisce nel piloro. Però anche qui si potrebbe fare una distinzione in porzione gastro-esofagea, il tratto discendente; ed in tratto pilorico, la porzione ascendente. Tale apparato gastrico è rappresentato da un tubo cilindrico, di mediocre calibro, che va gradatamente diminuendo fin verso l'estremità pilorica, in cui le pareti s'inspessiscono alquanto, per fornire come un solido sostegno alle numerose appendici piloriche. Le appendici piloriche sono 24, alquanto gracili, conico-affilate, di lunghezza alquanto rara, e quasi tutte subeguali, meno tre che sono ridotte quasi alla metà delle altre più lunghe; la loro direzione di sbocco, avendo i fondi ciechi nella stessa direzione del fondo gastrico, è secondo il corso intestinale. La disposizione è a verticillo completo, e nella figura le posteriori sono state rimosse dalla loro naturale posizione, perchè altrimenti sarebbero rimaste dietro il tratto pilorico.

Fig. 15. *Sphyraena spet*, da mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico è anch' esso caratteristico per la considerevole lunghezza del tratto gastro-esofageo, in linea retta, di figura conica regolare, e col fondo gastrico molto appuntato. Il tratto pilorico sorge di lato ad angolo, quasi presso la faringe, ad un nono della lunghezza gastro-esofagea. Il tratto pilorico è appena accennato e segue subito il duodeno, il quale porta i ciechi. È questo il primo caso in cui si osservano ciechi ramificati, e ciò vuol dire che in un tronco comune confluiscono da quattro, cinque, o più ciechi. Il modo di ramificazione non è perfettamente eguale in tutti i rami; ve ne ha di quelli in cui quattro ciechi si spiccano tutti dallo stesso punto, e perciò hanno la stessa lunghezza, come anche ve ne ha di quelli in cui partono rami a differente distanza dallo sbocco, e qualcuno presenta una semplice biforcazione terminale. Ad onta che ci sia differenza nella lunghezza dei ciechi, pure ci è molta uniformità nel loro calibro molto gracile. Le estremità libere dei ciechi sono al numero di 31, raggruppate in 6 fasci principali, che sboccano nel duodeno. Segue l'intestino, conforme al tipo generale, molto gracile, e di forma cilindrica regolare.

Fig. 16. *Cernia gigas* (giovane), da mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico è notevole per la grande ampiezza a sacco del tratto gastro-esofageo, congiunta con una brevità di cui ci sono ben pochi riscontri. Una qualche rassomiglianza, per le notate particolarità, può aversi nella figura 8, però se ne differisce, perchè nella cernia il sacco gastrico si restringe alquanto a punta nel suo fondo. Il tratto pilorico sorge di lato, proprio in corrispondenza della faringe; ed è brevissimo. I ciechi notevoli pel loro grande ravvicinamento, per la loro disposizione a verticillo, sono di una discreta lunghezza e grossezza, avuto riguardo al numero, ed al loro fitto aggruppamento. I ciechi sono ramificati, ma in un modo speciale da potersi dire biforcati con semplice biforcazione terminale, ovvero con una doppia biforcazione, quando partono due rami, e questi finiscono ciascuno biforcato. Contando i tronchi principali se ne hanno 14, di cui 5 sono semplicemente bifidi; e gli altri 9 sono quadrifidi, il che vuol dire che il numero dei ciechi terminali è di 46. Gli estremi liberi dei ciechi hanno presso a poco la stessa lunghezza, mentre la distanza dallo sbocco alla biforcazione è maggiore nei bifidi che nei quadrifidi.

Fig. 17. *Merlangus vulgaris*, da Todd e Bowman. Tratto gastro-esofageo in continuazione sulla stessa linea, calibro di grandezza media, fusiforme, che verso la metà spicca ad angolo retto il tratto pilorico di una certa lunghezza, rigonfio nel mezzo, ristretto in principio e specialmente alla fine, e intorno a cui si dispongono a verticillo numerosi ciechi cilindrici, uniformi in grossezza, variabili in lunghezza, coi fondi rivolti nella posizione naturale verso lo stomaco, e nella figura rovesciati sull' intestino per metterli in evidenza.

Fig. 18. *Gadus morrhua*, da Müller. Questa figura presa da Müller, corrisponde perfettamente a quella data dal Blasius, che nella spiegazione indica la parte rigonfiata superiormente come fondo gastrico, il tratto ristretto che segue fino alla origine delle appendici come piloro, il tratto in cui sboccano le appendici come duodeno (ch' egli chiama Ecphisis), in cui distingue sei tronchi maggiori, da cui si dipartono a ciuffo le numerose appendici piloriche. Queste ramificazioni non sono tutte uniformi, ora sono biforcazioni, ora tre, quattro, o più rami che partono dallo stesso punto. In generale quello che ci è di uniforme è la grossezza dell' estremità libere dei ciechi, la loro disposizione come tanti raggi che partono da un centro, ed il formare con le loro estremità come un contorno circolare. Riguardo alla loro connessione intorno al duodeno i tronchi principali si dispongono in una maniera tra la pennata e la semicircolare.

Fig. 19. *Gadus aeglefinus* dal Müller. In questa figura si hanno presso a poco le stesse condizioni della figura precedente per ciò che riguarda il tratto gastrico, pilorico e duodenale, ed anche per la disposizione dei ciechi, i quali però sono minori di numero, molto più corti, di calibro uniforme, di lunghezza ineguale, da non dare un contorno circolare, ma ellittico, anche perchè occupano un tratto duodenale relativamente più lungo. Inoltre quì i ciechi sono quasi tutti isolati, meno alcuni, dei quali due si uniscono in un ramo solo.

Tavola IIIª

Fig. 20. *Lepidopus argyreus*, da mia preparazione. Tratto gastro-esofageo in continuazione in linea retta, di figura conica regolare, molto allungata, con dilatazione faringo-esofagea, e con restringimento a punta nel fondo gastrico. Si avverte che nella figura è stata omessa circa la metà inferiore dello stomaco, perchè avrebbe occupato molto spazio con pochissimo vantaggio per intendere la figura, che è facile completare guardando la figura 15, che ha quasi la stessa terminazione gastrica. Questa lunghezza dello stomaco è in rapporto con la forma del corpo, molto allungata e compressa della specie. Il tratto pilorico sorge lateralmente a circa un quarto superiore, è relativamente breve, e passa nel duodeno, il quale è fusiforme, in linea retta per quel tratto occupato dai ciechi, i quali sono disposti in due serie laterali da presentare l' aspetto pennato. Le aperture cecali sono opposte e si corrispondono a due a due con molta regolarità, per guisa che i ciechi in questa specie formano undici coppie, ed un solo è impari nella estremità inferiore, e così la cifra è di 23. Giova notare che i ciechi in alto sono disposti ad angolo vicino al retto, e secondo che più si scende, esso si va facendo acuto fino a che le due ultime

coppie dei medesimi si avvicinano al cieco impari, che è diretto secondo l'asse intestinale. Questi ciechi sono molto grossi, conico-appuntati agli estremi, e di diversa lunghezza che si potrebbe dire graduale per le singole coppie, partendo dall'alto in basso, e l'ultimo cieco raggiunge la massima lunghezza. Può essere utile avvertire che i due penultimi ciechi a destra di quello impari hanno le loro punte piegate ad uncino, tenutovi fisso da lamine intercecali, e non saprei dire se ciò sia un fatto accidentale o costante nella specie, certo però che raramente si osserva, e se ne può avere un esempio anche nella fig. 12. Faccio inoltre avvertire la grande differenza di questo tipo da quello della fig. 29 del pesce spada, ad onta che siano della stessa famiglia zoologica, e con ciò vi è anche il fatto che il *Lepidopus* ha denti robusti, ed il pesce spada ha denti rudimentali o mancanti del tutto.

Fig. 21. *Motella fusca*, da mia preparazione. Tratto gastro-esofageo continuo in linea retta, lungo, ristretto nella porzione esofagea, slargato nella porzione gastrica, il cui fondo alquanto ristretto è però rotondo. Lateralmente verso il quarto inferiore si prolunga il tratto pilorico, ad angolo acuto, con calibro molto ristretto, ed uguale a quello intestinale, senza che vi sia alcun limite di distinzione, meno quello dello sbocco dei ciechi. Questi sono al numero di 10, di eguale calibro, alquanto gracili, di lunghezza subeguale, meno il secondo a sinistra che ha metà della lunghezza degli altri. Essi sono disposti in due linee opposte, come nel tipo pennato, con molta regolarità da potersi anche quì, come nella figura precedente, distinguere in cinque coppie, ciascuna delle quali ha i due ciechi allo stesso livello di sbocco. Per la loro lunghezza e gracilità essi sono dritti come nella figura precedente, ma sono rivolti i loro estremi verso il fondo gastrico.

Fig. 22. *Alestes macrolepidotus*, da mia preparazione di questa specie rarissima del Nilo. Tratto gastro-esofageo dritto, di grosso calibro uniforme, in tutta la sua lunghezza, fondo gastrico arrotondito. Il tratto pilorico si spicca lateralmente ad angolo acuto, ad un terzo inferiore, di un discreto calibro, uniforme in tutta la sua lunghezza, ed anche alla grossezza dell'intestino. Il duodeno cecale è piuttosto lungo, perchè i ciechi essendo disposti in una linea occupano dippiù che se fossero aggruppati, e ciò è una condizione comune a questa forma, ed alle altre seguenti dello stesso tipo. Il numero dei ciechi è di 12, di cui 10 a destra e due a sinistra. Quelli di destra non occupano una linea parallela all'asse intestinale, ma invece nell'estremo pilorico sono sulla linea mediana superiore, poi scendono in linea obliqua e si avvicinano fino alla linea media inferiore, in altri termini occupano la metà destra del duodeno cecale. I 7 ciechi più presso al piloro sono molto strettamente avvicinati nella loro origine, e gli altri seguenti si spiccano ad una certa distanza tra loro. Essi sono di medio calibro, cilindrici dapprima, leggermente ristretti poi, e finiscono arrotonditi. Per lunghezza, meno i due all'estremo duodenale pilorico più brevi, e l'altro all'estremo intestinale più lungo, tutti gli altri sono subeguali.

Fig. 23. *Salmo fario*, da Wagner op. cit. Tav. 21. Tipo gastrico intestiniforme, con tratto gastro-esofageo continuo sulla stessa linea, di medio calibro, uniforme, cilindrico, su cui si ripiega ad angolo acuto il tratto pilorico, che come sempre, è in direzione ascendente, cioè rivolto verso la faringe. Il suo calibro è quasi lo stesso del tratto precedente, meno un graduale restringimento fino all'estremo

duodenale, senza presentare con questo un limite di distinzione, giacchè si continua lo stesso calibro. I ciechi al numero di 20 sono disposti, 12 sulla linea laterale sinistra, e seguono la curva ad ansa del duodeno, cinque sono in un piano sottoposto, e tre in linea trasversa sulla parte superiore, interposti nell'apertura dell'angolo gastro-pilorico. Essi hanno tutti un medio calibro, cilindrici, con leggiero restringimento terminale ad estremità arrotondita. I 12 laterali sono tutti l'uno contiguo all'altro, e sono separati dagli altri superiori. Per lunghezza, i maggiori sono presso al piloro, i minori presso all'intestino.

Fig. 24. *Salmo salar*, da Todd e Bowman. Tipo gastrico intestiniforme, con lunghissimo tratto gastro-esofageo continuo sulla stessa linea, di medio calibro, uniformemente cilindrico, su cui si ripiega ad angolo acuto il lunghissimo tratto pilorico, di un calibro quasi eguale, e, solo al suo estremo duodenale, alquanto ristretto. Il tratto duodenale si restringe ancora e si uniforma al calibro intestinale. I ciechi al numero di 43 sono disposti su due linee laterali inferiori; ora gli uni separati dagli altri per la distanza di un loro diametro, ora a stretto contatto fra loro. Essi sono di grandezza media, quasi perfettamente cilindrici in tutta la loro lunghezza, con estremo arrotondito. La lunghezza è molto variabile, i massimi si trovano verso la metà del duodeno e sono in corrispondenza dell'angolo gastro-pilorico, gli estremi sono i più corti, e specialmente quelli situati presso all'intestino vanno gradatamente raccorciandosi, le loro estremità sono rivolte verso il fondo gastrico.

Fig. 25. *Clupea?* a Napoli volg. *sardone*. Tipo gastro-pilorico molto spiccato a pipa. Tratto gastro-esofageo continuo sulla stessa linea, allungato, conico, con fondo gastrico affilato a punta. A metà di sua altezza sorge ad angolo acuto il tratto pilorico, di un calibro eguale a quello gastrico nel punto corrispondente, di notevole lunghezza. Il duodeno cecale conserva lo stesso calibro, ed è abbastanza lungo. I ciechi, disposti a criniera, sono in più serie longitudinali da 4 a 5, e ve ne ha una quarantina per ogni serie. Essi sono gracili, conici, alquanto corti, specialmente alle due estremità duodenali, mentre nel mezzo sono più lunghetti.

Tavola IV^a

Fig. 26. *Chatoëssus Chacunda*, da Hyrtl. Questo tipo gastro-pilorico, è molto importante, sia per sè stesso, sia per la famiglia dei clupeidi, cui appartiene. Esso ha una rassomiglianza coi mugili, e dal modo d'inserzione del tratto gastro-esofageo mi ricorda una rassomiglianza col ventriglio muscolare dei gallinacei, ed anche del coccodrillo, a cui pei rapporti delle parti si rassomiglia dippiù, che il tratto pilorico del cefalo. Come si vede dalla figura il tratto gastro-esofageo forma una continuazione, è di piccolo calibro, ed alquanto contorto sul proprio asse. A differenza del cefalo quì il tratto pilorico, che molto si rassomiglia all'altro per la sua speciale conformazione a cipolla, non è sulla stessa linea con lo stomaco, ma invece vi è congiunto ad angolo retto in una delle sue due facce. Il tratto pilorico ha un'enorme spessezza nelle sue pareti e ciò è dovuto al compatto strato muscolare. Nella stessa maniera della porzione gastrica si unisce anche il duodeno cecale per guisa che ne risulta un doppio angolo, l'uno gastro-pilorico a destra, l'altro pilorico-duodenale a sinistra della figura.

Il tratto duodenale è molto lungo e di un medio calibro. I ciechi sono numerosissimi, gracili, lunghetti, cilindrici, riuniti a tronchi, e con una disposizione veramente singore. In vicinanza del piloro essi sono raggruppati in un grosso ciuffo, che in tutto assieme forma una massa semisferica, poi seguono altre paia di ciuffi, i quali sono anche composti di numerosi ciechi; essi ciuffi sono separati gli uni dagli altri e quelli di un lato si contrappongono regolarmente a quelli dell'altro, per modo che in questo esempio vi sarebbe ad un tempo il tipo a criniera, ed il pennato.

Fig. 27. *Micropteris Dumerillii*, da mia preparazione, rimossa dalla sua posizione naturale per mostrare i rapporti dei ciechi con le altre parti. Tratto gastro-esofageo in diretta continuazione, cilindrico, arrotondato nel fondo gastrico, di medio calibro, e di mediocre lunghezza. Sul terzo superiore sorge lateralmente ad angolo retto il tratto pilorico, grosso, e corto, il quale non pare continuarsi col duodeno, ma coi ciechi, tanto essi sono aggruppati in uno spazio relativamente ristretto; e così pel gran numero di sbocchi, e per le particolari modificazioni che producono gli sbocchi stessi alle pareti duodenali, queste paiono scomparse, e, solo dopo il tratto occupato dai ciechi, l'intestino assume la sua forma, ed il suo diametro regolare. Questi ciechi sono molto variabili nel loro aggruppamento, ora quattro, ora un ciuffo, sono riuniti assieme in un solo tronco, ed ora un solo resta isolato dagli altri. Per grossezza ve ne sono dei grossi e dei gracili, e così per lunghezza ve ne sono di molto lunghi, relativamente ai cortissimi.

Fig. 28. *Micropteris Dumerillii*. La stessa preparazione disegnata coi ciechi, i quali sono addossati allo stomaco in quella maniera.

Fig. 29. *Xiphias gladius*, da mia preparazione; rappresenta tutto l'apparato gastro-enterico, per mostrare il relativo sviluppo delle parti, e la brevità del tratto intestinale, il quale, dopo di avere fatto un ansa intestinale semicircolare, forma dei zig-zag cortissimi, che possono giovare più a ritardare il corso delle sostanze alimentari, che a moltiplicarne la superficie; questa forma di anse così corte, contorte, e serrate tra loro, ricorda quelle dello intestino dei serpenti. Tratto gastro-esofageo in diretta continuazione, ristretto nel suo terzo superiore, e slargato poscia in un ventre, che si ristringe ancora, e finisce alquanto appuntato nel fondo gastrico. Il tratto pilorico, che sorge lateralmente ad angolo vicino al retto sul nono superiore, è veramente faringeo. Esso è corto, ed ampio, specialmente verso i ciechi. Lo stesso non si continua nel tratto duodenale, pel fatto che anche quì, in un modo più significante, la enorme quantità dei ciechi con i loro sbocchi non permette più al duodeno di restare distinto, e le sue pareti si fondono con quelle dei tronchi, e solo dopo questa fitta cribratura si ricompone in un tronco unico, che segue poi nell'intestino. È veramente degno di nota in questo tipo il numero prodigioso dei ciechi, ed il particolare modo di loro aggruppamento. Da un tronco principale partono, come da un grappolo, un gran numero di rami, al cui termine si trova un ciuffetto di ciechi di numero variabile dai cinque a' venti. Questi ciechi sono capillari, uniformi, contigui, cortissimi, che in totale rassomigliano ad un corpo reniforme, ed alla superficie si presenta come l'infiorazione a cavolfiore.

Fig. 30. *Pelamis sarda*, da mia preparazione. Tutta la massa dei ciechi, per mostrare la loro apparenza alla superficie, che risulta da tutte le terminazioni dei

ciechi, che formano come un fitto capellizio continuo, dove non è possibile la distinzione dei diversi ciuffi appartenenti a diversi tronchi.

Fig. 31. *Thynnus tunnina*, da mia preparazione. Tratto gastro-esofageo molto simile al pesce spada, ristretto superiormente, rigonfio verso la fine, e terminato a punta, leggermente arrotondita nel fondo gastrico. Il tratto pilorico, presso la faringe, si diparte lateralmente ad angolo vicino al retto, alquanto lungo, di calibro uniforme, e si continua col duodeno cecale, senz'altra distinzione che la presenza dei tronchi cecali. I tronchi principali, che sboccano direttamente nel duodeno, sono al numero di cinque, posti in serie in una linea curva, essi vanno decrescendo in lunghezza e in calibro dall' estremo pilorico all'intestinale, così anche decresce il numero delle ramificazioni di aspetto arborescente. Il primo tronco fornisce circa un dodici rami secondarii, i quali alla lor volta danno altri rametti, che finiscono con un ciuffo di 20, 40, 50 ciechi. Il secondo ramo dà solo due tronchi secondarii, ed i tre ultimi non danno ramificazioni. I ciechi, che si trovano all' estremità dei rami, sono cilindrici, capillari, di varia lunghezza; sono massimi nelle ramificazioni del tronco principale, e minimi nei tronchi minori. Essi nella loro posizione naturale sono rivolti con le loro estremità tutte verso il fondo gastrico, ed i tronchi ramificati sono aderenti alla parete gastrica, per modo che nell' aprire il ventre di un tonno, a prima vista essi si mostrano alla superficie come nella figura 30, e bisogna staccarli dalle aderenze con la parete gastrica, e rovesciare la superficie di contatto, per vedere tutte le ramificazioni, che, quando sono isolate dal connettivo che le unisce, e si fanno galleggiare in acqua, sono di una elegante apparenza.

Tavola V.ª

Fig. 32. *Coriphaena hippurus*, da mia preparazione, per mostrare, come nella figura 30, l'aspetto della superficie, in cui i ciechi danno un' apparenza vellutata continua, senza potere distinguere le divisioni dei gruppi.

Fig. 33. *Coriphaena hippurus*, da mia preparazione. Questo tipo gastro-pilorico è il più vistoso da me trovato tra le svariatissime forme esaminate; in esso la prodigiosa moltitudine dei ciechi, la regolare ed elegante loro disposizione, la estensione sulla lunghezza del duodeno, e l'essere particolare di questo genere, sono proprietà nel tutto assieme di una singolare importanza, rappresentando il grado massimo di sviluppo a cui possa giungere la organizzazione delle appendici piloriche, e che può segnalarsi come una preformazione di un organo analogo di più elevata costituzione glandolare. Il tratto gastro-esofageo si mostra in diretta continuazione, comincia con una dilatazione faringea, si restringe in un collo prima dell'origine del tratto pilorico, e dopo questo si rigonfia, per continuare poi nel suo terzo inferiore in forma cilindrica, e finire arrotondito nel fondo gastrico. Nel suo terzo superiore lateralmente sorge il tratto pilorico, alquanto lungo, di grosso calibro, che si rigonfia ancora, per finire appuntato nel duodeno. Il duodeno cecale in questo caso non è come d'ordinario in continuazione col restringimento pilorico, ma questo vi si congiunge lateralmente verso il suo quinto superiore. In tal maniera nel duodeno cecale si possono distinguere due porzioni, la superiore, che rappresenta un quinto della sua lunghezza, e la inferiore

gli altri quattro. In tutta la sua lunghezza il duodeno conserva quasi uniforme il suo calibro, e solo insensibilmente si va restringendo nell' estremo inferiore, in cui si continua l' intestino regolarmente cilindrico, mentre nell'estremo superiore, nel suo fondo cieco, si apriva il condotto epatico, in corrispondenza del quale una fortuita incisura permette di vedere la doppia serie degli sbocchi cecali. I ciechi sono composti e ramosi in doppia serie opposta, donde ne risulta un' apparenza dendroide e pennata. Il lato destro del duodeno, nella figura, è convesso, il sinistro concavo, ed essendo perciò di diversa lunghezza, nel lato destro vi sono 41 tronchi, e nel sinistro 33. I tronchi possono essere semplici, come i più corti della parte inferiore; con due rami, anche nella stessa parte; con tre rami, specialmente in molti, nel lato destro sopra pilorico; con quattro, nel lato sinistro sotto pilorico, ed anche con cinque o sei rarissimi. Per lunghezza i tronchi vanno crescendo da sotto in sopra. Inferiormente i tronchi sono corti ed anche le loro divisioni, mentre nel lato destro sopra pilorico, e nel sinistro sotto pilorico, raggiungono la massima lunghezza; i tronchi danno rami a varia distanza dallo sbocco duodenale. I rami secondarii ora sorgono dallo stesso punto, formando una biforcazione, ora prima si biforcano in due tronchi secondarii, e questi alla lor volta dopo poco si biforcano nuovamente. I rametti terminali portano alla loro estremità in una sola serie palmata i corti, sottili, ed uniformi ciechi, i quali, come i denti di una forchetta, sorgono sulla stessa linea, e finiscono apparati, ed il loro numero, per ogni rametto, non è maggiore di sette, nè minore di tre; d'ordinario sono cinque. Bisogna notare la grande differenza che passa tra la presente figura, la quale mostra la faccia tutta ramosa, nello stato naturale aderente allo stomaco, e la faccia opposta a guisa di una superficie vellutata, che non lascia scorgere alcun ramo, come si è visto nella fig. 32.

---

15. TABELLA

delle misure delle appendici e dei tratti gastro-pilorici.

Numerazione delle figure	Lunghezza gastro-esofagea	Larghezza alla origine del tratto pilorico	Lunghezza gastro-pilorica (1)	Lunghezza del tratto pilorico	Larghezza dello stesso	Lunghezza del duodeno cecale (2)	Larghezza dello stesso	Lunghezza delle appendici (3)	Larghezza delle stesse
1	»	»	»	»	»	»	»	»	»
2	0.020	0.005	»	»	»	»	»	0.016	0.003
3	0.025	0.013	»	0.007	0.004	0.005	0.008	0.007	0.004
4	0.060	0.019	0.015	0.014	0.005	0.011	0.006	0.020	0.009
5	0.030	0.027	0.006	0.005	0.005	0.005	0.006	0.065	0.006
6	0.017	0.011	0.011	0.001	0.002	0.003	0.003	0.018	0.003
7	0.027	0.012	0.019	0.008	0.006	0.012	0.024	0.020	0.006
8	0.038	0.030	0.030	0.005	0.004	0.011	0.007	0.026	0.004
9	0.075	0.013	0.055	0.004	0.006	0.007	0.007	0.030	0.005
10	0.022	0.008	0.016	0.007	0.003	0.004	0.002	0.009	0.002
11	0.022	0.003	0.019	0.007	0.003	0.011	0.003	0.015	0.001
12	0.046	0.015	0.037	0.016	0.028	0.008	0.008	0.015	0.007
13	»	»	»	»	»	»	»	»	»
14	0.040	0.012	0.025	0.010	0.010	0.005	0.008	0.030	0.002
15	0.103	0.009	0.090	0.002	0.002	0.007	0.002	0.016	0.001
16	0.040	0.030	0.035	0.002	0.004	0.003	0.005	0.024	0.002
17	0.058	0.011	0.024	0.014	0.008	0.005	0.007	0.010	0.001
18	0.022	0.007	»	0.015	0.008	0.013	0.010	0.016	0.001
19	»	»	»	»	»	0.015	0.007	0.007	0.001
20	»	0.015	»	0.012	»	0.040	0.010	0.030	0.004
21	0.038	0.008	0.010	0.005	0.003	0.008	0.003	0.020	0.001
22	0.087	0.020	0.025	0.030	0.008	0.025	0.008	0.025	0.003
23	0.050	0.010	0.015	0.015	0.007	0.040	0.005	0.018	0.002
24	0.118	0.008	0.073	0.056	0.008	0.053	0.006	0.052	0.003
25	0.076	0.006	0.036	0.018	0.005	0.044	0.004	0.010	0.001
26	0.027	0.005	»	0.012	0.025	0.054	0.004	0.010	0.001
27	0.064	0.011	0.040	0.009	0.008	0.015	0.003	0.015	0.001
28	»	»	»	»	»	»	»	»	»
29	0.092	0.015	0.080	0.012	0.008	0.030	0.006	0.004	1/2
30	»	»	»	»	»	»	»	»	»
31	0.086	0.015	0.067	0.012	0.004	0.017	0.004	0.010	1/2
32	»	»	»	»	»	»	»	»	»
33	0.130	0.017	0.084	0.023	0.019	0.147	0.005	0.005	1/2

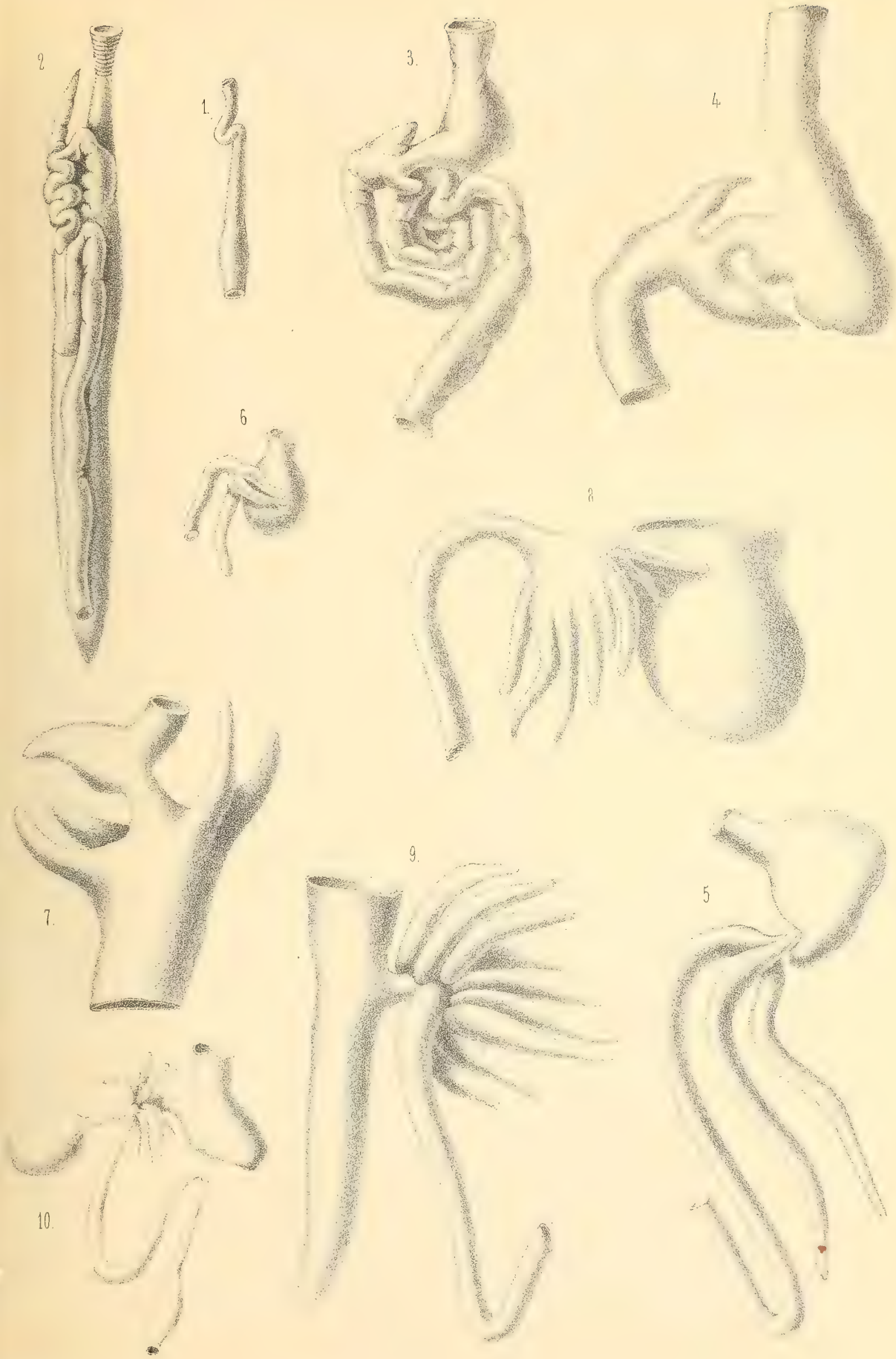
(1) Misurata dal bordo dello stomaco all'origine del tratto pilorico.

(2) Tratto occupato dalle appendici.

(3) Misurata nelle semplici dalla loro origine duodenale, e nelle composte dalla origine del tronco comune. Si avverte che nella lunghezza si è ritenuta quella delle intermedie.

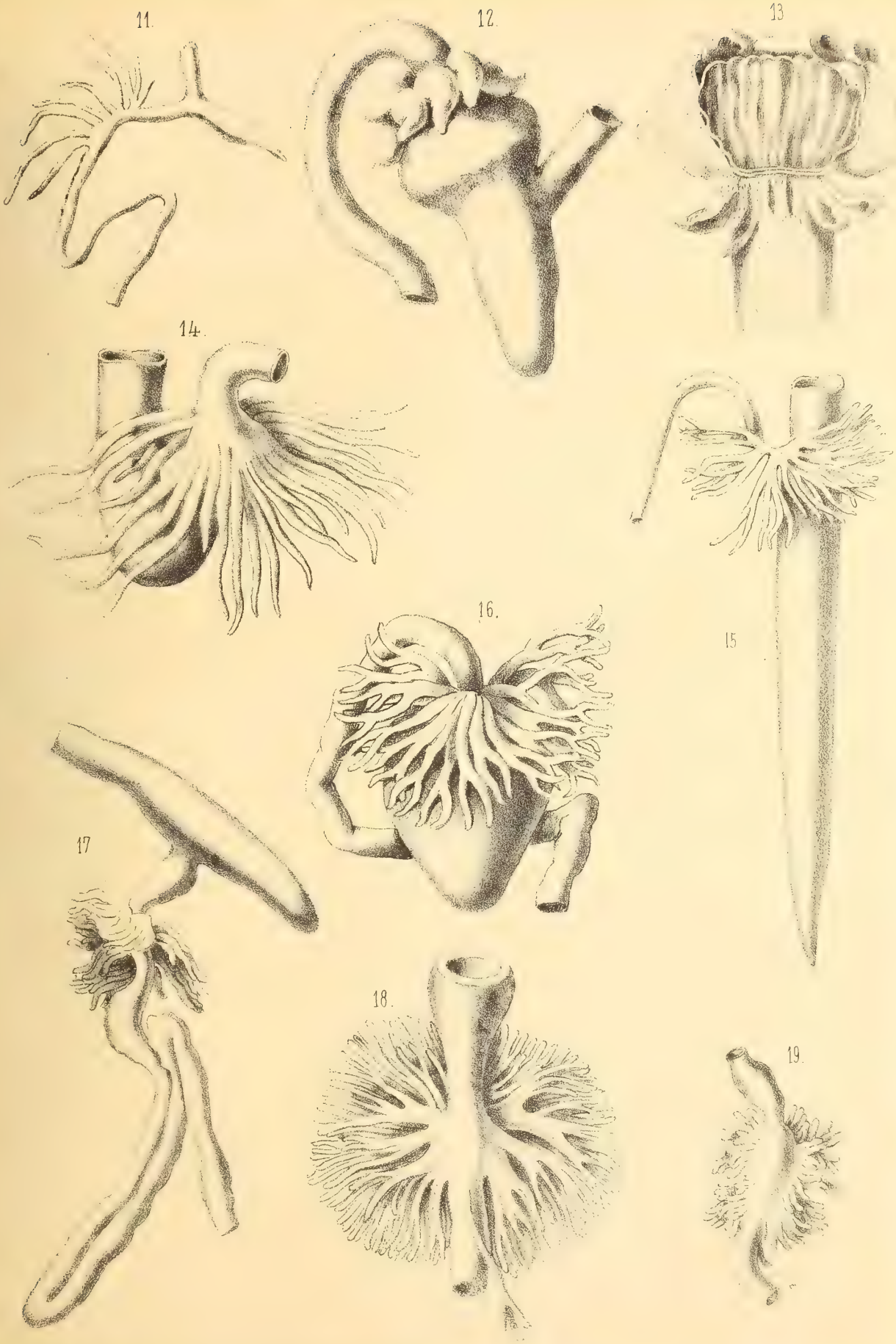
INDICE

1. Introduzione — Bibliografia . . . . . pag. 793
2. Conformazione generale dell' esofago, stomaco, tratto pilorico, duodeno ed appendici piloriche dei pesci ossei. . . . . » 795
3. Mancanza delle appendici piloriche . . . . . » 798
4. Direzione delle appendici piloriche. . . . . » 799
5. Sbocco delle appendici piloriche. . . . . » 800
6. Ramificazioni, lunghezza, grossezza e forma delle appendici piloriche . . . . . » 801
7. Tipi di disposizione nelle appendici piloriche . . . . . » 802
8. Numero delle appendici piloriche. . . . . » 803
9. Significato delle appendici piloriche. . . . . » 806
10. I. Enumerazione delle specie secondo le famiglie col numero delle appendici piloriche » 814
11. II. Enumerazione delle specie secondo le famiglie in serie progressiva del numero delle appendici piloriche. . . . . » 818
12. III. Enumerazione delle specie rapportate alle famiglie ed agli ordini rispettivi, ed ordinate secondo la serie progressiva del numero delle appendici piloriche. . . . . » 823
13. Tabella dei numeri progressivi delle appendici piloriche . . . . . » 828
14. Spiegazione e descrizione delle figure. . . . . » 829
15. Tabella delle misure delle appendici e dei tratti gastro-pilorici. . . . . » 839



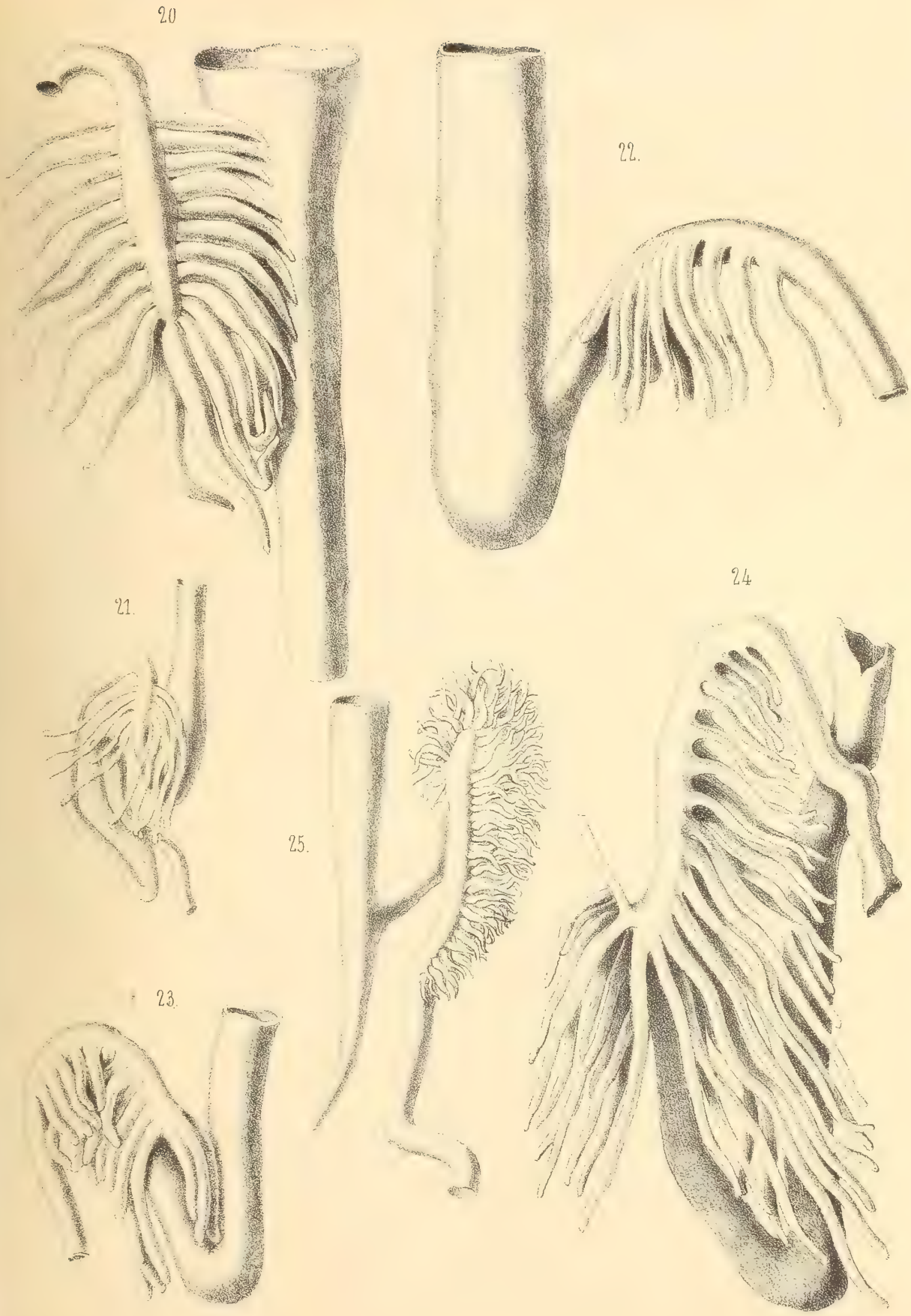
D S disegnò

Cromolit. di V. Steeger.



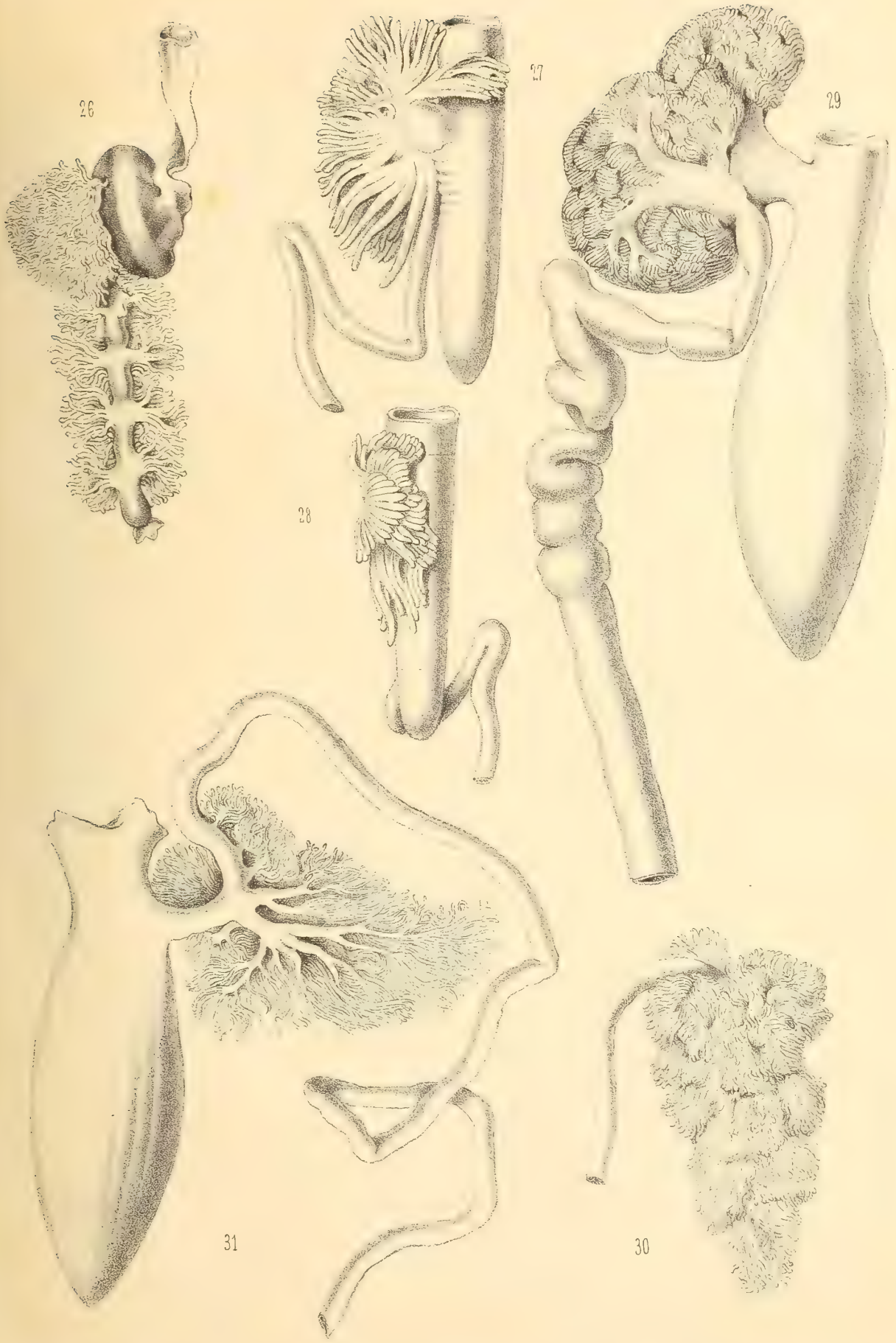
D. S. disegnò

Cromolit. di V. Steeger.



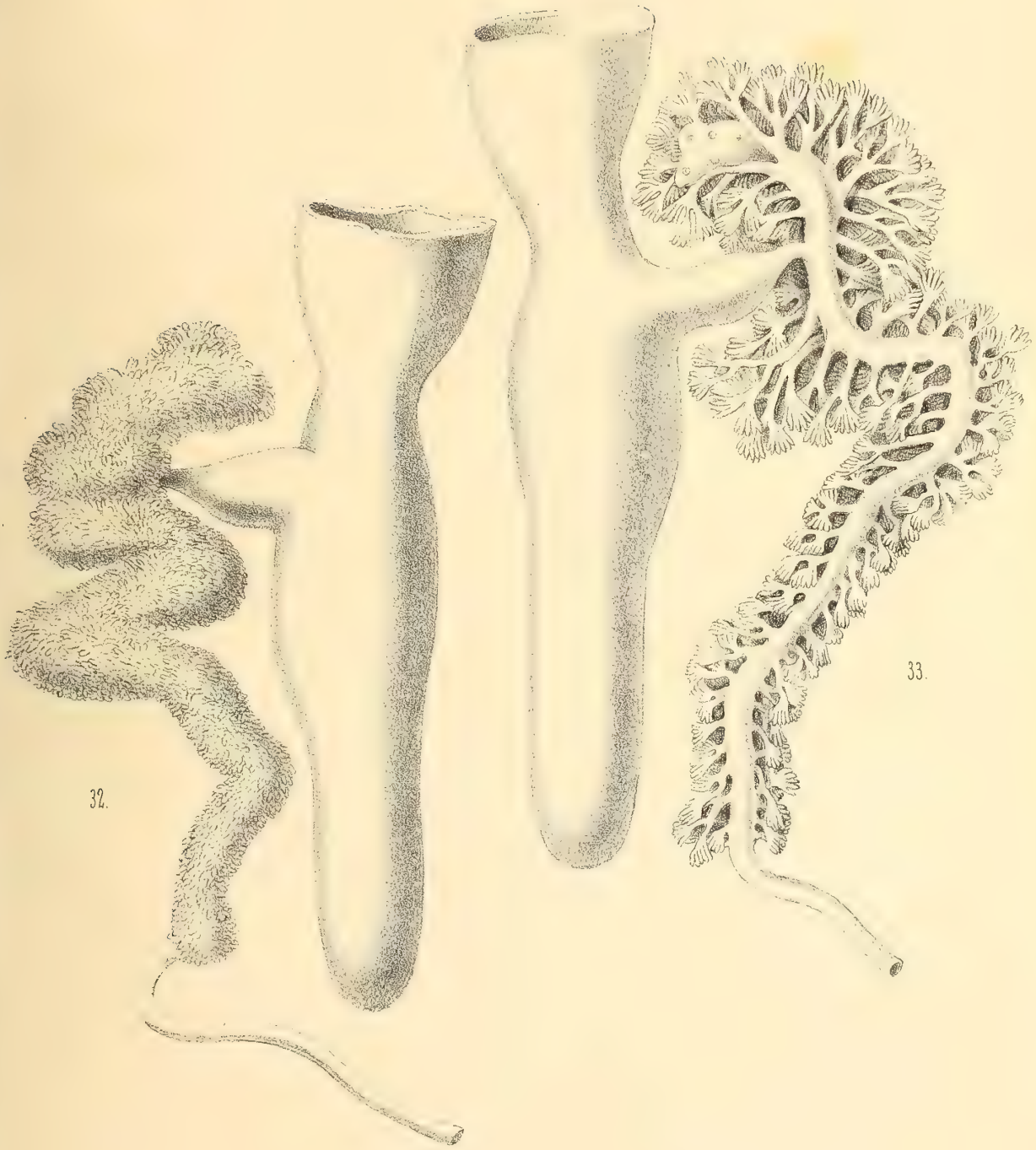
Disegno

Cromolit di V. Steeger



D. S. disegnò

Cromolit. di V. Steeger.



D. S. disegnò.

Cromolit di V. Steeger.

Esperimenti e raziocini per dimostrare vera la teorica del fisico italiano Melloni sulla elettrica influenza, od elettrostatica induzione non ostante quello che fu pubblicato in contrario dal prof. G. GOVI

Memoria del socio P. VOLPICELLI.

letta nella sessione del 14 febbraio 1875.

---

§ 1.

Nell' accademica tornata del 6 dicembre 1874, ebbi l' onore comunicare una memoria, nella quale dichiaravo parecchie mie sperienze, a sostegno della nuova dottrina, che l' illustre fisico italiano Macedonio Melloni, pubblicò sulla elettrica influenza, nell' accademia delle scienze dell' istituto di Francia, per mezzo del chiarissimo fisico sig. V. Regnault (*Comptes rendus, année* 1854, *t.* 39, *séance du* 24 *juillet, p.* 177).

Il prof. G. Govi nella tornata medesima, m'invitò a dichiarare completamente il significato della parola *tensione* in elettricità, e sotto qualunque punto di vista. Questo invito aveva, molto a proposito, per oggetto, rendere il più possibile chiara ed esatta la discussione scientifica, e la interpretazione delle indicate mie sperienze, in cui quel significato ha principalissima parte.

Per soddisfare a questo invito, ebbi l'onore, nella tornata del 3 gennaio 1875, comunicare all' accademia nostra, una memoria molto sviluppata, sul significato della voce tensione in elettricità; credo che questa memoria colmi un vuoto nelle istituzioni di fisica, e precisamente nella elettrostatica.

Il prof. Govi nella tornata medesima, nulla opponendo a quanto avevo riferito sul significato della voce tensione, passò ad esporre alcuni fatti, dai quali esso concludeva contro la teorica di Melloni, ed a favore dell'altra comunemente adottata; però lesciando definitivamente giudicare ai fisici, quale delle due teoriche indicate debba preferirsi.

Dopo ciò, stante l'ora molto avanzata, mi riservai prendere ad esame nella prossima tornata, le interessantissime osservazioni sperimentali, e gli argomenti valutabilissimi, che il nostro dotto collega, oppose alla teorica del Melloni, limitandomi a ricordare solo quattro sperienze, da me già pubblicate; dalle quali conclusi, che questa teorica era la vera, e non quella comunemente adottata. Prima di procedere innanzi debbo dichiarare, che niuno fino ad ora prese ad esame seriamente, le molte sperienze da me pubblicate in proposito, ed in ispecie quelle non poche, le quali videro la pubblica luce, nei *Comptes rendus.*

Ora prego l'Accademia perchè voglia permettermi, che colla presente memoria discuta, quanto il prof. Govi espose nella precedente sessione, contro la teorica del Melloni. Per fare ciò accuratamente, necessita premettere la dimostrazione sperimentale di due lemmi, il primo dei quali ha l'enunciato seguente: Quando un corpo è difeso a sufficienza da un involucro conduttore, comunicante col suolo, niuna elettrica induzione, praticata fuori dell'involucro stesso, potrà decomporre il fluido neutrale di quel corpo; che perciò rimarrà senza essere elettrizzato dalla influenza medesima, non ostante che questa esista fuori dell'involucro, e che sia tenuta vicino ad esso, quanto si vuole.

§ 2.

Dimostrazione del primo lemma. L'elettroscopio di Bohnenberger a pile secche ABC, (fig. 1), sia coperto da una campana di vetro MNP, comunicante col suolo, per mezzo del filo metallico *hq*, e bagnata di acqua, perchè divenga ottima conduttrice. Un inducente C positivo, si avvicini quanto si vuole all'involucro conduttore NMP non isolato, il quale potrà essere anche un cilindro di rete metallica, ma con maglie bastantemente anguste. Non ostante questo avvicinarsi dell'induttore C all'involucro indicato, la foglia d'oro D dell'elettroscopio, non divergerà punto dalla verticale: cioè il bottone A dell'istromento stesso, non sarà elettrizzato per influenza. Però avverrà il contrario, se tolgasi la comunicazione col suolo all'involucro; perchè in tal caso la foglia d'oro D divergerà verso quella delle due pile secche, la quale alla stessa foglia d'oro presenta il polo di natura contraria della inducente.

Il secondo lemma si enuncia nel seguente modo: L'aria nella quale si trova un inducente, si elettrizza pur essa, per la influenza di questo; e perciò le sue malecole costituiscono un sistema eletrizzato, che induce necessariamente su i corpi circostanti. Questa influenza elettrica, ovvero elettrostatica induzione dell'aria, che il primo a riconoscere fu l'illustre Faraday [1], e che la maggior parte dei fisici ancora non prendono a considerare seriamente, si è nominata dal fisico medesimo *induzione curvilinea*, od anche induzione per *linee curve;* ma forse si sarebbe meno trascurata, chiamandola *induzione dell'ambiente.*

Dimostrazione. Abbiasi un induttore C (fig. 2), che supporremo, per fissare le idee, caricato di elettricità positiva. Un pendolo *ab,* fisso nell'estremo superiore *a,* sia posto al di sopra del medesimo inducente. Si formi questo pendolo con un lungo filo di lino bagnato, comunicante col suolo, e porti all'estremo inferiore, una pallina *b* di sambuco, dorata. Con questa disposizione della fig. 2, il pendolo *ab* rimarrà nella sua posizione verticale; perciò deve concludersi, che le attrazioni dell'inducente sul pendolo medesimo, sono simmetriche attorno ad esso. Ma se una lastra metallica *pq* (fig. 3), di estensione sufficiente, comunicante col suolo, s'interponga fra il pendolo *ab*, e l'inducente C in guisa, che il lato *q*, si trovi presso a poco sulla verticale *bq*, tangente alla *b*: in tal caso avvicinando l'inducente C alla *pq* per modo, che la tangente medesima prolungata, divenga pure presso a poco tangente ad esso in *d*, il globetto medesimo subito divergerà dalla verticale,

[1] Experimental Researches, 2ª edizione 1849, t. I, p. 381, 383, 384.

prendendo la direzione *ak*. Questo solo fatto sperimentale, per chi bene vi ponga mente, basterebbe a dimostrare la esistenza di una induzione per linee curve, ossia la esistenza della induzione dell' ambiente. Ma perchè più facilmente si persuada ognuno di questa verità, e della causa da cui procede; passiamo a dare maggiore sviluppo, alla dimostrazione di questo secondo lemma. Le molecole coibenti dell'aria circostante all' inducente C, rappresentate (fig. 4), come lo furono dallo stesso Faraday [1], saranno tutte influite dal medesimo, ed ognuna di esse conterrà tanto positivo quanto negativo, cioè sarà elettrostaticamente polarizzata. De La Rive in conferma di ciò dice « Noi riconosciamo che avvi un fatto nuovo, acquistato « alla scienza, quello della polarizzazione (molecolare) del corpo isolante (*Traité d'électricité, t.* 1, *Paris* 1854, *p.* 140, *li* 19; *vedi anche p.* 445 *e* 446; *ed anche t.* 2°, *p.* 5 — *Veggasi pure Leçons élém. d'électricité, par W. Snow Harris. Paris* 1857, *p.* 51, 131, 179. Queste molecole agiranno per induzione sulla pallina *b* del pendolo *ab* (fig. 4), le quali per essere simmetricamente disposte rispetto al pendolo stesso, non potrà esso concepire verun movimento.

Prendendo a considerare nella disposizione della figura 3, l'effetto delle molecole d'aria, polarizzate dall'inducente C; potremo assegnare la causa della divergenza del pendolo *ab*. In fatti per la disposizione indicata (fig. 5), il globetto *b* non potrà vedere la inducente C; quindi pel primo lemma, la metallica lastra *pq*, comunicante col suolo, difenderà dalla induzione di C tutte le molecole dell'aria, collocate al disopra di *pq*, dalla parte sinistra di chi osserva. Però quelle altre molecole, che si trovano al di sopra della *pq*, ma però a destra di chi osserva, non saranno affatto difese dalla stessa induzione. Esse diverranno elettrizzate per influenza, ed indurranno su quelle ad esse vicine; queste sulle altre, e così di seguito. Da ciò discende che le molecole d'aria rappresentate nella figura 5, e poste al disopra della *pq*, a destra di chi osserva, essendo elettrizzate, attrarranno la pallina *b*, ed il pendolo divergerà dalla verticale verso la destra di chi osserva, e prenderà la direzione *ak*.

Dopo ciò chiaro apparisce che (fig. 6) avvicinando verticalmente al pendolo una lastra metallica *qh* comunicante col suolo, e quindi portando sotto l'altra orizzontale *pq*, ma di *poca estensione*, dovrà il pendolo *ab* per l'inducente C divergere dalla sua posizione verticale a destra, od a sinistra di chi osserva, secondo che la medesima lastra verticale *qh*, si collochi alla sinistra, od alla destra dell'osservatore.

Se poi si difenda il pendolo stesso con due lastre metalliche, comunicanti col suolo, e di *estensione sufficiente qh*, e *pq* (fig. 7), una verticale, l'altra orizzontale, e poscia si avvicini a quella orizzontale l'inducente C, tangente al lato *q*, il pendolo, in vigore del primo lemma, non divergerà punto dalla verticale sua posizione.

Se la pallina *b* del pendolo *ab* (fig. 8), si circondi con un cilindro metallico *h p q k* comunicante col suolo, e sotto questo cilindro si avvicini alla sua base *p q* aperta un inducente C, chiaro apparisce, per le precedenti sperienze, che il pendolo medesimo rimarrà sempre nella sua verticale posizione di equilibrio.

Questi risultamenti sperimentali, da me ottenuti, sono effetti di ciò che Faraday

[1] Leçons élém. d'électricité, par W. Snow, Harris. Paris 1857, p. 51, 131, 179. Vedi anche Traité d'éléctricité par M. A. De La Rive. Paris 1854, p. 129.... 151.

ha denominato induzione curvilinea, o per linee curve; ma che a me pare, sarebbero meglio denominati effetti d'induzione dell'ambiente. Sembrami che le indicate sperienze, dimostrino evidentemente la esistenza della induzione curvilinea, cagionata dalla induzione che riceve da un induttore l'aria, da cui viene questo circondato.

Il ch. fisico sig. J. Gavarret (*Traité d'électricité, t.* 1. *Paris* 1857, *p.* 88, *l.* 7) riportando una sperienza di Faraday, dice « questa osservazione ci sembra di natura, « da togliere qualunque dubbio, che possa concepirsi, riguardo alla realtà del « *propagarsi la induzione per linee curve a traverso i dielettrici* ». Però la verità medesima essendo evidentemente dimostrata dalle mie riferite sperienze, non avvi bisogno ricorrere alle autorità, per esserne convinti. Questa induzione, che prima di Faraday non fu considerata, e che ha gran parte nel fenomeno della elettrostatica influenza, non fu disgraziatamente dai fisici, quanto faceva d'uopo valutata, e non fu dai matematici consegnata al calcolo. Il concetto di Faraday, riguardo alla induzione curvilinea, non solo è razionalmente vero, perchè un corpo elettrizzato deve influire su tutto quello che lo circonda; ma è confermato evidentemente dalla sperienza , e riempie un vuoto che fino ad ora si verifica nelle dottrine di elettricità statica. L'illustre fisico De La Rive a questo proposito dice: « Prima di esporre la « dottrina, cui Faraday fu condotto, dai fatti scoperti da esso, passiamo a studiare « i fatti medesimi; noi saremo con ciò meglio apparecchiati a decidere , in che « debbono essi modificare le teoriche fondate sulle ricerche di Coulomb, e di Poisson, « *se pure non le rovesciano completamente* (1) ». Associandoci a questo concetto del De La Rive, crediamo altresì, che la induzione curvilinea, e la mancanza di tensione per parte della indotta di prima specie, dovrà verificare il medesimo concetto.

Si dice dagli oppositori che « riesce assai difficile concepire *l' attrazione o* « *induzione curvilinea, o laterale*, anche secondo le idee di Faraday, esercitata « dall' induttore ». Però dopo quello che abbiamo esposto, sulla necessità che l'ambiente divenga influenzato , dobbiamo dire, che invece riesce assai difficile a concepire il contrario, cioè che non esista la induzione procedente dall'aria, da cui viene circondato l'induttore : di più reca meraviglia non poca vedere, che il riferito concetto abbia tanto indugiato ad arricchire la scienza, e che ancora incontri delle obbiezioni.

Ora tornando sulla figura 5, passiamo a vedere, come il fenomeno da essa rappresentato, ci offra, *senza uso, di coibente*, una dimostrazione convincentissima, che cioè la indotta di prima specie non possiede tensione. In fatti ciascuna delle molecole d'aria, che nella stessa figura si trovano indicate, possiede tanta elettricità positiva quanta negativa, e sono esse le sole che influiscono sulla pallina *b* attraendola per induzione. Inoltre ognuno dovrà concedere , che se queste due contrarie elettricità possedessero tensione l'una e l'altra, l'effetto loro sarebbe nullo sulla pallina *b*; quindi non potrebbe il pendolo *ab*, per quelle due contrarie ed eguali azioni, divergere menomamente dalla verticale. Dunque si deve concludere, che siccome il pendolo stesso in fatto diverge, una certo delle due elettricità non possiede tensione, cioè non può neutralizzare l'effetto della contraria; vale a dire non può nè indurre,

(1) Traité d'électricité par iust. De La Rive. Paris 1854, t. 1, p. 129, li. 17.

nè comunicarsi, nè respingere se stessa; e queste due facoltà costitituiscono l'essenza della elettrica tensione. Per conoscere poi quale delle indicate due contrarie elettricità, si trovi priva di tensione, s'introduca un piano di prova nelle indicate molecole, facendolo comunicare per un istante col suolo; quindi nell'isolamento si porti a contatto del bottone di un elettroscopio a pile secche, il quale manifesterà subito, nel piano di prova stesso, una carica eteronima della inducente. Da ciò discende con tutta la evidenza, che fra le due contrarie elettricità indotte, una di prima, l'altra di seconda specie, che si trovano sopra ogni molecola d'aria, solo quella che appartiene alla indotta di prima specie, deve riconoscersi priva di tensione; ed ecco un'altra validissima dimostrazione, *senza uso di coibente*, di quella verità, che da Melloni fu ristabilita. La sperienza che ora indicammo, dovrà, perchè sia priva di ogni eccezione, mandarsi ad effetto in un ambiente bastantemente privo di vapore acquoso, cioè dovrà l'aria nella quale si sperimenta, essere abastanza secca. Inoltre, come fu da me praticato sempre, dovrà l'inducente restare chiuso da una campana di vetro, che sia verniciata di cera lacca dentro e fuori, la quale poggi sopra un piano coibente.

§ 3.

Premesso tutto ciò, vengo ad esaminare le dotte obbiezioni, fatte dal ch. nostro collega il prof. Govi, contro l'indicata verità, da me sostenuta per mezzo di sperienze.

Primieramente il nominato professore prende a considerare la sperienza seguente, che noi riportiamo, accompagnandola colla figura 9. Egli dice « che le parti di « un conduttore indotto vicine all'inducente, si respingano fra loro, si può dimostrare « facilmente, attaccando due palline di midollo di sambuco a due fibre di lino, « sospese a un piccolissimo conduttore (un anellino metallico, per esempio) sostenuto « da un isolante, al di sopra d'un induttore, il quale sia simmetrico attorno alla « verticale, che passa fra le due palline di sambuco. Appena si sottopone l'induttore « ai pendolini, questi divergono; e se si tocca con un filo metallico comunicante « col suolo l'anellino dei pendolini, aumenta sensibilmente la loro divergenza ». Questi fatti si debbono ammettere, ma non la interpretazione ad essi attribuita, cioè che la divergenza indicata, proceda dalla indotta di prima specie, di cui sono essi pendolini dall'inducente caricati. E per verità: 1° se gli estremi BD dei pendolini, si tocchino con un opportuno piano di prova, si avrà da questo la manifestazione di una carica omonima dalla inducente. 2° se mettasi a comunicare col suolo l'indotto ABD partirà dai pendolini la omonima della inducente, e crescerà in essi la contraria, cioè la indotta di prima specie; tuttavia toccando i pendolini ovunque con un *opportuno* piano di prova, questo non manifesterà veruna carica. Dunque nei pendolini esiste la omonima della inducente, ma senza potersi neutralizzare colla indotta di prima specie, che pure vi esiste, in maggiore quantità, e senza potersi comunicare al piano di prova stesso. Perciò la indotta medesima non ha tensione, perchè se la possedesse, non potrebbe coesistere colla sua contraria; e non avendo tensione, non può cagionare la divergenza dei pendolini: così pure non avendo tensione, non può comunicarsi al piano di prova. Dalla sola divergenza dei pendolini, non si ha diritto

a concludere, che la indotta di prima specie possiede tensione; giacchè questa divergenza può venir prodotta, come realmente lo è, da due diverse cagioni cospiranti, delle quali una è la *repulsione* della omonima della inducente, che ora fu dimostrato esistere negli estremi dei pendolini, l'altra è l'attrazione, sui medesimi *esercitata dall'influenza dell' ambiente*, di cui la esistenza col secondo dei due precedenti lemmi fu pure dimostrata.

§ 4.

Ora passiamo a porre in evidenza, che queste sono realmente le due sole cause della divergenza di cui parliamo. Si applichi all'estremo B del cilindro AB verticale (fig. 10), una coppia di pendolini, o pagliette p, q, verticali anch'esse, le quali possano liberamente ruotare attorno i punti di loro sospensione, ma soltanto in un medesimo piano verticale, che passando per le pagliette medesime, sia parallelo al piano della figura. Queste pagliette dovranno essere vicine assai fra loro, e circondate in tutta la lunghezza da un cilindro di vetro H K, bagnato bene con acqua, e sufficientemente angusto, il quale dovrà comunicare col suolo; cosicchè mentre permetterà la vista delle pagliette, riescirà pure conduttore. Così disposta la sperienza, si porti sotto l'indicato cilindro un inducente C, che, per fissare l'idee, supporremo elettrizzato positivamente. Se il cilindro indotto AB sia nell'isolamento, in tal caso le pagliette medesime divergeranno un poco, ma solo a cagione della elettricità omonima della inducente, distribuita sulle pagliette, non già per la opposta. Imperocchè se un opportuno piano di prova, si porti a toccare qualunque delle due pagliette, si otterrà una manifestazione di elettricità omonima della inducente, contro quello che si asserisce dalla teorica comunemente adattata sulla elettrica influenza. Inoltre se invece di servirsi dell'opportuno piano di prova, si avvicini all'estremo superiore A dell'indotto A B, un bastoncello di cera lacca, elettrizzato negativamente, le pagliette diminuiranno subito la *tenue* divergenza loro. Ciò conferma che le pagliette stesse per la induzione, hanno anche ricevuto una carica omonima della inducente. Di più se ad una qualunque delle pagliette si avvicini maggiormente la interna superficie del cilindro H K, la paglietta medesima si porterà in contatto della superficie stessa, per effetto della sua carica di elettricità libera positiva, cioè indotta di seconda specie.

Ora facciasi che il cilindro indotto A B comunichi col suolo, crescerà l'influenza sul medesimo, cioè crescerà la carica della indotta di prima specie sovra esso, tuttavia le pagliette cesseranno del tutto dall'essere divergenti. Ciò avviene perchè la omonima della induttrice si è dissipata nel suolo, e perchè la influenza dell'ambiente non può più, come prima, giungere sulle pagliette, per essere queste difese dal cilindro di vetro bagnato, e perciò conduttore. Mentre se questa difesa non vi fosse, ognuno sa, che ponendo l'indotto a comunicare col suolo, quella divergenza cresce sempre. Tutto ciò prova evidentemente, che la divergenza delle pagliette non è l'effetto della indotta di prima specie, di cui sono esse caricate. Il vedere che la indotta di prima specie non può dissiparsi nel suolo, e che soltanto allora vi si disperde quando cessa la influenza, ciò solo è bastevole per convincere, che la indotta medesima, finchè rimane tale, risulta del tutto priva di tensione, cioè di attitudine a produrre corrente.

Se mentre si trova l'inducente C sotto al cilindro HK, e l'indotto AB comunichi col suolo, si faccia toccare una qualunque delle due pagliette da un opportuno piano di prova, questo non riceverà veruna carica, non ostante che le pagliette ne posseggano una contraria della inducente. Da ultimo se in questo caso, a qualunque delle due pagliette si avvicini, quanto si può, la interna superficie del cilindro HK, la paglietta medesima nè si allontanerà, nè si avvicinerà menomamente alla superficie stessa. Tutto ciò conferma che la indotta di prima specie non possiede tensione.

Se l'indotto AB, invece di essere verticale, fosse orizzontale, si troverà verificato anche per questo, quanto fu concluso per quello, sperimentando sull'orizzontale, come fu sperimentato sul verticale. In fatti se l'orizzontale cilindro AB isolato (fig. 11), venga sottoposto alla influenza dell'inducente positivo C, le pagliette elettrometriche, le quali, per costruzione utilissima, non possono divergere fuorchè in un piano perpendicolare a quello della figura, divergeranno in questo medesimo piano. La divergenza loro è causata in grandissima parte dalla induzione dell'ambiente, ed in minima parte dalla omonima della inducente, che si trova essa pure distribuita sulle pagliette stesse. Però se vengono queste circondate da un bicchiere di vetro bagnato *hk*, e comunicante col suolo, diminuirà moltissimo la divergenza indicata, la quale sarà ora prodotta unicamente dalla omonima della inducente, che si trova essa pure sulle pagliette stesse. Imperocchè in tale stato, le pagliette sono perfettamente difese dalla induzione dell' ambiente, detta curvilinea. La esistenza della omonima dalla inducente sulle pagliette, si dimostra mediante un opportuno piano di prova, ed anche mediante un analizzatore negativo, inducente a giusta distanza sulle pagliette stesse dall'esterno A. Quando l'inducente C sia positivo, come noi supponiamo sempre, allora un analizzatore negativo farà diminuire la divergenza delle pagliette, mentre un analizzatore positivo farà che cresca. Inoltre avvicinando la interna superficie del bicchiere *hk* ad una delle due pagliette, questa verrà manifestamente attratta dalla superficie stessa. Facendo comunicare col suolo il cilindro AB indotto, la divergenza delle pagliette cesserà del tutto, comechè sull'estremo B siasi accresciuta la indotta di prima specie. Così essendo le sperimentali disposizioni, si faccia che una qualunque delle pagliette si avvicini alla interna superficie del bicchiere, la direzione della paglietta stessa rimarrà quella di prima. Se mentre il bicchiere *hk* difende le pagliette dalla induzione dell'ambiente, si avvicini a debita distanza un induttore all'estremo A del cilindro non isolato, le pagliette stesse accresceranno sempre la divergenza loro, qualunque sia la natura elettrica dell'analizzatore. In somma tutto quello che si verifica nell' indotto verticale, si verifica pure nell' orizzontale; ciò che conduce a riconoscere che la teorica della elettrostatica induzione, riprodotta da Melloni, è la vera, e non quella comunemente accettata. Mi pare che nelle sperienze ora esposte, relative alle figure numerate 10,ª 11,ª nelle quali non si *adopera direttamente dielettrico alcuno*, le fasi mostrate dalle pagliette elettrometriche nelle sperienze stesse, dimostrino ad evidenza, che la indotta di prima specie non tende affatto, e che la medesima coesiste colla indotta di seconda, nell'estremo dell'indotto il più prossimo all'inducente, senza potersi colla prima neutralizzare.

All'estremo inferiore B dell' indotto si applichi una sola paglietta *n* (fig. 12),

la quale coincida coll' asse verticale del cilindro *hk*, incontrando col suo prolungamento il centro dell' inducente C. La paglietta medesima non potrà escire mai dalla verticale, non ostante la induzione di C; perchè in *questa disposizione*, si trova essa collocata simmetricamente rispetto all'inducente, ed al cilindro *hk*. Perciò quei risultamenti delle sperienze, dichiarate nei due casi che precedono, e che possono aver luogo con una sola paglietta, si troveranno verificati anche in questo terzo. In fatti se l'indotto AB rimanga isolato, in tal caso avvicinando alla paglietta *n* la interna superficie del cilindro *hk*, si manifestava un' attrazione. Se poi lo stesso indotto AB comunichi col suolo, in tal caso avvicinando la interna superficie del cilindro *hk* alla paglietta *n*, questa non mostrerà, nè attrazione, nè repulsione, ciò che prova essere la indotta di prima specie priva di tensione.

§ 5.

Si fa inoltre osservare dal Govi, contro la teorica di Melloni, che « se si tocca con « un filo metallico comunicante col suolo l'anellino A dei pendolini (fig. 9), aumenta « sensibilmente la loro divergenza ». Il fatto qui riferito è vero, ma non è vera la interpretazione che se ne deduce, vale a dire che per questo la indotta possiede tensione. In fatti se i pendolini si tocchino diligentemente con un *opportuno* piano di prova, non si avrà da essi veruna manifestazione di elettricità; sebbene i pendolini stessi ne posseggano molta, contraria della inducente. L'aumento della divergenza dei pendolini, quando l'indotto comunica col suolo, procede unicamente dalla induzione od influenza dell' ambiente, la quale si accresce, perchè essendo dall'indotto partita la omonima della inducente, deve l'induttore influire con maggiore energia sull'aria che da vicino lo circonda, la quale alla sua volta influisce di più sulle pagliette, accrescendo perciò la loro divergenza. E che sia così, viene dimostrato dal circondare, con un cilindro di vetro bagnato d'acqua, le pagliette stesse, le quali subito cesseranno la divergenza loro; perchè questo cilindro impedisce sulle medesime la influenza dell'ambiente.

Ci viene opposto inoltre quanto segue « Tolto allora o scaricato l' induttore, « (cioè dopo che l' indotto si fece comunicare col suolo), non solo i pendolini « rimangano divergenti, senza neppure avere mostrato un istante qualche tendenza « a ricongiungersi, ma anzi divengon di più ». Qui dobbiamo dichiarare, che il fatto riferito non si verifica punto generalmente; ma che invece si può sempre ottenere il contrario. Quando l' indotto ha comunicato col suolo, la diminuzione, o l'aumento della divergenza dei pendolini o pagliette, applicate ad esso, la quale si verifica nell'allontanare l'induttore sottoposto alle medesime, dipende dalla estensione di questo, dalla forma del medesimo, e dal suo collocamento rispetto alle pagliette stesse. Queste circostanze modificano l'effetto meccanico delle forze, che attraggono le pagliette; e queste forze procedono, dalla influenza, tanto dell' ambiente, quanto dell'induttore. Quindi è che questo si può collocare in modo, che avvicinandolo alle pagliette, le medesime prima divergano maggiormente, ma poi crescendo l'avvicinamento, esse diminuiscono la divergenza loro. In questo caso, allontanando l'inducente, crescerà per *un istante* la divergenza delle pagliette. Ma se l'avvicinamento dell'inducente, produca sempre l'aumento della divergenza indicata; in tal caso allontanando l'inducente,

diminuirà sempre la divergenza delle pagliette. Perciò dalle diverse fasi, relative alla maggiore o minore divergenza delle pagliette, nulla si può concludere, riguardo all'essere la indotta di prima specie dotata o no di tensione, perchè queste fasi possono prodursi come si vuole. Di qui discende che non possiamo prendere in seria considerazione, le conseguenze dedotte contro la teorica di Melloni dalle indicate divergenze. Non può certo esservi chi non vegga, senza neppure sperimentare, che quando un inducente produca l'apertura delle pagliette non isolate, e poi queste isolate, cessi la induzione sulle medesime, dovranno esse di necessità diminuire la divergenza loro, e ciò quand'anche non esistesse la induzione curvilinea. Poichè la indotta di prima specie, la sola in questo caso da cui sono caricate le pagliette, si trova in esse distribuita molto più nelle loro estremità inferiori, che nelle superiori. Ma quando si allontani dalle pagliette la induzione, allora la indotta di prima specie, divenendo libera, dovrà diminuire nelle inferiori estremità, e crescere nelle superiori; lo che deve produrre nella divergenza loro una sensibile diminuzione, la quale inoltre dovrà essere anche più sensibile, perchè ha cessato sulle pagliette stesse la induzione dell'ambiente, sino da quando si allontanò l'induttore.

Però qualunque fase abbia luogo riguardo alla divergenza delle pagliette, quando l'indotto, cui sono queste annesse, abbia comunicato col suolo, certo è che un opportnno piano di prova, posto a contatto delle medesime, non riceverà da esse carica veruna. Di più, se avendo l' indotto comunicato col suolo, le pagliette si circondano con un cilindro conduttore non isolato, la divergenza loro cesserà del tutto. Questi due fatti sperimentali bastano, per essere certi, che la indotta di prima specie non possiede tensione, e che la divergenza delle pagliette, nel caso in proposito, è cagionata dalla influenza dell' ambiente.

§ 6.

Si continua dal Govi, a ragionare nel modo seguente, contro la teorica di Melloni. « Per togliere poi qualunque dubbio intorno alla causa che fa divergere i pendolini, « basta attaccare ciascuno di essi all'anello, mediante un uncinetto, in guisa da « poterne levare l'uno o l'altro a piacimento, valendosi perciò di una lunga ver- « ghetta isolatrice, munita pure di un piccolo uncinetto ».

« Sottoposti i pendolini alla induzione, se, mentre sono divergenti (prima o « dopo aver posto l'anellino in comunicazione col suolo), si leva uno dei due, im- « mediatamente l'altro ricade nella direzione verticale, quando l' induttore sotto- « posto sia sferico, e una stessa verticale passi pel filo del pendolino, e pel centro « della sfera. Riattaccando colla verghetta isolante il pendolino levato, l'altro abban- « dona subito la verticalità, e la divergenza fra i due, torna quella di prima. « Dunque ciò che teneva inclinati alla verticale i due pendolini, non era *l'attra- « zione laterale* dell' induttore sottoposto, poichè questa non è tolta, nè sensibil- « mente mutata col levare uno dei pendolini, (si noti che invece di pendolini di « sambuco, si possono adoprar anche semplici fibrille elementari di lino, o sottilis- « simi fili metallici), ma sibbene la loro ripulsione reciproca, annullata la quale, « col levarne uno, l' attrazione dell' induttore sferico rimane sola, e agisce come

« deve agire, tirando il pendolino verso un punto, che è presso a poco il centro « della sfera ».

Il risultamento sperimentale qui riferito è vero, ma non così la interpretazione che al medesimo si è data; e perciò da esso non consegue quello che asserisce l'oppositore, cioè « che i corpi elettrizzati dalla influenza, si rispingono per effetto della « indotta di prima specie, vale a dire che questa è dotata di tensione ». In fatti la conclusione medesima viene subito distrutta, se con un opportuno piano di prova si tocchino i pendolini; poichè il piano medesimo, quando l' indotto comunica col suolo, non riceverà da essi carica veruna; e quando l'indotto è isolato, il piano di prova stesso verrà carico di elettricità omonima della inducente. Ciò dimostra con tutta la evidenza che la indotta di prima specie, posseduta dai pendolini, non ha tensione affatto; premessa questa risposta, passiamo a spiegare il riferito risultamento sperimentale del Govi.

Abbiamo già, col secondo lemma, dimostrata la esistenza dalla induzione per parte dell'ambiente; perciò chiaro apparisce, che togliendo uno dei pendolini quando essi divergono, l'altro deve risentire l'attrazione laterale dell' ambiente stesso, che prima gli era impedita, se non in tutto, certamente in grandissima parte, della presenza del pendolino stesso. Perciò tolto questo, l'altro pendolino restato, deve rimanere attratto da tutte le parti ugualmente; quindi è che il medesimo si deve disporre presso a poco (fig. 2, e 4) nella verticale. Tornando a collocare al suo posto il pendolino tolto, tornerà di nuovo la divergenza dei due pendolini dalla verticale, perchè ognuno di essi difende in gran parte l'altro, da *una delle due* influenze laterali dell' ambiente; cosicchè ogni pendolino risente assaissimo l' attrazione da una sola parte, ma ben poco dall'altra.

Se non erro, le riflessioni da me sviluppate in questa mia memoria, valgono a dimostrare la verità della teorica di Melloni sulla influenza elettrica. Posseggo moltissimi altri argomenti sperimentali, che dimostrano la verità stessa, e che saranno da me pubblicati quanto prima, per averne ricevuto invito da un dotto dell'Accademia delle scienze dell' istituto di Francia. Intanto concludo :

1.° Che i fatti, nei quali si fa consistere la teorica comunemente adottata sulla influenza elettrica, non sono tutti veri, e quei che sono veri mancano di verità nella interpretazione, quale viene ad essi fatta in ognuno dei corsi di fisica, ed in ognuno dei trattati di elettricità, compresi anche i più moderni. Così p. e. è falso, che la omonima della inducente, non si trovi su qualunque punto dell' indotto isolato, ed anche perciò sulla estremità di questo la più prossima all'inducente. Inoltre vengono interpretate male assai dall'antica teorica le fasi della divergenza dei pendolini, applicati all'indotto; e viene pure interpretato malissimo il fatto, che la sola omonima della inducente si disperde nel suolo, allorchè qualunque punto dell'indotto sia toccato.

2.° Che sopra un conduttore cilindrico isolato, e sottoposto alla elettrica influenza, la indotta di prima specie, vale a dire la contraria della inducente, non possiede affatto tensione, ed è del tutto dissimulata.

3.° Che si trova essa in più grande quantità in quell' estremo dell' indotto cilindro, il più prossimo all' inducente, e diminuisce sempre andando verso l'altro estremo del medesimo cilindro.

4.° Che la indotta di seconda specie, vale a dire la omonima dello inducente, si trova su qualunque punto del cilindro indotto, senza eccettuare l'estremo suo più vicino all'inducente, e va sempre crescendo coll'avvicinarsi all'altro estremo, essendo libera per tutto.

5.° Che l'aria dell'ambiente riceve la influenza dell'induttore, quindi si elettrizza, e perciò l'aria medesima pur essa induce su i corpi circostanti, ed anche sugli elettrometrini applicati all'indotto, alla quale induzione fu dato l'epiteto di *curvilinea* dall'illustre Faraday.

§ 7.

Quanto fu esposto precedentemente basta di certo a dimostrare, che le obbiezioni dal ch. prof. G. Govi pubblicate, contro la dottrina del Melloni sulla elettrostatica induzione, alle quali ora rispondemmo, nè valgono ad abbattere la teorica medesima, nè a sostenere quella contraria comunemente adottata. Però a compimento di questa nostra risposta, ed a dimostrare maggiormente che la teorica da me sostenuta, cioè quella del Melloni, è vera, descriverò qui appresso alcune delle molte sperienze a tal fine da me istituite.

Sperienza prima. Un filo metallico AB isolato (fig. 13), si attacchi al bottone dell'elettroscopio a pile secche, pel suo estremo A, e per l'altro estremo B riceva l'influenza di un inducente C. Si faccia comunicare questo filo col suolo, sino a che la foglia d'oro D, resti perfettamente in equilibrio fra i poli p, q delle pile secche, e s'interrompa questa communicazione col suolo allora soltanto, quando l'equilibrio medesimo sia bene stabilito; cosicchè il filo AB torni ad essere isolato. Il filo medesimo resterà perciò privo della indotta di seconda specie, vale a dire della omonima della inducente. Ognuno ammetterà che sul filo si trova soltanto la indotta di prima specie, ovvero la contraria della inducente. Ma siccome in tale stato la foglia d'oro D conserva perfettamente la primitiva sua posizione di equilibrio, perciò bisogna concludere, che la indotta di prima specie non ha tensione. In fatti se la possedesse, dovrebbe la indotta medesima dall'estremo B distribuirsi lungo tutto il filo AB, sino ad investire la foglia D, la quale in tal caso cesserebbe dal rimanere in equilibrio. La facoltà che ha l'elettrico di potersi distribuire, devesi unicamente alla sua tensione; quindi è che quando l'elettrico non può sopra un buon conduttore distribuirsi, deve l'elettrico medesimo riguardarsi vincolato, cioè dissimulato, e perciò privo in atto della facoltà di respingere se stesso, cioè privo di tensione. Del resto con un piano di prova si dimostra, che la indotta di prima specie, si trova su tutta la lunghezza del filo AB, ed anche sulla foglia d'oro, se la giornata sia bastantemente secca, ed il filo AB non molto lungo. In questo caso abbiamo una prova evidente, che la indotta di prima specie non può indurre, perchè non può esercitare azione veruna su i poli delle due pile, contenute nell'elettroscopio. Questa prova si otterrà pure meglio, sopprimendo il filo AB, ed avvicinando l'inducente C, al bottone A dell'elettroscopio, tenuto costantemente in comunicazione col suo: perchè allora la foglia D riceverà maggior copia di elettricità indotta di prima specie. Se quando l'equilibrio fu stabilito, tolgasi prima la indicata comunicazione col suolo, quindi anche l'inducente; subito la indotta di prima specie riprenderà la sua tensione, e la foglia d'oro

perderà l'equilibrio, portandosi verso uno dei due poli delle pile secche. Similmente avvicinando ed allontanando alternativamente una mano all'inducente C, la foglia d'oro dovrà oscillare, in una maniera corrispondente, fra i due poli delle pile secche, mostrando l'alternarsi della partenza, e del ritorno della tensione, riguardo alla indotta di prima specie. Così sperimentando, si dimostra unicamente vera la teorica del Melloni, senza *far uso di alcun coibente.*

Sperienza seconda. Mantengasi la disposizione come ora fu indicata, ed aggiungasi un cilindro metallico PL isolato (fig. 14); cosicchè l'estremo B del filo AB, si trovi fra l'estremo P del cilindro stesso indotto, e l'inducente C, non essendo maggiore di un millimetro la distanza fra il filo e l'estremo del cilindro. Si metta il filo indicato a comunicare col suolo, sino a che la foglia d'oro D raggiunga l'equilibrio fra i due poli *p, q* delle pile secche. Cessi questa comunicazione dopo che l' equilibrio medesimo sia perfettamente assicurato, ed allora l'estremo P del medesimo cilindro venga in contatto col filo AB. Subito per ciò la foglia d' oro accuserà in questo estremo P la presenza della indotta di seconda specie, omonima della conducente; la quale perciò si dovrà trovare anche su qualunque altro punto del medesimo cilindro. Quindi si è nuovamente dimostrato, *senza uso di coibente*, che la indotta di prima specie non ha tensione; perchè, senza potersi neutralizzare, coesiste colla sua contraria sull'estremo P dell'indotto isolato. Ciò si dimostra portando nel modo indicato, l'estremo B del filo su tutta la superficie del cilindro indotto PL. Dobbiamo qui osservare che il filo AB, come pure l'inducente C, restano fissi, e per conseguenza sempre ugualmente distanti l' uno dall' altro. Perciò dovrà il filo AB, per essere stato messo a comunicare col suolo, possedere soltanto la contraria della inducente, che già dimostrammo essere priva di tensione. Quindi è chiaro che il filo AB riceve *soltanto* l'influenza dell'estremo P dell'indotto, e la comunicazione della elettricità posseduta da questo estremo; cosicchè sul filo non possono affatto aver luogo due induzioni, ma bensì una sola, ed anche una sola comunicazione. Di più la omonima della inducente, posseduta dalla estremità P, deve per giungere alla foglia d'oro, passare per tutto il filo AB, che trovasi carico di elettricità contraria della inducente. Ora si avverta che tale passaggio si effettua senza che queste due elettricità, contrarie fra loro, si neutralizzino. Ciò prova che una delle medesime, vale a dire la contraria della inducente, non possiede tensione, cioè trovasi del tutto dissimulata. Se in vece di avvicinare la estremità P del cilindro indotto all' estremo B del filo, si faccia l' inverso, avvicinando l' estremo B del filo a quello P del cilindro, si otterrà il medesimo risultamento di prima; non ostante che in questo secondo caso, si libera dal filo una piccola quantità della indotta di prima specie, contraria della inducente, per essersi allontanato il filo dall'inducente C.

Sperienza terza. Se all'estremo P del cilindro PL indotto, ed orizzontalmente collocato, si applichino due pagliette, queste divergeranno per la influenza di C sul cilindro stesso; però non divergeranno per la indotta di prima specie, come falsamente dall' antica teorica si crede. Imperocchè le pagliette medesime, toccate dal filo metallico AB della seconda sperienza (fig. 14), manifesteranno all' elettroscopio A, una elettricità omonima della inducente. Dunque la divergenza delle pagliette non è da ripetere della indotta di prima specie, sebbene questa si trovi accumulata in

grande quantità sull'estremo P, non che sulle pagliette pendenti dall'estremo stesso. Quando il cilindro PL, il quale ha le pagliette divergenti applicate all'estremo suo P, si mantenga comunicato col suolo, ed in questo modo le medesime pagliette sieno portate a contatto dell'estremo B del filo metallico AB, che ha già perduto la omonima della inducente; la foglia d'oro, per l'indicato contatto, non manifesterà veruna elettricità. Dunque le pagliette non divergono punto per la contraria della inducente, ma bensì per la induzione detta curvilinea. Poichè se un cilindro metallico comunicante col suolo, circondi le pagliette medesime, difendendole così della induzione curvilinea, cesserà tosto la divergenza loro, e si ridurranno parallele.

Sperienza quarta. Conservando ancora le medesime disposizioni della seconda sperienza, si mantenga l' indotto PL in comunicazione col suolo, e l' estremo suo P (fig. 14) in contatto coll' estremo B del filo metallico AB, l'elettroscopio non darà segno veruno di elettricità. Ma siccome nella medesima estremità P, trovasi molta indotta di prima specie; perciò fa d'uopo concludere, che questa elettricità non possiede tensione, perchè trovasi del tutto dissimulata. Si tolga la comunicazione col suolo dal cilindro PL, restando l'estremo B del filo, in contatto coll'estremo P del cilindro: inoltre si allontani l' inducente C. Subito lo stesso cilindro manifesterà, mediante l'elettroscopio, che la indotta di prima specie riacquistò la naturale sua tensione: ovvero, senza portare lungi l'inducente C, basterà che si avvicini una mano all'inducente stesso, per ottenere il medesimo effetto.

Sperienza quinta. Si prenda un condensatore di Volta, i due piattelli AB, PQ del quale (fig. 15), sieno separati l'uno dall'altro, da uno strato d'aria, ma il piattello superiore AB sia di estensione minore del sottoposto PQ, e sul primo dei medesimi si pongano dei piccolissimi pezzetti di finissima carta. Si carichi di elettricità il piatto inferiore PQ, ed intanto si tenga comunicante col suolo il piattello superiore AB, il quale dall' inducente inferiore PQ sarà influito direttamente nella superficie che riguarda PQ, e per linea curva nell' altra superficie, sovra cui si trovano i briccioli di carta; ciò da un piano di prova convenientemente adoperato si dimostra. Il disco AB indotto, avrà perduto, per la sua comunicazione col suolo, tutta la amonima della inducente, contenendo soltanto la contraria di questa. Quando i minuzzoli di carta saranno ridotti a perfetta quiete, tolgasi la comunicazione col suolo al piattello AB, i brandelli di carta rimarranno ancora in quiete, perchè uni camente carichi della indotta di prima specie, la quale perciò trovasi priva totalmente di tensione. In fatti se così non fosse, quei frustoli di carta, dovrebbero scambievolmente repellersi; perciò questa è una delle varie dimostrazioni evidentissime, della totale mancanza di tensione per parte della indotta di prima specie, la quale, come da questo fatto si vede, non può respingere se stessa, ed in tale dimostrazione *manca del tutto l'uso diretto del coibente.* Ma se facciasi comunicare col suolo il piattello inferiore PQ, questo diverrà indotto, mentre l'altro AB diverrà inducente, quindi la indotta di prima specie, di cui sono carichi quei minuzzoli di carta, tornerà libera, e riacquistando la naturale sua tensione, si vedranno essi respingersi a vicenda. Inoltre se avvicineremo una lastrina metallica, comunicante col suolo a questi pezzetti di carta, essi verranno tosto attratti dalla medesima lastrina, lo che prima non succedeva. Tutto ciò conferma che la indotta di prima specie,

finchè rimane tale, trovasi del tutto dissimulata. Giova qui avvertire, che quando il piattello PQ fu posto a comunicare col suolo, esso divenne indotto, e l'altro AB divenne inducente; quindi la elettricità di questo, dovette diminuire nella superficie superiore di AB, ove sono i pezzetti di carta, e crescere per l'attrazione di PQ sulla superficie inferiore dello stesso AB. Tutta via questa diminuzione di carica, incontrata dai pezzettini di carta, non impedisce a questi di respingersi fra loro assai sensibilmente.

Sperienza sesta. Facciasi un piano di prova (fig. 16), simile del tutto ad un condensatore di Volta, ed i due piattelli di questo piccolo istromento, abbiano un diametro di circa 15 millimetri, essendo separati da un sottile strato di vernice isolante. Uno *pq* di questi piattelli, si trova in comunicazione col suolo, per mezzo di un manico metallico *qm*, annesso al piattello medesimo, che si tiene in mano. L'altro piattello *ab* porta nel centro un'asta coibente *hk*, la quale traversa il piattello *pq*, permettendo così al piattello *ab*, di potere, pel suo peso, allontanarsi ed avvicinarsi al primo *pq*. Trovasi applicata una sferetta *k*, nell' estremo dell' assicella coibente *hk*, affinchè il dischetto *ab* non possa escire dal suo posto. Per servirsi di questo piccolo condensatore, si portano prima i due suoi piattelli a contatto fra loro, quindi si applica il piattello *ab* sopra un punto *qualunque* del cilindro indotto , poscia si allontana un piattello dall'altro, e si avrà sempre dal piattello *ab*, una elettrica manifestazione, omonima della inducente. Ciò prova, *senza uso diretto di coibente*, la coesistenza della indotta di prima specie, con quella di seconda, nell'estremo dell'indotto isolato, il più prossimo all'inducente; lo che significa essere la indotta di prima specie priva di tensione, cioè del tutto dissimulata.

Sperienza settima. Un tubo di vetro *mn* (fig. 17), foggiato a squadra, sia per tutto ricoperto di stagnuola, come vedesi nella figura stessa; e porti nell'orizzontale suo braccio una testa di spilla *b*, isolata dal braccio stesso, con pochissima cera di Spagna. In *primo* luogo , se questo piano di prova si applichi a quell' estremo di un indotto isolato, che più trovasi vicino all' inducente; lo stesso piano di prova, portato sull'elettroscopio a pile secche, manifesterà che su quell'estremo trovasi pure la omonima della inducente. In *secondo* luogo, se l'indotto cessi dall'essere isolato, mantenendolo in comunicazione col suolo, allora fatta la medesima sperienza, e poi portato il piano di prova in contatto dell'elettroscopio, non si avrà da esso verun indizio di elettricità, non ostante che sull'estremo dell'indotto più prossimo all'inducente, sia cresciuta di molto la indotta di prima specie, per la indicata comunicazione col suolo. Ciò prova che la indotta medesima non può comunicarsi , cioè non possiede tensione; cosicchè il risultamento sperimentale ottenuto in primo luogo, devesi tutto alla indotta di seconda specie. In *terzo* luogo , si allontani l' inducente, facendo collo stesso piano di prova la medesima operazione ; vedremo dall'elettroscopio manifestarsi una carica di elettricità contraria della inducente, la quale per l'allontanamento dell'inducente stesso, riacquistò la sua tensione, cioè divenne del tutto libera. Questi tre fatti dimostrano la verità della teorica di Melloni.

Sperienza ottava. Volendo esprimere con un diagramma il concetto, sul quale si fonda l'antica teorica della elettrostatica induzione, sia C (fig. 18) un inducente positivo , ed AB un indotto isolato, l'area *ma* A*b* rappresenterà la carica negativa, indotta di prima specie sul cilindro medesimo, essendo *ab* la sua linea neutra , e

l'area *abn*B rappresenterà la carica positiva, omonima della inducente, sul cilindro stesso, dovendo queste due cariche risultare tra loro eguali, senza potersi neutralizzare. Ora 1° non è possibile ammettere, che due contrarie elettricità, possedendo ambedue tensione, possano trovarsi contemporaneamente sopra un *ottimo conduttore,* vicinissime fra loro, cioè quasi a contatto l'una dall'altra, e scambievolmente attraendosi, ma senza potersi neutralizzare insieme. Di più 2° sappiamo dalla sperienza, che ponendo a comunicare col suolo l'estremo A dell'indotto, che all'inducente più si avvicina, il qual estremo contiene carica negativa più di tutti gli altri punti dell'indotto AB, tuttavia non si dissipa menomamente la carica negativa toccata *ma*A*b*, non ostante che sia chiamata dall'inducente C ad ascire; ma invece questa carica si accresce, mentre si dissipa soltanto e totalmente, la carica positiva *ban*B non toccata. Questo fatto non si potrebbe logicamente spiegare, se non si ammettesse, che la carica positiva, si estende anche sino al punto A, messo in comunicazione col suolo, e che perciò il diagramma della fig. 18, non può rappresentare la vera teorica della elettrostatica induzione. Infatti è del tutto evidente, che non può disperdersi nel suolo quella elettricità, la quale non è stata posta in comunicazione con esso. Sappiamo 3° dalla sperienza, che delle due contrarie elettricità, esistenti per induzione sull'indotto isolato, se l'inducente rimane costante, si disperde, pel contatto dell'aria, la sola omonima inducente, non ostante che l'estremo A, cioè quello più prossimo all'inducente, sia guernito di *punte*, le quali debbono favorire la escita della indotta di prima specie. 4° Essendo l'inducente costante, la elettricità indotta di prima specie, non è trasportata dall'indotto sull'inducente, ma bensì la induttrice si trasporta, in talune atmosferiche circostanze, sull'indotto. I quattro fatti riferiti ora, ed ottenuti *senza impiego di coibente*, dimostrano ad evidenza la falsità dell'antica teoria sulla elettrostatica induzione; cosicchè dovrebbero i fatti medesimi bastare senz'altro, a convincere, chiunque sia scevero di pregiudizi, essere da proscrivere la teorica fin qui adottata dalla maggior parte dei fisici, per la spiegazione del fenomeno sul quale discutiamo.

Sperienza nona. Volendo rappresentare anche la teorica di Melloni con un diagramma, si otterrà la fig. 19, nella quale la spiegazione dei fenomeni non è complicata, come taluni pretendono, per non avervi bene posto mente; ma è la più semplice non solo, ma eziandio la più conforme alla sperienza, e perciò la più razionale. In questo diagramma lo spazio compreso fra il cilindro e tutta la curva punteggiata, rappresenta la carica indotta di seconda specie, ovvero la omonima della inducente C, mentre lo spazio compreso fra lo stesso cilindro e tutta la curva tratteggiata, rappresenta la carica indotta di prima specie, vale a dire la contraria della inducente C. La indotta di seconda specie risulta completamente libera, e perciò dotata di tensione; mentre che la indotta di prima specie, risulta interamente dissimulata, cioè del tutto priva di quelle facoltà, che appartengono alla inducente libera, come alla indotta di seconda specie. Con questa nuova teorica, rappresentata dalla fig. 19, si vede chiaramente: 1° perchè non si neutralizzano fra loro le due contrarie elettricità, le quali ad un tempo si trovano sul cilindro indotto; 2° si vede altresì chiaramente perchè, mettendo in comunicazione col suolo l'estremo A, il più vicino all'inducente C, si disperda soltanto la omonima della inducente del tutto libera, e non già la contra-

ria del tutto dissimulata; 3° si vede perchè delle due specie di elettricità, che si trovano sull' indotto isolato, si disperda, pel contatto dell' aria, la sola omonima della inducente; 4° finalmente vedesi altresì, perchè la indotta di prima specie non si trasporta mai dall'indotto sull'inducente, mentre la induttrice si può trasportare in alcuni casi sull'indotto, complicando il fenomeno della induzione. Il cilindro AB isolato e sottoposto alla influenza di C, non isviluppa nello stato di tensione, altro che la elettricità omonima della induttrice. La elettricità contraria si trova sviluppata in una completa dissimulazione; ma diviene sensibile, cioè libera, dopo la soppressione della forza influente.

Quando un piano di prova si applichi sopra qualunque punto del cilindro indotto ed isolato, e specialmente sull'estremo suo più prossimo all'inducente, quindi venga sottratto alla influenza, esso manifesta sempre la *risultante* delle due elettricità, contrarie fra loro, che si trovano su quel punto, divenute libere sul medesimo piano di prova, sottratto alla influenza. Questa risultante può manifestarsi o positiva, o negativa, od anche nulla; ma in ognuno di questi tre risultamenti, si deve ammettere la preesistenza delle due *componenti* fra loro contrarie, su quel punto, una completamente dissimulata, indotta cioè di prima specie, l'altra completamente libera, indotta cioè di seconda specie.

Se un elemento qualunque della sezione *ab* (fig. 19), si potesse isolatamente sottrarre alla influenza, ma senza uso di coibente, si avrebbe da esso una risultante nulla; perchè in questo elemento, ed in qualunque altro della sezione *ab*, le due contrarie elettricità sono *numericamente* uguali fra loro: ma finchè la sezione medesima si trova posta sotto la influenza, le due elettricità stesse, non possono fra loro neutralizzarsi, perchè quella indotta di prima specie risulta del tutto dissimulata. Perciò sulla medesima linea *ba*, finchè il cilindro è indotto, si manifesterà soltanto la indotta di seconda specie, così pure avverrà su qualunque altro punto del cilindro stesso.

Melloni nella sua citata comunicazione all'accademia delle scienze dell'Istituto di Francia, confessò di non potere assegnare giustamente la vera causa di qualche fatto, relativo alla influenza elettrica di cui parliamo. Però niente rimane oscuro nella teorica del Melloni, quando si ponga mente alla esistenza della induzione detta *curvilinea*, riconosciuta con grande vantaggio delle elettrostatica da Faraday, ed oggi anche riconosciuta da tutti quelli che si tennero al corrente della elettrostatica dottrina.

Sperienza decima. Rappresenti AB (fig. 20) un cilindro metallico isolato, cioè sostenuto dall'anello PQ, mediante tre asticelle di vetro verniciate 1, 2, 3, il quale anello è fisso al braccio PR della squadra PRH. Un globetto *d*, pur esso metallico ed isolato, cioè sospeso ad un filo di seta, si carichi di elettricità, mediante una bottiglia di Leida, e così caricato s'introduca nel cilindro AB, che perciò sarà indotto dal globetto stesso. La elettricità indotta di prima specie, si troverà tutta nella interna superficie del cilindro; e quella di seconda specie, vale a dire la omonima della inducente, si troverà distribuita in gran parte sulla esterna superficie del cilindro medesimo, ed in minor parte *anche nella interna di questo.* Ciò si dimostra con un piano di prova, foggiato a testa di spilla, il quale posto prima in contatto della interna superficie, quindi applicato sul bottone dell'elettroscopio a pile secche, dimostra esso avere una sensibile carica di elettricità omonima della *d* inducente.

Dunque le due contrarie elettricità coesistono nell'interno del cilindro, senza potersi fra loro neutralizzare; perciò la indotta di prima specie non possiede tensione, ovvero essa è del tutto dissimulata. Ed in fatti si faccia comunicare col suolo, sia la esterna, sia la interna superficie del cilindro AB, esso perderà sempre tutta la indotta di seconda specie, restando nella interna superficie del medesimo la sola indotta di prima, la quale sarà cresciuta, rispetto quello che già era. Ciò nulla ostante, se collo stesso piano di prova, si tocchi la interna superficie di quel cilindro, non si avrà la minima traccia di elettricità; la quale però subito sarà manifestata dal piano medesimo, se il globo inducente si allontani dal cilindro. Da questa sperienza vediamo altresì, che la elettricità libera, sviluppata nell'interno di un cilindro, non si distribuisce tutta fuori del medesimo, poichè una parte sebbene minore, trovasi anche nell'interno di esso.

Sperienza undecima. Si abbiano due piattelli metallici AB, CD, come vedesi nella fig. 21, isolati ambedue da sostegni di vetro *ab, cd* verniciati; questi piattelli sieno distanti l'uno dall'altro di circa un decimetro, e si carichi di elettricità positiva il piattello superiore AB, mediante una bottiglia di Leida. Questo indurrà sull'inferiore CD, il quale secondo l'antica teorica della elettrostatica induzione, dovrà contenere, nella superficie superiore, soltanto la indotta di prima specie, mentre la inferiore sarà caricata unicamente della indotta di seconda specie. Però posto il piano di prova, foggiato a testa di spilla, sull'una o sull'altra delle due superficie del piattello CD, il piano medesimo manifesterà sempre, all'elettroscopio a pile secche, la omonima della inducente. Ma siccome deve da ognuno ammettersi, che sulla superficie superiore del piattello CD, trovasi ancora, ed in maggior copia, la indotta di prima specie; perciò chiaro apparisce, contro l'antica teorica, che queste due contrarie elettricità, coesistenti nella superficie stessa, non possono fra loro neutralizzarsi, e che quindi la indotta di prima specie risulta del tutto dissimulata. In fatti se pongasi a comunicare col suolo una qualunque delle due superficie del piattello CD, sempre si disperderà tutta la sola omonima della inducente, restando tutta la sola contraria di questa sulla faccia superiore del medesimo piattello. Se dopo fatto ciò, si applichi sulla faccia medesima lo stesso piano di prova, questo non manifesterà veruna carica elettrica, portato all'elettroscopio di Bohnenberger.

Potrei descrivere moltissime altre sperienze, non ancora pubblicate, dalle quali si mostra vera unicamente la teorica di Melloni, al nostro argomento relativa; ma non mancheranno certamente occasioni opportune per pubblicarle. Per ora bastano quelle che ho riferite, dalle quali, unitamente ai raziocini che le accompagnano, mi sembra, se non erro, dimostrato: non essere sufficiente quanto pubblicò il chiarissimo prof. G. Govi, contro la più volte indicata teoria di Melloni, ed a favore della corrispondente antica. Per tanto, se non erro, a me pare, che non ostante le obbiezioni del Govi, si debba preferire la prima di queste due teoriche, alla seconda comunemente adottata, ed essere quella solamente la vera nell'attuale stato della scienza.

Intendo dichiarare che non mi credo infallibile, perchè la infallibilità è propria solo della natura, e non degli uomini. Quindi gradirò moltissimo le obiezioni, che i fisici vorranno dirigermi *sinceramente*, contro la dottrina di un italiano da me

sostenuta; e quando troverò essere incontrastabile alcuna di queste obbiezioni, sarò pronto a dare *manus victas*. Nel tempo stesso dichiaro, che saranno sempre da me disistimati quelli, che vanno insinuando argomenti contro ciò che io sostengo, senza volerli pubblicare a nome loro. Questi cotali così operando meritano disprezzo, perchè mostrano non essere convinti della verità di quello che vanno altrui suggerendo. Perciò si abbiano i signori professori Govi, Pisani, e Cartoni i miei più cordiali ringraziamenti per le dotte obbiezioni da essi pubblicate; riservandomi però l'onore di rispondere anche agli ultimi due quanto prima.

§ 8.

Ma torniamo al prof. Govi; egli soggiunge « che gli sarebbe assai agevole, se non « gliene mancasse il tempo, di provare, che tutte le sperienze addotte in sostegno della « teorica proposta dal De Luc, dal Melloni, ec., si possono spiegare pienamente, e chia- « rissimamente colla teoria ordinaria, non escludendo neppur quelle, che si riferiscono « agl' indotti muniti di punte, sebbene possano apparire alla prima meno facili ad « accordarsi colle idee comunemente professate ». Rispondo: a me rincresce molto, che al nominato professore manchi tempo a fare questa piena e perfetta spiegazione, dalla quale certo guadagnerebbe assai la scienza. Però egli dovrebbe anche perfettamente e chiaramente spiegare, colla ordinaria teorica, non solo le sperienze del De Luc, e del Melloni a favore della teorica riprodotta da questo fisico italiano, ma eziandio le moltissime da me pubblicate, e le altre molte che da me si pubblicheranno. E dobbiamo qui osservare, che non è difficile proporsi di spiegare pienamente e facilissimamente, colla teorica ordinaria, le sperienze ora indicate; ma non crediamo essere facile, mandare ad effetto questo lodevole proponimento.

Il Govi continua dicendo « I due stati elettrici contrari possono bensì trovarsi « contemporaneamente su due parti opposte o diverse dell' indotto *isolato*, ma con « questa legge, che la indotta di prima specie abbia la massima *tensione* nei punti « più vicini all' induttore, e quella di seconda specie nei punti più lontani. Su un « conduttore indotto di grandezza infinita o sommamente grande, la indotta di se- « conda specie non manifesterà più alcuna tensione sensibile, perchè si diffonderà « sulla vastissima superficie; dovrà quindi in tal caso crescere la tensione della in « dotta di prima specie, non venendole più detratto nulla dalla tensione dell'altra ». Si risponde, che non possiamo ammettere la esistenza di due, stati elettrici contrari sopra un conduttore metallico, quando ambedue tali stati posseggono tensione, come si vuole dall' antica teorica; perchè se così fosse, dovrebbero essi neutralizzarsi. Però siccome non si neutralizzano, così è necessario ammettere, che uno dei medesimi due stati elettrici sia del tutto dissimulato, e questa conseguenza è perfettamente confermata da molti sperimenti, che abbiamo in parte riferiti. Del resto quando la indotta di seconda specie si distribuisce sopra una grandissima superficie, cresce la carica della indotta di prima specie sul corpo influenzato, ma non cresce affatto la sua tensione, finchè dura sul corpo stesso la medesima induzione; perchè si è dimostrato, essere del tutto dissimulata la indotta di prima specie, finchè rimane tale. Inoltre nel caso qui contemplato, in tanto cresce la carica della indotta di prima specie, perchè la indotta di seconda, essendosi dissipata, non respinge più la inducente, la

quale perciò si accumula in maggior copia, verso quell'estremo dell'indotto, che ad essa è più vicino.

« Così vedesi (dice l'oppositore stesso) come debba trovarsi sull'indotto isolato « una certa *linea neutra*, che separi la parte indotta di prima specie, da quella in- « dotta di seconda. La posizione e la forma di questa linea neutra, varierà poi col « variare della forma, della distanza, e della situazione dell'induttore e dell'indotto, « e col variare della tensione propria dell'induttore, e di quelle azioni che i corpi « vicini possano esercitare sull'uno e sull'altro ». Rispondiamo che la *linea neutra*, come la intendono i seguaci dell'antica teorica, non esiste affatto, ed è una vera illusione dei pendolini elettroscopici, o coppie di pagliette, applicate lungo il cilindro indotto. Imperocchè se con un piccolissimo piano di prova, si vada saggiando lo stato elettrico dell'indotto, finchè si trova sotto la induzione, si otterrà da ogni *suo punto*, una sensibilissima carica omonima della inducente. Ciò basta per concludere, che la sperienza esclude sull'indotto la esistenza, nel modo voluto dall'antica teorica, di una linea neutra.

Continua l'autore medesimo ad obbiettare dicendo « La *mobilità* non è posse- « duta (apparentemente almeno) dalla indotta di prima specie, perchè l'induttore « dovendone mantenere costante la quantità colla sua presenza, non lascia mai scor- « gere le sottrazioni, che se ne fanno, quando si tocca l'indotto nelle parti prossime « all'induttore, o altrove con altri corpi isolati, o comunicanti col suolo. È indu- « bitato però, che mentre si accosta nelle parti più vicine all'induttore un nuovo « indotto al primo sino a toccarlo, la tensione su questo diminuisce, nè ritorna la « stessa, se non quando il secondo venga rimosso, e si rimetta il primo in comu- « nicazione colla terra, se il secondo era isolato ». Qui ammette l'oppositore, che si possono fare delle sottrazioni alla indotta di prima specie, toccando l'indotto nelle parti prossime all'induttore con altri corpi isolati. Ora si domanda, perchè questi corpi isolati, come sarebbero i piani di prova foggiati a testa di spilla, non manifestano le indicate sottrazioni all'elettroscopio, ma invece manifestano la omonima dell'inducente, se l'indotto non comunica col suolo, e nulla manifestano se l'indotto non è isolato? La risposta è facile: perchè, come mostra la sperienza pel primo di questi casi, la indotta di seconda specie, si trova per tutto sull'indotto; mentre pel secondo caso, la indotta di prima specie, risulta priva di tensione. Del resto quando si accosta, nelle parti più vicine all'induttore, un nuovo indotto al primo, sino a toccarlo, allora la induzione su quello diminuisce, non già perchè la indotta di prima specie possa comunicarsi; ma perchè l'inducente, dovendo agire anche sul nuovo corpo, deve contemporaneamente diminuire l'azione sua, tanto sul primo indotto, quanto sull'ambiente; la quale azione ritorna quella di prima, tosto che il corpo sopravvenuto sia rimosso.

Prosiegue l'autore medesimo con quest'altra obbiezione « Quanto al non ve- « dersi, che la indotta di prima specie induca alla sua volta, ciò nasce dalla presenza « dell'induttore, l'azione prevalente del quale, si manifesta sola su i corpi che si « accostano all'indotto; e ciò tanto più, che l'accostamento dei corpi stessi, stornando « una parte dell'azione induttrice, scema d'altrettanto la tensione della indotta, mo- « dificandone per di più la distribuzione ». Vi sono sei sperienze diverse, per provare, che la indotta di prima specie non può indurre. La *prima* di queste consiste

nel vedere, che una coppia di paglietie elettrometriche mobilissime, quando è indotta comunicando essa col suolo, se viene difesa opportunamente dalla induzione dell'ambiente, non manifesta veruna divergenza. La *seconda* consiste nell'avvicinare all'unica paglietta mobilissima, pendente dall'estremo dell'indotto non isolato, il più prossimo all'induttore, la interna parete del cilindro conduttore, che difende la paglietta stessa dalla induzione dell'ambiente. Poichè ad onta di questo avvicinamento, la paglietta medesima conserverà la sua giacitura verticale. La *terza* consiste nell'introdurre un filo metallico non isolato, fra la paglietta indicata, e la parete del detto cilindro conduttore, che la difende dalla induzione curvilinea; poichè vedremo che questa paglietta, non abbandonerà mai la sua posizione verticale. La *quarta* consiste nel caricare di elettricità indotta di prima specie i minuzzoli di carta, come fu dichiarato (§ 7); poichè questi minuzzoli non si respingeranno affatto l'un l'altro. La *quinta* consiste nell'avvicinare quanto è possibile un opportuno piano di prova, all'estremo dell'indotto il più prossimo all'inducente, mantenendo però l'indotto medesimo in comunicazione col suolo. Imperocchè se facciasi, per un istante, comunicare la parte metallica di questo piano di prova col suolo, la qual parte riguarda l'estremo indicato dell'indotto stesso; vedremo, che se il piano di prova è bastantemente difeso dalla induzione principale, manifesterà esso una carica contraria di quella, che sarebbe dovuta alla induzione dell'estremo indicato: ciò dimostra, che la indotta di prima specie non può indurre. La *sesta* sperienza poi, consiste in tutte quelle, già da noi descritte, ognuna delle quali dimostra, che la indotta di prima specie si trova sempre del tutto dissimulata.

§ 9.

Finalmente il chiaro nostro contraddittore osserva che « La indotta poi di se-
« conda specie, non essendo trattenuta dalla inducente, può scorrere (come suol dirsi)
« lungo tutto il corpo indotto, e lo può senza neutralizzare mai (apparentemente)
« alcuna parte della indotta di prima specie, perchè la quantità di quest'ultima, è
« mantenuta costante dalla presenza dell'induttore ». Contro questa obbiezione, che bisognerebbe fosse più completamente, e chiaramente sviluppata dall'autore, facciamo riflettere, che la indotta di seconda specie, come pretende l'antica teorica, possiede tensione *non altramente che quella di prima*; e perciò la teorica ricevuta comunemente, non ammette affatto, che la indotta di seconda specie scorrere possa lungo tutto il corpo indotto; perchè se ciò potesse, dovrebbe neutralizzarsi coll'altra. Questo scorrere adunque contraddice all'antica teorica, che l'autore stesso pretende sia la vera. Inoltre se vogliasi che la indotta di seconda specie scorra, e non si neutralizzi, si deve ammettere che la elettricità di prima specie trovasi del tutto dissimulata, contraddicendo così nuovamente l'antica teorica, e favorendo la moderna di Melloni. Da ultimo, se il fenomeno della elettrostatica induzione potesse consistere, come sembra immaginare l'autore, in una continua neutralizzazione e decomposizione delle due contrarie elettricità, esistenti sull'indotto; si dovrebbe riguardare il fenomeno stesso, non appartenente più alla elettrostatica, ma bensì alla elettrodinamica, contro quello che viene stabilito dall'antica teorica, lo che offre una terza contraddizione colla teorica stessa. Ma ciò non basta, dovendosi eziandio riflettere, che se potesse aver luogo tale alternativa continua di neutralizzazioni

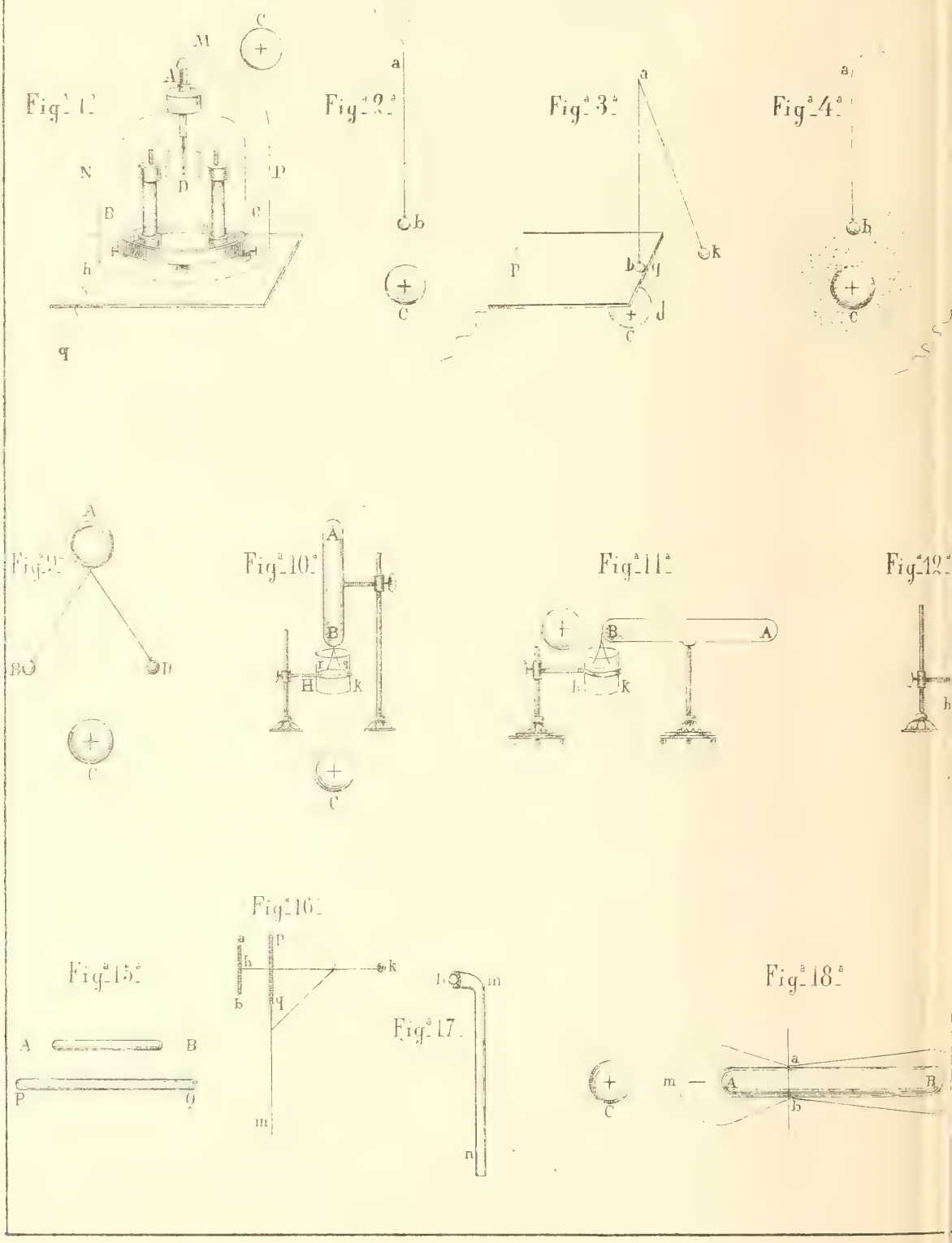


Fig.ª 1.ª
Fig.ª 2.ª
Fig.ª 3.ª
Fig.ª 4.ª
Fig.ª 9.ª
Fig.ª 10.ª
Fig.ª 11.ª
Fig.ª 12.ª
Fig.ª 15.ª
Fig.ª 16.ª
Fig.ª 17.ª
Fig.ª 18.ª

Fig. 5.

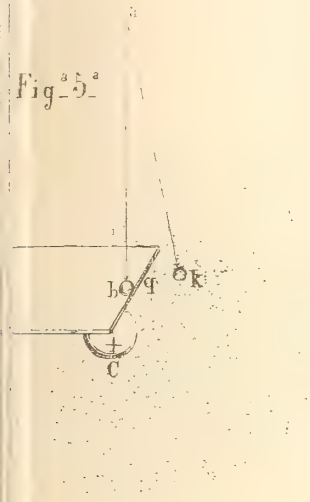


Fig. 6.

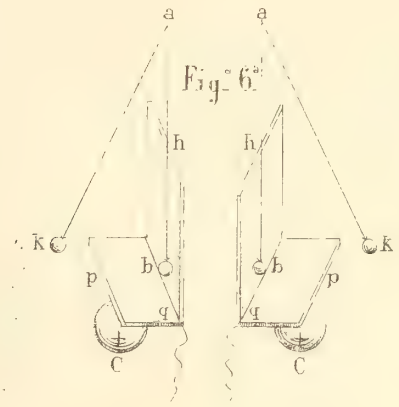


Fig. 7.

Fig. 8.

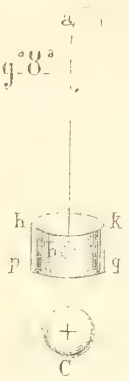


Fig. 13.

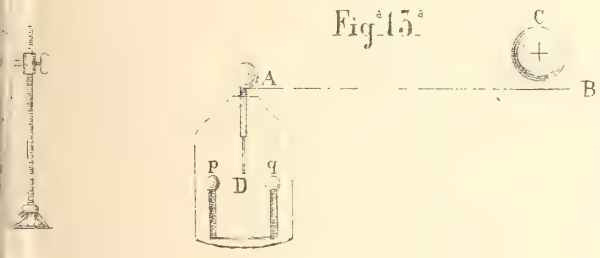


Fig. 14.

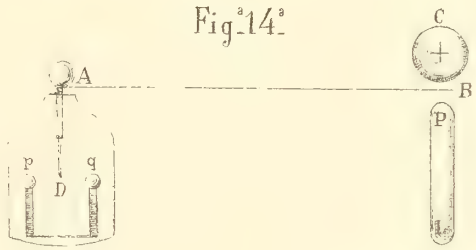


Fig. 19.

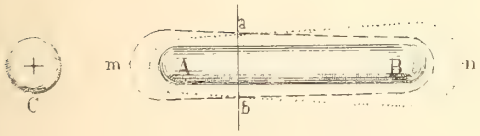


Fig. 20.

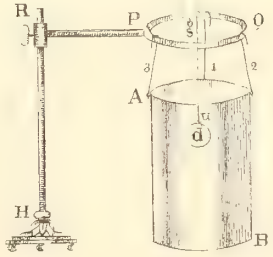
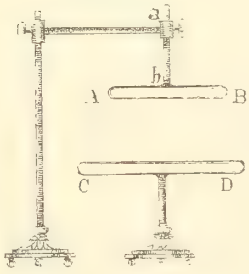


Fig. 21.



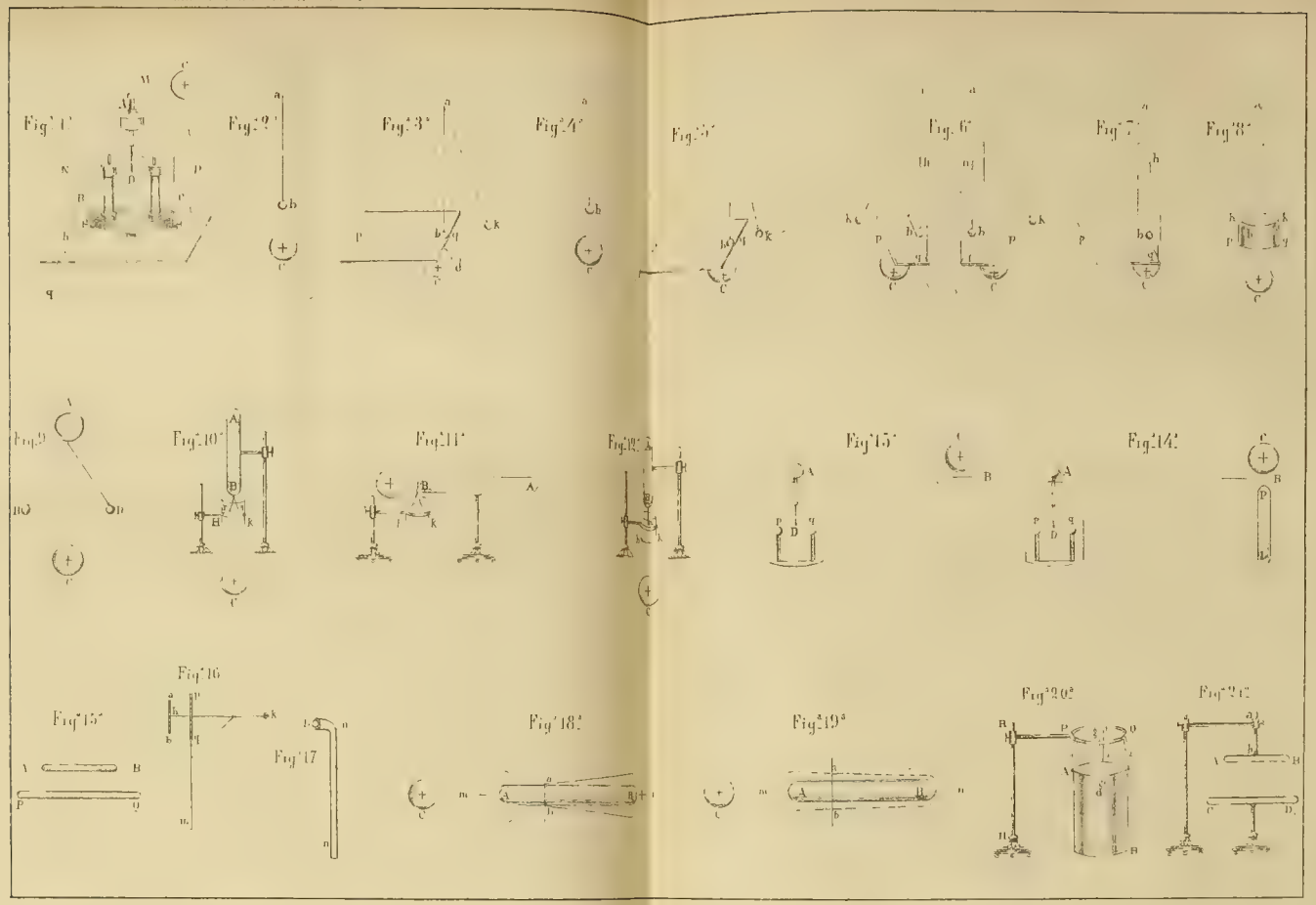


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.

e decomposizioni, si avrebbe un continuo ed eterno lavoro, senza equivalente dispendio, come ancora si avrebbe verificato il moto perpetuo, cioè si verificherebbero due manifesti assurdi. Ma ciò neppure basta, dovendosi anche riflettere, che se il riferito concetto dell'autore si verificasse, dovrebbe anche aver luogo il terzo assurdo che *idem potest simul esse et non esse.* Imperocchè considerando due consecutive fasi, una di neutralizzazione l'altra di decomposizione, queste si dovrebbero verificare in un *istante*, cioè contemporaneamente, poichè *istans non est tempus.* Dunque si avrebbe ad un tempo neutralizzazione e decomposizione, cioè si avrebbe e non si avrebbe ad un tempo uno qualunque di questi due fatti. Per confermare tutto ciò ricorriamo alla sperienza, con applicare successivamente sull'estremo dell'indotto il più prossimo all'inducente, un opportuno piano di prova. Se fosse vero, che debbono succedersi alternativamente le neutralizzazioni e le decomposizioni, dovrebbe qualche volta ottenersi dal medesimo piano di prova, un risultamento nullo, corrispondente cioè alla neutralizzazione, od un risultamento negativo corrispondente alla decomposizione. Ciò non si ottiene mai, dunque la sperienza conferma, non essere possibile, che le indotte sul cilindro influenzato ed isolato, una di prima, l'altra di seconda specie, possano successivamente neutralizzarsi e decomporsi. Ma neppure ciò basta; poichè sia dato e non concesso, che abbiano luogo le alternative di neutralizzazione e di decomposizione sull'indotto isolato, come si farà per dimostrare la esistenza di queste due diverse fasi o fenomeni elettrici sull'indotto stesso? Non avvi altro mezzo per questa dimostrazione, fuori quello della sperienza, la sola che nelle scienze naturali rende valido qualunque concetto. Però la sperienza nel caso attuale ci dice, che *sempre* si manifesta la sola fase della decomposizione, e mai quella della neutralizzazione. Da così fatta sperimentale risposta, *se bene vi si ponga mente*, dobbiamo concludere, che l'altra fase quella cioè corrispondente alla neutralizzazione non può verificarsi affatto.

Termina l'ottimo prof. Govi la sua critica contro la teorica di Melloni sulla elettrostatica induzione, col dire « che gli sembra inutile ogni discussione ulteriore « in proposito, esso credendo sufficienti le prove addotte in favore della teorica or- « dinaria; perciò lascia che i fisici giudichino definitivamente intorno alla scelta « delle due teoriche ». È lodevole assai che il Govi, con queste ultime frasi, non riguardi priva di appello la sua sentenza contro la teorica del Melloni. Anche noi terminiamo dicendo, che lasciamo, e sempre speriamo, che i fisici competenti, emettano sul proposito il giudizio loro, il quale se da valide ragioni sarà dimostrato vero, lo accetteremo di buon animo. Però non possiamo fino ad ora credere, che le riflessioni, comecchè dottissime del prof. Govi, abbiano deciso la quistione contro la teorica del Melloni, ed in favore di quella comunemente adottata sulla elettrica influenza.

Sul concetto di integrale definito.

Nota del prof. G. ASCOLI
presentata dal socio LUIGI CREMONA

nella sessione del 6 giugno 1875.

I.

1. Diremo *gruppo di punti* di un segmento di retta l' insieme di un numero limitato di punti posti sul medesimo.

Costruisco sopra un tratto ab una serie illimitata di gruppi nel modo che segue: prendo una lunghezza qualsivoglia η_1 minore di ab, quindi segno un punto x_1 per modo che sia $ax_1 < \eta_1$, poi un punto x_2 tale che si abbia $x_1x_2 \leq \eta_1$, e così di seguito arrestandomi al segmento $x_n b < \eta_1$. I punti $x_1, x_2, \ldots x_n$, inclusi o no amendue gli estremi a e b oppure incluso uno soltanto, formino un gruppo, che dirò G_1. Giovandomi della quantità η_1 ed operando nel modo ora indicato, io potrò costruire un numero arbitrio di gruppi: sieno essi $G_1, G_2 \ldots, G_{s_1}$. Piglio quindi un' altra grandezza $\eta_2 < \eta_1$ e con questa, come con la η_1, determino un altra serie di gruppi $G_{s_1+1}, G_{s_1+2}, \ldots, G_{s_2}$. Con la quantità $\eta_3 < \eta_2$ poi costruisco la sequela $G_{s_2+1}, G_{s_2+2}, \ldots, G_{s_3}$. Supposto ora che sia

$$\eta_1 > \eta_2 > \eta_3 > \ldots > \eta_n > \ldots, \quad \lim_{n=\infty} \eta_n = 0,$$

procedo nel modo indicato indefinitamente, gli interi $s_1, s_2 - s_1, s_3 - s_2, \ldots$ essendo del tutto arbitrari.

La serie $G_1, G_2, \ldots$ *gode della proprietà che, data una grandezza qualsivoglia* ε, *si può sempre assegnare un numero* r, *tale, che la distanza fra due punti quali si vogliano di uno qualunque dei gruppi* $G_r\ G_{r+1}, G_{r+2}, \ldots$ *non sia maggiore di* ε; *se* ε *converge a zero,* r *va all' infinito non oscillando.*

Con r indico il minimo numero che soddisfa a questa condizione.

Reciprocamente, data una serie illimitata di gruppi $G_1', G_2', \ldots$ *nell' intervallo* ab, *i quali godono di questa proprietà, sarà la medesima una tra quelle che si ponno ottenere col metodo or ora indicato, oppure è tale, quando si faccia astrazione di un numero limitato di gruppi.*

Infatti, per l'ipotesi fatta, potrò determinare un numero r_1 (il minimo possibile), tale, che le distanze di due punti quali si sieno di ciascuno dei gruppi $G'_{r_1}, G'_{r_1+1}, \ldots$ non sia maggiore di η_1. Il numero r_2 soddisfi alla stessa condizione rispetto alla quantità η_2, r_3 rispetto ad η_3, e così di seguito indefinitamente. I numeri $r_1, r_2, r_3, \ldots$ andranno all' infinito senza oscillare, chè, se r_s si mantenesse costante, mentre la quantità η tende a zero, la serie proposta non rappresenterebbe una sequela di *gruppi di punti.* Ed egli è chiaro che tra le serie di gruppi, le quali si ponno ottenere col metodo or ora esposto, sempre giovandosi delle grandezze $\eta_1, \eta_2, \ldots$, vi è anche la successione $G_{r_1}, G_{r_1+1}, \ldots$ $(r_1 \geq 1)$.

II.

1. Sia $f(x)$ una funzione finita dei punti del segmento ab, e tale, che non si possa assegnare un intervallo in ab per ciascun punto del quale cessi la dipendenza; ad esempio la serie

$$\sum_0^\infty n \frac{1}{(2n+1)^s} \cos \frac{1}{\cos.\,(2n+1)\,x\frac{\pi}{2}} \qquad (s > 1),$$

la quale definisce una funzione che cessa di esistere soltanto nei punti di ascissa $\pm \frac{p}{q}$, p e q essendo numeri impari compresa l'unità. Sieno poi $G_1, G_2, \ldots$ — $g_1, g_2, \ldots$ due serie illimitate di gruppi ottenute col metodo poc'anzi accennato. Indichiamo con $\delta_1^{(s)}, \delta_2^{(s)}, \ldots, \delta_{l_s}^{(s)}$ — $d_1^{(t)}, d_2^{(t)}, \ldots. d_{p_t}^{(t)}$ in grandezza ed in segno i tratti in cui il segmento $a\,b$ risulta rispettivamente diviso dai gruppi G_s, g_t, e con $A_r^{(s)}, A_v^{(t)}$ i limiti superiori dei valori assunti dalla $f(x)$ negli intervalli $\delta_r^{(s)}, d_v^{(t)}$, compresi i limiti, i quali, come è noto, non vengono nella ipotesi fatta circa alla $f(x)$ necessariamente raggiunti.

Ciò posto, facciamo

$$\varphi(s) = \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)}\, A_m^{(s)}, \quad \varphi_1(t) = \sum_1^{p_t} m\, d_m^{(t)}\, A_m^{(t)}.$$

Egli è manifesto che le funzioni $\varphi(s)$, $\varphi_1(t)$ esistono solamente per valori interi e positivi della variabile, e che restano finite al crescere indefinito di quest' ultima; in quanto si ha, astrazion fatta dal segno, quali si sieno s e t,

$$\varphi(s) < ab.\,B, \quad \varphi_1(t) < ab.\,B,$$

B essendo una grandezza maggiore della unità e del limite superiore dei valori assoluti della $f(x)$ in ab, inclusi i limiti.

2. Dimostriamo ora alcuni Lemmi che ci serviranno in appresso:

I. *Se mn è un segmento tutti i punti del quale appartengono ad ab, C il limite superiore della $f(x)$ in mn, compresi gli estremi, g' un gruppo di punti che decompone mn nei tratti $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \ldots.$, e $C_1, C_2, C_3, \ldots$ i limiti superiori della $f(x)$ nei medesimi, non esclusi i limiti, non potrà essere*

$$mn.\,C < \Sigma\, C_r.\,\Delta_r.$$

Infatti, si ha per ipotesi $mn = \Sigma\,\Delta_r$, quindi $mn.\,C = \Sigma\,C.\,\Delta_r$, ed il termine $\Delta_r.\,C$ non è inferiore al corrispondente $\Delta_r.C_r$. Se la quantità C_s ($s = 1, 2, 3, \ldots.$) rappresentasse il limite superiore della $f(x)$ nell' intervallo Δ_s esclusi ambedue i limiti oppure uno soltanto, il teorema sarebbe vero a più forte ragione.

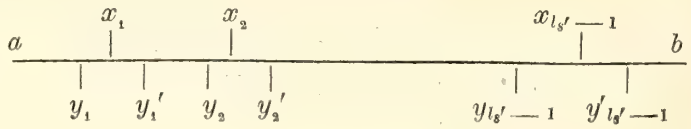
II. *Indicando con s' un numero intero determinato ad arbitrio, si può sempre assegnare un numero q, tale, che la differenza*

$$\varphi_1(q+r) - \varphi(s'),$$

r essendo un numero positivo qualunque ed anche lo zero, sia minore di una quantità positiva qualsivoglia ε.

Ed invero, consideriamo i punti intermedi ad ab che appartengono al gruppo

$G_{s'}$, e sieno essi $x_1, x_2, \ldots x_{l_{s'}-1}$: segno $l_{s'-1}$ segmenti $y_1 y_1', y_2 y_2', \ldots$ nel modo indicato dalla figura



ed in guisa che si abbia $B \sum_1^{l_{s'}-1} n\, y_n y'_n < \frac{1}{2}\varepsilon$. Si suppone che ε sia minore di $\frac{1}{m}\delta_k^{(s')}$, $\delta_k^{(s')}$ essendo il minimo tra gli intervalli determinati dal gruppo $G_{s'}$, ed m un numero arbitrariamente grande.

Ciò posto, assumo per t un valore q, tale, che il massimo degli intervalli $d^{(q+r)}$ $(r \geq 0)$, che dirò $d_w^{(q+r)}$, nei quali risulta diviso il segmento ab dal gruppo g_{q+r} non sia superiore al minimo dei tratti $y_1 x_1, x_1 y_1', y_2 x_2, x_2 y_2', \ldots$ In tale ipotesi in ciascuno dei segmenti or ora indicati cadrà per intero almeno uno degli intervalli $d^{(q+r)}$. Egli è facile poi a vedersi come in ciascuno dei tratti $ay_1, y_1'y_2, y_2' y_3, \ldots$ non cadano meno di $(2m-1)(l_{s'}-1)$ segmenti $d^{(q+r)}$. Infatti, sia $y'_z y_{z+1}$ la minima tra le lunghezze $ay_1, y_1' y_2, y_2' y_3 \ldots$; essendo $B > 1$, la somma $\sum_1^{l_{s'}-1} r\, y_r y'_r$ è minore di $\frac{1}{2m}\delta_k^{(s')}$, e $y_z' y_{z+1} > \delta_k^{(s')} - \frac{\delta_k^{(s')}}{2m} = \frac{2m-1}{2m}\delta_k^{(s')}$, ma $\frac{1}{2m}\delta_k^{(s')} > (l_{s'}-1)$ $d_w^{(q+r)}$ e quindi $y_z' y_{z+1} > (2m-1)(l_{s'}-1)\, d_w^{(q+r)}$.

Aggiungiamo ora al gruppo g_{q+r} i punti y ed y' che non gli appartengono, se pur ve ne sono. Se y_h ad es. cade entro il segmento $d_{j_1}^{(q+r)}$ lo dividerà in due parti $d_{j_1}^{(q+r)}, d_{j_2}^{(q+r)}$ per modo che si abbia $d_j^{(q+r)} = d_{j_1}^{(q+r)} + d_{j_2}^{(q+r)}$, e quindi $A_j^{(q+r)} d_j^{(q+r)} = A_j^{(q+r)} d_{j_1}^{(q+r)} + A_j^{(q+r)} d_{j_2}^{(q+r)}$. Supporremmo che nella espressione $\varphi_1(q+r)$ ciascun termine analogo ad $A_j^{(q+r)} d_j^{(q+r)}$ venga spezzato nei due corrispondenti.

La somma $\Sigma A^{(q+r)} d^{(q+r)}$ di tutti i segmenti o porzioni di segmenti $d^{(q+r)}$, i quali appartengono agli intervalli $ay_1, y_1' y_2, y'_2 y_3, \ldots, y'_{l_{s'}-2} y_{l_{s'}-1}, y'_{l_{s'}-1} b$, somma che indicheremo con A_1, non è al certo maggiore della quantità

$$B_1 = \sum_1^{l_{s'}} m\, \delta_m^{(s')} A_m^{(s')} - \sum_1^{l_{s'}-1} m\, y_m x_m A_m^{(s')} - \sum_1^{l_{s'}-1} m\, x_m y'_m A_{m+1}^{(s')},$$

e ciò in virtù del primo Lemma, in quanto non si ha

$$\delta_m^{(s')} A_m^{(s')} - (x_{m-1} y'_{m-1} + y_m x_m) A_m^{(s')} < \Sigma\, d^{(q+r)} A^{(q+r)},$$

la sommatoria essendo estesa a quei segmenti e pezzi di segmenti $d^{(q+r)}$, che appartengono al tratto $y'_{m-1} y_m$, ed ogni parte di segmento $d^{(q+r)}$ essendo moltiplicata pel limite superiore di $f(x)$ in tutto il tratto corrispondente. Ora, la somma $\Sigma A^{(q+r)} d^{(q+r)}$ riferita a tutti quei intervalli $d^{(q+r)}$ o parti di essi che formano i tratti $y_1 y_1', y_2 y_2', \ldots y_{l_{s'}-1} y'_{l_{s'}-1}$, che è eguale a $\varphi_1(q+r) - A_1$ è più piccola

di $B \sum_1^{l_{s'-1}} m\, y_m\, y'_m$, come pure l'altra $\sum_1^{l_{s'-1}} m\, y_m\, x_m\, A_m^{(s')} + \sum_1^{l_{s'-1}} m\, x_m\, y'_m\, A_{m+1}^{(s')}$, quindi, essendo

$$A_1 - B_1 \leq 0,\ \varphi_1(q+r) - A_1 - (\varphi(s') - B_1) < 2\, B \sum_1^{l_{s'-1}} m\, y_m\, y'_m < \varepsilon,$$

sarà
$$\varphi_1(q+r) - \varphi(s') < \varepsilon;$$

il Lemma è adunque dimostrato.

3. *La funzione $\varphi(s)$ tende ad un limite all' indefinito crescere di s.*

Infatti, $\varphi(s)$ restando finita per s infinito oscillerà tra due grandezze assegnabili, o tenderà ad un limite. Il primo caso non può aver luogo: supposto per un momento che esso si verifichi, ed imaginando rappresentata graficamente la funzione $\varphi(s)$ nel solito modo, sieno $y = M$ ed $y = N$ le rette limite, superiore ed inferiore rispettivamente *. Costruisco le linee $y = M - \eta$, $y = N + \eta$, η essendo una quantità minore di $\frac{1}{2}(M - N)$, ed arbitrariamente piccola. Ciò posto, vi sarà un numero illimitato di ordinate un estremo delle quali cadrà superiormente alla retta $y = M - \eta$, ed un numero pure illimitato aventi un estremo inferiormente all' altra $y = N + \eta$. Sia $\varphi(u) < N + \eta$: potrò determinare un numero arbitrario di valori di s maggiori di u, pei quali la ordinata $\varphi(s)$ abbia uno dei suoi estremi superiormente alla retta $y = M - \eta$. Ma, pel Lemma precedente, ammesso che i due sistemi di gruppi $G_1, G_2, G_3, \ldots$ — $g_1, g_2, g_3, \ldots$ sieno identici, io posso assegnare un numero q, tale, che la differenza $\varphi(q+r) - \varphi(u)$ $(r \geq 0)$ sia minore di $M - N - 2\eta$: le quali cose contrastando le une con le altre, non potrà la funzione $\varphi(s)$ non tendere ad un limite L per s infinito.

Se $G_1, G_2, \ldots$ e $g_1, g_2, \ldots$ sono due serie illimitate di gruppi, $\varphi(s)$, $\varphi_1(t)$ le funzioni ad esse corrispondenti, e se

$$\lim_{s=\infty} \varphi(s) = L,\ \lim_{t=\infty} \varphi_1(t) = L_1,$$

sarà $L = L_1$.

Ed invero, facciamo s sì grande, poniamo eguale ad u, che $\varphi(u+v)$ $(v \geq 0)$ sia arbitrariamente vicina al suo limite L. In virtù del secondo Lemma potrò trovare un numero q in guisa che la differenza $\varphi_1(q+r) - \varphi(u)$ $(r \geq 0)$ sia minore di una quantità arbitrariamente piccola ε, essendo in pari tempo la funzione $\varphi_1(q+r)$ vicinissima al suo limite. Abbiamo quindi

$$L_1 \overline{<} L$$

In modo analogo farei vedere come si abbia

$$L \overline{<} L_1,$$

e quindi
$$L_1 = L.$$

* V. la mia memoria *Sulla serie di Fourier* (F° 6° degli Annali di Matematica pubblicati dai professori Brioschi e Cremona). Ivi io mi accosto al punto a posto a distanza finita, suppongo che la funzione sia continua *tra* a e b, e si mantenga finita in questo intervallo. Egli è però manifesto come basti sia soddisfatta la terza delle condizioni soltanto, perchè sussista il concetto di *rette limite*.

Possiamo pertanto enunciare il seguente teorema:

Se $f(x)$ è una funzione finita dei punti del tratto ab, la quale non cessa di esistere del tutto in veruna parte del medesimo, comunque essa sia piccola, la somma $\Sigma\delta_m^{(s)} A_m^{(s)}$ relativa alla serie di gruppi G_s $(s = 1, 2, 3, ...)$ convergerà ad un limite L, mentre s va all' infinito: questo limite resterà lo stesso qualunque sia la serie di gruppi cui ci riferiamo.

4. Questo teorema può generalizzarsi alquanto, la qual cosa risulta da ciò che segue.

Il limite superiore dei valori assunti da una funzione $\psi(x)$ in un dato intervallo $mn(m < n)$ inclusi ambo i limiti sia A; esclusi ambidue $'A'$; incluso l'estremo a destra soltanto sia esso $'A$; per ultimo, compreso il confine sinistro solamente sia questo limite A'.

Vediamo ora quali relazioni di grandezza hanno luogo fra queste quantità. Per procedere però con chiarezza giova distinguere quattro casi; 1. i due simboli $\psi(m)$, $\psi(n)$ hanno significato; 2. il primo soltanto rappresenta una grandezza; 3. il secondo solamente; 4. nessuno dei due. Gli è chiaro come in ciascuno dei casi accennati giovi ammettere che la $\psi(x)$ esista per un numero illimitato di punti del tratto mn.

Nel primo caso, quando sia $\psi(m) \leq 'A'$, $\psi(n) \leq 'A'$, si avrà

$$A = 'A = A' = 'A';$$

se invece si avesse

$$\psi(m) \leq 'A', \psi(n) > 'A', \text{ ossia } \psi(m) > 'A', \psi(n) \leq 'A',$$

sarebbe

$$A = 'A = \psi(n), 'A' = A' < A, \text{ oppure } A = A' = \psi(m), 'A' = 'A < A$$

rispettivamente; per ultimo, se fosse $\psi(m) > 'A'$, $\psi(n) > 'A'$, ne risulterebbe

$$A = A' > 'A > 'A', \text{ o } A = 'A > A' > 'A', \text{ oppure } A = 'A = A' > 'A',$$

secondo che $\psi(m)$ è maggiore minore o eguale a $\psi(n)$. Nel secondo caso si ha ognora

$$A = A', 'A' = 'A, A \geq 'A';$$

nel terzo

$$A = 'A, 'A' = A', A \geq 'A';$$

ed infine nel quarto

$$A = 'A' = 'A = A'.$$

Ciò posto, gli è chiaro come la somma $\Sigma\delta_m^{(s)} A_m^{(s)}$ non rimanga di necessità la stessa, sostituendo a tutte le grandezze $A_m^{(s)}$ o a parte delle medesime ad arbitrio una delle corrispondenti $'A'_m^{(s)}$, $'A_m^{(s)}$, $A'_m^{(s)}$. Egli è però notevole come la somma $\sum_1^{l_s} m\delta_m^{(s)} E_m^{(s)}$, ove con $E_m^{(s)}$ si indica una qualsivoglia delle quantità $A_m^{(s)}$, $'A_m^{(s)}$, $'A_m^{(s)}$, $'A'_m^{(s)}$, tenda al limite L per s infinito.

Infatti, essendo $\delta_m^{(s)} E_m^{(s)} \leqq \delta_m^{(s)} A_m^{(s)}$, si ha $\sum_1^{l_s} m\delta_m^{(s)} A_m^{(s)} \geqq \sum_1^{l_s} m\delta_m^{(s)} E_m^{(s)}$,

qualunque sia s. D'altra parte, supposto sempre che si abbia $B \sum_1^{l_s-1} r\, y_r\, y'_r < \frac{1}{2}\varepsilon$, facciamo l'indice del gruppo generico G sì grande, poniamo v, in guisa che G_{v+r} $(r \geq 0)$ soddisfi rispetto a G_s alle stesse condizioni, alle quali soddisfaceva g_{q+r} $(r > 0)$ rispetto a G_s, nella dimostrazione del secondo Lemma, sarà in allora

$$\sum_1^{l_{v+r}} m\, \delta_m^{(v+r)} A_m^{(v+r)} - \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} E_m^{(s)} < \varepsilon.$$

Questa diseguaglianza si dimostra con metodo identico a quello tenuto per dimostrare il Lemma II.° Se si manda ora r all'infinito si ha

$$L - \varepsilon < \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} E_m^{(s)}$$

Il teorema precedente è quindi generalizzato.

5. Il limite superiore della funzione $-f(x)$ in un dato segmento, compresi amendue gli estremi oppure uno soltanto, è precisamente il limite inferiore della $f(x)$ preso con segno contrario nello stesso segmento con le stesse particolarità rispetto ai limiti. Se adunque si indica con $e_m^{(s)}$ la quantità analoga ad $E_m^{(s)}$ relativa al limite inferiore, potremo enunciare il teorema:

La somma $\sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} e_m^{(s)}$ *converge ad un valore l al crescere indefinito di s, quale si sia la serie di gruppi a cui ci riferiamo.*

Se si indica con $b_m^{(s)}$ una quantità non maggiore di $A_m^{(s)}$ nè minore di $a_m^{(s)}$, la funzione $\theta(s) = \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} b_m^{(s)}$ sarà limitata dalle due rette $y = L - \varepsilon_1$, $y = l + \varepsilon_2$, indicandosi con ε_1 ed ε_2 due quantità, che non ponno eccedere i limiti o ed $L - l$, mentre s va all'infinito, quale si sia la serie dei gruppi a cui ci riferiamo.

6. Diremo *oscillazione* della $f(x)$ nell'intervallo $\delta_m^{(s)}$ la differenza $E_m^{(s)} - e_m^{(s)}$, che può manifestamente assumere 16 valori, 4 dei quali però sono al massimo distinti. Chiameremo *oscillazione massima* la differenza $A_m^{(s)} - a_m^{(s)}$ e *minima* l'altra $'A'_m{}^{(s)} - 'a'_m{}^{(s)}$.

Posto $E_m^{(s)} - e_m^{(s)} = O_m^{(s)}$, sarà

$$\lim_{s=\infty} \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} O_m^{(s)} = L - l,$$

quale si sia il gruppo che si considera.

Quando si abbia $L = l$ diremo che la data funzione è *integrabile*, e si dirà *integrale* della medesima tra i limiti a e b il valore L. In questo caso si avrà manifestamente

$$\lim_{s=\infty} \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} E_m^{(s)} = \lim_{s=\infty} \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} e_m^{(s)} = L = l,$$

quale si sia la serie dei gruppi a cui ci riferiamo.

Nelle somme precedenti, quando la $f(x)$ sia integrabile, può sostituirsi alle quantità $E_m^{(s)}$, $e_m^{(s)}$ una grandezza qualsivoglia $c_m^{(s)}$ tale che si abbia

$$A_m^{(s)} \geq c_m^{(s)} \geq a_m^{(s)},$$

sia che la $f(x)$ raggiunga o no nel tratto $\delta_m^{(s)}$, gli estremi inclusi, questo valore, in quanto si ha

$$\sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} A_m^{(s)} \geq \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} c_m^{(s)} \geq \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} a_m^{(s)}.$$

III.

1. La condizione $L = l$ può presentarsi sotto altri aspetti.

Sia G_1, G_2, G_3, ... una serie di gruppi determinata ad arbitrio e σ una grandezza arbitraria; indichiamo con $S_s^{(\sigma)}$ la somma degli spazi $\delta^{(s)}$ nei quali la oscillazione massima $\underset{1}{O}^{(s)} = A^{(s)} - a^{(s)}$ è eguale e maggiore di σ, somma che potrà essere anche zero. Ciò posto, non si ha al certo

$$\sigma\, S_s^{(\sigma)} > \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} \underset{1}{O}_m^{(s)},$$

e poichè $\lim\limits_{s=\infty} \sum\limits_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} \underset{1}{O}_m^{(s)} = 0$, sarà $\lim S_s^{(\sigma)} = 0$. Adunque:

Se una funzione $f(x)$ è integrabile, la somma degli spazi $S_s^{(\sigma)}$, nei quali la oscillazione massima non è inferiore alla quantità arbitraria σ, dee annullarsi con $\frac{1}{s}$, la serie dei gruppi essendo pure arbitraria.

Indichiamo con $\underset{2}{O}_m^{(s)}$ la oscillazione minima nell' intervallo $\delta_m^{(s)}$, e poniamo che si possa assumere per s un valore, tale, che per esso e per tutti i superiori la somma degli spazi, nei quali la quantità $\underset{2}{O}_m^{(s)}$ non è inferiore alla grandezza arbitraria σ, sia piccola quanto si vuole. Detta ε questa somma, ed O' la oscillazione massima della $f(x)$ nell' intervallo $a\,b$, si avrà

$$\sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} \underset{2}{O}_m^{(s)} < O'.\varepsilon + \sigma.\, a\, b,$$

e quindi

$$\lim_{s=\infty} \sum_1^{l_s} m\, \delta_m^{(s)} \underset{2}{O}_m^{(s)} = 0,$$

la funzione è adunque integrabile, e quindi

$$\lim_{s=\infty} \sum_{1}^{l_s} m\, \delta_m^{(s)}\, O_m^{(s)} = 0,$$

Si ha perciò *

La condizione necessaria e sufficiente affinchè la funzione $f(x)$ sia integrabile è, che la somma degli spazi, nei quali la oscillazione minima non è inferiore alla quantità arbitraria σ, converga a zero con $\frac{1}{s}$, se ci riferiamo ad una serie determinata di gruppi.

2 Questa condizione può presentarsi sotto un terzo aspetto, come risulta da quanto segue.

Sia $\varphi(x)$ una funzione che esiste per un numero illimitato di punti dell' intervallo $c\ \overline{c+\eta}$, quale si sia η; sia poi $\theta_1(\eta)$ il limite superiore della medesima nel tratto $c\ \overline{c+\eta}$, escluso il limite c soltanto. Facciamo ora convergere η allo zero sempre decrescendo, $\theta_1(\eta)$ tenderà ad un limite $\theta_1(+0)$ senza oscillare. Se indichiamo con $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$ una serie illimitata di grandezze positive tali, che si abbia $\lim_{n=\infty} \rho_n = 0$, sarà $\lim_{n=\infty} \theta_1(\rho_n) = \theta_1(+0)$.

Detto $\theta_2(\eta)$ il limite inferiore della funzione $\varphi(x)$ nel tratto $c+0\ \overline{c+\eta}$, il limite c escluso soltanto, sarà $\theta_2(+0)$ una grandezza determinata.

Si dirà oscillazione della $\varphi(x)$ a destra di c la differenza $\theta_1(+0) - \theta_2(+0)$, e si indicherà col simbolo O_{c+0}: questa differenza non dipende dal valore che la $\varphi(x)$ assume per avventura per $x = c$.

Nella ricerca fatta or ora gli è indifferente il considerare o no il valore $\varphi(c+\eta)$, se pur esiste; in altri termini, se con $w_1(\eta)$ si indica il limite superiore dei valori assunti dalla $\varphi(x)$ nel tratto $c\ \overline{c+\eta}$, i limiti esclusi, sarà $\lim_{\eta=0} w_1(\eta) = \theta_1(+0)$. Infatti, si ha

$$\theta_1(\eta) \geq w_1(\eta) \geq \theta_1(+0),$$

quale si sia η.

Analogamente si definisce *la oscillazione O_{c-0} della $\varphi(x)$ a sinistra del punto c.* Se $O_{c+0} = 0$, la $\varphi(x)$ tenderà ad un valore per $x = c+0$, se O_{c-0} per $x = c-0$.

Consideriamo ora la $\varphi(x)$ nel tratto $\overline{c-\eta}\ \overline{c+\eta}$, i limiti inclusi, e diciamo $\varphi_1(\eta)$ il suo limite superiore nel medesimo: sarà $\varphi_1(\eta)$ una funzione, la quale per $\eta = +0$ tende ad un limite senza oscillare e che non cessa mai di esistere in detto intervallo. Se consideriamo i tratti $m_1 n_1$, $m_2 n_2$, ..., scelti in guisa che ciascuno contenga nel suo interno il punto c, e che sia $\lim_{r=\infty} m_r n_r = 0$, e chiamiamo $\psi(m_r n_r)$ il limite superiore della $\varphi(x)$ nel tratto $m_r n_r$, compresi gli estremi, sarà $\lim_{r=\infty} \psi(m_r n_r) = \varphi_1(+0)$. Il limite inferiore della $\varphi(x)$ nel tratto $\overline{c-\eta}\ \overline{c+\eta}$,

* V. Riemann, Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe, p. 19 e seg^te.

i limiti inclusi, si indicherà con $\varphi_2(\eta)$, ed è chiaro che questa funzione tenderà per $\eta = 0$ ad un limite senza oscillare. Se con $\chi_1(\eta)$ e con $\chi_2(\eta)$ si indica il limite superiore ed inferiore della $\varphi(x)$ nel tratto $\overline{c-\eta}\ \overline{c+\eta}$, ambo i limiti esclusi oppure uno soltanto, si avrà $\chi_1(+0) = \varphi_1(+0)$, $\chi_2(+0) = \varphi_2(+0)$. Nel calcolare $\chi_1(\eta)$ si potrebbe tener conto per certi valori di η di ambo i limiti, per altri di quello solo di destra o di sinistra, oppure di nessuno dei due, e sarebbe sempre $\chi_1(+0) = \varphi_1(+0)$. Detto $\varphi(\eta_1, \eta)$ il limite superiore della funzione $\varphi(x)$ nel tratto $\overline{c-\eta_1}\ \overline{c+\eta}\left(\eta_1 \gtrless \eta\right)$, inclusi ambo i limiti nessuno od uno soltanto, se amendue le grandezze η, η_1 convergono in modo qualsivoglia allo zero si avrà $lim\ \varphi(\eta_1, \eta) = \varphi_1(+0)$.

Ciò posto, diremo *oscillazione della* $\varphi(x)$ *nel punto* c la differenza $\varphi_1(+0) - \varphi_2(+0)$ e la indicheremo con O_c. In un segmento vanno distinte più oscillazioni, in un punto invece una soltanto. Potrebbe essere $O_{c+0} = O_{c-0} = 0$ e tuttavolta $O_c > 0$, se però si avesse $O_c = 0$ ne conseguirebbe $O_{c+0} = O_{c-0} = O_c$. Ove non si potesse assegnare entro il tratto $\overline{c-\eta}\ c$, quale si sia η, un punto pel quale abbia luogo la dipendenza, il simbolo O_{c-0} non avrebbe significato, e se di più anche $\varphi(c)$ non rappresentasse una grandezza si avrebbe $O_c = O_{c+0}$.

3. Data la funzione $f(x)$, ed assegnata la quantità arbitraria σ, scinderemo i punti interni di ab in due classi: apparteranno alla prima quelli pei quali la oscillazione è inferiore a σ, alla seconda gli altri. Potrebbe darsi che tutti i punti interni di ab appartengano alla prima od alla seconda classe: se fosse ad esempio $\sigma < 1$, e la $f(x)$ nulla in tutti i punti di ascissa $\frac{p}{q}$ ed eguale ad uno invece in quelli di ascissa $\frac{p}{2q}$, p e q essendo primi tra loro, non facendosi alcuna ipotesi circa al comportarsi della medesima nei punti, che distano dall'origine delle ascisse di lunghezze incommensurabili con la unità di misura, sarebbe sempre $O_x > \sigma$.

Egli è manifesto che, se la $f(x)$ è integrabile, e se ci riferiamo ad una serie di gruppi determinata ad arbitrio $G_1, G_2, G_3, \ldots$, al crescere indefinito dell'indice del gruppo la somma degli spazi δ nei quali, inclusi i limiti, cadono punti di seconda specie converge a zero. Infatti, se ciò non avesse luogo, non dovrebbe tendere a zero la somma degli spazi δ, i quali contengono nel loro *interno* uno o più punti la oscillazione dei quali è $> \sigma$, poichè se essa andasse a zero, altrettanto si verificherebbe per la somma degli spazi, che, inclusi i limiti, contengono punti di seconda specie. Ma, se un intervallo contiene nel suo interno un punto soltanto pel quale $O_x > \sigma$ non sarà al certo la oscillazione minima relativa al medesimo minore di σ, per cui non si avrebbe $\lim\limits_{s=\infty} \sum\limits_{1}^{l_s} m\, O_{m^{(s)}}\, \delta_{m^{(s)}} = 0$; quindi la $f(x)$ non sarebbe integrabile, contro la fatta ipotesi.

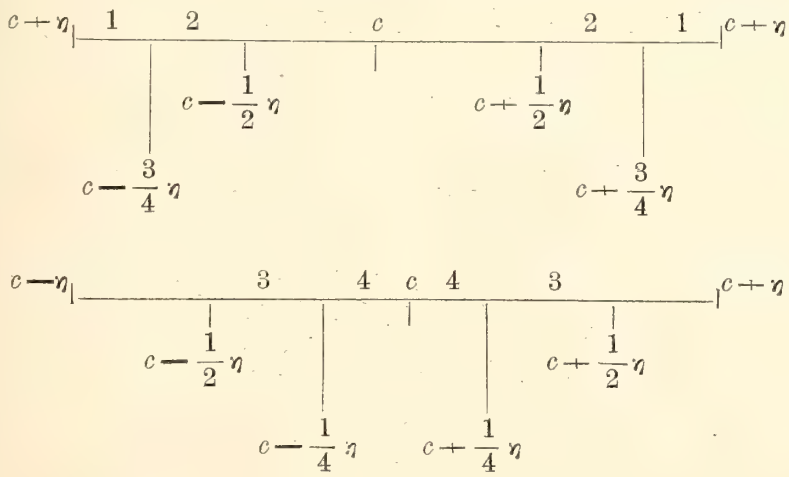
Reciprocamente, se al crescere indefinito dell' indice del gruppo considerato la somma degli spazi, che contengono nel loro interno punti di seconda specie, tende a zero, la funzione è integrabile, come risulta da ciò che segue.

4. Premettiamo il seguente *Lemma*:

Se nell' intervallo mn appartenente ad ab la $f(x)$ è, compresi i limiti, scevra da punti di seconda specie, si potrà sempre dividere esso tratto in un numero limitata di parti, per modo che in ciascuna delle medesime la oscillazione massima della $f(x)$ sia inferiore a σ.

Ove la oscillazione in mn, inclusi i limiti, fosse inferiore a σ il teorema sarebbe evidente, e sarebbe pur tale, se la oscillazione minima fosse più piccola di σ: poniamo ora che ciò non si verifichi. Dimostro prima che rispetto a ciascun punto c di mn, inclusi i limiti, posso trovare un segmento η_c, tale, che considerando il tratto limitato dai punti di ascissa $\overline{c-\eta_c+\varepsilon}$, $\overline{c+\eta_c-\varepsilon}$ in esso la oscillazione massima sia inferiore a σ, quale si sia la quantità positiva ed arbitrariamente piccola ε, mentre la stessa proprietà non ha luogo nel segmento $\overline{c-\eta_c-\varepsilon}$ $\overline{c+\eta_c+\varepsilon}$.

Scelta la grandezza η opportunamente, sarà la oscillazione massima di $f(x)$ nel tratto $\overline{c-\eta}$ $\overline{c+\eta}$ non minore a σ, considero quindi l'intervallo $\overline{c-\frac{1}{2}\eta}$ $\overline{c+\frac{1}{2}\eta}$. Ora, potrebbe darsi che si avesse $\frac{1}{2}\eta=\eta_c$; se ciò non ha luogo, a seconda che la oscillazione massima della $f(x)$ nel tratto $\overline{c-\frac{1}{2}\eta}$ $\overline{c+\frac{1}{2}\eta}$ è o no inferiore a σ, considero rispettivamente i segmenti $\overline{c-\frac{3}{4}\eta}$ $\overline{c+\frac{3}{4}\eta}$, oppure $\overline{c-\frac{1}{4}\eta}$ $\overline{c+\frac{1}{4}\eta}$. Se non fosse $\eta_c=\frac{3}{4}\eta$, oppure $\eta_c=\frac{1}{4}\eta$ dimezzerei ciascuno degli intervalli di una delle coppie dei tratti egualmente numerati nella figura



e se dopo un numero limitato di operazioni non si giunge alla meta, si tenderebbe ad una coppia di punti distinti dal punto c, perchè il segmento mn è scevro da punti di seconda specie, che sarebbe la richiesta.

Adunque η_c è una funzione di c che esiste per tutti i punti del segmento mn,

inclusi gli estremi: gli è facile il vedere come essa sia altresì continua. Infatti, sia c_1 arbitrariamente vicino a c ed entro il tratto $\overline{c-\eta_c\ c}$, si avrà

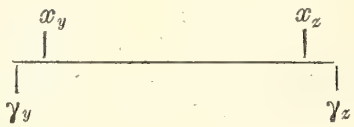
$$c_1-(c-\eta_c)\overline{<}\eta_{c_1}\overline{<}c+\eta_c-c_1,$$

inquantochè, se la oscillazione massima di $f(x)$ in un certo tratto è O′, non potrà essere superiore a O′ in un segmento che fa parte di esso tratto. Quindi η_{c_1} tende ad η_c quando c_1 tende a $c-0$; in modo analogo farei vedere che η_{c_1} tende a η_c quando c_1 converge a $c+0$, e poichè per $c=c_1$ $\eta_{c_1}=\eta_c$, η_x e una funzione continua per tutti i punti di mn, inclusi gli estremi.

Questa funzione raggiunge adunque il limite inferiore dei suoi valori, che non è lo zero, in quanto η_x assume per ogni valor particolare della variabile un valore assegnabile e positivo. Detto l questo limite si divida mn in più parti, ciascuna delle quali sia minore di $2l$, e si avrà decomposto mn nel modo voluto.

5. Supposto che G_1, G_2, ... sia una serie determinata di gruppi, pigliamo l'indice di G sì grande, poniamo u, in guisa che per esso e per tutti i superiori la somma S'_{u+k} $(k\geq 0)$ degli spazi, nei quali, inclusi i limiti, cadono punti di ab in cui $O_x>\sigma$, sia arbitrariamente piccola, ammesso che sia $\lim\limits_{n=\infty} S_n'=0$. Egli è chiaro poi che se si ha $\lim\limits_{n=\infty} S_n'=0$ per una serie determinata di gruppi, ciò avrà luogo per qualsivoglia altra serie.

Indico ora con $\delta_{v_1}^{(u+k)}$, $\delta_{v_2}^{(u+k)}$, ... gli intervalli nei quali, inclusi i limiti, non cadono punti tali che $O_x\geq\sigma$. Aggruppo quindi in uno quelli tra i tratti or ora accennati che hanno un estremo comune, se pur ve ne sono, e chiamo $r_1^{(u+k)}$, $r_2^{(u+k)}$, ... i segmenti in tal guisa ottenuti e quelli tra gli intervalli $\delta_{v_1}^{(u+k)}$, $\delta_{v_2}^{(u+k)}$, ... che non hanno punti a comune, procedendo dalla sinistra verso la destra. Poi, in luogo dei tratti $r_1^{(u+k)}=x_y\,x_z$, $r_2^{(u+k)}=$... considero i segmenti $\gamma_y\,\gamma_z$, ...



che chiamo τ_1, τ_2, ..., i punti γ_y, γ_z, ... essendo scelti in guisa che si abbia $O_{\gamma_y}<\sigma$, $O_{\gamma_z}<\sigma$, ..., e così pure per tutti i punti tra γ_y e x_y, x_z e γ_z, ... Chiamo ora $\varphi_{\tau_\rho}(x)$ la funzione η_x corrispondente a tutti i punti del tratto τ_ρ, i limiti inclusi, l_{τ_ρ} il suo limite inferiore. Scelgo quindi tra le grandezze l_{τ_1}, l_{τ_2}, l_{τ_3}, ... la minore di tutte; sia essa l_{τ_q}, faccio l'indice del gruppo G_r tale, che il massimo dei tratti $\delta_1^{(r)}$, $\delta_2^{(r)}$, ... risulti minore di l_{τ_q} per esso e per tutti i superiori, e minore della m^a parte del minimo dei tratti $r_1^{(u+k)}$, $r_2^{(u+k)}$, ... $\gamma_y\,x_y$, $x_z\,\gamma_z$, ..., essendo m un numero arbitrario. La somma degli spazi nei quali la oscillazione massima è inferiore a σ fu resa in tal modo arbitrariamente piccola *.

* V. Riemann, memoria citata, pag. 21 e seg.te

Osservazioni Meteorologiche fatte al R. Osservatorio del Campidoglio. Riassunto degli anni 1873 e 1874 del Prof. L. RESPIGHI.

Col principio del 1873 dovendosi introdurre in questo osservatorio le osservazioni meteorologiche, si è cercato di dare alle medesime, sia in riguardo al numero giornaliero delle osservazioni, sia in riguardo agli elementi meteorici da osservare, quella maggiore estensione che era permessa dalla ristrettezza del personale e dalla scarsità dei mezzi di questo stabilimento.

Non potendosi, per ora almeno, ricorrere all'uso di strumenti registratori, non tanto pel loro costo troppo sproporzionato alle risorse finanziarie dell'osservatorio, quanto per la mancanza del personale richiesto pel coordinamento e per le riduzioni delle varie curve meteoriche da essi fornite, si è trovato necessario di estendere il numero delle osservazioni fino a 7, e cioè di 3 in 3 ore, dalle 6 ant. fino alla mezzanotte, per avere un numero conveniente di punti delle curve o andamenti diurni dei vari elementi meteorologici. Le ore di osservazione sono state scelte nel modo adottato per la meteorologia italiana, nel quale le osservazioni coincidono sufficientemente coi punti più rimarchevoli delle curve dei più importanti elementi meteorologici.

Nel 1873 le osservazioni sono state dirette sui seguenti elementi.

Pressione atmosferica
Temperatura »
Umidità assoluta »
Umidità relativa »
Direzione del vento
Forza relativa del vento
Stato del cielo
Pioggia
Meteore varie
Ozono.

Nel 1874 venne introdotta anche l'osservazione dell'acqua evaporata in ciascun giorno.

Tanto nella collocazione degli strumenti, quanto nel modo di osservarli, si seguono le norme indicate dalla Direzione della Statistica Meteorologica Italiana, alla quale sono decade per decade trasmessi i risultati delle osservazioni, che vengono poi regolarmente inseriti nelle sue periodiche pubblicazioni.

Pressione atmosferica

La pressione atmosferica viene misurata con un buon barometro a pozzetto di Deleuil con scala metallica in millimetri, dalla quale per mezzo di un nonio si ha con molta precisione l' altezza della colonna barometrica in ventesimi di millimetro. L'errore dello zero della scala e l' effetto di capillarità sono stati determinati tanto direttamente, quanto per mezzo di confronti con barometri campioni, e ne è risultata la correzione complessiva di $0,^{mm}65$; correzione che io non considero ancora come definitiva, quantunque abbia ragione di ritenerla come già molto approssimativa.

Tanto la collimazione e la lettura dell'altezza, quanto il contatto della superficie del mercurio del pozzetto colla punta dell'indice fissato sullo zero della scala, si fa per mezzo di opportuna lente a mediocre ingrandimento, sufficiente però ad assicurare l'esattezza di lettura e di collimazione. Il barometro è convenientemente collocato in un ambiente a temperatura quasi costante nel corso della giornata, e si usano nelle osservazioni le cure necessarie per avere dal termometro unito al barometro la vera temperatura della colonna di mercurio. Il pozzetto del barometro trovasi prossimamente elevato a $63,^{m}4$ sul livello medio del mediterraneo.

Nello specchio I sono date le altezze barometriche medie mensili per ogni ora di osservazione unitamente alla media generale di ogni mese, dedotta dalle sette osservazioni giornaliere, e coi due estremi osservati in ciascun mese del 1873, essendo queste altezze ridotte alla temperatura $0,^{\circ}$ e corrette dell'errore della scala e dell'effetto della capillarità. Lo specchio II contiene poi gli stessi dati, dedotti dalle osservazioni del 1874.

In ognuno poi di questi specchi sono date per le varie ore di osservazione i medî per trimestri, i quali per comodità si sono distinti coi nomi delle stagioni, convenzionalmente fissate nel seguente modo, e cioè

Inverno	Gennaio	Primavera	Aprile	Estate	Luglio	Autunno	Ottobre
	Febbraio		Maggio		Agosto		Novembre
	Marzo		Giugno		Settembre		Decembre

e finalmente i medî annui per ogni ora di osservazione, non che la massima e minima pressione osservata nell' intero corso dell' anno.

Esaminando questi specchi si rileva, che la media pressione atmosferica e gli estremi dei varî mesi presentano notevoli irregolarità, le quali sono però assai meno sensibili nei mesi di maggiore temperatura, e cioè in Giugno, Luglio, Agosto e Settembre, nei quali essa oscilla, in limiti abbastanza ristretti, attorno alla media annua; mentre più grandi escursioni hanno luogo nei mesi d'inverno e di primavera.

Malgrado queste notevoli irregolarità, nel corso dell'anno si ottiene una quasi completa compensazione, avendosi nei due anni la media pressione poco differente, poichè si ha

	1873	1874
	mm	mm
Pressione media	756,32	756,41

Nel 1873 la totale escursione del barometro riescì sensibilmente minore di quella del 1874, poichè si ebbe

1873

	mm	
Pressione massima	771,85	il 18 Febbraio
Pressione minima	738,06	il 21 Gennaio
Differenza	33,79	

1874

	mm	
Pressione massima	772,01	il 13 Febbraio
Pressione minima	732,51	il 14 Aprile
Differenza	39, 50	

Confrontando poi le pressioni medie ottenute per le quattro stagioni nei dué anni, le differenze riescono assai sensibili, poichè abbiamo

	Pressione media 1873	1874	Differenze
	mm	mm	mm
Inverno	756,02	759,89	— 3,87
Primavera	754,42	754,98	— 0,56
Estate.	757,29	757,02	+ 0,27
Autunno	757,55	753,72	+ 3,83

Questo disaccordo si rende poi tanto più marcato nelle medie mensili, avendosi

	Pressione media 1873	1874	Differenza		Pressione media 1873	1874	Differenza
	mm	mm	mm		mm	mm	mm
Gennaio	759,06	760,76	— 1,70	Luglio	757,07	756,50	+ 0,57
Febbraio	755,46	758,32	— 2,86	Agosto	757,15	755,69	+ 1,46
Marzo	753,53	760,66	— 7,13	Settembre	757,64	758,86	— 1,22
Aprile	752,80	753,95	— 1,15	Ottobre	756,53	758,43	— 1,90
Maggio	753,76	753,12	+ 0,64	Novembre	755,38	753,31	+ 2,07
Giugno	756,70	757,86	— 1,16	Decembre	760,73	749,43	+ 11,30

Per mostrare l'andamento della pressione atmosferica nei varii giorni dell'anno e le sue relazioni colla temperatura, coll' umidità relativa e collo stato del cielo, si è creduto opportuno di fare la grafica costruzione di questi elementi nelle tav. I e II, nelle quali è dato pel 1873 e 1874, lo stato del cielo predominante in ciascun giorno, e le curve della media pressione, temperatura e umidità atmosferica relativa, dedotte dal medio delle sette osservazioni di ciascun giorno, e di più le curve delle medie dacadiche degli stessi elementi. Alla fine del presente riepilogo si troverà la spiegazione dettagliata di queste due tavole.

Confrontando fra loro, o col rispettivo medio generale le medie pressioni atmosferiche nelle varie ore pei dodici mesi, si rende manifesto nella colonna barometrica l' andamento diurno, con due massimi e due minimi più o meno pronunciati, che diventano poi ben marcati nei medî delle quattro stagioni, e marcatissimi nei medî annui; ed è notevole che malgrado le grandi irregolarità della pressione nel

corso dell'anno, e la grande diversità di queste irregolarità dall'uno all'altro anno, le medie dei due anni presentano prossimamente lo stesso andamento diurno. Infatti prendendo le differenze fra la pressione media delle varie ore e la media generale dell'anno, si ottiene

	1873	1874
	mm	mm
6^h ant.	— 0,09	— 0,10
9 ant.	+ 0,36	+ 0,35
Mezzodì	+ 0,11	+ 0,07
3 pom.	— 0,44	— 0,49
6 pom.	— 0,33	— 0,31
9 pom.	+ 0,10	+ 0,17
Mezzanotte	+ 0,28	+ 0,34

Prendendo invece le stesse differenze per le quatto stagioni, ossia di tre in tre mesi, si hanno i seguenti andamenti diurni.

Oscillazione diurna del barometro

1873

	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Inverno	— 0,23	+ 0,45	+ 0,09	— 0,39	— 0,16	— 0,05	+ 0,30
Primavera	— 0,09	+ 0,12	+ 0,09	— 0,36	— 0,36	+ 0,28	+ 0,32
Estate	+ 0,14	+ 0,45	+ 0,11	— 0,45	— 0,48	— 0,02	+ 0,30
Autunno	— 0,17	+ 0,42	+ 0,16	— 0,54	— 0,33	+ 0,20	+ 0,22
Medie annue	— 0,09	+ 0,36	+ 0,11	— 0,44	— 0,33	+ 0,10	+ 0,28

1874

	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Inverno	— 0,16	+ 0,47	+ 0,12	— 0,69	— 0,30	+ 0,20	+ 0,37
Primavera	— 0,06	+ 0,18	+ 0,05	— 0,38	— 0,31	+ 0,22	+ 0,35
Estate	+ 0,05	+ 0,38	+ 0,04	— 0,46	— 0,47	+ 0,20	+ 0,24
Autunno	— 0,25	+ 0,34	+ 0,05	— 0,43	— 0,16	+ 0,06	+ 0,39
Medie annue	— 0,10	+ 0,34	+ 0,07	— 0,49	— 0,31	+ 0,17	+ 0,34

Quantunque in questi specchi non sia dato che un numero ristretto di punti della curva barometrica, pure essi sono sufficienti a ben caratterizzare l'andamento diurno della pressione atmosferica, nel quale si ha un massimo verso le 9^h del mattino, seguìto da un minimo molto pronunciato fra le 3^h e le 6^h della sera, e un secondo massimo verso la mezzanotte, seguìto da un secondo minimo fra la mezzanotte e le 6^h mattina. L'oscillazione diurna è in media di circa $\overset{mm}{0,80}$, mentre la notturna, prendendo come minima la pressione delle 6^h ant., e come massima quella della mezzanotte, risulterebbe in media di $\overset{mm}{0,40}$; ma questa quantità deve ritenersi come sensibilmente più bassa del vero. Da varie osservazioni fatte fra la mezzanotte e le 6^h ant. in quelle circostanze in cui l'andamento del barometro era più regolare, risulta effettivamente più piccolo il minimo della notte, ma l'oscillazione notturna si trova sempre sensibilmente minore della diurna. Dall' esame di questi specchî e meglio dalla loro grafica costruzione, fatta nella Tav. III, si rileva che la grandezza della oscillazione diurna è sensibilmente maggiore nell' inverno e nell' autunno, minima nella primavera; mentre poi da stagione a stagione variano sensibilmente le ore dei massimi e dei minimi, specialmente quella del minimo pomeridiano, il quale cadendo nella stagione invernale vicino alle 3^h pom. o poco dopo, nell'estate invece cade fra le 5^h e le $6.^h$

È generalmente ammesso che la pressione atmosferica al mezzodì rappresenti molto prossimamente la media pressione diurna, e ciò viene confermato dalle nostre osservazioni, poichè prendendo come valore della media diurna il medio delle sette osservazioni, e confrontandolo colla pressione osservata al mezzodì, si hanno le seguenti differenze:

	1873 Media pressione			1874 Media pressione		
	Diurna	al mezzodì	differenza	Diurna	al mezzodì	differenza
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Inverno	756,02	756,11	— 0,09	759,89	760,01	— 0,12
Primavera	754,42	754,51	— 0,09	754,98	755,04	— 0,06
Estate	757,24	757,35	— 0,11	757,02	757,06	— 0,04
Autunno	757,55	757,71	— 0,16	753,72	753,78	— 0,06
Media annua	756,31	756,42	— 0,11	756,40	756,47	— 0,07

Da ciò si deduce che la pressione al mezzodì è bensì superiore alla media diurna, ma soltanto di un decimo di millimetro ed anche meno. E questa relazione fra le due pressioni è tanto più rimarchevole, poichè essa si mantiene quasi costante nelle quattro stagioni, indipendentemente dai valori assoluti delle pressioni stesse nei due anni.

Temperatura atmosferica.

Il termometro a mercurio, usato per la misura della temperatura atmosferica, è della fabbrica Baudin di Parigi, colla scala centigrada incisa sul cannello di vetro, divisa di due in due decimi di grado. Anche i termometrografi a massimo e a minimo

sono della stessa fabbrica e colla stessa graduazione. Lo zero di questi termometri è stato verificato con tutta accuratezza, e le temperature sono corrette dei rispettivi errori.

Questi termometri unitamente allo psicrometro sono collocati entro apposito casotto a pareti fatte con persiane di legno, esposto all'esterno di una finestra che guarda prossimamente al Nord, difeso dalla parte dell'Est dallo spigolo di una torre sporgente dal muro su cui è fissato il casotto, e di più da una persiana tanto all'Est quanto all' Ovest, per rendere il casotto stesso libero dall' irraggiamento solare nella stagione estiva.

La finestra è totalmente libera ed elevata dal suolo di quasi 30 metri, cosicchè i termometri non sono soggetti a forti irraggiamenti, e di più sono contro questi garantiti anche da opportune rivestiture metalliche.

La lettura dei termometri si fa sempre a finestra chiusa attraverso ad un vetro per mezzo di un cannocchiale galileano, per evitare l' influenza della temperatura della camera sui termometri stessi. L' ingrandimento del cannocchiale permette di leggere con facilità i decimi delle divisioni delle scale.

La lettura dei massimi e minimi diurni si fa dopo l'osservazione delle 9 ore della sera, e subito dopo si portano gli indici dei termografi al loro posto.

Nello specchio III sono riportati i medî mensili delle temperature osservate nel 1873 in ciascuna ora di osservazione, non che il medio mensile delle sette osservazioni giornaliere; la massima e minima temperatura assoluta di ciascun mese; il medio delle temperature estreme osservate in ciascun giorno, e finalmente la media escursione diurna del termometro per ciascun mese, ossia la media differenza fra il massimo e minimo diurno. Lo specchio IV contiene i valori degli stessi elementi ottenuti pel 1874.

Se noi prendessimo come valore della temperatura media diurna la media delle sette osservazioni, dalla 9ª colonna si avrebbe la temperatura media di ciascun mese, di ciascuna stagione, e la media temperatura annua: ma considerando che il numero delle osservazioni giornaliere è troppo piccolo, e che di più esse non sono uniformemente distribuite nel corso della giornata, per la mancanza dell'osservazione delle 3.ʰ antimeridiane, questi valori non possono ritenersi che come grossolanamente approssimativi, e sicuramente come maggiori del vero, non figurando nella media diurna la temperatura delle 3.ʰ antimeridiane, che ordinariamente si avvicina alla minima diurna. Se prendessimo invece come temperatura media diurna il medio della temperatura massima e minima della giornata, le medie temperature dei mesi, delle stagioni e dell'anno sarebbero date dalla 12.ª colonna, ossia dal medio degli estremi; ma questi valori non potrebbero ritenersi come esatti; perchè l' andamento della temperatura durante il giorno non è simmetrico rispetto alla media del massimo e minimo, onde nei mesi invernali questa media è minore della vera temperatura media diurna, nei mesi estivi invece ne è maggiore; mentre poi anche nel corso dell'anno queste differenze non sono compensate. Per ottenere valori più approssimativi si potrebbero applicare pei varii mesi al medio della massima e minima diurna delle opportune correzioni, ma a ciò si richiederebbero i valori dei coefficenti di riduzione, che ancora non sono stati per noi determinati.

Per ottenere la temperatura media con maggiore approssimazione vengono proposte varie combinazioni delle osservazioni fatte nelle varie ore del giorno, fra le quali quella della media delle osservazioni delle 6.^{h} a. delle 9.^{h} a. e delle 3.^{h} pom., e così quella della media delle osservazioni delle 9.^{h} a., delle 9.^{h} p. e dei due estremi diurni.

Siccome noi abbiamo tutte le osservazioni triorarie, esclusa quella sola delle 3.^{h} ant., per la quale la temperatura ordinariamente poco diversifica dalla minima diurna, così si può sperare un valore sufficientemente approssimativo della temperatura media, anche prendendo la media delle sette temperature osservate in ciascun giorno e della temperatura minima.

Determinando con ciascuna di queste combinazioni la media temperatura dei mesi, delle stagioni e dell'anno, si ottengono i seguenti risultati:

MESI	Temperatura media 1873.					Temperatura media 1874.				
	Media degli estremi diurni	Media delle sette osservazioni diurne	Media delle sette osservazioni e della minima diurna	Media delle osservazioni delle 9 a., delle 9 p. e degli estremi	Media delle osservazioni delle 6 a., 9 a. e 3 p.	Media degli estremi diurni	Media delle sette osservazioni diurne	Media delle sette osservazioni e della minima diurna	Media delle osservazioni delle 9 a., delle 9 p. e degli estremi	Media delle osservazioni delle 6. a., 9 a. e 3 p.
Gennaio	8°,77	8°,79	8°,26	8°,20	8°,11	6°,92	6 ,94	6°,37	6°,23	6°,38
Febbraio	8,56	8,53	8,05	8,03	8,26	7,28	7,35	6,79	6,98	6,94
Marzo	12,82	13,03	12,37	12,48	12,64	8,30	8,65	7,94	7,98	8,28
Aprile	13,76	13,98	13,37	13,73	12,99	14,19	14,39	13,81	13,96	14,27
Maggio	16,62	17,47	16,65	17,18	17,54	14.86	15,24	14,63	14,85	15,31
Giugno	21,05	21,80	21,00	21,10	21,97	23,02	24,09	23,16	23,27	24,40
Luglio	25,71	26,69	25,77	25,80	26,61	25,83	26,48	25,64	25,75	26,59
Agosto	26,44	26,65	25,83	26,11	26,47	22,88	23,26	22,53	22,36	22,40
Settembre	20,90	21,07	20,41	20,50	20,89	22,32	22,06	21,41	21,69	21,81
Ottobre	17,90	18,06	17,46	17,50	17,81	17,74	17,59	17,03	17,17	17,31
Novembre	11,90	11,89	11,38	11,40	11,56	10,05	9,97	9,48	9,37	9,59
Dicembre	8,10	7,98	7,89	7,49	7,63	8,87	8,85	8,38	8,68	8,74
Inverno	10,05	10,12	9,56	9,57	9,60	7,50	7,65	7,03	7,07	7,20
Primavera	17,14	17,76	17,01	17,34	17,50	17,36	17,91	17,20	17,36	17,99
Estate	24,35	24,80	24,00	24,14	24,56	23,68	23,93	23,19	23,27	23,60
Autunno	12,63	12,64	12,11	12,11	12,33	12,22	12,14	11,64	11,74	11,86
Media annua	16,04	16,33	15,67	15,89	16,00	15,19	15,41	14,77	14,86	15,16

Assumendo come media temperatura annua uno qualunque di questi risultati, si trova che nel 1873 la temperatura media è riuscita superiore a quella del 1874 di circa 0°, 9.

Nel 1873 la temperatura ha oscillato fra gli estremi

Temperatura massima	+	36°,3	avuta il	31 Luglio / 8 Agosto
» minima	—	2,4	» il	31 Decembre
Differenza		38,7		

Nel 1874 si sono avuti gli estremi

Temperatura Massima	+	35°,5	avuta il	10 Luglio
» minima	—	3,6	» il	1 Gennaio
Differenza		39,1		

cosicchè nei due anni quasi eguale è riuscita la totale escursione termometrica.

Confrontando la temperatura media delle stagioni nei due anni, si trova che mentre nell'inverno, estate ed autunno del 1873 la temperatura fu superiore a quella del 1874, nella primavera invece ne fu alquanto minore, poichè si ebbe

	Temperatura media 1873	1874	Differenze
	°	°	°
Inverno.	10,12	7,65	+ 2,47
Primavera	17,76	17,91	— 0,15
Estate	24,80	23,93	+ 0,87
Autunno	12,64	12,14	+ 0,50

Confrontando poi le medie temperature mensili ottenute nei due anni, si ottengono le seguenti differenze:

	Temperatura media 1873	1874	Differenza		Temperatura media 1873	1874	Differenza
	°	°	°		°	°	°
Gennaio	8,79	6,94	+ 1,85	Luglio	26,69	26,48	+ 0,21
Febbraio	8,53	7,35	+ 1,18	Agosto	26,65	23,26	+ 3,39
Marzo	13,03	8,65	+ 4,38	Settembre	21,07	22,06	— 0,99
Aprile	13,98	14,39	— 0,41	Ottobre	18,06	17,59	+ 0,47
Maggio	17,47	15,24	+ 2,23	Novembre	11,89	9,97	+ 1,92
Giugno	21,80	24,09	— 2,29	Decembre	7,98	8,85	— 0,87

Da questo specchio si deduce che la minore temperatura, verificatasi in media nel 1874 in riguardo a quella del 1873, deve principalmente ripetersi dalla temperatura eccessivamente bassa dei mesi di gennajo, marzo, agosto e novembre 1874.

Per dare un' idea dell'andamento della temperatura nel corso dei due anni 1873 e 1874, si è creduto opportuno di costruire nelle tavole I e II le rispettive curve della temperatura media di ogni giorno, dedotta dal medio delle 7 osservazioni giornaliere.

L'ultima colonna degli specchi III e IV dà l'escursione od oscillazione diurna del termometro per ogni mese, ossia il medio mensile delle differenze fra la massima e la minima temperatura registrata in ciascun giorno dai termografi: e dai risultati in essa contenuti si rileva che l'escursione termometrica aumenta col crescere della temperatura, avendosi la massima escursione nei mesi estivi, la minima

nei mesi invernali. La media escursione diurna risulta di circa 10°, ed è sensibilmente costante nei due anni.

Confrontando le escursioni medie ottenute per le quattro stagioni nei due anni, si hanno differenze piuttosto piccole, ma esse diventano molto più sensibili nelle medie mensili, specialmente nei mesi più freddi.

Quantunque il numero delle osservazioni giornaliere sia troppo ristretto per poterne dedurre l'andamento diurno, o la curva diurna della temperatura, pure esse possono servire utilmente per istabilire alcuni dei principali caratteri di questo andamento nelle varie stagioni, e pel confronto delle vicende termometriche nei varii anni. Assumendo come media temperatura diurna il medio delle sette osservazioni, e sottraendola dai medii termometrici ottenuti per le sette osservazioni nelle quattro stagioni e nell'intero corso dell'anno, si hanno le seguenti differenze, le quali danno le corrispondenti oscillazioni della temperatura attorno alla media diurna.

Andamento diurno della temperatura

1873

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
Inverno	— 3°,56	— 1°,42	+ 2°,78	+ 3°,62	+ 1°,12	— 0°,65	— 1°,95	7°,18
Primavera	— 3,77	+ 0,51	+ 3,58	+ 3,47	+ 1,38	— 1,77	— 3,45	7,35
Estate	— 4,58	+ 0,11	+ 4,41	+ 4,04	+ 1,54	— 1,86	— 3,66	8,99
Autunno.	— 3,17	— 1,34	+ 2,76	+ 3,61	+ 0,95	— 0,76	— 2,03	6,78
Anno.	— 3,77	— 0,53	+ 3,38	+ 3,68	+ 1,25	— 1,21	— 2,77	7,57

1874

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
Inverno	— 3°,89	— 1°,59	+ 3°,01	+ 4°,13	+ 1°,31	— 0°,81	— 2°,18	8°,02
Primavera	— 3,70	+ 0,59	+ 3,61	+ 3,35	+ 1,16	— 1,69	— 3,33	7,31
Estate	— 4,49	+ 0,02	+ 4,12	+ 4,06	+ 1,36	— 1,76	— 3,39	8,61
Autunno.	— 2,99	— 1,06	+ 2,56	+ 3,27	+ 0,77	— 0,77	— 1,74	6,26
Anno.	— 3,74	— 0,51	+ 3,32	+ 3,70	+ 1,15	— 1,26	— 2,66	7,55

Per rendere più sensibile l'andamento diurno della temperatura nelle varie stagioni e nell' anno, e rendere più facile il confronto dei risultati ottenuti nei due anni, si è fatta nella Tavola III la costruzione grafica di questi due specchî.

Dall'esame di questi due specchî, e meglio dalle loro grafiche costruzioni si rileva, che malgrado la grande diversità degli avvicendamenti termometrici avuti nei due anni, pure nei medî delle stagioni gli andamenti diurni della temperatura non sono molto diversi da un anno all'altro, specialmente nei mesi di primavera e di estate, mentre poi nei medî annui essi diventano sensibilmente eguali.

Siccome le ore del massimo e minimo diurno termometrico non coincidono esattamente con nessuna delle ore di osservazione, naturalmente ne conseguita, che la variazione od escursione diurna della temperatura, dedotta dalle sette osservazioni, riesce sensibilmente minore di quella ricavata dal massimo e minimo diurno assoluto, quali sono dati dal termografo; e che la differenza riesce tanto più grande in primavera ed in estate, perchè le ore degli estremi si allontanano maggiormente dalle ore di osservazione; avendosi il minimo molto tempo prima delle 6^h ant. e il massimo molto tempo prima delle 3^h pom.: mentre nell'autunno e più nell' inverno la differenza delle due escursioni diventa molto minore, perchè l'ora del minimo si accosta alle 6^h ant., e quello del massimo alle 3^h pom.

Questa differenza essendo nella media annua di circa 2°, 3, nell' inverno e nelautunno giunge a poco più di un grado, mentre nella primavera e nella state giunge quasi a 3°.

Dagli stessi specchî si deduce che il più rapido aumento della temperatura nell' inverno e nell'autunno ha luogo dopo le 9^h ant., invece nella primavera e nell'estate prima della stessa ora: e così si deduce che la più rapida diminuzione di temperatura ha luogo dopo le 3^h pom. nell' inverno e nell'autunno, più tardi invece e cioè dopo le 4^h nella primavera e nell'estate. Ciò conferma la relazione, che io già feci rimarcare fino dal 1863 nella Memoria « Sulle cause delle osservazioni diurne del Barometro, pubblicata nel Vol. IV Serie II degli Atti dell'Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, fra l'andamento diurno del barometro e del termometro; e cioè che il massimo barometrico del mattino avviene molto prossimamente all'ora, nella quale si ha il più rapido aumento della temperatura atmosferica; mentre il minimo della sera coinciderebbe prossimamente coll'ora nella quale si ha la più rapida diminuzione nella temperatura stessa: e basandomi appunto su questo fatto, proponeva nell' indicata Memoria il modo di spiegare l' influenza delle variazioni di temperatura sull'altezza della colonna barometrica, ossia sulla pressione atmosferica.

Umidità atmosferica assoluta

Lo strumento adoperato per l'osservazione dello stato igrometrico dell'atmosfera è un eccellente psicrometro della fabbrica Secretan di Parigi, costituito di due termometri eguali colla scala centigrada incisa sul cannello, e divisa di due in due decimi di grado. Uno dei due termometri ha il bulbo ricoperto da opportuno pannolino, mantenuto costantemente bagnato dall'acqua attinta per capillarità da un sottoposto recipiente a livello costante. Le temperature dei due termometri, secco e bagnato,

sono lette per mezzo del cannocchiale, col quale si hanno anche i decimi delle divisioni della scala.

Quantunque la posizione dello strumento sia ben difesa dagli irraggiamenti dei corpi circostanti e bene ventilata, pure a garantire meglio l'esattezza dei risultati delle osservazioni, si è creduto opportuno di farne il confronto con quelli ottenuti da un psicrometro a ventilatore del Tecnomasio italiano.

Queste osservazioni di confronto, continuate pel corso di molti mesi, hanno dimostrato, che per la favorevole ubicazione il nostro psicrometro non è sensibilmente soggetto all' influenza d'irraggiamenti, poichè le sue indicazioni si sono trovate sempre in buon accordo con quelle date dal psicrometro a ventilatore: per cui io mi sono deciso di attenermi all'uso molto più spedito del semplice psicrometro.

L'umidità assoluta e la relativa sono state dedotte dalla temperatura del termometro asciutto e da quella del termometro bagnato coll'uso delle tavole pubblicate dalla Direzione della Statistica Meteorologica italiana.

Nello specchio V sono riportate le medie tensioni del vapore acqueo ottenute nel 1873 in ogni mese per le sette osservazioni giornaliere, non che la media mensile da queste dedotta, e le tensioni estreme osservate in ciascun mese, e finalmente i rispettivi medî risultanti per le quattro stagioni e per l'intero corso dell'anno. Lo specchio VI fornisce gli stessi elementi ottenuti nel 1874.

La media tensione del vapore acqueo è riuscita alquanto maggiore nel 1873 che nel 1874, ma la differenza non è molto grande, e tali eziandio sono le differenze degli estremi nei due anni; infatti abbiamo:

		mm
1873	Media tensione	9,84
	Massima »	20,95
	Minima »	1,78

		mm
1874	Media tensione	9,36
	Massima »	21,30
	Minima »	1,15

Nel 1873 la massima umidità assoluta si ebbe nel giorno 28 Luglio; la minima nel giorno 8 Decembre.

Nel 1874 la massima si ebbe nel giorno 22 Luglio; la minima nel giorno 29 Gennajo.

Anche le medie delle quattro stagioni non presentano nei due anni grandi differenze, specialmente nella primavera e nell'autunno, avendosi

	Media umidità assoluta 1873 mm	1874 mm	Differenze mm
Inverno	6,93	5,38	+ 1,55
Primavera	9,84	10,12	— 0,28
Estate	14,08	13,65	+ 0,43
Autunno	8,51	8,30	+ 0,21

Più marcate sono le differenze fra le medie mensili, ma però in entrambi gli anni si verifica, che l'umidità assoluta va crescendo col crescere della temperatura, e cioè dal mese di gennajo fino al luglio od all'agosto, decrescendo invece col diminuire della temperatura, e cioè dal luglio od agosto al gennajo.

In quanto all'andamento diurno dell' umidità assoluta, deducendolo dalle sette osservazioni giornaliere, si trova che il minimo assoluto si ha verso le 6^h ant., e il massimo assoluto verso le 6^h pom. nell'inverno e nell'autunno, più tardi invece e cioè verso le 9^h pom. nella primavera e nella state.

Infatti prendendo la differenza fra la media diurna e la media dalle varie ore per le quattro stagioni e per l'intero anno, si ottengono i risultati seguenti:

Andamento diurno dell' umidità assoluta

1873

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Inverno	— 0,60	— 0,25	+ 0,26	+ 0,10	+ 0,37	+ 0,22	— 0,14	0,97
Primavera	— 0,62	+ 0,08	— 0,38	— 0,34	+ 0,31	+ 0,79	+ 0,18	1,41
Estate	— 0,82	— 0,34	— 0,88	— 0,40	+ 0,39	+ 1,27	+ 0,77	2,15
Autunno	— 0,66	— 0,33	+ 0,10	+ 0,24	+ 0,50	+ 0,33	— 0,21	1,16
Anno	— 0,67	— 0,21	— 0,22	— 0,10	+ 0,39	+ 0,65	+ 0,15	13,2

1874

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Inverno	— 0,39	— 0,31	— 0,10	— 0,01	+ 0,46	+ 0,33	+ 0,03	0,86
Primavera	— 0,33	+ 0,24	— 0,19	— 0,35	+ 0,07	+ 0,34	+ 0,20	0,69
Estate	— 1,14	— 0,04	— 0,23	— 0,08	+ 0,57	+ 0,81	+ 0,10	1,95
Autunno	— 0,69	— 0,30	+ 0,11	+ 0,30	+ 0,42	+ 0,24	— 0,08	1,11
Anno	— 0,64	— 0,10	— 0,10	— 0,04	+ 0,38	+ 0,43	+ 0,06	1,15

Da questi dati si deduce che la variazione diurna dell' umidità assoluta è massima nell'estate, successivamente più piccola nella primavera e nell'autunno, e minima nell'inverno. Dalle medie annue poi si ricava che l'umidità assoluta, crescendo rapidamente dalle 6^h alle 9^h ant., si mantiene poi quasi stazionaria sin verso le 3^h pom., subendo poi un aumento rapido dalle 3^h alle 6^h pom., e diminuendo poi

rapidamente dalle 9^h pom. alla mezzanotte. Da stagione a stagione però l'andamento dell'umidità assoluta varia notevolmente, sia per le ore dei massimi e minimi, sia per le ore delle maggiori rapidità di aumento e di decremento.

Umidità atmosferica relativa

Negli specchî VII ed VIII sono date pel 1873 e 1874 le medie umidità relative ottenute per ogni ora di osservazione nei dodici mesi, nelle quattro stagioni e nell'intero anno, non che le medie di queste sette osservazioni, e gli estremi osservati in ogni mese, stagione ed anno. Esaminando questi specchî si rileva che il medio annuo della umidità relativa è sensibilmente lo stesso nei due anni, e che anche gli estremi non sono molto fra loro diversi, perchè abbiamo:

1873	Media umidità relativa	69,0
	Massima » »	100,0
	Minima » »	21,0
1874	Media umidità relativa	68,4
	Massima » »	100,0
	Minima » »	15,0

Il massimo grado d'umidità relativa 100 si è avuto sempre alle 6^h ant.: tre volte nel 1872, e cioè l'11 gennajo, l'11 febbrajo e il 6 novembre: sei volte invece nel 1874, e cioè nei giorni 19 gennajo, 20 e 30 marzo, 8 aprile, 6 e 13 novembre.

Il minimo 21,0 del 1873 si ebbe tre volte, e cioè il 28 marzo, il 26 maggio e il 21 agosto.

Il minimo 15,0 del 1874 si ebbe il 29 gennajo, giornata serena e di fortissima tramontana.

Fatta eccezione all'inverno, anche nelle stagioni la media umidità relativa non è riuscita molto diversa nei due anni, poichè abbiamo

	Media umidità relativa 1873	1874	Differenze
Inverno	74,6	67,7	+ 6,9
Primavera	65,4	66,8	— 1,4
Estate	61,3	63,2	— 1,9
Autunno	74,5	75,8	— 1,3

Nelle medie mensili queste differenze diventano molto più grandi, specialmente nei mesi decembre e gennaio. Nei due anni i mesi di maggiore umidità relativa furono il Gennajo 1873, in cui si ebbe la media 80,1, e il Decembre 1874, nel quale si ebbe la media 81,7.

Nelle tavole I e II si è costruita la curva della media umidità relativa di ciascun giorno dei due anni 1873 e 1874, deducendola dalle sette osservazioni giornaliere, allo scopo di mostrare l'andamento dello stato igrometrico dell'atmosfera nel corso dell'anno, in corrispondenza collo stato del cielo, colla pressione e colla temperatura.

Considerando il medio delle sette osservazioni come valore della media umidità relativa diurna, e prendendo quindi le differenze fra i medî delle singole ore di osservazione e la media diurna per le quattro stagioni e per l' intero anno, si sono ottenuti i seguenti specchî, che possono dare un conveniente concetto sull' andamento, o sulle variazioni diurne di questo elemento meteorologico: e per rendere più sensibile questo andamento si è fatta nella tavola III la grafica costruzione degli specchî stessi.

Andamento diurno dell' umidità relativa

1873

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
Inverno	+ 10,7	+ 4,2	— 10,1	— 14,7	— 2,3	+ 4,8	+ 7,2	25,4
Primavera. . . .	+ 10,3	— 2,1	— 14,9	— 14,7	— 4,1	+ 10,7	+ 14,8	29,7
Estate	+ 13,3	— 3,0	— 18,5	— 15,3	— 4,6	+ 11,7	+ 16,4	34,9
Autunno.	+ 8,7	+ 2,9	— 10,8	— 13,2	— 1,4	+ 5,5	+ 7,9	21,9
Anno	+ 10,8	+ 0,5	— 13,6	— 14,5	— 3,1	+ 8,1	+ 11,6	28,0

1874

STAGIONI	6^h a.	9^h a.	Mezzodì	3^h p.	6^h p.	9^h p.	Mezza-notte	Variazione diurna
Inverno	+ 12,7	+ 2,4	— 12,6	— 16,0	— 1,3	+ 6,3	+ 9,0	28,7
Primavera. . . .	+ 12,4	— 2,4	— 13,9	— 14,2	— 4,7	+ 8,2	+ 14,7	28,9
Estate	+ 10,9	— 1,6	— 14,7	— 13,5	— 3,0	+ 9,2	+ 12,6	27,3
Autunno.	+ 8,1	+ 1,8	— 9,9	— 11,3	— 0,8	+ 5,4	+ 6,8	19,4
Anno	+ 11,0	+ 0,1	— 12,8	— 13,7	— 2,4	+ 7,3	+ 10,1	26,1

Da questi dati si deduce che la variazione diurna dell' umidità relativa nel medio annuo è di circa 27,0, variabile però di stagione in stagione, essendo in media maggiore nell' estate e nella primavera e minima nell' autunno. È vero che nella state del 1874 essa è minore di quella dell' inverno e della primavera, ma ciò devesi sicuramente attribuire allo stato nuvoloso del cielo che ha molto dominato nel mese di Agosto dello stesso anno.

L'umidità relativa, diminuendo continuamente dalle 6^h del mattino sin verso le 3^h pom., acquista il più rapido decremento dopo le 9^h ant., mantenendosi poi quasi costante dal mezzodì alle 3^h pom., dopo la quale ora va aumentando continuamente fino dopo la mezzanotte, presentando il più rapido incremento verso le 6^h pom. Il minimo assoluto ha luogo prima delle 3^h pom., e il massimo fra la mezzanotte e le 6^h antimeridiane.

Confrontando gli andamenti dell'umidità relativa nelle quattro stagioni, si trova che il minimo e il massimo assoluto diurno nella primavera e nella state avvengono qualche tempo prima che nell'inverno e nell'autunno.

Tanto le osservazioni del 1873, quanto quelle del 1874 concordano nel provare, che nei medî annui risulta l'umidità relativa alle 9^h ant. quasi identica alla media generale; dimodochè dal medio delle osservazioni fatte nel corso dell'anno alle 9^h ant. si ha molto prossimamente il valore della media umidità relativa annua.

Confrontando finalmente gli andamenti della umidità relativa ottenuti pei due anni nelle singole stagioni, si trovano fra loro in conveniente accordo, il quale diventa anche più marcato nei medî annui, nei quali le differenze diventano assai piccole, malgrado la grande diversità delle vicende igrometriche avute nei varî periodi dei due anni.

Direzione e forza relativa del vento.

La direzione del vento è stata dedotta da un anemoscopio di grandi dimensioni, la cui banderuola è sufficientemente obbediente all'azione del vento in tutti gli azimut, eccetto in un piccolo arco verso l'Est, nel quale il cupolino dell'equatoriale sor passa di poco colla sua altezza la banderuola suddetta. Nei casi di venti deboli, o diretti nell'indicato arco influenzato dal cupolino, si è sempre cercato però con mezzi opportuni di meglio accertarne la direzione.

La forza relativa del vento è stata valutata nel modo indicato dalla Direzione della Statistica meteorologica italiana, e cioè valutandola coi numeri 0, 1, 2, 3 e 4, rappresentando con 0 la calma completa e il vento molto debole, e successivamente cogli altri numeri i venti gradatamente più forti, fino al vento procelloso qualificato col numero 4. Ma per non appoggiare questa misura al semplice giudizio od alla stima dell'osservatore, si sono determinati i limiti corrispondenti ai medesimi, deducendoli dalla velocità oraria del vento in chilometri; e cioè indicando la forza relativa del vento,

con 0 per le velocità orarie comprese fra 0 ed 1 Kilometri
» 1 » » » » » » 1 ed 8 »
» 2 » » » » » » 8 e 16 »
» 3 » » » » » » 16 e 24 »
» 4 » » per le velocità superiori a 24 Kilometri.

La velocità oraria veniva dedotta da un molinello di Robinson a contatore, dal numero dei giri compiti nell'intervallo di un quarto d'ora al tempo di ogni osservazione.

Attualmente la velocità e la direzione del vento si hanno dall'anemografo registratore di Parnisetti e Brusotti.

Nello specchio IX sono dati per ogni mese, per le quattro stagioni e per l'intero anno i numeri delle volte, in cui venne osservato ognuno degli otto venti principali nell'anno 1873; e così nello specchio X sono dati i numeri corrispondenti ottenuti nel 1874.

Da questi specchi si deduce che nei due anni i venti di maggiore frequenza sono stati il N ed il NE, il S ed il SO, e disponendo gli otto venti in ciascun anno in ordine di frequenza decrescente, si trova che le 2555 osservazioni sono state distribuite fra essi nel modo seguente:

	1873			1874	
N.	491	volte	N.	520	volte
NE.	467	»	NE.	517	»
S.	458	»	S.	513	»
SO.	311	»	SO.	294	»
SE.	275	»	SE.	213	»
O.	198	»	O.	200	»
E.	162	»	E.	173	»
NO.	134	»	NO.	94	»
Calma	59	»	Calma	31	»

Cosicchè nei due anni si è mantenuto lo stesso ordine nella distribuzione dei venti in riguardo alla loro frequenza, quantunque per alcuni di essi la frequenza sia stata sensibilmente diversa.

Disponendo i venti in ordine alla loro frequenza nelle quattro stagioni, le loro distribuzioni riescono notevolmente diverse da stagione a stagione, senza presentare però grandi differenze da un anno all'altro. Nell'inverno e nell'autunno si trovano molto predominanti i venti di N e NE, mentre nella primavera e nella state hanno il predominio i venti S e SO.

Nei risultati mensili si trovano poi discordanze molto più sensibili, le quali probabilmente sparirebbero, in gran parte almeno, nei medî estesi a lunghi periodi di anni.

In riguardo alla forza relativa del vento quantunque il metodo di osservazione sia troppo imperfetto per permettere una dettagliata discussione sui risultati ottenuti, e la deduzione di importanti conseguenze, pure essi sono sufficienti a farci conoscere in modo approssimativo l'intensità relativa del vento nei varî periodi dell'anno e nelle varie ore del giorno. A questo scopo appunto sono stati redatti gli specchî XI e XII, i quali danno pel 1873 e 1874 i medî mensili per stagione e per l'intero anno della forza relativa del vento nelle varie ore della giornata.

Da questi specchi si deduce che in risultato medio la forza relativa del vento riescì alquanto maggiore nel 1874 rispetto al 1873; essendosi avuto pel primo 1,6 e pel secondo 1,4. I medî delle quattro stagioni non si presentano concordanti nei due anni, mentre nel 1873 si avrebbe avuto il massimo nell'autunno, ed il minimo nella primavera; nel 1874 si ebbe invece il massimo nell'inverno e il minimo nell'estate: le discordanze poi aumentano nei medî mensili, il che prova l'instabilità di questo elemento da un anno all'altro.

Un sufficiente accordo si presenta invece nei medî annui della forza relativa del vento ottenuti per le varie ore di osservazione, il che prova una certa regolarità nell'andamento diurno di questo elemento meteorico.

Infatti prendendo la differenza fra le medie delle sette ore di osservazione e la media diurna, si ha

Andamento diurno della forza relativa del vento

	1873	1874
6.^{h} ant.	— 0,3	— 0,1
9.^{h} »	— 0,1	+ 0,1
Mezzodì	+ 0,2	0,0
3.^{h} pom.	+ 0,5	+ 0,3
6.^{h} »	+ 0,1	0,0
9.^{h} »	— 0,2	0,0
Mezzanotte	— 0,3	— 0,3

dalle quali differenze risulterebbe che la maggior forza del vento si ha nelle prime ore pomeridiane, e la minima verso la mezzanotte.

Stato del cielo.

Lo stato del cielo viene regolarmente osservato nelle indicate ore di osservazione, e di più negli intervalli fra le medesime, quando si presentano in esso notevoli cambiamenti: L'aspetto del cielo viene stimato e valutato dalla parte di esso coperto da nubi, cosicchè con 0 si indica lo stato del cielo completamente sereno o con poche nubi, con 10 il cielo interamente coperto, e coi numeri intermedî il cielo coperto dalle nubi per 1, 2, 3, ecc. decimi dalla sua totale superficie. A questo dato si aggiunge poi la solita qualifica delle nubi.

Negli specchî XIII e XIV sono dati distintamente pel 1873 e 1874 i medî mensili, i medî per stagione e i medî annui dello stato del cielo, ossia i medî rispettivi dei decimi di cielo coperto o nuvoloso.

Dai medî generali risulta che per entrambi gli anni 1873 e 1874 si è avuto lo stesso grado medio di nuvolosità e quindi di serenità, e si avrebbe tra la nuvolosità e la serenità il rapporto di 4 a 6 circa.

Nel 1873 si ebbe la maggiore serenità nell'estate, la minima nell'inverno: anche nel 1874 si ebbe la maggior serenità nell'estate, ma la minima si ebbe nell'autunno.

Il mese di maggiore serenità fu nel 1873 il luglio, nel 1874 fu invece il giugno: il mese più nuvoloso fu nel 1873 l'aprile, nel 1874 il decembre.

Dai medî delle varie ore di osservazione risulta, tanto pel 1873 che pel 1874, la maggiore serenità alla mezzanotte, la minima al mezzodì.

Quantità della pioggia.

Il pluviometro è collocato nel terrazzo superiore dell'osservatorio, ed è costituito di un imbuto metallico del diametro di $0^m,50$, ad orlo cilindrico alto $0^m,10$; dal quale imbuto l'acqua discende, per un tubo rettilineo di 3^m di lunghezza, nel

recipiente misuratore collocato nella camera sottoposta, il quale è costituito di un cilindro metallico alto $0^m,50$, e di $0^m,2236$ di diametro interno, per cui l'altezza dell'acqua caduta viene in esso quintuplicata. Un tubo di cristallo, comunicante col recipiente, dà l'altezza interna del livello dell'acqua caduta, il quale viene letto sopra una scala metrica connessa al tubo stesso.

L'altezza della pioggia viene letta ad ognuna delle ore di osservazione.

Nello specchio XV è data pel 1873 e 1874 l'altezza dell'acqua caduta in ciascun mese, non che la durata della pioggia in ore: di più, divisa la durata del giorno in quattro periodi di sei in sei ore, è data la quantità di pioggia caduta in ciascuno di questi intervalli: finalmente sono date queste quantità per le quattro stagioni e per l'intero anno.

Da questo specchio si rileva che nel 1873 l'altezza totale della pioggia fu di $0^m,8028$ mentre nel 1874 fu di $0^m,8800$, e perciò sensibilmente più abbondante in quest'ultimo anno.

Dividendo la quantità della pioggia avuta nei due anni pel numero rispettivo delle ore in cui cadde, si trova, che in risultato medio nel 1873 si ebbero in ogni ora di pioggia $2^m,38$ d'acqua caduta, nel 1874 $2^m,36$, cioè prossimamente la stessa quantità.

In riguardo alle stagioni, la massima quantità di pioggia si ebbe in entrambi gli anni nell'autunno, la minima nell'estate.

Nel 1873 il mese più piovoso fu l'ottobre, nel luglio e nell'agosto si ebbe appena qualche traccia di pioggia: nel 1874 il mese più piovoso fu il decembre, e nel giugno si ebbe la minima pioggia, che fu minore di un millimetro.

Per verificare se la pioggia ha un marcato predominio in qualche parte del giorno, si è redatto lo specchio XV, che dà pel 1873 e 1874 la quantità della pioggia caduta nei quattro periodi di sei ore, in cui è stata divisa la giornata, e si trovano i seguenti risultati.

Altezza dell'acqua caduta.

					nel 1873 mm	nel 1874 mm
Da	$0.^h$	alle	$6.^h$	ant.	178,4	161,3
	$6.^h$	»	$12.^h$		213,0	218,4
	$12.^h$	»	$6.^h$	pom.	184,9	214,6
	$6.^h$	»	$12.^h$		226,4	285,7

Da questi dati risulterebbe, che dalla mezzanotte alle 6^h ant. si ha in risultato medio annuo la minima quantità di pioggia, mentre dalle 6^h pom. alla mezzanotte si ha la massima.

Ma queste relazioni, trattandosi di due soli anni di osservazione, potrebbero essere puramente accidentali.

Il numero totale dei giorni di pioggia fu nel 1873 110, e nel 1874 121: e il giorno di maggior copia di pioggia fu nel 1873 il 30 ottobre in cui si ebbe l'altezza di $87^m,9$; nel 1874 fu il 13 novembre in cui si ebbe l'altezza $84^m,9$.

Non si è fatta alcuna distinzione fra l'acqua proveniente dalla pioggia semplice

e quella proveniente dalla neve e dalla grandine, perchè si ebbe nei due anni appena qualche traccia di neve in 3 giorni, e poca grandine in 25 giorni mista ad acqua.

Acqua evaporata.

Nel 1874 furono introdotte anche le osservazioni sull'acqua evaporata in ciascun giorno dalle 9.^{h} pom. alle 9.^{h} pom. del giorno successivo, usando un buon evaporimetro del modello adottato per la meteorologia italiana, esposto liberamente all'azione dell'aria, difeso soltanto nei giorni di pioggia da opportuno cappello.

La totale quantità di acqua evaporata nel 1874 fu di 2^m,55165 ripartita fra i mesi e le stagioni nel modo seguente.

Acqua evaporata.

1874	mm		mm
Gennajo	80,20	Luglio	444,05
Febbrajo	106,70	Agosto	323,00
Marzo	174,45	Settembre	281,97
Aprile	154,82	Ottobre	192,25
Maggio	191,21	Novembre	105,66
Giugno	403,43	Decembre	93,91

	mm
Inverno	361,35
Primavera	749,46
Estate	1049,02
Autunno	391,82

Confrontando questi risultati colla media umidità relativa e colla temperatura avuta negli stessi mesi e stagioni, si trova naturalmente che l'evaporazione è tanto più grande quanto minore è l'umidità relativa, crescendo poi col crescere della temperatura.

Nel giorno 10 luglio si ebbe la massima evaporazione diurna che fu di 20^m,59.

Ozono.

Le osservazioni ozonometriche si fanno tre volte al giorno, tenendo la cartolina esposta all'aria libera dalle 9.^{h} del mattino alle 3.^{h} pom., dalle 3.^{h} alle 9.^{h} pom., e finalmente dalle 9.^{h} pom. alle 9.^{h} ant. Le cartoline ozonometriche sono quelle somministrate dalla direzione della Statistica meteorologica italiana.

Nello specchio XVI è data pel 1873 e 1874 la media mensile e per stagioni dei gradi di coloramento avuti nelle varie ore di osservazione, e valutati colla solita scala da 0, mancanza di coloramento, sino a 10 massimo coloramento.

Da questo specchio risulta che nel 1873 si ebbe il medio valore ozonoscopico alquanto minore di quello del 1874, poichè si ebbe

1873	Medio valore ozonoscopico	3,9
1874	» » » »	4,9

Nel 1873 si ebbe pel medio ozonometrico il minimo nell'estate e il massimo nella primavera; nel 1874 si ebbe il minimo nell'inverno e il massimo nella primavera.

Nel 1873 il medio ozonometrico mensile riescì minimo nel gennajo e massimo nell'aprile; nel 1874 si ebbe il minimo pure nel gennajo e il massimo nel maggio.

Nel corso della giornata tanto nel 1873 che nel 1874 si ebbe il massimo ozonometrico dalle 9.^{h} pom. alle 9.^{h} ant., il minimo invece dalle 3.^{h} pom. alle 9.^{h} pom. Bisogna però avvertire che il massimo coloramento dalle 9.^{h} pom. alle 9.^{h} ant. potrebbe dipendere dalla maggior durata della esposizione della cartolina: mentre per gli due altri periodi essendo la durata eguale, è incontestabilmente provato che l'azione colorante è molto più intensa dalle 9.^{h} ant. alle 3.^{h} pom., che non dalle 3.^{h} pom. alle 9.^{h} pom., verificandosi questo risultato non solamente nei medî annui, ma eziandio nei medî delle singole stagioni.

Meteore varie.

Nello specchio XVII sono dati i numeri mensili e per stagioni dei giorni in cui si ebbero alcune particolari meteore, e cioè pioggia, neve, grandine o gragnuola, temporali locali, lampi e tuono lontano, nebbia densa generale, gelo, vento forte.

Giorni con pioggia. — Il numero totale dei giorni, in cui si ebbe pioggia in quantità misurabile, fu

1873	Giorni	di	pioggia	110
1874	»	»	»	121

ripartiti fra le quattro stagioni nel modo seguente.

	1873	1874
Inverno	35 giorni	25 giorni
Primavera	25 »	33 »
Estate	11 »	16 »
Autunno	39 »	47 »

Giorni con neve. — Nel 1873 non si ebbe alcun giorno con neve; nel 1874 si ebbe poca neve nei giorni 11 e 12 marzo, e 21 decembre.

Giorni con grandine. — Nel 1873 si ebbe grandine o gragnuola in 13 giorni, e nel 1874 12, divisi fra le stagioni come appresso.

	1873	1874
Inverno	5 giorni	4 giorni
Primavera	3 »	0 »
Estate	3 »	0 »
Autunno	2 »	8 »

Fra questi giorni sono compresi anche quelli di pochissima grandine e di semplice gragnuola; e in nessuno di essi si ebbe mai in Roma grandine devastatrice.

Giorni con temporali locali. — Il numero totale dei giorni con temporali in Roma fu 29 nel 1873, e 28 nel 1874, così divisi fra le stagioni

	1873	1874
Inverno	7 giorni	4 giorni
Primavera	8 »	2 »
Estate	5 »	8 »
Autunno	9 »	14 »

onde risulterebbe che la maggiore frequenza di temporali si è avuta nell'autunno: nel gennajo 1873 si ebbe il massimo di giorni temporaleschi e fu 5; nel 1874 si ebbe il massimo nel mese di decembre e fu di 7 giorni.

Giorni con lampi e tuono. — Il numero totale dei giorni in cui si ebbero o lampi o tuono fu 69 nel 1879, e 79 nel 1874. Per le stagioni si sono avuti i seguenti numeri di simili giorni.

	1873	1874
Inverno	9 giorni	11 giorni
Primavera	15 »	12 »
Estate	26 »	33 »
Autunno	19 »	23 «

La massima frequenza di meteore elettriche si ha ordinariamente nell'estate e principalmente nei mesi di agosto e settembre.

Giorni con nebbia densa generale. — Quantunque la nebbia sia una meteora assai comune nel nostro clima, però essa è ordinariamente leggera e trasparente, e confinata all'orizzonte, in modo che ben rare volte noi abbiamo il cielo coperto da densa nebbia, la quale poi non dura che poche ore, e talora si produce e si dilegua in brevissimo tempo.

Nel 1873 si ebbero 11 giorni con nebbia densa generale, e cioè 5 nell'inverno e 6 nell'autunno: nel 1874 si ebbero 8 giorni, e cioè 3 nell'inverno, 4 nella primavera ed 1 nell'estate.

Giorni di gelo. — Se si considerano come giorni di gelo soltanto quelli in cui si ebbe la temperatura 0°,0, o negativa, nel 1873 si sarebbe avuto un sol giorno di gelo e cioè il 16 decembre: mentre nel 1874 si sarebbero avuti 24 giorni di gelo, e cioè

		Somma
Gennajo	1, 2, 9, 10, 12, 14, 15, 31 . .	8
Febbrajo	1, 3, 4, 10, 11, 12, 13 . . .	7
Marzo	7, 8, 13, 14, 15	5
Novembre	27	1
Decembre	23, 24, 25 . . . . . , .	3

Prendendo però come giorni di gelo quelli in cui si ebbe effettivamente gelo nelle località interamente libere, il numero dei giorni di gelo diventa

	1873		1874
Febbrajo . .	5	Gennajo . . .	9
Decembre . .	3	Febbrajo . . .	10
Somma . .	8	Marzo . . .	8
		Novembre . . .	2
		Decembre . . .	4
		Somma . . .	33

Questi appunto sono i numeri dei giorni di gelo dati nello specchio XVII.; dai quali si rileva che nel 1874 il numero dei giorni di gelo fu quadruplo di quello avuto nel 1873.

Giorni di vento forte. Nello specchio XV è dato per ciascun mese, per le stagioni e per l' intero anno il numero dei giorni di vento forte, di quei giorni cioè

in cui si ebbe la forza relativa del vento valutata col numero 4, ossia la velocità del vento stesso non inferiore a 24 kilometri.

Di questi giorni se ne sono avuti 44 nel 1873, e 41 nel 1874, così ripartiti fra le stagioni:

	1873		1874	
Inverno . . .	9	giorni	14	giorni
Estate	11	»	9	»
Primavera. . .	7	»	9	»
Autunno . . .	17	»	9	»

Fenomeni straordinarî.

1873 Gennajo 21. Molta gragnuola mista ad acqua nelle ore pomeridiane.

Ottobre 30. Gran temporali con pioggie dirottissime: nelle 24.^{h} si ebbe l'altezza di 96^{mm},9.

1874 Marzo 12. Nella notte e nella mattina neve sufficiente a coprire il suolo.

Aprile 14. Giornata burrascosa, con pioggia mista a sabbia o pulviscolo rossiccio. Straordinario abbassamento del barometro a 732^{mm},51.

Novembre 13. Temporali con pioggie dirottissime nella sera. In 24 ore si ebbero 84^{mm},9 di altezza, e dalle 4$^h\frac{1}{2}$ alle 5$^h\frac{1}{2}$ circa 40,0.

Decembre 22. Temporale con pioggia e gragnuola nella sera.

Terremoti.

Nel 1873 si ebbe il terremoto nei seguenti giorni:

Gennajo 19. Scossa di terremoto piuttosto sensibile verso le 4.^{h} ant., altra scossa più forte alle 6^h,30^m nella direzione SO-NE, seguìta da altra debole scossa.

Marzo 1. Alle 8^h.55.^{m} mattina leggera scossa nella direzione NE-SO.

Luglio 12 Leggera scossa di terremoto nella direzione S-N a 7^h,0.^{m} matt.

Decembre 1. Scossa da ENE ad OSO alle 6^h.15.^{m} sera.

» 2. Leggera scossa di terremoto da E ad O alle 5.^{h} mattina.

Nel 1874 si ebbero i seguenti terremoti.

Febbrajo 17. Leggera scossa di terremoto nella direzione SE-NO.

» 24. Alle 7.^{h}53^m mattina sensibile scossa di terremoto nella direzione SE-NO.

Marzo 10. Leggerissima scossa di terremoto nella sera nella direzione E-O.

Maggio 22. Lievissima scossa di terremoto nella direzione SSE-NNO.

Ottobre 12. Lievissima scossa di terremoto nella direzione SSE-NNO.

Decembre 5. Leggerissima scossa di terremoto nella direzione SE-NO.

» 6. A 4.^{h}48.^{m}30^s della sera scossa sensibile di terremoto nella direzione SE-NO, seguìta dopo 12^s circa da altra scossa leggera.

Nel chiudere questo riepilogo delle osservazioni meteorologiche del 1873 e 1874 debbo esternare la mia piena soddisfazione per la molta diligenza ed impegno col quale il 1° assistente dell'Osservatorio Sig. cav. Erasmo Fabri-Scarpellini, specialmente incaricato di questo ramo di osservazioni e delle loro riduzioni ha soddisfatto il suo

incarico, non che all'assistente Sig. D.r Di Legge, il quale ha prestato il suo efficace concorso tanto nelle osservazioni che nella discussione della medesime.

Spiegazione delle Tavole I. e II.

Nelle tavole I e II, intitolate quadro meteorologico del 1873 e quadro meteorologico del 1874, si è cercato di rappresentare graficamente le principali vicende meteorologiche di questi due anni, adottando una speciale convenzione per indicare i varii stati del cielo e le coordinate polari per la costruzione delle curve della pressione, temperatura ed umidità relativa. L'armilla esteriore divisa in 365 parti corrispondenti ai varii giorni dell'anno dà lo stato del cielo predominante in ciascun giorno. La seconda armilla, divisa in 12 parti corrispondenti ai mesi, rappresenta per ciascun mese le proporzioni nelle quali la sua durata è stata ripartita fra i varii stati del cielo : finalmente la piccola armilla centrale mostra le proporzioni, nelle quali la totale durata dell' anno è stata ripartita fra i cinque stati del cielo prestabiliti.

I piccoli dischetti neri, sovrapposti alle parti dell'armilla maggiore rappresentanti lo stato del cielo, indicano che in quei giorni si è avuto pioggia misurabile.

La linea spezzata punteggiata più leggermente rappresenta la curva della pressione atmosferica media dei vari giorni dell' anno , e le altezze barometriche vanno misurate dalla periferia verso il centro, partendo dal circolo interno dell'armilla più esterna, al quale corrisponde la pressione 740^{mm}, mentre al circolo esteriore della seconda armilla corrisponderebbe l'altezza 800^{mm}.

La punteggiata più marcata o più grossa rappresenta la curva della media temperatura dei varî giorni dell'anno, nella quale i gradi vanno contati dalla periferia al centro, cominciando dallo stesso circolo cui è riferita la pressione, al quale corrisponde 0°, mentre all'altro circolo della seconda armilla corrispondono i 30°.

Finalmente la linea continua rappresenta la curva della umidità relativa media dei varî giorni dell'anno, riferita ai due indicati circoli, all'esteriore dei quali corrisponde l'umidità relativa 30, all'altro l'umidità relativa 90.

Le tre curve tracciate fra l' armilla media e la centrale rappresentano nello stesso modo e colle stesse proporzioni le medie decadiche della pressione, temperatura ed umidità relativa.

Specchio I.

Pressione atmosferica 1873.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Gennaio.....	759,01	759,56	759,20	758,68	759,07	758,86	759,09	759,06	769,24	738,06
Febbraio.....	55,20	56,07	55,55	55,04	55,21	55,38	55,76	55,46	71,85	41,16
Marzo.....	53,15	53,79	53,58	53,17	53,30	53,66	54,10	53,53	59,55	41,64
Aprile.....	52,67	52,97	52,72	52,36	52,45	53,13	53,29	52,80	58,57	40,01
Maggio.....	53,65	53,88	54,07	53,44	53,33	53,95	53,98	53,76	59,86	48,02
Giugno.....	56,68	56,78	56,75	56,38	56,40	57,02	56,95	56,70	60,77	50,64
Luglio.....	57,25	57,45	57,19	56,65	56,42	57,15	57,41	57,07	60,98	54,09
Agosto.....	57,38	57,62	57,17	56,62	56,62	57,26	57,35	57,15	60,92	52,48
Settembre...	57,51	58,01	57,70	57,09	57,25	57,25	57,86	57,52	62,56	52,21
Ottobre.....	56,42	57,07	56,74	55,89	56,11	56,72	56,75	56,53	62.37	45,72
Novembre...	55,15	55,87	55,60	54,95	55,05	55,50	55,52	55,38	66,05	42,93
Decembre....	60,56	60,96	60,80	60,19	60,51	61,03	61,03	60,73	67,35	45,84
Inverno	755,79	756,47	756,11	755,63	755,86	755,97	756,32	756,02	771,85	738,06
Primavera...	54,33	54,54	54,51	54,06	54,06	54,70	54,74	54,42	60,77	40,01
Estate.....	57,38	57,69	57,35	56,79	56,76	57,22	57,54	57,24	62,56	52,21
Autunno.....	57,38	57,97	57,71	57,01	57,22	57,75	57,77	57,55	67,35	42,93
Anno.....	756,22	756,67	756,42	755,87	755,96	756,41	756,59	756,31	771,85	738,06

SPECCHIO II

Pressione atmosferica 1874.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Gennaio.....	760,50	761,24	760,89	760,19	760,62	761,01	761,11	760,79	766,63	748,72
Febbraio.....	58,25	58,79	58,41	57,63	58,07	58,45	58,65	58,32	72,01	45,90
Marzo.....	60,44	61,04	60,73	59,79	60,09	60,82	61,03	60,56	67,58	48,51
Aprile.....	54,03	54,37	54,08	53,46	53,56	54,20	54,30	54,00	61,97	32,51
Maggio.....	52,82	53,06	53,03	52,83	52,91	53,50	53,71	53,12	65,43	40,08
Giugno.....	57,93	58,08	58,00	57,53	57,56	57,92	58,00	57,86	65,72	50,02
Luglio.....	56,68	56,88	56,53	56,03	56,09	56,71	56,58	56,50	62,16	48,27
Agosto.....	55,63	55,98	55,65	55,25	55,26	55,93	56,16	55,69	60,67	50,55
Settembre...	58,90	59,34	59,01	58,41	58,30	59,01	59,03	58,86	64,68	52,43
Ottobre.....	58,12	58,85	58,53	57,87	58,20	58,55	58,92	58,43	64,93	47,26
Novembre...	53,36	53,77	53,21	52,76	53,15	53,46	53,64	53,34	65,12	33,39
Decembre....	48,97	49,66	49,58	49,27	49,36	49,37	49,80	49,43	61,05	33,78
Inverno.....	759,73	760,36	760,01	759,20	759,59	760,09	760,26	759,89	772,01	745,90
Primavera...	54,93	55,17	55,04	54,61	54,68	55,21	55,34	54,99	65,72	32,51
Estate.....	57,07	57,40	57,06	56,56	56,55	57,22	57,26	57,02	64,68	48,27
Autunno.....	53,48	54,09	53,78	53,30	53,57	53,79	54,12	53,73	65,12	33,39
Anno.....	756,30	756,76	756,47	755,92	756,10	756,58	756,74	756,41	772,01	732,51

Specchio III.

Temperatura atmosferica 1873.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima	Medio degli estremi diurni	Media escursiva diurna
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte					
	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
Gennaio	5,61	6,54	10,72	12,17	10,12	8,70	7,30	8,79	15,4	0,6	8,77	8,39
Febbraio	5,32	7,30	11,15	12,15	9,41	7,70	6,66	8,53	16,8	0,6	8,56	7,68
Marzo.....	8,75	12,27	16,82	16,89	14,20	12,01	10,55	13,03	21,8	3,2	12,82	10,12
Aprile	10,55	14,12	17,08	17,25	15,06	12,61	11,22	13,98	23,0	5,2	13,76	9,35
Maggio...	13,48	18,13	21,20	21,01	19,14	15,63	13,70	17,47	28,6	6,3	16,62	11,42
Giugno.....	17,93	22,57	25,74	25,42	23,21	19,73	18,00	21,80	30,7	9,9	21,05	11,34
Luglio.....	21,95	27,21	31,18	30,68	28,73	24,58	22,51	26,69	36,3	15,7	25,71	12,83
Agosto	21,73	26,84	31,27	30,83	28,17	24,73	22,92	26,65	36,3	17,5	26,44	12,65
Settembre ...	16,99	20,67	25,17	25,01	22,12	19,51	17,99	21,07	31,3	10,9	20,90	10,20
Ottobre	14,22	17,21	21,15	22,00	18,84	17,09	15,77	18,06	25,6	9,2	17,90	9,26
Novembre ...	9,11	10,53	14,43	15,05	12,88	11,27	10,00	11,89	19,8	1,6	11,90	7,91
Decembre....	5,09	6,16	10,53	11,69	9,05	7,27	6,07	7,98	15,2	—2,4	8,10	8,05
Inverno	6,56	8,70	12,90	13,74	11,24	9,47	8,17	10,12	21,8	0,6	10,05	8,73
Primavera...	13,99	18,27	21,34	21,23	19,14	15,99	14,31	17,76	30,7	5,2	17,14	10,70
Estate	20,22	24,91	29,21	28,84	26,34	22,94	21,14	24,80	36,3	10,9	24,35	11,89
Autunno.....	9,47	11,30	15,40	16,25	13,59	11,88	10,61	12,64	25,6	—2,4	12,63	8,47
Anno.....	12,56	15,80	19,71	20,01	17,58	15,07	13,56	16,33	36,3	—2,4	16,04	9,95

SPECCHIO IV.

Temperatura atmosferica 1874.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima	Medio degli estremi	Media escursiva diurna
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte					
	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
Gennaio.....	3,41	4,54	9,48	11,21	8,45	6,50	4,97	6,94	15,8	—3,6	6,92	9,02
Febbraio.....	3,93	5,80	10,24	11,08	8,34	6,57	5,51	7,35	16,2	—2,7	7,28	8,79
Marzo.....	3,94	7,85	12,26	13,05	10,08	7,46	5,94	8,65	18,5	—1,8	8,30	10,53
Aprile.....	10,71	14,43	17,74	17,67	15,49	13,01	11,68	14,39	23,5	5,3	14,19	8,93
Maggio.....	12,04	15,91	18,42	17,98	16,25	13,76	12,34	15,24	25,4	5,3	14,86	9,06
Giugno	19,89	25,16	28,41	28,14	25,48	21,89	19,79	24,09	33,0	11,1	23,02	12,72
Luglio.....	22,34	27,07	30,87	30,36	27,89	24,27	22,54	26,48	35,5	14,4	25,83	12,21
Agosto.....	18,78	23,16	27,07	27,26	24,88	21,72	19,95	23,26	32,3	15,0	22,88	10,94
Settembre...	17,49	21,61	26,21	26,34	23,11	20,51	19,13	22,06	31,2	14,3	22,32	10,97
Ottobre.....	13,66	16,70	21,16	21,56	18,56	16,50	15,39	17,59	26,1	6,3	17,74	9,21
Novembre...	6,59	8,28	12,74	13,90	10,95	9,12	8,20	9,97	20,3	—1,0	10,05	9,04
Decembre....	7,19	8,25	10,20	10,77	9,21	8.48	7,62	8,85	18,3	—2,6	8,87	5,52
Inverno.....	3,76	6,06	10,66	11,78	8,96	6,84	5,47	7,65	18,5	—3,6	7,50	9,45
Primavera...	14,21	18,50	21,52	21,26	19,07	16,22	14,58	17,91	33,0	5,3	17,36	10,24
Estate.....	19,54	23,95	28,05	27,99	25,29	22,17	20,54	23,93	35,5	14,3	23,68	11,37
Autunno.....	9,15	11,08	14,70	15,41	12,91	11,37	10,40	12,14	26,1	—2,6	12,22	7,92
Anno.....	11,67	14,90	18,73	19,11	16,56	14,15	12,75	15,41	35,5	—3,6	15,19	9,75

SPECCHIO V.

Umidità armosferica assoluta 1873.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Gennaio	6,11	6,29	7,10	7,30	7,34	7,02	6,63	6,83	9,73	4,22
Febbraio	5,85	6,14	6,58	6,11	6,56	6,37	6,19	6,26	10,66	1,99
Marzo.....	7,04	7,62	7,89	7,67	7,99	8,07	7,56	7,69	11,86	3,16
Aprile	7,45	8,06	8,04	8,05	8,47	8,52	7,98	8,08	12,73	4,39
Maggio	8,52	9,30	8,87	8,74	9,80	9,93	9,45	9,23	13,11	4,94
Giugno.....	11,69	12,41	11,46	11,72	12,18	13,44	12,62	12,22	18,42	6,44
Luglio.....	13,80	13,79	13,87	13,88	14,13	15,82	15,65	14,42	20,95	6,12
Agosto.....	14,13	15,08	14,20	14,99	16,66	16,85	16,30	15,46	18,86	6,48
Settembre ...	11,84	12,34	11,54	12,18	12,61	13.44	12,59	12,36	20,59	4,46
Ottobre	10,70	11,28	11,45	11,56	12,20	12,22	11,62	11,61	14,26	7,41
Novembre ...	7,64	7,87	8,56	8,69	8,66	8,42	8,06	8,27	12,21	3,71
Decembre....	5,19	5,35	5,80	5,97	6,14	5,86	5,26	5,65	9,52	1,78
Inverno	6,33	6,68	7,19	7,03	7,30	7,15	6,79	6,93	11,86	1,99
Primavera...	9,22	9,92	9,46	9,50	10,15	10,63	10,02	9,84	18,42	4,39
Estate	13,26	13,74	13,20	13,68	14,47	15,37	14,85	14,08	20,95	4,46
Autunno.....	7,84	8,17	8,60	8,74	9,00	8,83	8,31	8,50	14,26	1,78
Anno.....	9,19	9,63	9,61	9,74	10,22	10,49	9,99	9,84	20,95	1,78

SPECCHIO VI.

Umidità atmosferica assoluta 1874.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Gennaio	5,06	4,96	5,54	5,71	5,81	5,65	5,34	5,44	12,34	1,15
Febbraio.....	5,01	5,18	5,22	5,35	5,82	5,67	5,38	5,38	9,50	1,52
Marzo.....	4,90	5,06	5,07	5,05	5,89	5,81	5,50	5,33	9,72	1,52
Aprile	8,19	8,83	8,70	8,61	9,05	8,98	8,81	8,74	12,50	3,49
Maggio	8,95	9,10	8,91	8,62	8,98	9,23	9,12	8,99	12,88	2,75
Giugno	12,22	13,15	12,17	12,08	12,55	13,12	13,04	12,62	17,89	6,33
Luglio.....	12,76	14,04	13,72	13,91	14,46	14,72	14,47	14,01	21,30	6,62
Agosto	12,23	13,38	13,16	13,10	13,68	14,02	13,14	13,25	19,05	7,12
Settembre ...	12,54	13,42	13,39	13,69	14,53	14,64	13,63	13,69	17,03	9,57
Ottobre	9,76	10,66	10,76	11,30	14,66	11,27	10,83	10,89	18,87	3,97
Novembre...	6,31	6,38	7,05	7,09	7,29	7,10	6,85	6,87	11,33	3,36
Decembre....	6,75	6,97	7,42	7,40	7,21	7,25	6,97	7,14	12,83	3,22
Inverno	4,99	5,07	5,28	5,37	5,84	5,71	5,41	5,38	12,34	1,15
Primavera...	9,79	10,36	9,93	9,77	10,19	10,44	10,32	10,12	17,89	2,75
Estate	12,51	13,61	13,42	13,57	14,22	14,46	13,75	13,65	21,30	6,62
Autunno.....	7,61	8,00	8,41	8,60	8,72	8,54	8,22	8,30	18,37	3,22
Anno.....	8,72	9,26	9,26	9,24	9,75	9,79	9,42	9,36	21,30	1,15

Specchio VII.

Umidità atmosferica relativa 1873.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
Gennaio	89,0	85,0	71,6	67,8	78,5	83,2	85,6	80,1	99	44
Febbraio	84,3	78,6	66,1	57,8	72,3	78,9	80,8	74,1	100	22
Marzo.....	82,7	72,8	55,8	54,2	66,2	76,1	79,0	69,5	99	21
Aprile	78,8	67,2	56,8	55,8	66,5	77,9	78,2	68,7	98	27
Maggio.....	73,1	61,4	48,5	49,0	59,6	72,6	80,5	63,5	99	21
Giugno.....	75,3	61,2	46,1	47,4	57,8	77,8	82,0	63,9	90	29
Luglio.....	70,1	50,8	41,3	42,4	48,1	69,1	76,4	56,9	95	23
Agosto.....	73,3	57,0	40,3	45,3	58,7	74,0	77,2	60,8	93	21
Settembre ...	80,4	67,0	46,8	50,2	63,2	75,9	79,4	66,1	97	29
Ottobre	86,7	77,1	62,0	59,0	74,4	83,4	86,4	75,6	98	38
Novembre ...	85,6	80,4	69,1	67,8	76,0	81,7	85,1	78,0	100	42
Decembre....	77,4	74,8	60,0	57,2	69,0	74,9	75,7	69,9	98	23
Inverno	85,3	78,8	64,5	59,9	72,3	79,4	81,8	74,6	100	21
Primavera...	75,7	63,3	50,5	50,7	61,3	76,1	80,2	65,4	99	21
Estate	74,6	58,3	42,8	46,0	56,7	73,0	77,7	61,3	97	21
Autunno.....	83,2	77,4	63,7	61,3	73,1	80,0	82,4	74,5	100	23
Anno.....	79,7	69,4	55,4	54,5	65,6	77,1	80,5	69,0	100	21

SPECCHIO VIII.

Umidità atmosferica relativa 1874.

MESI	ORE							Media	Massima	Minima
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
Gennaio	84,0	76,3	62,4	57,9	68,9	76,0	78,8	72,0	100	15
Febbraio	79,4	72,1	56,5	53,3	68,7	74,5	75,6	68,6	95	16
Marzo.....	77,8	61,8	46,5	43,8	61,5	71,6	75,6	62,6	100	17
Aprile	84,1	71,9	58,8	57,2	69,3	80,5	84,7	72,4	100	27
Maggio.....	83,9	66,5	57,3	57,8	65,7	78,1	83,8	70,4	99	20
Giugno.....	69,5	54,8	42,7	42,8	51,3	66,5	76,1	57,6	97	25
Luglio.....	63,2	52,7	42,0	45,7	52,6	64,9	71,0	56,0	99	22
Agosto	75,0	62,8	49,5	48,9	58,6	71,4	75,2	63,1	90	27
Settembre ...	84,1	69,3	53,9	54,6	69,4	80,8	81,3	70,5	99	34
Ottobre	82,3	74,3	56,8	58,8	71,8	79,1	80,9	72,0	98	25
Novembre ...	83,3	76,0	63,6	59,4	72,9	79,6	81,6	73,8	100	30
Decembre....	86,2	82,6	77,2	75,4	80,2	84,8	85,4	81,7	98	44
Inverno	80,4	70,1	55,1	51,7	66,4	74,0	76,7	67,7	100	15
Primavera...	79,2	64,4	52,9	52,6	62,1	75,0	81,5	66,8	100	20
Estate	74,1	61,6	48,5	49,7	60,2	72,4	75,8	63,2	99	22
Autunno.....	83,9	77,6	65,9	64,5	75,0	81,2	82,6	75,8	100	25
Anno.....	79,4	68,4	55,6	54,6	65,9	75,6	79,2	68,4	100	15

Specchio IX.

Frequenza dei venti principali 1873.

MESI	N	NE	E	SE	S	SO	O	NO	Calma
Gennaio	71	55	22	18	22	9	13	7	0
Febbraio	49	40	13	26	29	13	11	14	1
Marzo	48	22	9	41	40	17	15	24	1
Aprile	32	21	12	43	44	29	7	13	9
Maggio	38	15	5	31	46	26	12	20	24
Giugno	19	23	12	12	57	36	26	8	17
Luglio	26	32	8	12	57	50	24	6	2
Agosto	22	30	12	18	51	43	29	10	2
Settembre	39	34	6	12	40	43	26	10	0
Ottobre	28	34	18	37	39	29	22	7	3
Novembre	70	45	20	20	25	9	10	11	0
Decembre	49	116	25	5	8	7	3	4	0
Inverno	168	117	44	85	91	39	39	45	2
Primavera	89	59	29	86	147	91	45	41	50
Estate	87	96	26	42	148	136	79	26	4
Autunno	147	195	63	62	72	45	35	22	3
Anno	491	467	162	275	458	311	198	134	59

SPECCHIO X.

Frequenza dei venti principali 1874.

MESI	N	NE	E	SE	S	SO	O	NO	Calma
Gennaio	102	62	11	9	13	2	3	11	4
Febbraio	53	40	17	18	30	11	14	12	1
Marzo	50	49	13	12	26	29	23	10	5
Aprile	28	25	14	24	51	47	14	4	3
Maggio	29	25	12	23	63	30	23	8	4
Giugno	11	27	12	16	68	37	27	10	2
Luglio	31	44	12	13	47	33	30	7	0
Agosto	30	42	16	11	55	36	19	6	2
Settembre	30	42	15	14	60	33	11	5	0
Ottobre	51	46	12	25	33	16	19	10	5
Novembre	70	68	15	11	13	9	13	8	3
Decembre	35	47	24	37	54	11	4	3	2
Inverno	205	151	41	39	69	42	40	33	10
Primavera	68	77	38	63	182	114	64	22	9
Estate	91	128	43	38	162	102	60	18	2
Autunno	156	161	51	73	100	36	36	21	10
Anno	520	517	173	213	513	294	200	94	31

SPECCHIO XI.

Forza relativa del vento 1873.

MESI	ORE							Medio	Massimo	Minimo
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
Gennaio.....	0,8	1,2	1,1	1,3	1,0	1,0	1,4	1,1	4	calma
Febbraio.....	0,7	1,2	1,3	1,7	1,4	1,0	1,1	1,2	4	»
Marzo	0,7	1,2	1,6	1,8	1,3	0,7	0,8	1,2	4	»
Aprile.....	0,9	1,3	1,6	1,8	1,3	0,9	0,7	1,2	4	»
Maggio.....	0,7	1,4	2,0	2,1	1,5	1,1	0,8	1,3	4	»
Giugno	0,5	0,6	1,2	1,7	1,4	0,7	0,3	0,9	3	»
Luglio	0,6	0,9	1,8	2,2	1,9	1,1	0,8	1,6	4	»
Agosto	0,9	1,0	2,1	2,3	1,8	1,0	0,9	1,4	4	»
Settembre...	1,5	1,5	1,7	2,2	1,9	1,2	1,4	1,6	4	»
Ottobre.....	1,5	1,4	1,5	2,1	1,4	1,5	1,3	1,5	4	»
Novembre...	1,7	1,7	1,8	1,8	1,5	1,7	1,6	1,6	4	»
Decembre....	2,2	2,0	1,7	1,5	1,5	2,4	1,9	1,9	4	»
Inverno.....	0,7	1,2	1,3	1,6	1,2	0,9	1,1	1,2	4	calma
Primavera...	0,7	1,1	1,6	1,9	1,4	0,9	0,6	1,1	4	»
Estate.....	1,0	1,1	1,9	2,2	1,9	1,1	1,0	1,5	4	»
Autunno.....	1,8	1,7	1,7	1,8	1,5	1,9	1,6	1,7	4	»
Anno.....	1,1	1,3	1,6	1,9	1,5	1,2	1,1	1,4	4	calma

SPECCHIO XII.

Forza relativa del vento 1874.

MESI	ORE							Medio	Massimo	Minimo
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte			
Gennaio	2,3	2,2	1,7	1,4	1,5	2,3	1,6	1,9	4	calma
Febbraio	2,1	1,9	1,8	1,8	1,8	1,9	1,7	1,9	4	»
Marzo.....	1,7	2,0	1,7	2,0	1,6	1,8	1,3	1,7	4	»
Aprile.....	1,8	1,8	1,9	2,1	1,6	1,8	1,3	1,8	4	»
Maggio.....	1,7	1,9	2,2	1,8	1,6	1,7	1,3	1,7	4	»
Giugno.....	0,8	1,3	1,6	2,0	1,5	1,3	1,0	1,4	4	»
Luglio.....	0,9	0,9	1,4	2,0	1,4	1,2	1,1	1,3	4	1
Agosto.....	1,0	1,8	1,6	2,2	1,7	1,2	1,0	1,5	4	calma
Settembre...	1,1	1,0	1,1	1,7	1,2	1,0	1,2	1,2	4	»
Ottobre.....	1,4	1,4	1,4	1,7	1,3	1,6	1,4	1,5	3	1
Novembre...	1,7	1,9	1,6	1,6	1,5	1,3	1,6	1,6	4	calma
Decembre....	1,9	1,8	1,7	1,7	1,9	2,0	1,6	1,8	4	1
Inverno.....	2,0	2,0	1,7	1,7	1,6	2,0	1,5	1,8	4	calma
Primavera...	1,4	1,7	1,9	2,0	1,6	1,6	1,2	1,6	4	»
Estate.....	1,0	1,2	1,4	2,0	1,4	1,1	1,1	1,3	4	»
Autunno.....	1,7	1,7	1,6	1,7	1,6	1,6	1,5	1,6	4	»
Anno.....	1,5	1,7	1,6	1,8	1,6	1,6	1,3	1,6	4	calma

SPECCHIO XIII.

Stato del cielo 1873.

MESI	ORE							Medio
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte	
Gennaio	5,4	5.1	5,7	5,2	5,0	4,9	4,0	5,0
Febbraio	4,6	4,1	5,5	5,0	4,3	4,9	4,7	4,7
Marzo	5,0	4,4	6,0	5,7	4,6	4,3	4,1	4,9
Aprile	5,0	5,2	6,1	6,0	5,2	5,3	4,8	5,3
Maggio	4,1	5,1	5,5	3,5	2,7	2,7	2,6	3,8
Giugno	3,2	3,7	4,6	3,1	4,4	3,1	3,2	3,6
Luglio	1,3	1,6	2,5	2,0	1,4	0,9	0,6	1,4
Agosto	1,8	2,1	3,3	3,6	3,1	1,0	1,6	2,3
Settembre	2,6	2,7	3,5	3,0	2,3	2,3	1,2	2,5
Ottobre	5,5	4,7	5,0	4,8	4,0	5,4	4,8	4,9
Novembre	5,3	5,1	4,9	5,4	4,8	6,0	4,5	5,1
Decembre	4,8	4,7	4,1	3,4	2,7	2,9	3,9	3,8
Inverno	5,0	4,9	5,7	5,3	4,6	4,7	4,3	4,9
Primavera	4,1	4,7	5,4	4,2	4,1	3,7	3,5	4,2
Estate	1,9	2,1	3,1	2,9	2,3	1,4	1,1	2,1
Autunno	5,2	4,8	4,7	4,5	3,8	4,8	4,4	4,6
Anno	4,1	4,0	4,7	4,2	3,7	3,6	3,3	3,9

SPECCHIO XIV.

Stato del cielo 1874.

MESI	ORE							Medio
	6 a.	9 a.	Mezzodì	3 p.	6 p.	9 p.	Mezzanotte	
Gennaio	4,2	4,5	4,2	3,8	2,7	3,3	3,5	3,7
Febbraio	5,5	4,7	4,6	4,7	4,0	4,2	4,3	4,6
Marzo	3,3	3,1	3,4	3,3	3,3	2,8	2,6	3,1
Aprile	6,3	5,5	5,7	5,1	5,3	6,0	5,3	5,6
Maggio	5,0	5,8	6,5	5,7	4,7	4,3	5,3	5,3
Giugno	2,1	2,2	1,8	2,4	2,7	1,8	1,4	2,0
Luglio	1,7	1,4	2,5	2,8	3,2	2,1	1,3	2,1
Agosto	3,8	4,7	5,3	4,6	2,8	2,4	1,3	3,6
Settembre	2,9	3,0	3,3	3,4	3,2	2,4	2,7	3,0
Ottobre	5,2	4,5	4,1	4,4	3,5	3,6	3,0	4,0
Novembre	4,1	3,9	4,3	3,7	3,0	4,0	3,1	3,7
Decembre	6,8	6,5	6,6	7,0	6,9	6,0	5,4	6,4
Inverno	4,3	4,1	4,1	3,9	3,3	3,4	3,5	3,8
Primavera	4,5	4,5	4,7	4,4	4,2	4,0	4,0	4,3
Estate	2,8	3,0	3,7	3,6	3,1	2,3	1,8	2,9
Autunno	5,4	5,0	5,0	5,0	4,5	4,5	3,8	4,7
Anno	4,2	4,2	4,4	4,2	3,6	3,7	3,3	3,9

Specchio XV.

Altezza della pioggia.

MESI	1873						1874					
	h h 0-6 a.	h h 6 a.-12	h h 12-6 p.	h h 6p.-12	Somma	Durata	h h 0-6 a.	h h 6a.-12	h h 12-6 p.	h h 6p.-12	Somma	Durata
	mm	mm	mm	mm	mm	ore	mm	mm	mm	mm	mm	ore
Gennaio	16,8	10,3	30,3	8,9	66,3	44	15,3	17,4	8,2	7,4	48,3	22
Febbraio	10,9	41,3	27,6	24,4	104,2	66	12,6	7,1	10,9	15,1	45,7	27
Marzo	19,4	2,6	4,3	8,5	34,8	19	6,5	2,8	9,6	12,6	31,5	19
Aprile	26,0	49,9	24,6	6,5	107,0	49	36,8	19,1	2,3	43,7	101,9	67
Maggio	2,2	0,5	26,8	3,7	33,2	7	15,9	23,2	43,3	24,2	106,6	72
Giugno	3,2	7,5	0,9	2,8	14,4	13	0,1	—	0,5	—	0,6	1
Luglio	—	—	—	0,1	0,1	1	7,5	1,8	19,0	6,0	34,3	6
Agosto	0,1	—	0,1	0,3	0,5	1	1,1	4,8	6,7	2,5	15,1	7
Settembre	11,8	41,2	4,5	15,0	72,5	14	11,7	62,8	11,7	18,6	104,8	17
Ottobre	72,7	38,9	44,7	115,9	272,2	59	7,8	17,3	34,7	39,2	99,0	15
Novembre	10,9	18,3	20,9	38,7	88,8	58	13,9	29,1	51,0	48,2	142,2	37
Decembre	4,4	2,5	0,2	1,6	8,7	7	32,1	33,0	16,7	68,2	150,0	83
Inverno	47,1	54,2	62,2	41,8	205,3	129	34,4	27,3	28,7	35,1	125,5	68
Primavera	31,4	57,9	52,3	13,0	154,6	69	52,8	42,3	46,1	67,9	209,1	140
Estate	11,9	41,2	4,6	15,4	73,1	16	20,3	69,4	37,4	27,1	154,2	30
Autunno	88,0	59,7	65,8	156,2	369,7	124	53,8	79,4	102,4	155,6	391,2	135
Anno	178,4	213,0	184,9	226,4	802,7	338	161,3	218,4	214,6	285,7	880,0	373

SPECCHIO XVI.

Medie ozonoscopiche.

MESI	1873				1874			
	h 9 a.	h 3 p.	h 9 p.	Media	h 9 a.	h 3 p.	h 9 p.	Media
Gennaio	3,0	3,1	2,2	2,8	4,3	3,7	1,5	3,2
Febbraio	4,4	5,1	3,5	4,3	6,0	5,8	3,9	5,2
Marzo	6,1	5,3	3,9	4,6	5,9	5,0	4,3	5,1
Aprile	6,0	5,2	4,0	5,0	7,0	5,5	4,8	5,8
Maggio	5,0	4,2	3,6	4,2	7,6	6,6	5,4	6,5
Giugno	5,1	3,7	3,1	4,0	5,5	4,5	3,4	4,5
Luglio	4,1	3,1	2,2	3,1	5,9	4,3	3,7	4,6
Agosto	5,0	3,4	2,7	3,6	5,6	4,9	3,9	4,8
Settembre	5,1	3,2	1,6	3,3	6,1	4,5	4,0	4,9
Ottobre	5,5	4,4	3,1	4,4	5,1	4,2	2,4	3,9
Novembre	5,4	4,4	2,3	4,0	6,6	5,5	3,0	5,0
Decembre	4,0	3,2	1,9	3,0	7,5	5,3	4,6	5,8
Inverno	4,5	4,5	3,2	3,9	5,4	4,8	3,2	4,5
Primavera	5,4	4,4	3,6	4,4	6,7	5,5	4,5	5,6
Estate	4,7	3,2	2,2	3,3	5,9	4,6	3,9	4,8
Autunno	5,0	4,0	2,4	3,8	6,4	5,0	3,3	4,9
Anno	4,9	4,0	2,9	3,9	6,1	5,0	3,7	4,9

SPECCHIO XVII.

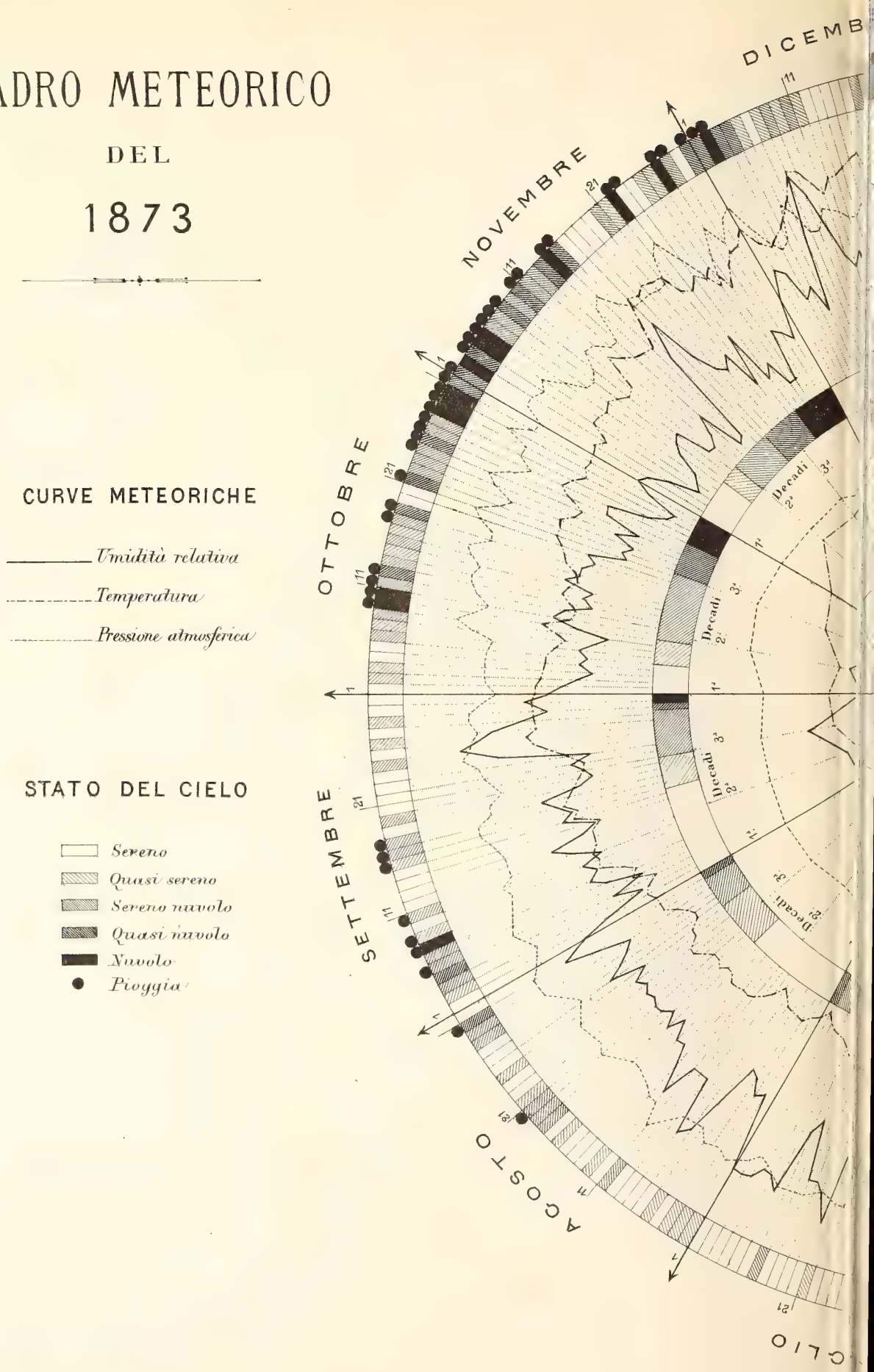
Meteore varie.

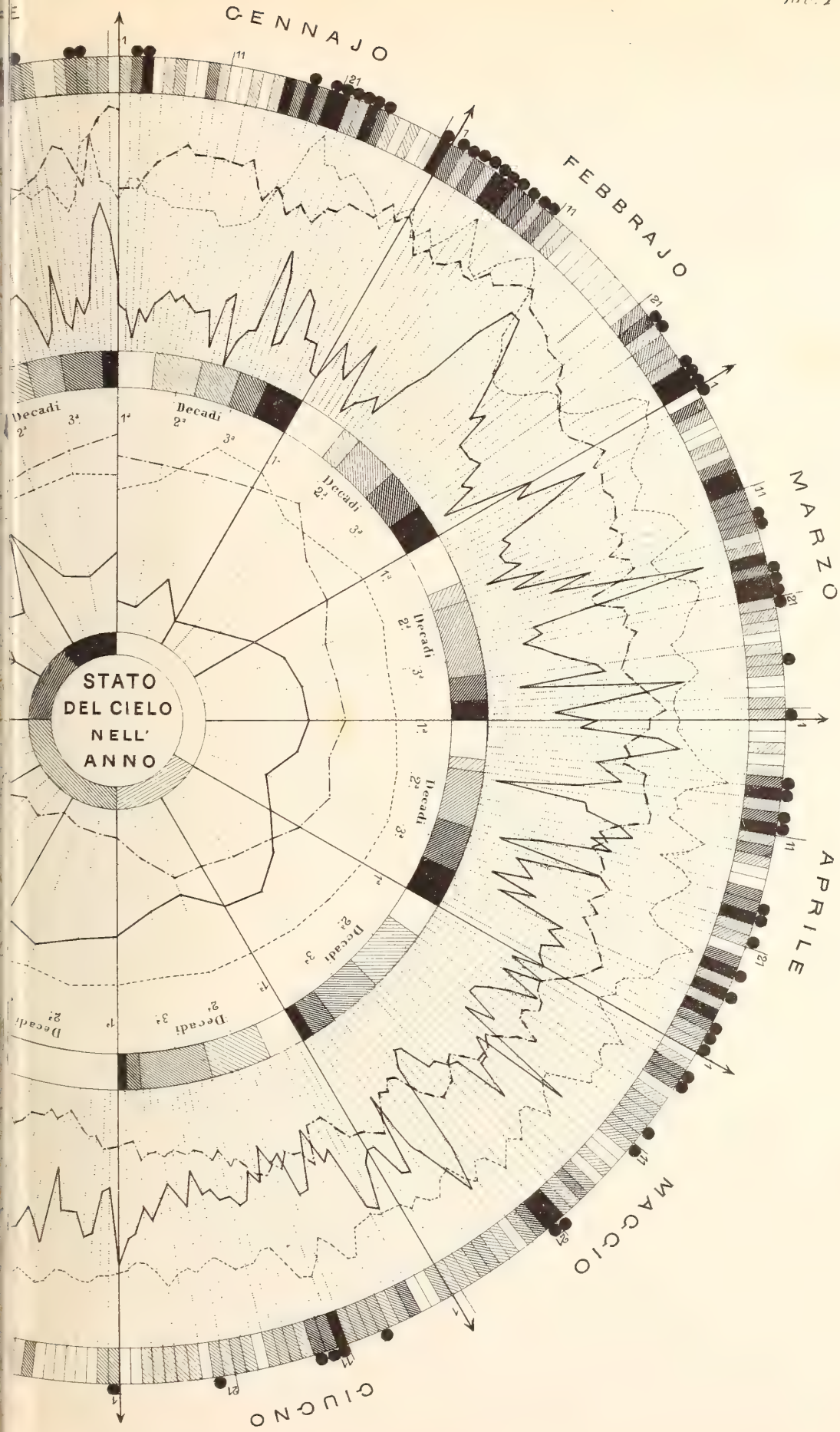
MESI	1873								1874							
	Giorni di pioggia	Giorni di neve	Giorni di grandine	Giorni di temporali	Giorni di lampi	Giorni di neb. fitta	Giorni di gelo	Giorni di vento forte	Giorni di pioggia	Giorni di neve	Giorni di grandine	Giorni di temporali	Giorni di lampi	Giorni di neb. fitta	Giorni di gelo	Giorni di vento forte
Gennaio	11	—	3	5	5	3	0	2	6	0	0	0	1	0	9	4
Febbraio	15	—	2	2	2	1	5	6	11	0	2	3	6	0	10	6
Marzo	9	—	0	0	2	1	0	1	8	2	2	1	4	3	8	4
Aprile	12	—	1	3	3	0	0	4	14	0	0	0	3	4	0	3
Maggio	6	—	2	2	4	0	0	6	17	0	0	0	4	0	0	2
Giugno	7	—	0	3	8	0	0	1	2	0	0	2	5	0	0	4
Luglio	1	—	0	0	5	0	0	1	6	0	0	1	11	0	0	2
Agosto	3	—	0	2	11	0	0	2	4	0	0	4	13	0	0	7
Settembre	7	—	3	3	10	0	0	4	6	0	0	3	9	0	0	0
Ottobre	15	—	1	4	10	2	0	4	10	0	0	3	8	0	0	2
Novembre	16	—	1	4	6	1	0	5	12	0	2	4	6	0	2	2
Decembre	8	—	0	1	3	3	3	8	25	1	6	7	9	0	4	5
Inverno	35	—	5	7	9	5	5	9	25	2	4	4	11	3	27	14
Primavera	25	—	3	8	15	0	0	11	33	0	0	2	12	4	0	9
Estate	11	—	3	5	26	0	0	7	16	0	0	8	33	0	0	9
Autunno	39	—	2	9	19	6	3	17	47	1	8	14	23	0	6	9
Anno	110	—	13	29	69	11	8	44	121	3	12	28	79	7	33	41

QUADRO METEORICO

DEL

1873




STATO
DEL CIELO
NELL'
ANNO
GENNAJO
FEBBRAJO
MARZO
APRILE
MAGGIO
GIUGNO
Decadi
1ª
2ª
3ª

QUADRO METEORICO

DICEM

11

QUADRO METEORICO

DEL

1873

CURVE METEORICHE

Umidità relativa

Temperatura

Pressione atmosferica

STATO DEL CIELO

Sereno

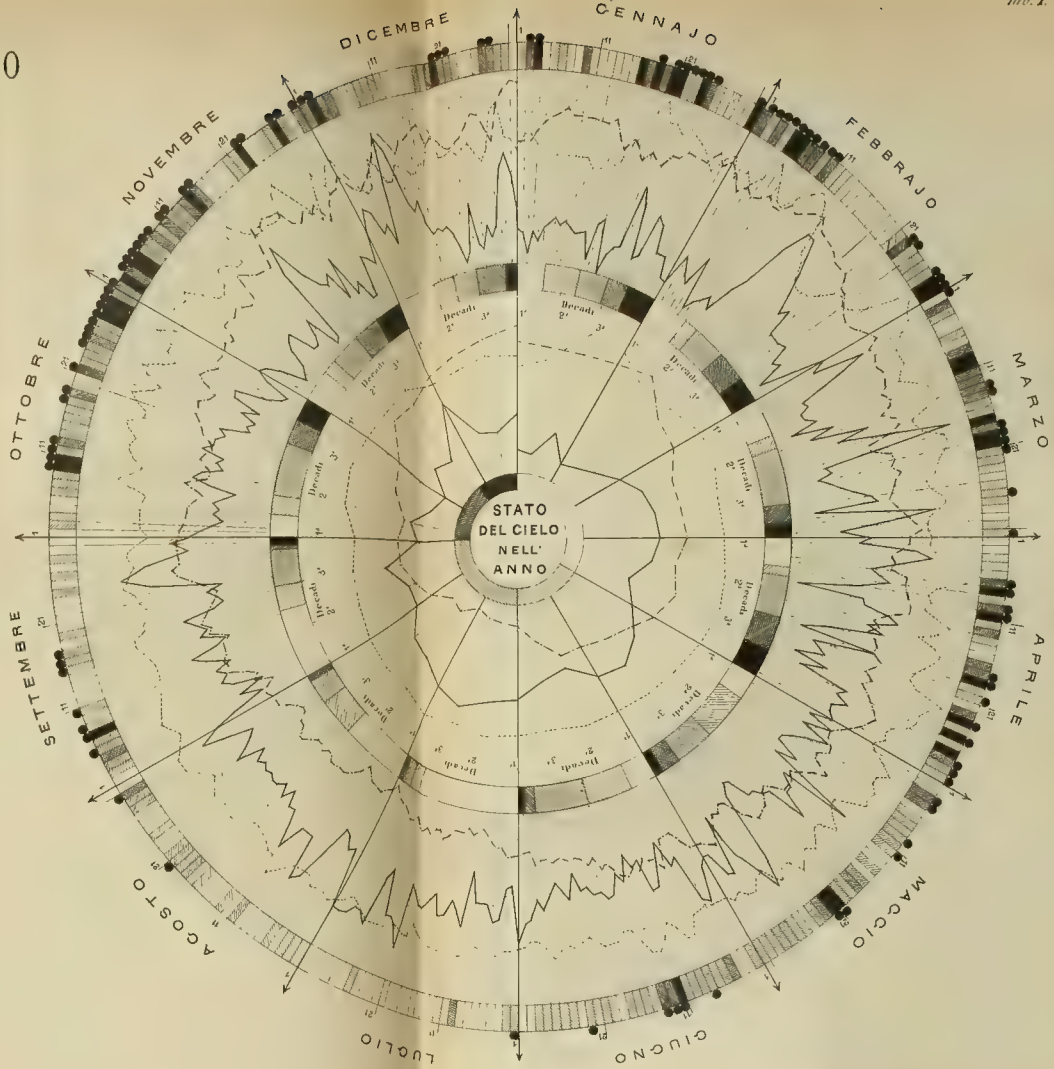
Quasi sereno

Sereno nuvolo

Quasi nuvolo

Nuvolo

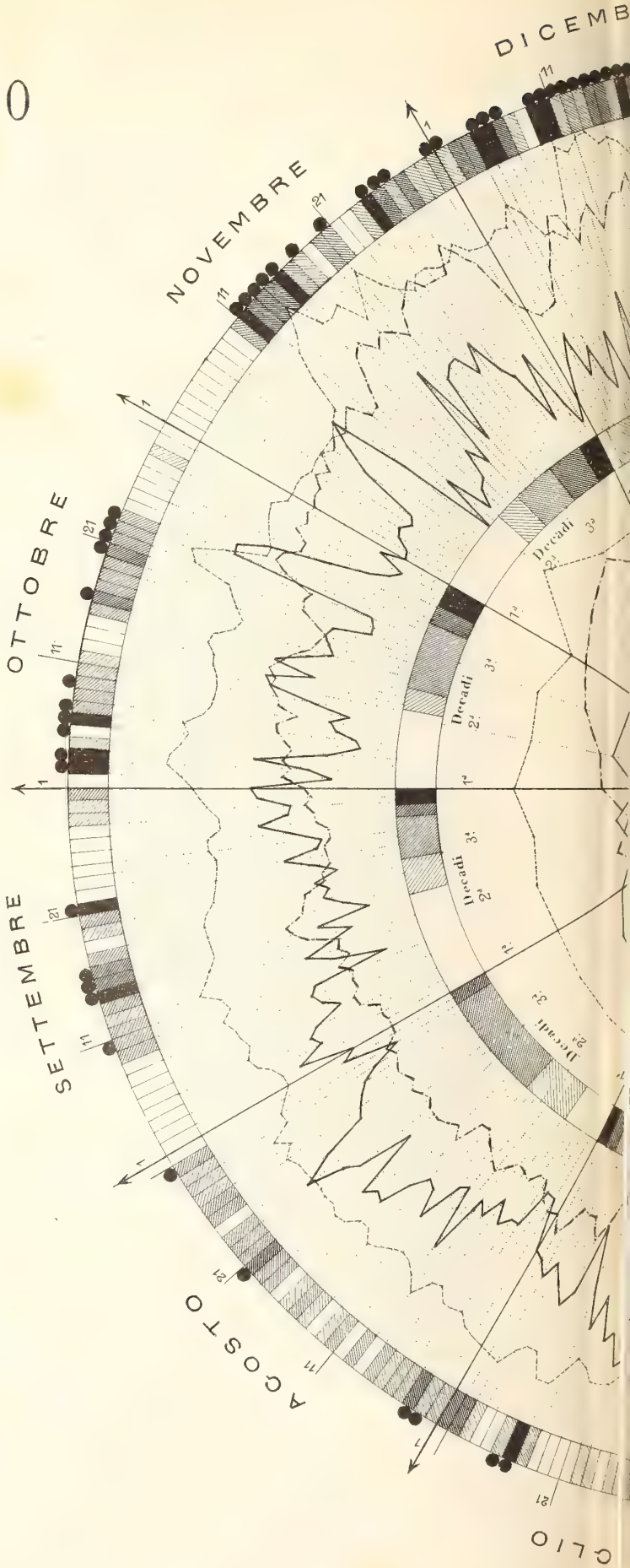
Pioggia



QUADRO METEORICO

DEL

1874



CURVE METEORICHE

Umidità relativa

Temperatura

Pressione atmosferica

STATO DEL CIELO

Sereno

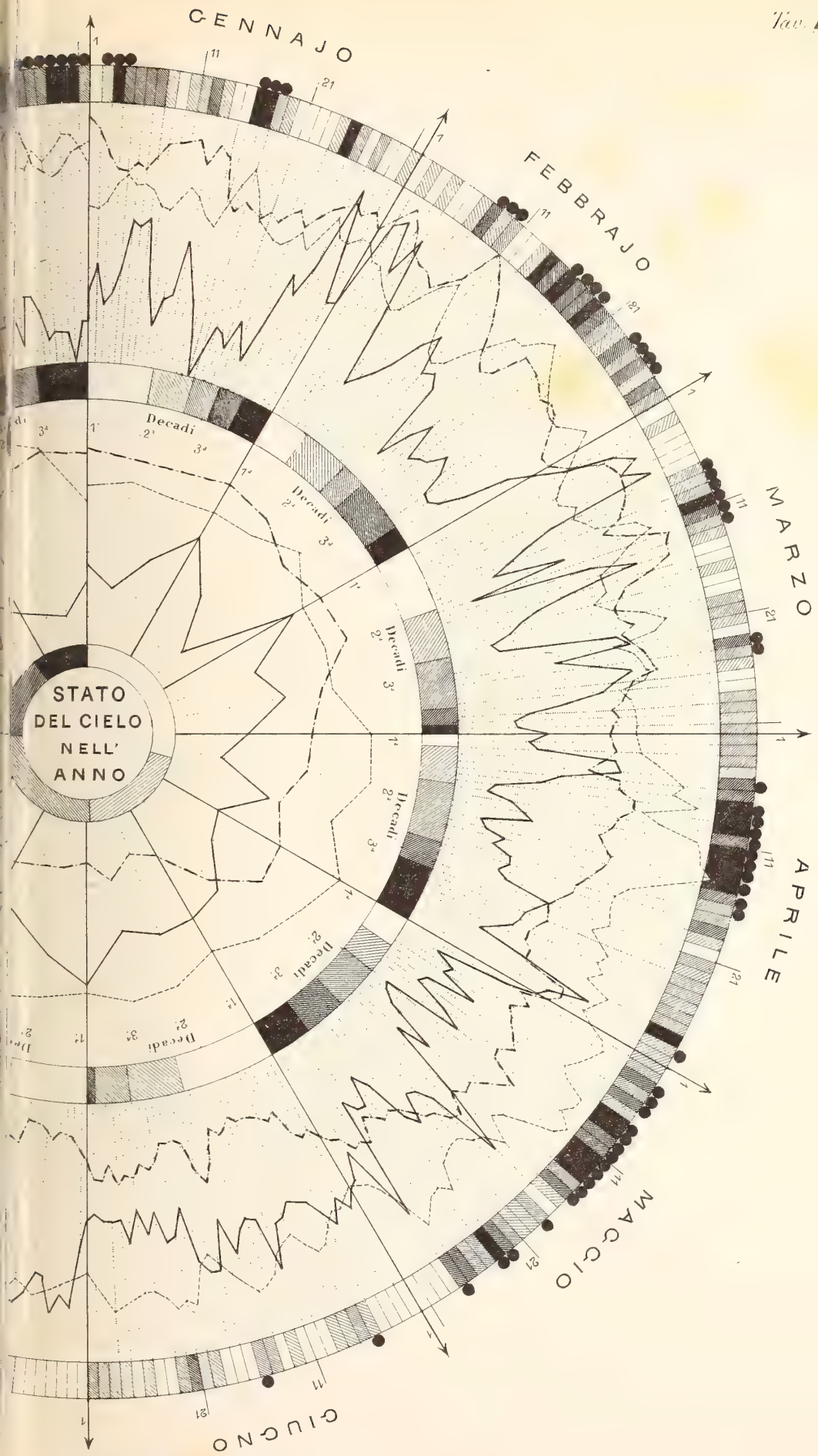
Quasi sereno

Sereno nuvolo

Quasi nuvolo

Nuvolo

Pioggia


STATO
DEL CIELO
NELL'
ANNO
CENNAJO
FEBBRAJO
MARZO
APRILE
MAGGIO
GIUGNO
Decadi
1ª
2ª
3ª

QUADRO METEORICO

DEL

1874

CURVE METEORICHE

——— Umidità relativa

– – – Temperatura

– Pressione atmosferica

STATO DEL CIELO

Sereno

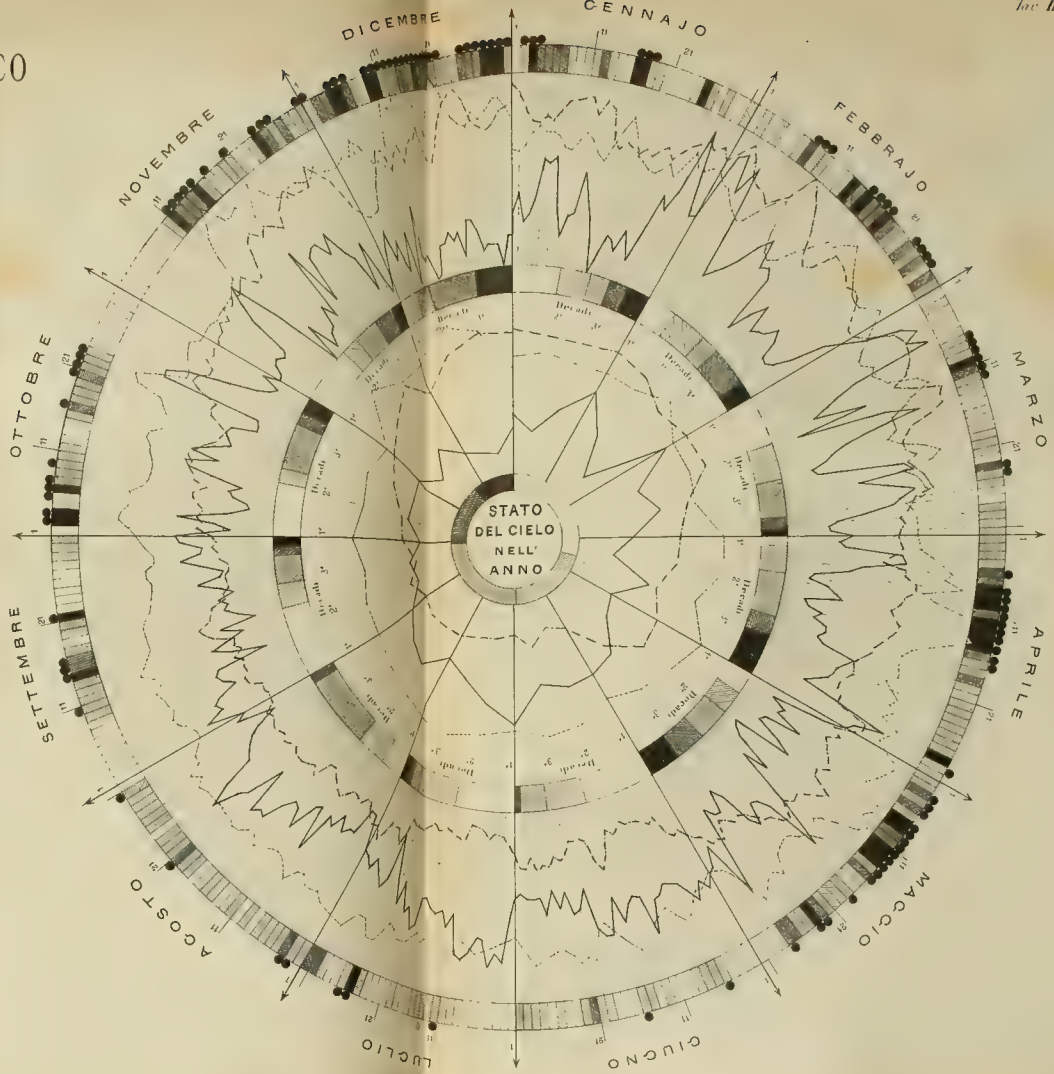
Quasi sereno

Sereno nuvolo

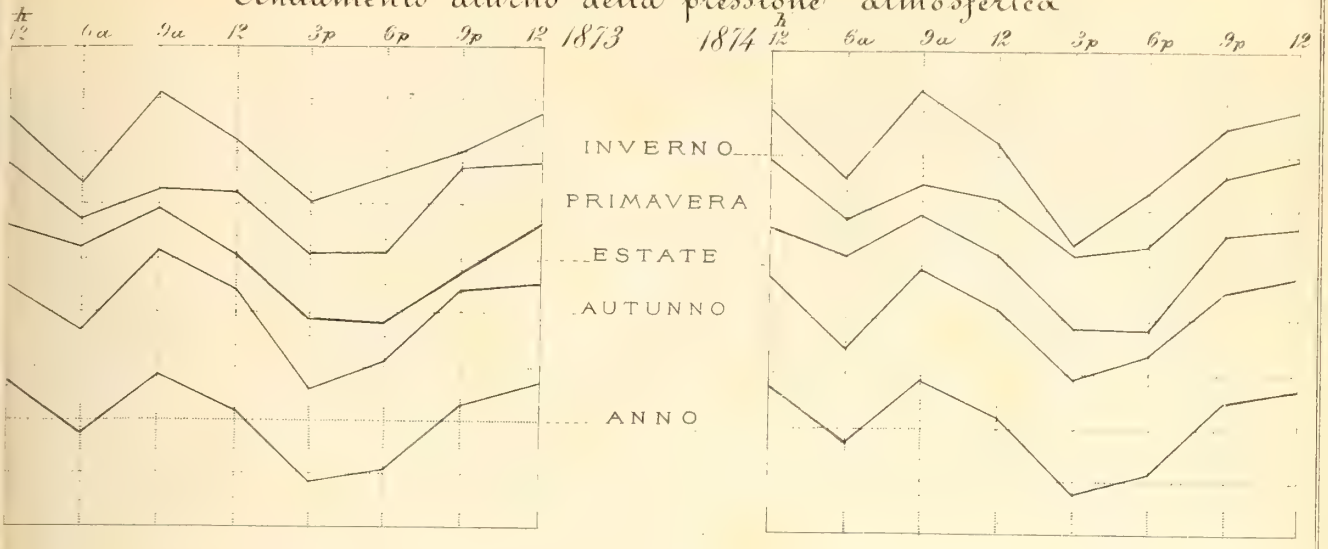
Quasi nuvolo

Nuvolo

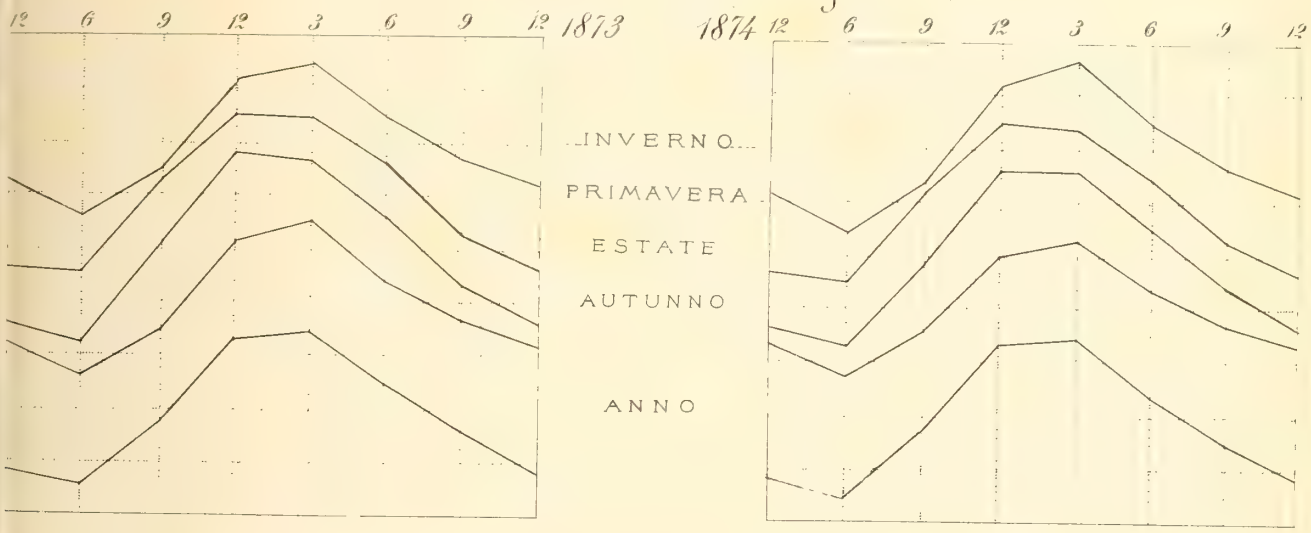
● Pioggia



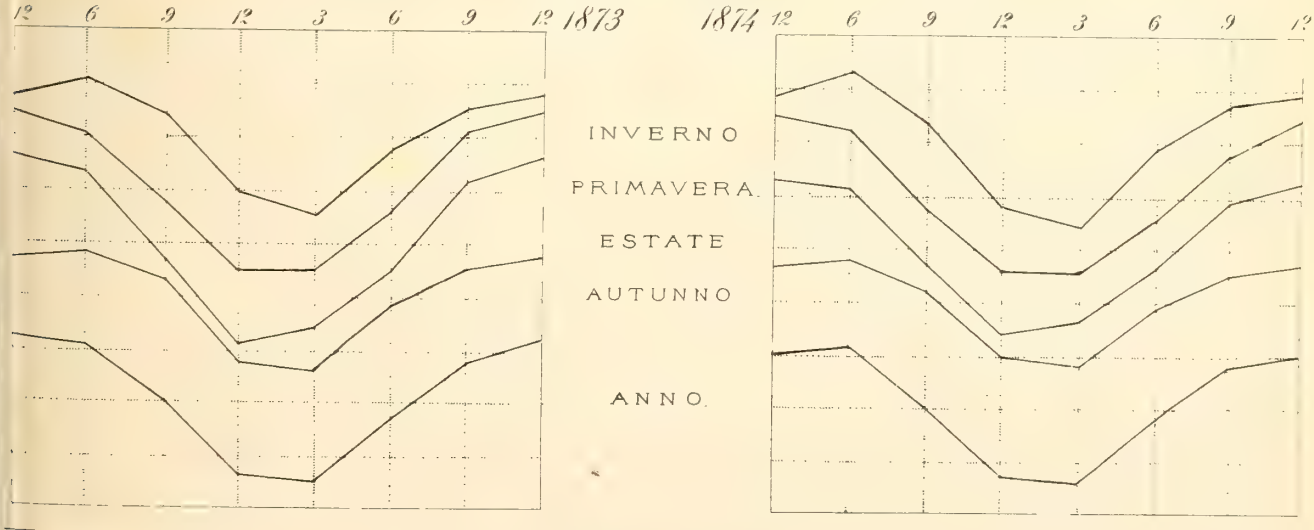
Andamento diurno della pressione atmosferica



Andamento diurno della temperatura



Andamento diurno dell'umidità relativa



INDICE

ELENCO DEI SOCI ATTUALI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.
Soci nazionali . . . . . pag. III
Soci stranieri. . . . . . » V
Corrispondenti nazionali . . . . . » »
Corrispondenti stranieri . . . . . » VI
Classe di scienze naturali, storiche e filologiche.
Soci nazionali. . . . . . » VII
Corrispondenti nazionali . . . . . » VIII
Soci defunti . . . . . » »

Parte prima — TRANSUNTI

Sessione 1. del 6 decembre 1874.

COMUNICAZIONI E LETTURE.
Cannizzaro. *Programma relativo al Premio Carpi* . . . . . » IX
Todaro. *Comunicazione sulla sua seconda pubblicazione, intorno allo sviluppo, ed anatomia delle salpe* . . . . . » X
Moriggia. *Esperienze praticate sulla velenosità naturale dell'estratto cadaverico umano* . . . . . » »
Volpicelli. *Necrologia di Elie de Beaumont* . . . . . » »
Betocchi. *Presentazione di una pubblicazione del Cialdi sulla costruzione dei porti nel Mediterraneo* . . . . . » »
Conti. *Memoria sull'attrito.*
Cremona. *(relatore)* Betocchi, Blaserna, Beltrami. *Relazione sulla medesima.*
Respighi, Sella, *discussione sulle conclusioni della Commissione e deliberazioni dell'Accademia* . . . . . » »
Volpicelli. *Sulla elettrostatica induzione.*
Govi. *Sulla necessità della definizione della parola tensione* . » XI
Correnti. *Propone di nominare una Commissione per studiare come l'Accademia possa partecipare ai lavori preparatori per il Congresso internazionale delle Scienze Geografiche in Parigi.*

Blaserna, Govi, Respighi *sono nominati membri di detta Commissione* . . . . . pag. XII

Sessione 2. del 3 gennaio 1875.

COMUNICAZIONI E LETTURE.

Menabrea. *Sulla determinazione delle tensioni, e delle pressioni nei sistemi elastici* . . . . . » »
Respighi. *Sulla latitudine della Stazione Barberini a Monte Mario.*
Ponzi, Sella, *osservazioni in proposito* . . . . . » »
Volpicelli. *Risposta alla domanda del socio Govi sulla elettrica tensione.*
Govi. *Fatti in opposizione alle dottrine esposte dal socio Volpicelli. Contro osservazioni del socio Volpicelli.* . . . . . » XIV
Moriggia. *Risultato di alcune esperienze sulla fecondazione operata manualmente, nelle porcelline d'india* . . . . . » XVII

Sessione straordinaria del 24 e 25 gennaio.

DISCUSSIONE ED APPROVAZIONE DEL NUOVO STATUTO DELL'ACCADEMIA.

Sella. *Discorso pronunciato al banchetto del* 22 *marzo* 1874. . . » »
Ministro di Pubblica Istruzione. *Domanda il voto, e la deliberazione dell' Accademia sul progetto del nuovo Statuto.* . . . . . » XXII
Discussione ed approvazione del nuovo Statuto; e punti principali delle innovazioni introdotte . . . . . » »
Nomina di Scacchi, Betti *e* De Gasparis *a soci ordinari dell'Accademia* » XXIII
Norme per regolare l'anzianità dei soci. . . . . . » »
Regio Decreto che approva il nuovo Statuto dell'Accademia. . . . » »
Nuovo Statuto dell'Accademia. . . . . . » »
Decreto di S. M. l'Imperatore di Germania del 18 *maggio* 1874 *col quale si approva lo Statuto dell' Istituto per la corrispondenza archeologica.* . . . . . » XXVI
Decreti del Presidente della Repubblica Francese del 25 *marzo* 1873, *e* 26 *novembre* 1874 *con cui si costituisce una scuola Archeologica in Roma.* . . . . . » XXXIII

Sessione 3. del 14 febbraio 1875.

1. AFFARI DIVERSI.

Ministro dell'Interno. *Dono all' Accademia del Busto in marmo di S. M. il Re d' Italia* . . . . . » XXXV
Approvazione Reale della nomina dei soci Scacchi, Betti *e* de Gasparis » »
Ministro della Pubblica Istruzione. *Annuncia che S. M. ha approvato il nuovo Statuto dell' Accademia* . . . . . » »
Nomina di una Commissione per portare al Ministro della istruzione pubblica i ringraziamenti dell' Accademia . . . . . » »

2. Comunicazioni e letture.

Battaglini. *Intorno ad una superficie di 8° grado.* . . . . . pag. XXXV
Moriggia. *Effetti del muco acido genitale delle donne sui nemasperni.* » »
Cadet. *Ricerche per sapere in quale delle due strutture nervee che sono la cinerea, e la bianca, prevalga la proporzione dell'urea.* » »
Sella. *Presenta una Nota del cav.* Marchese, *sulla scoperta dei minerali di argento nell' isola di Sardegna.* . . . . . » »
Canevari. *Memoria sulle fondazioni dell'edifizio per il Ministero delle finanze* . . . . . » »
Sella *(relatore)* Ponzi, Cremona. *Relazione sulla medesima, e deliberazione dell' Accademia* . . . . . » »
Volpicelli. *Esperimenti e raziocini, per dimostrar vera la teorica del fisico italiano Melloni, sulla Elettrostatica induzione* . . . » XXXVII

3. Comitato segreto.

Si delibera di pubblicare negli atti dell'Accademia il discorso del Presidente riportato a pag. XVII . . . . . » »
Nomina de' soci Nazionali della Classe di Scienze fisiche matematiche e naturali Meneghini, Schiapparelli, Bufalini, Felici, Cornalia, Casorati, Turazza, Gastaldi, Genocchi, Parlatore. . . . . » »
Norme per la distribuzione del premio proveniente dalla Eredità Cavalieri ai dieci Soci anziani . . . . . » XXXVIII
Risultati della gestione della eredità Cavalieri pel 1874 . . . . » »
Presentazione del conto consuntivo dell' amministrazione dell' Accademia per l'anno 1874. . . . . » XXXIX

Sessione 4. del 7 marzo 1875.

1. Comunicazioni e letture.

Betti. *Sulla funzione potenziale di un' ellisse omogenea* . . . . » »
Cannizzaro. *Presenta una nota del prof.* Sestini *sull'azione del cloruro d' acetile sull' acido Santonico, e sulla Santonina* . . . . » »
Cannizzaro. *Presenta una notizia preliminare del prof.* Sestini, *intorno un Nuovo isomero dell' acido Santonico.* . . . . . » XLI
Moriggia. *Continuazione della memoria sulla velenosità naturale del cadavere umano*
Osservazioni del Socio Cannizzaro *e risposta dell' autore* . . . » XLII
Memoria del colonnello Conti *sulla resistenza alla flessione della pietra serena.*
Beltrami *(relatore)* Betocchi, Cremona, *relazione sulla medesima.* » »
Volpicelli. *Sopra talune proprietà degl' interi soddisfacenti alla equazione, fra la somma di due quadrati, e la potenza intera, tanto di un primo spezzabile in due quadrati, quanto di un prodotto di cosifatti primi* . . . . . » »

2. Comitato segreto.

Correnti *(relatore)*. Respighi, Barilari, *Relazione sul conto consuntivo pel* 1874. *Approvazione del medesimo* . . . . . pag. XLII

Sessione 5. del 4 aprile 1875.

1. Affari diversi.

Approvazione Reale della nomina dei Soci Meneghini - Schiapparelli - Bufalini - Felici - Casorati - Turazza - Gastaldi - Parlatore - Cornalia . . . . . » XLIII
Sella. *Annunzio della morte del Socio* Bufalini . . . . . » »

2. Comunicazioni e letture.

Respighi. *Osservazioni del diametro solare fatte al R. Osservatorio del Campidoglio* . . . . . » XLIV
Brioschi. *Riassunto sulla determinazione analitica di alcune singolarità delle curve piane* . . . . . » »
Volpicelli. *Sul mezzo più acconcio per assegnare la natura, e la tensione della elettricità in un atmosferico strato.* . . . . . » XLVI

3 Comitato segreto.

Riparto di Soci corrispondenti della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali fra le tre categorie create dall'art. 3 *dello Statuto.* » XLVII
Aggiunta alle norme con cui regolare l'anzianità dei Soci . . . . » »

Sessione 6. del 2 maggio 1875.

1. Affari diversi.

Approvazione Reale della nomina del Socio Genocchi . . . . . » »
Opzione del prof. Boccardo, *corrispondente dell' Accademia, per la Classe di Scienze morali, storiche, e filologiche* . . . . . » »
Ministro de' lavori pubblici, *richiesta di parere dell'Accademia sul collettore foto-termico-armillare Balestrieri* . . . . . » »

2. Comunicazioni e letture.

Mayer. *Osservazioni geologiche sulla Liguria, il Tortonese, e l'alto Monferrato* . . . . . » »
Ponzi. *Sui monti Mario e Vaticano, e sul loro sollevamento* . . . » L
Sella *presenta una nota del prof.* Strüver, *sulla Gastaldite, nuovo minerale del gruppo dei bisilicati anidri* . . . . . » »
De Sanctis. *Sullo scheletro di un mostro Vitellino sternopago* . . . » »
De Sanctis. *Sopra un singolare processo osseo sul tubercolo occipitale di un cranio etrusco* . . . . . » »
De Sanctis. *Morfologia delle appendici piloriche dei pesci ossei* . . » »

Tommasi Crudeli *presenta una nota del dott.* Colasanti, *sopra la recisione del nervo olfattorio delle rane* . . . . . pag. L
Tommasi Crudeli *presenta una nota del prof.* Boll, *sopra le vescicole di Savi della Torpedine* . . . . . » »
Betti *presenta una nota del prof.* Dini, *sulla funzione potenziale di un'Ellisse* . . . . . » LI
Betti *presenta una nota del prof.* Tonelli, *sopra la connessione degli spazi di un numero qualunque di dimensioni.* . . . . . » »
Iacobini. *Sull'arte enologica* . . . . . » »
Cannizzaro *presenta una nota del prof.* Sestini, *sopra alcune proprietà dell'ortofosfato ferrico* . . . . . » »
Betocchi. *Effemeridi, e Statistica del fiume Tevere, e dell'Aniene durante l'anno* 1874 . . . . . » LIII
Volpicelli. *Esperienze su tre sfere metalliche* . . . . . » »
Bagnis. *Memoria sulla vita e morfologia di alcuni funghi uredinei.*
De Notaris *(relatore)* Rolli. *Relazione sulla medesima, e deliberazione dell'Accademia.* . . . . . » LIV
Favero. *Memoria intorno alle figure reciproche della Statica grafica.*
Beltrami *(relatore)* Battaglini, Cremona. *Relazione sulla medesima, e deliberazione dell'Accademia* . . . . . » »

3. Comitato segreto.

Approvaziane del verbale del Comitato segreto della precedente Sessione » LVI

Sessione 7. del 6 giugno 1875.

1. Affari diversi.

Annunzio della nomina di Amari, Scialoja, Vannucci, Comparetti, Connestabile, Carrara, Mamiani, Minervini, Carutti, Bonghi, Ascoli, Lampertico, *a soci dell'Accademia nella Classe di Scienze morali, storiche, e filologiche* . . . . . » »
Opzione del Socio Correnti *per la Classe predetta* . . . . . » LVII

2. Comunicazioni e letture.

Cannizzaro. *Osservazioni sulla memoria del Socio Maggiorani testè pubblicata, sulla Catalessi.*
Maggiorani. *Risponde alle osservazioni del socio Cannizzaro.*
Blaserna e Volpicelli. *Si associano alle osservazioni del socio Cannizzaro.*
Maggiorani. *Mantiene le sue conclusioni* . . . . . » »
Cremona. *Presenta lettere del sig.* Alberto Castigliano *e del socio* Menabrea, *sovra una quistione di priorità, ed esprime il suo avviso.* » LIX
Battaglini. *Sulla quintica binaria* . . . . . » LXVI

Cannizzaro. *Azione dell'idrogeno nascente sull'acido santonico: acido idro-santonico* . . . . . pag. LXVI
Volpicelli. *Sunto delle ricerche fatte dagli astronomi sulla distribuzione del calorico nell'apparente Disco Solare* . . . . . » »
Tommasi Crudeli. *Presenta una nota del Dott.* Colasanti *sull'influenza dell'abbassamento di temperatura nell'uovo di gallina.* . . . » »
Minich. *Sull' uso delle differenze tra le radici, nella teorica delle equazioni algebriche.* . . . . . » »
Pareto. *Saggio di studi sul clima di Roma paragonato a quello di altre Città Italiane, riguardo alla bontà dell'aria.* . . . . . » »
Respighi. *Osservazioni meteorologiche fatte nel R. Osservatorio del Campidoglio. Riassunto degli anni* 1873 *e* 1874. . . . » »
Cremona. *Sulla corrispondenza fra la teoria dei sistemi di rette, e la teorica delle superficie* . . . . . » »
Cremona. *Presenta una nota del Dott. Giulio* Ascoli *sul concetto di integrale definito.* . . . . . » LXVII
Cremona. *Presenta una nota dell'Ingegnere* Valentino Cerruti, *intorno ad un teorema del Generale Menabrea* . . . . . » »
Casorati. *Sulla regola seguita da Bessel e dal Generale Baeyer durante la misura del grado nella Prussia orientale, per osservare gli angoli orizzontali, senza correggere continuamente la linea di collimazione e l'asse di rotazione del canocchiale del teodolite.* . . . . . » »
Meneghini, *Paragone paleontologico dei vari lembi del Lias superiore in Lombardia.*
Gastaldi. *Sulla giacitura del Cervus Euryceros* . . . . . » »
Respighi. *Sulle osservazioni della cromosfera, e delle protuberanze solari fatte al R. Osservatorio in Campidoglio, dall'ottobre* 1869 *fino alla fine del maggio dell'anno corrente* 1875 . : . . » »
Todaro. *Sopra lo sviluppo, e l'anatomia delle Salpe* . . . . . » »

3. Comitato Segreto.

Programma pel premio Carpi, da conferirsi nell'anno 1876 . . » »
Nomina di una Commissione per proporre la risposta alla Circolare della Società Britannica sul conferimento della medaglia Principe Alberto. . . . . . » LXVIII
Decisione sulla richiesta fatta dal Ministero dei lavori pubblici per ottenere un parere sul collettore foto-termico-armillare del Prof. Balestrieri . . . . . » »

Ferie dell' Accademia.

Risoluzioni del Comitato Accademico di amministrazione relativamente alle comunicazioni e memorie posteriori all' ultima Sessione dell'anno accademico . . . . . » »

1° Elezioni di soci

Elezione di Chasles, Dalton Hooker, Helmholtz, Dana, Bunsen, Struve, Darwin, Cayley *a soci stranieri.*

» *di* Mancini, Cantù, Messedaglia, Valenziani, Boncompagni, Fiorelli, Berti, Stoppani, Flechia, Luzzatti, Fabretti *a soci nazionali* . pag. LXIX

2° Memorie e note

Cannizzaro. *Invia una nota del Sig.* A. Oglialoro *sull' essenza di pepe Cubebe* . . . . . » LXX

Elenco dei libri donati all' Accademia

Parte seconda — MEMORIE

Cremona *(relatore)* Betocchi, Blaserna, Beltrami. *Relazione intorno ad una memoria del Colonnello Pietro Conti, avente per titolo « Sulla resistenza di attrito »* . . . . . pag. 3

Conti. *Sulla resistenza di attrito* . . . . . » 16

Menabrea. *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici* . . . . . » 201

Moriggia. *La globolina, considerata come reattivo per gli acidi* . » 221

Govi. *Galileo e i Matematici del Collegio Romano nel* 1611 . . » 230

Cadet. *In quale delle due strutture nervee dell' uomo prevalga la proporzione dell' Urea* . . . . . » 241

Battaglini. *Intorno ad una superficie di 8° ordine* . . . . . » 244

Maggiorani. *Sulla coincidenza di perturbazione del magnetismo terrestre, e di attacchi nervosi* . . . . . » 250

Marchese. *Scoperta di minerali d'argento in Sardegna. Nota presentata dal Presidente* Sella . . . . . » 254

Maggiorani. *La funzione del nervo spinale, illustrata da un caso di clinica* . . . . . » 258

Betti. *Sopra la funzione potenziale di un'Ellisse omogenea* . . . » 262

Respighi. *Sulle variazioni del diametro del sole in corrispondenza al vario stato di attività della sua superficie* . . . . . » 264

Volpicelli. *Sulla elettrica tensione. Risposta alla domanda del socio Govi* . . . . . » 303

Strüver. *Sulla Gastaldite, nuovo minerale dei bisilicati anidri. Nota presentata dal Presidente* Sella . . . . . » 333

Maggiorani. *Fisiologia della Catalessi.* . . . . . » 338

Moriggia. *Sulla velenosità naturale dell'estratto di cadavere umano* » 350

Iacobini. *Sull'arte enologica degli antichi Italiani* . . . . . » 382

Boll. *Le vescicole di Savi della Torpedine - Nota presentata dal Socio* Tommasi Crudeli. . . . . » 385

Colasanti. *Ricerche sopra la recisione del nervo olfattorio delle rane. Nota presentata dal socio* Tommasi Crudeli . . . . . » 393

Moriggia. *Effetti del muco acido genitale della donna sui nemaspermi.* pag. 399
Beltrami (relatore) Betocchi, Cremona. *Relazione intorno alla memoria del Sig. Colonnello Pietro* Conti *sulla resistenza alla flessione della pietra serena* . . . . . » 408
Canevari. *Notizie sulle fondazioni dell'edificio pel Ministero delle finanze in Roma* . . . . . » 417
Gastaldi. *Cenni sulla giacitura del Cervus Euryceros* . . . . . » 436
De Notaris *(relatore)* Rolli. *Relazione intorno ad una memoria del Sig. Carlo Bagnis sulla vita e morfologia di alcuni funghi uredinei* » 442
Bagnis Carlo. *Sulla vita e morfologia di alcuni funghi uredinei* . . » 445
Favero G. B. *Intorno alle figure reciproche della statica grafica.* . . » 455
De Sanctis. *Sullo scheletro di un mostro vitellino sternopago* . . . » 496
Moriggia. *Sulla fecondazione artificiale degli animali* . . . . . » 525
Betocchi. *Effemeridi, e statistica del Tevere prima, e dopo la confluenza dell'Aniene, durante l'anno* 1874 . . . . . » 532
Colasanti. *L'influenza dell' abbassamento di temperatura nello sviluppo dell'uovo di gallina. Nota presentata dal socio* Tommasi Crudeli . . . . . » 543
Ponzi. *Dei Monti Mario e Vaticano, e del loro sollevamento* . . . » 545
De Sanctis. *Cranio etrusco, con singolare processo osseo sul tubercolo occipitale* . . . . . » 557
Cerruti Valentino. *Sopra un teorema del sig. Menabrea. Nota presentata dal socio* Cremona . . . . . » 570
Battaglini. *Sulla Quintica binaria* . . . . . » 582
Cannizzaro. *Azione dell'idrogeno nascente sull'acido santonico: acido idrosantonico* . . . . . » 592
Tonelli. *Osservazioni sulla teoria della connessione. Nota presentata dal socio* Betti . . . . . » 594
Casorati. *Sulla regola seguita da Bessel, e dal generale Baeyer, durante la misura del grado nella Prussia orientale, per osservare gli angoli orizzontali, senza correggere continuamente la linea di collimazione e l'asse di rotazione del cannocchiale del Teodolite.* . . . . . » 602
Volpicelli. *Analisi fisico-matematica degli effetti elettrostatici relativi ad un coibente armato, e chiuso.* . . . . . » 609
Meneghini. *Paragone paleontologico dei vari lembi del Lias superiore in Lombardia* . . . . . » 629
Respighi. *Osservazioni del diametro solare fatte al R. Osservatorio del Campidoglio* . . . . . » 633
Volpicelli. *Sulla distribuzione del calorico nell' apparente disco solare* . . . . . » 653
Pareto. *Saggio di studi meteorologici sul clima di Roma paragonato a quello d'altre città d'Italia, riguardo alla bontà dell'aria* . . . » 659

Oglialòro. *Studi sull'essenza di pepe cubebe; prima nota presentata al Presidente dal socio* Cannizzaro . . . . . *pag.* 685
Dini. *Sulla funzione potenziale dell' Ellisse, e dell' Ellissoide. Nota presentata dal socio* Betti. . . . . » 689
Respighi. *Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo, e delle protuberanze solari* . . . . . » 708
Todaro. *Sopra lo sviluppo e l' anatomia delle Salpe* . . . . . » 720
Desanctis. *Morfologia delle appendici piloriche dei pesci ossei* . . » 793
Volpicelli. *Esperimenti e raziocini per dimostrare vera la teorica del fisico italiano* Melloni *sulla elettrica influenza, od elettrostatica induzione, non ostante quello che fu pubblicato in contrario dal prof.* Govi . . . . . » 841
Ascoli. *Sul concetto di Integrale definito. Nota presentata dal socio Cremona* . . . . . » 862
Respighi. *Osservazioni meteorologiche fatte nel R. Osservatorio del Campidoglio. Riassunto degli anni* 1873 *e* 1874 . . . . . » 873

Aggiunte alla Memoria Conti (pag. 16)

II.ª SERIE DI ESPERIENZE. — Ghisa sopra Ottone.

Sgrassate Esp. 433-434-435-436 (pag. 35)

Esperienza 433.

Superficie fissa Ottone. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}20$.
Segno / *Carico totale Chilog.* 19. *Superf. del contatto in M.*² 0,0227.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 8,25. *Superf. resistente all'aria* » 0,0390.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
48 ½	15 ½	0,2	0,330	0,0033	3,0835	0,1648
64	17 ¾					
81 ¾	20 ½					
102 ¼	23					
125 ¼						

Esperienza 434.

Superficie fissa Ottone. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia VIII. *Interruzioni a* 0,″1. *Tang.* $\alpha = 0{,}20$.
Segno + *Carico totale Chil.* 39. *Superf. del contatto in M.*² 0,0227.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 16,9. *Superf. resistente all'aria* » 0,0414.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
67	17	0,2	0,280	0,0035	6,5314	0,1697
84	18 ¼					
102 ½	21					
123 ½	23 ¾					
147 ¼	25 ¼					
173 ½						

Esperienza 435.

Superficie fissa Ottone. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}20$.
Segno 0. *Carico totale Chil.* 59. *Superf. del contatto in M.*² 0,0227.
Temp. 7°. *Press. per M.*² » 25,6. *Superf. resistente all'aria* » 0,0438.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
55 $\frac{3}{4}$	13 $\frac{1}{2}$	0,2	1,240	0,0233	10,1030	1739
69 $\frac{1}{4}$	15 $\frac{3}{4}$					
85	18					
103	21 $\frac{1}{4}$					
124 $\frac{1}{4}$	23					
147 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{3}{4}$					
173	28 $\frac{1}{4}$					
201						

Esperienza 436.

Superficie fissa Ottone. *Superficie mobile* Ghisa: sgrassate.

Striscia IX. *Interruzioni a* 0″,1. *Tang.* $\alpha = 0{,}20$.
Segno 60. *Carico totale Chil.* 79. *Superf. del contatto in M.*² 0,0227.
Temp. 16°. *Press. per M.*² » 34,27. *Superf. resistente all'aria* » 0,0522.

Spazio percorso	Velocità per $x + \frac{1}{2}$	V	A	Σ	P sen α $- M A - \Sigma$	f
74	13	0,2	0,185	0,0034	13,9991	0,1799
87	14 $\frac{3}{4}$					
101 $\frac{3}{4}$	17 $\frac{1}{4}$					
119	18 $\frac{3}{4}$					
137 $\frac{3}{4}$	21					
158 $\frac{3}{4}$	23 $\frac{1}{2}$					
182 $\frac{1}{4}$	26 $\frac{1}{2}$					
208 $\frac{3}{4}$						

ERRATA						CORRIGE
Pagina	XXXVII.	linea	9	— Servo	—	Servio
»	22,	»	28	— *n n n'*	—	*n n n*
»	24,	»	17	— superficie lo	—	superficie; lo
»	25,	»	32	— delle	—	della
»	31,	»	19	— alla Memoria	—	alle Memorie
»	32,	»	2	— dato	—	date
»	»	»	4	— dell'asse	—	del vertice
»	38,	»	8	— limitate	—	limitata
»	»	»	15	— infiuenza	—	influenza
»	43,	»	11	— 0,016 si vede	—	0,016 ; si vede
»	44,	»	35	— pag.	—	pag. 67
»	46,	»	10	— 1359 e 1364	—	1359 a 1364,
»	47,	»	6	— valori per la	—	valori, per le
»	»	»	12	— se staccano	—	si staccano
»	»	»	28	— cinder-iron	—	cinder iron
»	49,	»	16	— scemò ;	—	scemò
»	»	»	17	— untuose o bagnate	—	untuose e bagnate
»	52,	»	7	— velocità può	—	velocità la curva si può
»	»	»	14	— lucida	—	lucido
»	»	»	41	— veloctia	—	velocità
»	54,	»	20	— ii corpo	—	il corpo
»	»	»	21	— lubrificenti	—	lubrificanti
»	55,	»	17	— ci spianano	—	si spianano
»	57,	»	23	— Aosta o	—	Aosta e
»	58,	»	8	— medo	—	modo
»	»	»	31	— questa	—	questo
»	59,	»	7	— si può	—	non si può
»	»	»	38	— animata	—	animato
»	60,	»	21	— rimasto	—	rimasta
»	61,	»	4	— ai vero attrito	—	al vero attrito,
»	»	»	10	— del mobile	—	dal mobile
»	»	»	11	— mostra in un	—	mostra un
»	»	»	12	— di queste	—	da queste
»	»	»	38	— molta istruttiva	—	molto istruttiva
»	63,	»	12	— della vase	—	delle vase
»	65,	»	3	— *Peral*	—	*Pearl*
»	»	»	29	— sperimentati	—	sperimentali
»	»	»	33	— come sia	—	, come che sia,
»	»	»	40	— mi fecero sentire	—	sentii

Nella Tav. I dopo pag. 200 i ferri della sella $S\,S'$ nella elevazione al ventesimo non sono esatti, dovrebbero essere la riduzione delle due figure in sezione sottoposte, che sono alla scala di un quinto.

Pagina	241,	linea	3	— Memoria	—	Nota
»	244,	»	3	— *comunicata*	—	*letta*
»	245,	»	7	— R	—	*R*
»	249,	»	11	— Φ	—	P
»	324,	»	7	— abiezioni	—	obiezioni
»	385,	»	4	— *nella Sessione* 2 *maggio* 1875 *ed approvata per la stampa negli atti*	—	*nella Sessione* 2 *maggio* 1875.
»	393,	»	4	— id.	—	id.
»	399,	»	11	— ugualmente	—	disugualmente
»	445,	»	5	— *nella Sessione del* 2 *maggio* 1875.	—	*ed approvata per la stampa negli Atti accademici nella Sessione del* 2 *maggio* 1875.
»	525,	»	16	— od essere	—	ed essere
»	665,	»	26	— Nelle tavole 1°	—	Nella tavola VII.
»	»	»	29	— Nelle tavole 2°	—	Nelle tavole I. II. III. IV. V. VI.
»	666,	»	»	— Le tavole 1°	—	La tavola VII.
»	»	»	35	— Nelle tavole 2°	—	Nelle tavole I. II. III. IV. V. VI.
»	»	»	38	— nelle tavole 1°	—	Nella tavola VII.
»	»	»	39	— nelle tavole 2°	—	Nelle tavole I. II. III. IV. V. VI.
»	674, specchio 6, colonna Mondovì, ult. linea 5,5				—	15,5
»	680, » 8, » » 5,5				—	15,5
»	718, T. I[a] Frequenza relativa delle grandi protuberanze nelle varie zone solari				—	Frequenza relativa delle protuberanze nelle varie zone solari.
»	720,	linea	10	— fatta Chamisso	—	fatta da Chamisso
»	»	ann. »	4	— zwieschen .... Achiv	—	ziwischen .... Archiv
»	»	» »	8	— Dorhn	—	Dohrn (v. pag. 785-786).
»	721,	» »	6	— Gesellschafs	—	Gesellschaft
»	722,	»	3	— stati	—	state
»	723,	ann. »	5	— Erschricht	—	Eschricht (v. pag. 761-768-770-774-779-781-784).
»	725,	»	25	— alcuna	—	alcune
»	727,	ann. »	5	— Leipizig	—	Leipzig
»	732,	»	24	— blasfodermica	—	blastodermica
»	736,	»	35	— nell'Ascidie	—	nelle Ascidie

Pagina	740,	linea	20	—	sortano	—	sortono
»	743,	»	17	—	situate	—	situati
»	745,	»	34	—	specie crista	—	specie di crista
»	748,	»	34	—	saldarsi	—	saldare
»	750,	»	27	—	Gegenbauer	—	Gegenbaur
»	751,	»	23	—	la forma insieme al solco di un solco profondo	—	insieme al solco la forma di un canale profondo
»	756,	»	4	—	conoscienza	—	conoscenza
»	»	»	38	—	scarza	—	scarsa
»	766,	»	8	—	Nucleolo	—	Nucleo
»	»	»	9	—	da ove trasportati	—	da ove sono trasportati
»	771, ann.	»	4	—	Fortpflanzunsverhältnisse		Fortpflanzungsverhäalnisse
»	» »	»	6	—	Naturforcher	—	Naturforscher
»	774,	»	13	—	da	—	dà
»	775,	»	14	—	si obbliterà	—	si obblitera
»	»	»	21	—	tutte	—	tutti
»	776,	»	15	—	dal tubo	—	del tubo
»	»	»	26	—	periodico	—	periodo
»	778,	»	40	—	movimenti	—	momenti
»	779,	»	11	—	si partono in questo punto	—	si partono da questo luogo
»	780,	»	34	—	sterno	—	esterno
»	781,	»	21	—	Selacci	—	Selacî
»	783,	»	4	—	entostilo	—	endostilo
»	»	»	11	—	sono giunti	—	sono giunte
»	784, ann.	»	1	—	Chiamiaso	—	Chamisso
»	785,	»	41	—	Kowlevsky	—	Kowalevsky
»	786,	»	13	—	tunicanti	—	tunicati
»	»	»	27	—	Che tanto nella prole aggregata prima	—	Che tanto nella prole aggregata, quanto nella prole solitaria, prima
»	»	»	28	—	ectederma	—	ectoderma
»	788,	»	2	—	*tagli*	—	*I tagli*
»	»	»	15	—	legalmenti	—	legamenti
»	790,	»	33	—	madre	—	dalla madre
»	843,	»	29	—	portando	—	portando un inducente
»	844, ann.	»	1	—	iust	—	Auguste
»	845,	»	1	—	due	—	tre
»	»	»	13	—	abastanza	—	a bastanza
»	847,	»	23	—	esterno	—	estremo
»	848,	»	8	—	manifestava	—	manifesterà
»	»	»	30	—	rimangano	—	rimangono

Pagina	848,	linea	31	—	divengon	—	divergon
»	851,	»	1	—	dello	—	della
»	852,	»	16	—	conducente	—	inducente
»	854,	»	43	—	l'area	—	lo spazio
»	855,	»	1	—	l'area	—	lo spazio
»	»	»	5	—	dall'	—	dell'
»	»	»	10	—	ascire	—	escire
»	856,	»	31	—	delle	—	della
»	858,	»	6	—	Pisani, e Cartoni	—	Pisati e Cantoni

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01355 0066